



Univerzitetna založba  
Univerze v Mariboru

# Primeri seminarskih nalog iz področja problemov omrežnega modeliranja

Tea  
Vizinger

Martin  
Fale

Zbrano gradivo







Univerza v Mariboru

---

Fakulteta za logistiko

# Primeri seminarskih nalog iz področja problemov omrežnega modeliranja

Zbrano gradivo

**Avtorja**

Tea Vizinger

Martin Fale

Oktober 2026

|                                                     |                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Naslov</b><br><i>Title</i>                       | <b>Primeri seminarskih nalog iz področja problemov omrežnega modeliranja</b><br><i>Practical Applications of Network Modelling</i>                                                                                     |
| <b>Podnaslov</b><br><i>Subtitle</i>                 | <b>Zbrano gradivo</b><br><i>Student Seminar Projects</i>                                                                                                                                                               |
| <b>Avtorja</b><br><i>Authors</i>                    | Tea Vizinger<br>(Univerza v Mariboru, Fakulteta za logistiko)<br><br>Martin Fale<br>(Univerza v Mariboru, Fakulteta za logistiko)                                                                                      |
| <b>Jezikovni pregled</b><br><i>Language editing</i> | Mateja Forte<br>(Univerza v Mariboru, Fakulteta za logistiko)                                                                                                                                                          |
| <b>Tehnični urednik</b><br><i>Technical editor</i>  | Jan Perša<br>(Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)                                                                                                                                                              |
| <b>Oblikovanje ovitka</b><br><i>Cover designer</i>  | Jan Perša<br>(Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)                                                                                                                                                              |
| <b>Grafika na ovitku</b><br><i>Cover graphics</i>   | Promet, foto: Julian Hochgesang, unsplash.com, 2020                                                                                                                                                                    |
| <b>Grafične priloge</b><br><i>Graphics material</i> | Viri so lastni, če ni navedeno drugače.<br>Vizinger, Fale (avtorja), 2026                                                                                                                                              |
| <b>Založnik</b><br><i>Published by</i>              | <b>Univerza v Mariboru</b><br><b>Univerzitetna založba</b><br>Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija<br><a href="https://press.um.si">https://press.um.si</a> , <a href="mailto:zalozba@um.si">zalozba@um.si</a>     |
| <b>Izdajatelj</b><br><i>Issued by</i>               | <b>Univerza v Mariboru</b><br><b>Fakulteta za logistiko</b><br>Mariborska cesta 7, 3000 Celje, Slovenija<br><a href="https://www.fl.um.si">https://www.fl.um.si</a> , <a href="mailto:info.fl@um.si">info.fl@um.si</a> |
| <b>Izdaja</b><br><i>Edition</i>                     | Prva elektronska izdaja                                                                                                                                                                                                |
| <b>Vrsta publikacije</b><br><i>Publication type</i> | E-knjiga                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Dostopno na</b><br><i>Available at</i>           | <a href="https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/1171">https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/1171</a>                                                                                                  |
| <b>Izdano</b><br><i>Published</i>                   | Maribor, Slovenija, oktober 2026                                                                                                                                                                                       |

Kataložni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani  
COBISS.SI-ID 300994051  
ISBN 978-961-299-209-5 (PDF)



© Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba

/ University of Maribor, University of Maribor Press

**Besedilo** / *Text* © Vizinger, Fale (avtorja), 2026

To delo je objavljeno pod licenco Creative Commons Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Brez predelav 4.0 Mednarodna. / *This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 4.0 International License.*

Uporabnikom je dovoljeno reproduciranje brez predelave avtorskega dela, distribuiranje, dajanje v najem in priobčitev javnosti samega izvirnega avtorskega dela, in sicer pod pogojem, da navedejo avtorja in da ne gre za komercialno uporabo.

Vsa gradiva tretjih oseb v tej knjigi so objavljena pod licenco Creative Commons, razen če to ni navedeno drugače. Če želite ponovno uporabiti gradivo tretjih oseb, ki ni zajeto v licenci Creative Commons, boste morali pridobiti dovoljenje neposredno od imetnika avtorskih pravic.

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

**ISBN** 978-961-299-209-5 (pdf)

**DOI** <https://doi.org/10.18690/um.fl.5.2026>

**Cena**  
*Price* Brezplačni izvod

**Odgovorna oseba založnika**  
*For publisher* Prof. dr. Dean Korošak,  
rektor Univerze v Mariboru

**Citiranje**  
*Attribution* Vizinger, T., Fale, M. (2026). *Primeri seminarskih nalog iz področja problemov omrežnega modeliranja: zbrano gradivo*. Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba. doi: 10.18690/um.fl.5.2026



# Kazalo

|                                                                                      |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Predgovor.....</b>                                                                | <b>1</b>  |
| <b>1     <b>Maksimalni pretok .....</b></b>                                          | <b>3</b>  |
| 1.1 <b>Modeliranje maksimalnega pretoka dobavnih poti zemeljskega</b>                |           |
| <b>plina do Slovenije z uporabo Ford-Fulkersonovega algoritma.....</b>               | <b>3</b>  |
| 1.1.1    Opis in predstavitev problema .....                                         | 3         |
| 1.1.2    Metodologija .....                                                          | 5         |
| 1.1.3    Predstavitev modela.....                                                    | 5         |
| 1.1.4    Rezultati .....                                                             | 6         |
| 1.1.5    Analiza rezultatov.....                                                     | 6         |
| <b>2     <b>Barvanje grafov.....</b></b>                                             | <b>7</b>  |
| 2.1 <b>Uporaba barvanja grafov za dodeljevanje frekvenc radarjem zračne</b>          |           |
| <b>obrambe .....</b>                                                                 | <b>7</b>  |
| 2.1.1    Opis in predstavitev problema .....                                         | 7         |
| 2.1.2    Metodologija .....                                                          | 8         |
| 2.1.3    Predstavitev modela.....                                                    | 8         |
| 2.1.4    Rezultati .....                                                             | 9         |
| 2.1.5    Analiza rezultatov.....                                                     | 9         |
| 2.2 <b>Načrtovanje dela kemičnega vlaka s pomočjo barvanja grafov.....</b>           | <b>10</b> |
| 2.2.1    Opis in predstavitev problema .....                                         | 10        |
| 2.2.2    Metodologija .....                                                          | 10        |
| 2.2.3    Predstavitev modela.....                                                    | 11        |
| 2.2.4    Rezultati .....                                                             | 12        |
| 2.2.5    Analiza rezultatov.....                                                     | 13        |
| 2.3 <b>Razporejanje vzdrževanja letal s tehniko barvanja grafov .....</b>            | <b>13</b> |
| 2.3.1    Predstavitev problema.....                                                  | 13        |
| 2.3.2    Metodologija .....                                                          | 14        |
| 2.3.3    Predstavitev modela.....                                                    | 15        |
| 2.3.4    Rezultati .....                                                             | 16        |
| 2.3.5    Ugotovitve.....                                                             | 16        |
| 2.4 <b>Optimizacija urnika logističnega kongresa z uporabo barvanja grafov .....</b> | <b>17</b> |
| 2.4.1    Opis in predstavitev problema .....                                         | 17        |
| 2.4.2    Metodologija .....                                                          | 17        |
| 2.4.3    Predstavitev modela.....                                                    | 18        |

|            |                                                                                                          |           |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.4.4      | Rezultati .....                                                                                          | 18        |
| 2.4.5      | Analiza rezultatov.....                                                                                  | 20        |
| <b>2.5</b> | <b>Barvanje grafov pri žrebu skupin za SP v nogometu.....</b>                                            | <b>20</b> |
| 2.5.1      | Opis in predstavitev problema .....                                                                      | 20        |
| 2.5.2      | Predstavitev modela.....                                                                                 | 21        |
| 2.5.3      | Rezultati .....                                                                                          | 22        |
| 2.5.4      | Analiza rezultatov.....                                                                                  | 23        |
| <b>2.6</b> | <b>Problem barvanja v proizvodnji izbranega podjetja .....</b>                                           | <b>23</b> |
| 2.6.1      | Opis in predstavitev problema .....                                                                      | 23        |
| 2.6.2      | Metodologija .....                                                                                       | 24        |
| 2.6.3      | Predstavitev modela.....                                                                                 | 25        |
| 2.6.4      | Rezultati .....                                                                                          | 27        |
| 2.6.5      | Analiza rezultatov.....                                                                                  | 28        |
| <b>3</b>   | <b>Problem trgovskega potnika .....</b>                                                                  | <b>29</b> |
| <b>3.1</b> | <b>Primerjalna analiza: reševanje problema trgovskega potnika z uporabo ArcGIS Pro in NetworkX .....</b> | <b>29</b> |
| 3.1.1      | Opis in predstavitev problema .....                                                                      | 29        |
| 3.1.2      | Predstavitev modela.....                                                                                 | 30        |
| 3.1.3      | Rezultati .....                                                                                          | 31        |
| 3.1.4      | Analiza rezultatov.....                                                                                  | 32        |
| <b>4</b>   | <b>Zaključek.....</b>                                                                                    | <b>33</b> |
|            | <b>Viri in literatura.....</b>                                                                           | <b>35</b> |

# Predgovor

Omrežno modeliranje predstavlja pomembno področje logistike. Določanje maksimalnih kapacitet omrežij, iskanje najkrajših poti in priprava razporedov so le nekateri izmed tipičnih problemov, ki jih lahko razrešujemo z uporabo teorije grafov in optimizacijskih metod.

Pričujoče zbrano gradivo predstavlja referenčne primere seminarских nalog študentov, ki obravnavajo probleme omrežnega modeliranja pri predmetu Kvantitativne metode in modeli v logističnih sistemih v 1. letniku magistrskega študijskega programa Logistika sistemov (s študijskim letom 2027/2028 se predmet preimenuje v Omrežno modeliranje v logističnih sistemih). Študenti pri tem predmetu usvojijo znanje iz področja teorije grafov. V uvodnem delu predmeta študenti spoznajo osnove teorije grafov, Eulerjev in Hamiltonov izrek ter drevesa, kar jim služi za osnovo za drugi del predmeta, ki je usmerjen v praktično razreševanje problemov. Tam se namreč študentje seznani s tipičnimi problemi teorije grafov: problem iskanja najkrajše poti/problem maksimalnega pretoka, barvanje grafov in problem trgovskega potnika. Cilj predmeta je namreč, da so študenti sposobni identificirati probleme omrežnega modeliranja v realnem okolju, ga matematično zapisati, poiskati optimalno rešitev in jo argumentirati. Dano gradivo pa se lahko uporabi kot učni pripomoček tudi pri vseh drugih predmetih, ki v vsebine vključujejo omrežno modeliranje.

Namen publikacije ni podrobna predstavitev matematičnega ozadja, metod modeliranja ali postopkov reševanja v posameznih programskih orodjih. Poudarek je predvsem na predstavitvi problemov iz prakse, dobljenih rešitvah ter interpretaciji in analizi rezultatov. Posamezna poglavja so pripravljena v obliki strnjenih izvlečkov.

Pri vsakem primeru je najprej predstavljen problem in njegovo praktično ozadje, nato matematični model ter ključne ugotovitve, ki izhajajo iz dobljenih rešitev. Zaradi večje preglednosti in primerljivosti med posameznimi primeri niso vključeni podrobni postopki modeliranja, programske implementacije, slike posameznih korakov reševanja ali izpisi programskih orodij. Takšen pristop omogoča, da je pozornost bralca usmerjena predvsem v razumevanje problema, interpretacijo rezultatov in prepoznavanje možnosti uporabe omrežnega modeliranja v praksi.

Zbornik je razdeljen na tri sklope: problem maksimalnega pretoka, problem barvanja grafov in problem trgovskega potnika. Pri problemu maksimalnega pretoka iščemo največjo možno količino pretoka skozi omrežje ob upoštevanju danih kapacitet povezav. Barvanje grafov lahko uporabimo pri različnih problemih razporejanja, pri problemu trgovskega potnika pa iščemo najkrajšo pot, ki povezuje vsa dana vozlišča tako, da vsako vozlišče obiščemo natanko enkrat in se na koncu vrnemo v začetno vozlišče.

Gradivo je namenjen študentom, pedagogom in vsem zainteresiranim bralcem, ki želijo skozi konkretne primere spoznati uporabnost omrežnega modeliranja pri reševanju realnih problemov. Predstavljeni primeri kažejo, da lahko takšni modeli in pristopi pomembno prispevajo k učinkovitejšemu odločanju, boljšemu upravljanju virov ter izboljšanju organizacijskih in logističnih procesov.

# 1 Maksimalni pretok

V nadaljevanju je predstavljen referenčni primer problema maksimalnega pretoka, pripravljen na osnovi seminarske naloge študenta Krištofa Medje. Primer je povzet po dokumentu (Medja, 2026) in je v zbornik vključen kot ilustrativen primer uporabe problema maksimalnega pretoka.

Namen tega prispevka ni podrobna predstavitev metodologije modeliranja in reševanja problema, temveč prikaz zanimivega primera uporabe v praksi. Zato je poudarek na opisu in predstavitvi problema, matematičnem modelu, dobljenih rešitvah ter analizi rezultatov, medtem ko je metodološko ozadje predstavljeno le v osnovnem obsegu.

## 1.1 Modeliranje maksimalnega pretoka dobavnih poti zemeljskega plina do Slovenije z uporabo Ford-Fulkersonovega algoritma

### 1.1.1 Opis in predstavitev problema

Zanesljiva oskrba z energijo je ena izmed ključnih funkcij sodobnih infrastrukturnih sistemov. Zemeljski plin ima pri tem pomembno vlogo, saj se uporablja v gospodinjstvih, industriji in energetiki, njegova dobava pa je odvisna od delovanja obsežnih plinovodnih omrežij. Takšna omrežja sestavljajo plinovodi, plinska polja, procesni obrati, kompresorske in merilne postaje ter sprejemni terminali. Ker imajo posamezni elementi sistema omejene zmogljivosti, lahko v omrežju nastanejo ozka grla, ki omejujejo skupno količino plina, ki jo je mogoče dobaviti do končnih odjemalcev. Plinovodna omrežja je mogoče obravnavati kot grafe s kapacitetami, pri katerih vozlišča predstavljajo izvore, vmesne točke in ponore, povezave pa

plinovode z omejeno pretočno zmogljivostjo. Takšen pristop omogoča uporabo metod teorije grafov, med katerimi je za analizo oskrbne zmogljivosti posebej primerna metoda maksimalnega pretoka. Z njo je mogoče določiti največjo količino plina, ki lahko ob upoštevanju kapacitet posameznih povezav potuje od izvornih vozlišč do končnega ponora (Medja, 2026).

Namen seminarske naloge je bil z uporabo metode maksimalnega pretoka analizirati dobavne smeri zemeljskega plina do Slovenije. V model so bile vključene izbrane dobavne smeri preko avstrijskega, italijanskega, hrvaškega in madžarskega plinovodnega sistema ter ključne vstopne točke v slovenski sistem (Medja, 2026). Slovensko prenosno omrežje prikazuje Slika 1.1 (Agencija za energijo, 2025).



Slika 1.1: Slovensko prenosno omrežje

Vir: Agencija za energijo.

S pomočjo Ford-Fulkersonovega algoritma je bila ocenjena največja možna dobavna zmogljivost obravnavanega omrežja, dodatno pa je bil analiziran vpliv sprememb razpoložljivosti posameznih povezav na zanesljivost oskrbe. Za oceno vpliva posameznih dobavnih smeri na zanesljivost oskrbe Slovenije z zemeljskim plinom je bila izvedena scenarijska analiza. Pri posameznih scenarijih je bila spremenjena razpoložljivost izbranih povezav, kar je bilo v modelu predstavljeno s spremembo kapacitete povezave. Po vsaki spremembi je bil ponovno izveden izračun

maksimalnega pretoka. Analizirani so bili štirje scenariji. Osnovni scenarij je predstavljal obravnavano stanje dobavnih poti brez povezave z Madžarsko. V drugem scenariju je bila vključena povezava z Madžarsko, s čimer je bil analiziran vpliv dodatne dobavne smeri. V tretjem scenariju je bil obravnavan izpad vstopne točke Ceršak pri osnovnem stanju omrežja, v četrtem pa izpad iste vstopne točke ob vključeni povezavi z Madžarsko (Medja, 2026).

### 1.1.2 Metodologija

Analiza oskrbe Slovenije z zemeljskim plinom je bila izvedena z uporabo pristopa pretočnih omrežij, pri katerem je bilo realno infrastrukturno omrežje predstavljeno kot matematični model grafa. Takšen pristop omogoča ocenjevanje razpoložljivih transportnih zmogljivosti ter analizo vpliva sprememb v dobavnih poteh (Medja, 2026).

### 1.1.3 Predstavitev modela

V tej raziskavi so bile dobavne poti zemeljskega plina do Slovenije predstavljene kot usmerjen graf  $G = (V, E)$ , kjer množica vozlišč  $V$  predstavlja vire dobave zemeljskega plina, ključne tranzitne točke in vstopne točke v slovenski plinovodni sistem. Množica povezav  $E$  predstavlja plinovodne povezave med posameznimi vozlišči, preko katerih je možen transport zemeljskega plina do Slovenije. Vsaki povezavi je bila dodeljena kapaciteta  $c$ , ki je določala največji dovoljeni pretok. Kapacitete vstopnih točk so bile določene na podlagi javno dostopnih podatkov, pri večjih evropskih povezavah brez razpoložljivih podatkov pa so bile uporabljene visoke modelne kapacitete, tako da niso omejevale izračuna maksimalnega pretoka (Medja, 2026).

Zaradi večjega števila dobavnih virov je bilo v model dodano navidezno izvorno vozlišče, ki je povezovalo vse vire, ter navidezno ponorno vozlišče, ki je predstavljalo skupno dobavo Sloveniji. S tem je bil sistem pretvorjen v standardni problem maksimalnega pretoka med enim izvorom in enim ponorom. Za izračun največje možne dobave je bil uporabljen Ford-Fulkersonov algoritem v programskem orodju MATLAB. Graf je bil za potrebe izračuna predstavljen s kapacitetno matriko  $C$ , kjer element  $C(i, j)$  predstavlja maksimalno dovoljeno kapaciteto povezave med vozliščema  $i$  in  $j$ . Če neposredna povezava med vozlišči ne obstaja, je vrednost

elementa enaka 0. Rezultat predstavlja največjo teoretično količino zemeljskega plina, ki jo je bilo glede na določene kapacitete povezav mogoče dobaviti Sloveniji po obravnavanih dobavnih poteh (Medja, 2026).

#### **1.1.4 Rezultati**

V osnovnem scenariju brez povezave z Madžarsko je maksimalni pretok znašal 159,55 GWh/dan. Z vključitvijo madžarske povezave se je maksimalni pretok povečal na 197,65 GWh/dan, kar predstavlja povečanje za 23,9 %. Rezultati tako kažejo, da vključitev dodatne dobavne smeri poveča skupno dobavno zmogljivost sistema. Pri izpadu vstopne točke Ceršak se je maksimalni pretok v osnovnem scenariju zmanjšal na 47,05 GWh/dan. Ob vključeni povezavi z Madžarsko pa je bilo mogoče ohraniti višji maksimalni pretok, ki je znašal 85,15 GWh/dan (Medja, 2026).

#### **1.1.5 Analiza rezultatov**

Rezultati kažejo, da obstoječe povezave z Avstrijo, Italijo in Hrvaško zagotavljajo določeno razpršenost dobavnih poti, vendar je omrežje še vedno močno odvisno od posameznih visoko zmogljivih vstopnih točk. To se posebej izrazito pokaže pri izpadu povezave Ceršak, saj preostale povezave sicer omogočajo nadaljevanje dobave, vendar zaradi svojih nižjih zmogljivosti ne morejo v celoti nadomestiti izpada glavne severne dobavne smeri. Pomen povezave z Madžarsko zato ni omejen le na povečanje skupne dobavne zmogljivosti, temveč se kaže predvsem pri zmanjševanju posledic motenj. Dodatna povezava povečuje odpornost omrežja, saj omogoča alternativno dobavno smer in zmanjšuje odvisnost od posamezne kritične povezave. Dodatne povezave omogočajo tudi prerazporeditev pretokov ob nedostopnosti posameznih delov sistema. V obravnavanem primeru povezava z Madžarsko ne odpravi pomena povezave Ceršak, vendar pomembno zmanjša posledice njenega izpada in s tem izboljša odpornost sistema na motnje (Medja, 2026).

## 2 Barvanje grafov

V nadaljevanju so predstavljeni referenčni primeri problema barvanja grafov, povzeti po primerih seminarskih nalog študentov (Rotvajn, 2026; Privšek, 2026; Staroverški, 2026; Kitek, 2025; Suljanović, 2026, Koren et al., 2026) in so v zbornik vključeni kot ilustrativni primeri uporabe barvanja grafov pri reševanju problemov.

Namen tega prispevka ni podrobna predstavitev metodologije modeliranja in reševanja problema, temveč prikaz zanimivega primera uporabe v praksi. Zato je poudarek na opisu in predstavitvi problema, matematičnem modelu, dobljenih rešitvah ter analizi rezultatov, medtem ko je metodološko ozadje predstavljeno le v osnovnem obsegu.

### 2.1 Uporaba barvanja grafov za dodeljevanje frekvenc radarjem zračne obrambe

#### 2.1.1 Opis in predstavitev problema

V seminarski nalogi je bila obravnavana uporaba teorije grafov pri reševanju problema dodeljevanja frekvenc radarjem zračne obrambe. Problem je bil predstavljen kot problem barvanja grafa, pri katerem vozlišča predstavljajo radarje, povezave med njimi pa označujejo možnost elektromagnetnih motenj. Cilj je bil določiti najmanjše število frekvenc, pri katerem povezana radarja ne uporabljata iste frekvence, s čimer je omogočeno delovanje vseh radarjev brez medsebojnih motenj (Rotvajn, 2026).

Radarji imajo namreč pomembno vlogo v sistemih zračne obrambe, saj omogočajo zaznavanje in spremljanje zračnih ciljev. Za njihovo učinkovito in zanesljivo delovanje je treba zagotoviti ustrezno dodelitev frekvenc. Če dva radarja, ki sta v območju medsebojnega vpliva, uporabljata isto frekvenco, lahko pride do elektromagnetnih motenj, kar lahko zmanjša zanesljivost delovanja sistema. Problem dodeljevanja frekvenc je zato mogoče učinkovito obravnavati z uporabo barvanja grafov, pri katerem različne barve predstavljajo različne frekvence (Rotvajn, 2026).

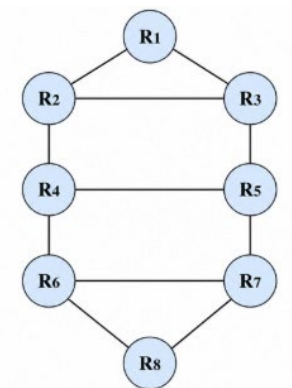
### 2.1.2 Metodologija

Predstavljeni sistem radarjev zračne obrambe je bil predstavljen kot graf, v katerem vozlišča predstavljajo radarje (R1-R8), povezave med njimi pa možnost elektromagnetnih motenj. Na podlagi povezav je bila oblikovana matrika sosednosti, ki je predstavljala vhodne podatke za model barvanja grafa. Za posamezne radarje in frekvence so bile definirane binarne odločitvene spremenljivke, z omejitvami pa je bilo zagotovljeno, da vsak radar uporablja natanko eno frekvenco in da povezana radarja ne uporabljata iste frekvence. Cilj modela je bil določiti najmanjše število potrebnih frekvenc (Rotvajn, 2026).

### 2.1.3 Predstavitev modela

Za prikaz uporabe teorije grafov pri dodeljevanju frekvenc radarjem je bil oblikovan poenostavljen in hipotetičen model sistema zračne obrambe z osmimi radarji. Radarji predstavljajo vozlišča grafa, povezave med njimi pa označujejo pare radarjev, med katerimi lahko pride do elektromagnetnih motenj. Slika 2.1 prikazuje shematski prikaz postavljenega modela, pri tem pa povezana radarja ne smeta uporabljati iste frekvence. Povezave med radarji so bile predstavljene z matriko sosednosti, ki je predstavljala osnovo za nadaljnje modeliranje (Rotvajn, 2026).

Za reševanje problema v programih MS Excel in LINGO je bila grafična predstavitev pretvorjena v računalniško obdeljivo obliko. Na podlagi seznama radarjev in matrike sosednosti so bile definirane binarne odločitvene spremenljivke, ki določajo dodelitev frekvenc posameznim radarjem. Z omejitvami je bilo zagotovljeno, da vsak radar uporablja natanko eno frekvenco in da povezana radarja ne uporabljata iste frekvence. Frekvence so bile obravnavane kot medsebojno enakovredne barve grafa, cilj modela pa je bil minimizirati njihovo število (Rotvajn, 2026).



Slika 2.1: Grafični prikaz modela

Model je bil rešen v programih MS Excel z uporabo dodatka Solver (Reševalnik) in LINGO z metodo celoštevilskega programiranja. Dobljene rešitve so bile primerjane glede na število uporabljenih frekvenc in skladnost rezultatov. Pri interpretaciji rezultatov je treba upoštevati, da je model poenostavljen in hipotetičen. Zaradi nedostopnosti operativnih podatkov so bile povezave med radarji določene na podlagi simuliranega primera, zato rezultati ne predstavljajo dejanskega vojaškega sistema (Rotvajn, 2026).

#### 2.1.4 Rezultati

Rezultati kažejo, da so bile za obravnavani sistem osmih radarjev potrebne najmanj tri frekvence (F1-F3). Tako so bili radarji R2, R5 in R6 dodeljeni frekvenci F1, radarji R1, R4 in R7 frekvenci F2, radarja R3 in R8 pa frekvenci F3. Na podlagi dobljene rešitve je bilo tako mogoče ugotoviti potrebno število frekvenc in določiti njihovo razporeditev med radarji. Dobljena rešitev predstavlja optimalno razporeditev frekvenc (Rotvajn, 2026).

#### 2.1.5 Analiza rezultatov

Namen seminarske naloge je bil prikazati uporabo teorije grafov pri reševanju problema dodeljevanja frekvenc radarjem zračne obrambe. Problem je bil predstavljen kot problem barvanja grafa in rešen z uporabo programov MS Excel in LINGO. Rezultati so pokazali, da so za obravnavani sistem osmih radarjev potrebne tri frekvence. Oba programa sta podala enako optimalno rešitev, kar potrjuje

skladnost dobljenih rezultatov in kaže na ustreznost oblikovanega modela. Obravnavani primer prikazuje uporabnost teorije grafov in optimizacijskih metod pri reševanju problemov dodeljevanja frekvenc (Rotvajn, 2026).

## 2.2 Načrtovanje dela kemičnega vlaka s pomočjo barvanja grafov

### 2.2.1 Opis in predstavitev problema

Vzdrževanje železniške infrastrukture vključuje tudi zatiranje rastja na območju proge. Rastje je treba nadzirati zaradi zagotavljanja preglednosti in varnosti, zmanjševanja požarne ogroženosti, dostopnosti proge ter nemotenega železniškega prometa. Interno navodilo Slovenskih železnic določa, da se plevel in grmovje na progah lahko odstranjujeta ročno, kemično ali fizikalno. Kemično zatiranje zajema gramozno gredo in bankine, pri čemer se širina škropljenja prilagodi dejanskim razmeram na progi. Kemično zatiranje se izvaja s kemičnim vlakom, ki se uvaja kot izredni vlak, zato je njegovo delo treba usklajevati s prometno službo in drugimi pristojnimi službami. Pri načrtovanju dela je treba poleg razpoložljivosti vagonov oziroma garniture upoštevati tudi razpoložljivost usposobljenih delovnih ekip in voznikov tirnih vozil, tehnično opremo garniture, prometne omejitve, možnost dela na elektrificiranih in neelektrificiranih progah, vodovarstvena območja ter vremenske razmere (Privšek, 2026).

V seminarski nalogi je bil obravnavan problem oblikovanja izvedljivega dnevnega razporeda dela štirih kemičnih vagonov na štirih glavnih progah. Konflikt nastane, kadar bi moral biti isti kemični vagon v istem dnevu razporejen na dve različni progi ali kadar bi bila na isti progi hkrati načrtovana dva kemična vagona. Problem je po svoji strukturi podoben šolskemu urniku ali razporejanju predavanj, pri katerem opravi, ki so med seboj v konfliktu, ni mogoče razporediti v isti časovni termin (Privšek, 2026).

### 2.2.2 Metodologija

Metodološki postopek je potekal v več zaporednih korakih. Najprej so bile določene množice kemičnih vagonov, glavnih prog in opravi, ki jih je bilo treba izvesti, nato pa so bile opredeljene omejitve razporejanja. Isti kemični vagon ni smel biti razporejen na dve različni progi v istem dnevu, prav tako na isti glavni progi v istem dnevu ni bilo mogoče načrtovati več kemičnih vagonov. Problem je bil nato

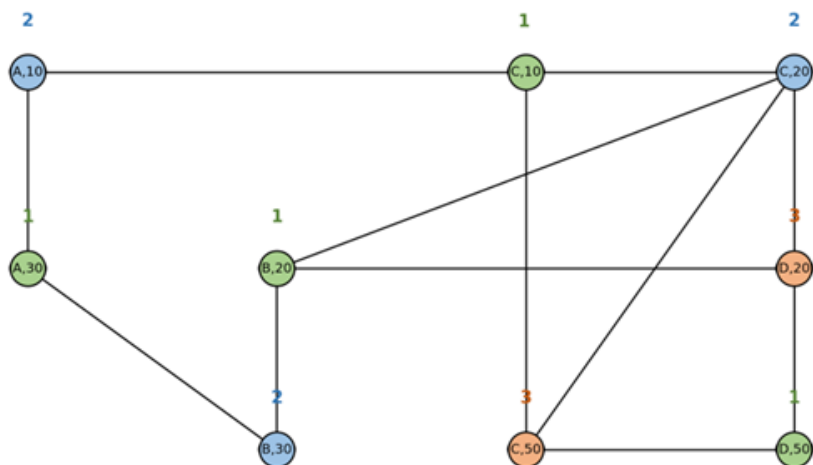
predstavljen z grafom, v katerem je vsako opravilo predstavljalo vozlišče, konflikt med dvema opraviloma pa povezavo (Privšek, 2026).

Z uporabo barvanja grafa so bile vozliščem dodeljene barve, ki so predstavljale dneve izvedbe, pri čemer povezana vozlišča niso smela imeti iste barve. Minimalnost rešitve je bila preverjena z iskanjem struktur v grafu, ki določajo spodnjo mejo potrebnega števila barv oziroma dni. Na koncu je bila izvedena še validacija razporeditve, pri kateri je bilo preverjeno, ali je bil posamezni kemični vagon v posameznem dnevu uporabljen največ enkrat in ali je bila posamezna glavna proga v istem dnevu načrtovana največ enkrat (Privšek, 2026).

### 2.2.3 Predstavitev modela

Za prikaz takšnega razporejanja je bil uporabljen pristop teorije grafov in barvanje vozlišč. Obravnavane so bile štiri glavne proge in štirje kemični vagoni. Vozlišča predstavljajo pare kemični vagon–glavna proga, povezave med njimi pa konflikte. Barve predstavljajo dneve izvedbe, kromatično število grafa pa najmanjše število dni, potrebnih za izvedbo vseh opravil v obravnavanem primeru. V obravnavanem primeru so bile glavne proge označene s številkami 10, 20, 30 in 50, kemični vagoni pa z oznakami A, B, C in D. Kemični vagoni so bili glede na predvidena opravila razporejeni na različne glavne proge. Vagon A je bil predviden za progi 10 in 30, vagon B za progi 20 in 30, vagon C za proge 10, 20 in 50, vagon D pa za progi 20 in 50 (Privšek, 2026).

V matematičnem modelu je bila množica vozlišč konfliktnega grafa definirana kot množica vseh parov  $(X, Y)$ , pri čemer  $X$  predstavlja kemični vagon,  $Y$  pa glavno progo (glej Sliko 2.2). Vsak par predstavlja eno opravilo, ki ga je treba razporediti na določen dan. Povezava med dvema vozliščema je bila določena, kadar pripadajoči opravili zaradi skupnega kemičnega vagona ali skupne glavne proge nista smeli biti izvedeni istega dne. Tako so bila v konfliktni graf vključena vsa opravila, med katerimi obstaja organizacijski, varnostni ali prometni konflikt. Vse organizacijske omejitve so bile izražene z enotnim pravilom barvanja grafa: sosednjih vozlišč ni dovoljeno pobarvati z isto barvo. Barva v tem primeru ne predstavlja fizične barve, temveč časovni termin oziroma dan izvedbe (Privšek, 2026).



Slika 2.2: Konfliktni graf razporejanja kemičnih vagonov po glavnih progah in eno pravilno 3-barvanje

#### 2.2.4 Rezultati

Barvanje grafa je bilo izvedeno tako, da je bilo vsakemu vozlišču dodeljeno ena od treh barv, označenih z 1, 2 in 3. Vozlišča iste barve predstavljajo opravila, ki jih je mogoče izvesti istega dne, pri čemer med njimi ne sme obstajati povezava. Najprej je bila določena spodnja meja potrebnega števila barv. Vozlišča  $(C, 10)$ ,  $(C, 20)$  in  $(C, 50)$  tvorijo kliko velikosti 3, saj se vsa nanašajo na isti kemični vagon C. Prav tako vozlišča  $(B, 20)$ ,  $(C, 20)$  in  $(D, 20)$  tvorijo kliko velikosti 3, saj se vsa nanašajo na isto glavno progo 20. Ker morajo biti vozlišča v kliko pobarvana z različnimi barvami, so za pravilno razporeditev potrebne najmanj tri barve oziroma trije dnevi. Nato je bilo določeno pravilno barvanje s tremi barvami, pri katerem so bila opravila razporejena tako, da med opravili iste barve ni konfliktov (Privšek, 2026).

Ker je bilo dokazano, da so za pravilno barvanje potrebne najmanj tri barve, hkrati pa je bilo mogoče izdelati pravilno barvanje s tremi barvami, je kromatično število obravnavanega konfliktnega grafa enako 3. Za izvedbo vseh obravnavanih opravil so tako potrebni najmanj trije dnevi. Dobljeni razpored je skladen z osnovnimi omejitvami modela. V posameznem dnevu isti kemični vagon ni bil razporejen na več različnih prog, prav tako ista glavna proga ni bila dodeljena več kemičnim vagonom. Metoda barvanja grafov je tako omogočila določitev izvedljivega in

optimalnega tridnevnega razporeda dela kemičnih vagonov (Privšek, 2026). Razpored je prikazan v Tabeli 2.1.

**Tabela 2.1: Razpored kemičnega vlaka**

| Vozlišče | Kemični vagon | Glavna proga | Barva / dan |
|----------|---------------|--------------|-------------|
| (C, 10)  | C             | 10           | 1           |
| (A, 30)  | A             | 30           | 1           |
| (B, 20)  | B             | 20           | 1           |
| (D, 50)  | D             | 50           | 1           |
| (A, 10)  | A             | 10           | 2           |
| (C, 20)  | C             | 20           | 2           |
| (B, 30)  | B             | 30           | 2           |
| (C, 50)  | C             | 50           | 3           |
| (D, 20)  | D             | 20           | 3           |

### 2.2.5 Analiza rezultatov

V seminarski nalogi je bilo prikazano, da je mogoče načrtovanje dela kemičnega vlaka predstaviti kot problem barvanja grafov. Vsako opravilo, določeno s parom kemični vagon–glavna proga, predstavlja vozlišče, povezava med dvema vozliščema pa označuje konflikt, ki nastane, kadar opravili uporabljata isti kemični vagon ali isto glavno progo in ju zato ni mogoče izvesti istega dne. Barve predstavljajo dneve izvedbe. Prednost takšnega pristopa je predvsem v preglednosti modela, saj omogoča preprost prikaz opravil, konfliktov in njihove razporeditve (Privšek, 2026).

Za dejansko uporabo na železniški infrastrukturi bi bilo treba model razširiti z dodatnimi operativnimi podatki in omejitvami, kot so dolžine odsekov, prometna okna, razpoložljivost usposobljenih ekip in voznikov tirnih vozil, vremenski pogoji, polnjenje cistern, vodovarstvena območja ter tehnično stanje opreme. Matematični model zato ne nadomešča izvedbenega načrta, temveč predstavlja njegovo strokovno izhodišče in podporo pri začetnem načrtovanju dela kemičnega vlaka (Privšek, 2026).

## 2.3 Razporejanje vzdrževanja letal s tehniko barvanja grafov

### 2.3.1 Predstavitev problema

Letalski promet je pomemben del sodobnega transportnega sistema, saj omogoča hitro povezovanje ljudi in blaga na daljših razdaljah. Za njegovo varno in zanesljivo delovanje je poleg načrtovanja letov pomembno tudi učinkovito vzdrževanje letal.

V letalskih vzdrževalnih centrih je treba različne preglede, popravila in druga vzdrževalna dela razporediti ob upoštevanju razpoložljivih delavnic, opreme in strokovnega osebja. Ker lahko posamezne aktivnosti zahtevajo iste vire ali se nanašajo na isto letalo, jih ni mogoče izvajati hkrati. Zato je treba oblikovati razpored, ki omogoča izvedbo vseh aktivnosti brez medsebojnih konfliktov (Staroverški, 2026).

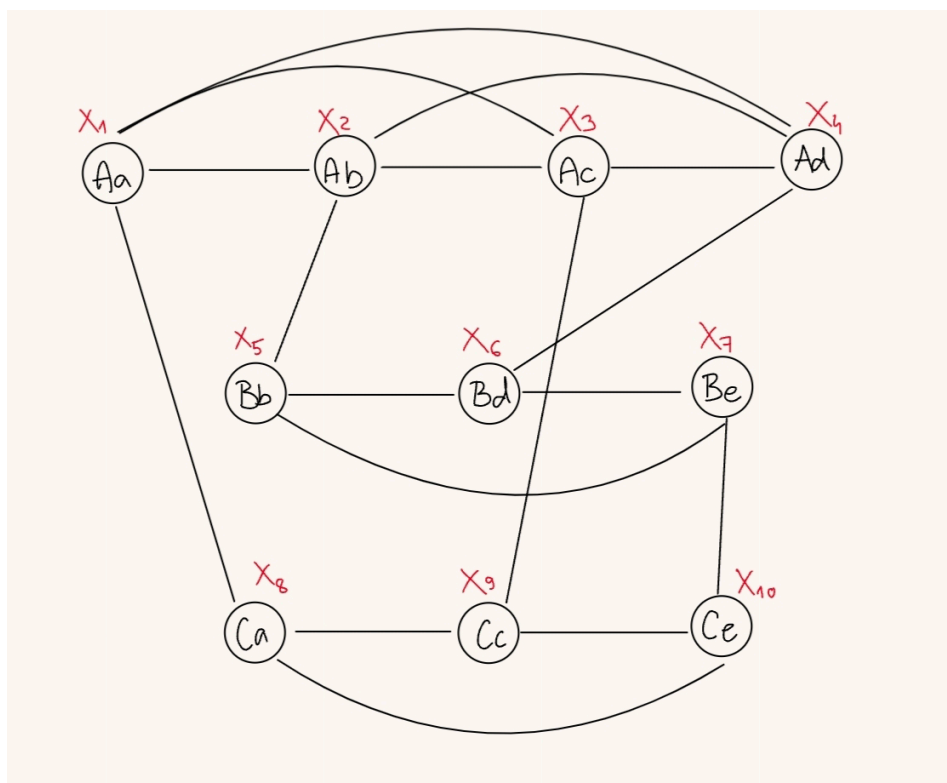
V seminarski nalogi je bil obravnavan primer podjetja Adria Tehnika, ki izvaja vzdrževanje, popravila in obnovo različnih tipov letal. V model so bila vključena tri letala, za katera so bile določene različne vzdrževalne aktivnosti: kleparsko in kompozitno popravilo, ličarska in kabinska dela ter redni servisni pregled. Namen naloge je bil določiti najmanjše število izvedbenih terminov oziroma tednov, v katerih je mogoče izvesti vse aktivnosti brez konfliktov. Cilj je bil določiti pravilno barvanje grafa z najmanjšim številom barv, pri čemer povezana vozlišča ne smejo imeti iste barve (Staroverški, 2026).

### 2.3.2 Metodologija

Problem je bil predstavljen z metodo barvanja grafov, pri kateri vozlišča predstavljajo kombinacije letala in vzdrževalne aktivnosti, povezave pa označujejo konflikte med aktivnostmi. Barve predstavljajo izvedbene termine oziroma tedne. V model so bila vključena tri letala ter njihove vzdrževalne aktivnosti. Skupno je bilo oblikovanih deset vozlišč, ki so predstavljala posamezne aktivnosti. Med dvema vozliščema je bila določena povezava, kadar aktivnosti zaradi uporabe istega letala, delavnice ali drugega vzdrževalnega vira ni bilo mogoče izvesti v istem terminu. Na podlagi tako oblikovanega konfliktnega grafa je bila v programskem okolju MATLAB pripravljena matrika sosednosti. Barvanje grafa je bilo izvedeno z algoritmoma Greedy in Welsh-Powell, s čimer je bilo določeno potrebno število izvedbenih terminov. Pri modeliranju je bila uporabljena predpostavka, da vrstni red posameznih vzdrževalnih aktivnosti ni pomemben. Namen modela je bil določiti razporeditev aktivnosti v termine brez medsebojnih konfliktov, ne pa določiti optimalnega zaporedja popravil na posameznem letalu (Staroverški, 2026).

### 2.3.3 Predstavitev modela

V model so bila vključena tri letala: Airbus A320neo, MHI RJ-CRJ 900 in Bombardier Challenger 605. Glede na predpostavljene vzdrževalne potrebe (pet možnosti za izbiro) je bilo Airbusu A320neo dodeljenih štiri aktivnosti, MHI RJ-CRJ 900 tri in Bombardierju Challenger 605 prav tako tri aktivnosti. Skupno je bilo tako oblikovanih deset vozlišč (glej sliko 2.3). Posamezno vozlišče predstavlja kombinacijo letala (A, B, C) in vzdrževalne aktivnosti (a, b, c, d, e), pri čemer so bila vozlišča označena z oznakami 1 do 10 (Staroverški, 2026).



Slika 2.3: Graf za obravnavani problem

Med vozlišči je bila določena povezava, kadar aktivnosti pripadata istemu letalu ali zahtevata uporabo iste delavnice oziroma vzdrževalnega vira. Takšni aktivnosti predstavljata konflikt in ju zato ni mogoče izvajati v istem terminu. V konfliktni graf, prikazan na Sliki 2.3, so bile tako vključene povezave med vsemi vozlišči, ki

predstavljajo medsebojno nezdružljive aktivnosti. Pri barvanju grafa morajo biti povezana vozlišča obarvana z različnimi barvami, pri čemer posamezna barva predstavlja en izvedbeni termin oziroma teden. Cilj modela je bil zato določiti razporeditev vseh desetih aktivnosti v čim manjše število terminov brez medsebojnih konfliktov (Staroverški, 2026).

### 2.3.4 Rezultati

Rezultati kažejo, da je bilo vseh deset vzdrževalnih aktivnosti mogoče razporediti v štiri izvedbene termine oziroma tedne. Airbus A320neo je bil zaradi največjega obsega aktivnosti vključen v vse štiri tedne, medtem ko so bila vzdrževalna dela na letalih MHI RJ-CRJ 900 in Bombardier Challenger 605 razporejena glede na njihove predvidene aktivnosti. Tako je bilo mogoče vse aktivnosti organizirati v štirih tednih, pri čemer se aktivnosti, predvidene za posamezno letalo, med seboj časovno ne prekrivajo. Prav tako v istem terminu niso bila razporejena opravila, ki bi zahtevala isti vzdrževalni vir. Algoritma Greedy in Welsh-Powell sta za obravnavani primer podala enako rešitev s štirimi barvami oziroma štirimi izvedbenimi termini, kar potrjuje skladnost dobljene razporeditve (Staroverški, 2026). Tedenski razpored je prikazan v Tabeli 2.2.

**Tabela 2.2: Tedenski razpored vzdrževalnih aktivnosti po posameznih letalih**

| Letalo                | 1. teden             | 2. teden             | 3. teden               | 4. teden               |
|-----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|------------------------|
| Airbus A320           | kleparsko popravilo  | kompozitno popravilo | ličarska dela          | kabinska dela          |
| MHI RJ-CRJ            | kompozitno popravilo | kabinska dela        | redni servisni pregled | /                      |
| Bombardier Challenger | ličarska dela        | kleparsko popravilo  | /                      | redni servisni pregled |

### 2.3.5 Ugotovitve

V seminarski nalogi je bil obravnavan problem razporejanja vzdrževalnih aktivnosti v letalskem vzdrževalnem centru na primeru podjetja Adria Tehnika. Namen je bil prikazati uporabo metode barvanja grafov pri načrtovanju izvedbenih terminov ob upoštevanju omejenih virov in konfliktov med aktivnostmi. Oba algoritma sta za obravnavani primer podala enako rešitev s štirimi barvami, kar omogoča razporeditev vseh aktivnosti v štiri tedne brez medsebojnih konfliktov. Rezultati kažejo uporabnost metode barvanja grafov pri poenostavljenem načrtovanju

vzdrževalnih aktivnosti. Metoda omogoča pregleden prikaz konfliktov in njihovo povezavo z izvedbenimi termini ter predstavlja uporabno podporo pri usklajevanju aktivnosti v logističnih in vzdrževalnih procesih z omejenimi viri (Staroverški, 2026).

## 2.4 Optimizacija urnika logističnega kongresa z uporabo barvanja grafov

### 2.4.1 Opis in predstavitev problema

Obravnavan je bil problem učinkovitega razporejanja predavanj na enodnevnem logističnem kongresu. V razpisu je bilo predlaganih 20 tematskih predavanj, razdeljenih v štiri vsebinske sklope: skladiščenje, transport, trajnostna logistika in e-trgovina. Na podlagi interesa udeležencev je bilo v končni program vključenih 13 predavanj. Poleg njih so bile v urnik vključene še tri skupne vsebine – uvodno predavanje, kosilo in zaključno predavanje (Kitek, 2025).

Udeleženci so bili glede na vsebinska zanimanja razdeljeni v šest interesnih skupin. Predavanja, ki jih želi obiskati ista skupina, se zato ne smejo časovno prekrivati. Hkrati so bile na voljo štiri dvorane, kar pomeni, da so lahko v posameznem terminu potekala največ štiri predavanja. Cilj je bil oblikovati čim krajši urnik, ki omogoča izvedbo vseh izbranih predavanj brez časovnih konfliktov in ob upoštevanju prostorske omejitve (Kitek, 2025).

Problem je bil predstavljen kot problem barvanja grafov. Vsako predavanje predstavlja vozlišče, povezava med vozliščema pa označuje konflikt, kadar želi obe predavanji obiskati ista interesna skupina. Barve predstavljajo časovne termine, pri čemer povezana predavanja ne smejo biti razporejena v isti termin. Dodatno je bilo določeno, da so lahko v posameznem terminu največ štiri predavanja (Kitek, 2025).

### 2.4.2 Metodologija

Metodološki postopek je zajemal pripravo vhodnih podatkov, modeliranje problema in preverjanje dobljene rešitve. Na podlagi razpisanih tem in simuliranih prijav je bilo izbranih 13 predavanj, razdeljenih v štiri tematske sklope. Glede na interese šestih ciljnih skupin so bili določeni konflikti med predavanji, pri čemer je povezava predstavljala konflikt, kadar je obe predavanji želela obiskati ista interesna skupina. Tako je bil oblikovan neusmerjeni konfliktni graf. Problem je bil rešen z metodo zaporednega oziroma požrešnega barvanja grafa (algoritem Greedy). Vozlišča so bila

obarvana v vnaprej določenem vrstnem redu, vsakemu vozlišču pa je bila dodeljena najnižja možna barva, ki ni povzročila konflikta z že obarvanimi sosednjimi vozlišči. Pri tem je bila upoštevana tudi omejitev največ štirih predavanj na posamezen termin, kar ustreza številu razpoložljivih dvoran. Na koncu je bila izvedena validacija razporeditve, pri kateri je bilo preverjeno izpolnjevanje vseh omejitev, predvsem glede časovnih konfliktov med predavanji in največjega števila predavanj v posameznem terminu (Kitek, 2025).

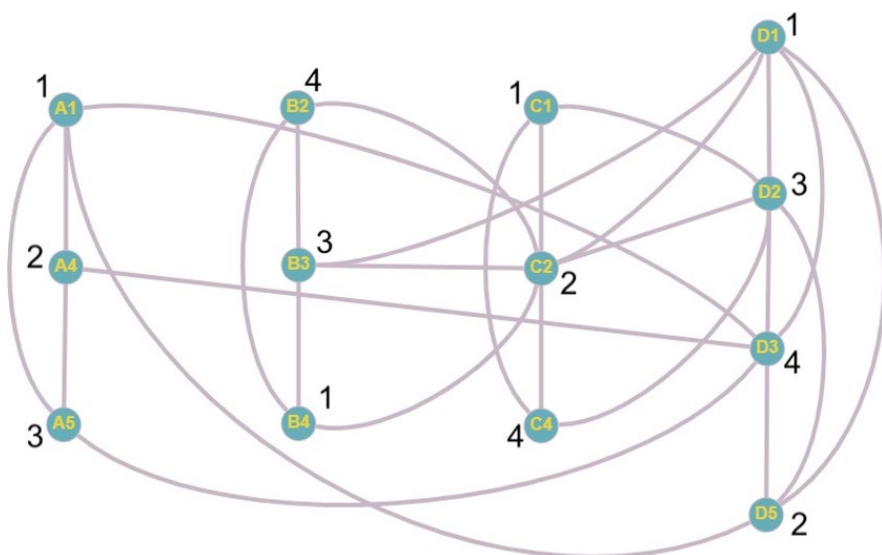
### 2.4.3 Predstavitev modela

Model je temeljil na 13 izbranih tematskih predavanjih, ki so predstavljala vozlišča grafa (glej sliko 2.4). Predavanja so bila označena z oznakami A1–A5, B1–B5, C1–C5 in D1–D5, pri čemer so bile v model vključene le izbrane vsebine. Vozlišča so predstavljala posamezna predavanja, njihova vsebinska pripadnost pa ni predstavljala omejitev pri razporejanju. Na podlagi interesov šestih skupin udeležencev so bile določene povezave med vozlišči. Povezava med dvema predavanjema je predstavljala konflikt, kadar je obe predavanji želela obiskati ista interesna skupina. Takšna predavanja zato niso smela potekati v istem terminu. Predavanja brez skupnega interesa so se lahko izvajala hkrati. Časovni termini so bili predstavljeni z barvami grafa, pri čemer je posamezna barva predstavljala en termin. Dodatno je bila upoštevana omejitev štirih predavalnic, zato je bilo v posameznem terminu mogoče izvesti največ štiri predavanja. Cilj modela je bil določiti najmanjše možno število terminov, v katerih je mogoče izvesti vseh 13 predavanj brez konfliktov in ob upoštevanju razpoložljivih predavalnic (Kitek, 2025).

### 2.4.4 Rezultati

Rezultati postopka zaporednega barvanja z naključno določenim vrstnim redom vozlišč kažejo, da je bilo vseh 13 predavanj mogoče razporediti v štiri časovne termine ob upoštevanju omejitve štirih razpoložljivih dvoran (glej Sliko 2.4). Ker lahko v posameznem terminu potekajo največ štiri predavanja, je štiri termine mogoče določiti kot matematični minimum. V treh terminih bi bilo namreč mogoče izvesti največ 12 predavanj. Dobljena rešitev je zato optimalna z vidika dolžine urnika. Končni urnik je poleg štirih terminov tematskih predavanj vključeval še uvodno in zaključno predavanje ter skupno kosilo. V posameznem terminu so lahko vzporedno potekala največ štiri tematska predavanja, pri čemer med njimi ni bilo

konfliktov glede na interese posameznih skupin. Rezultat prikazuje Slika 2.4 (Kitek, 2025).



Slika 2.4: Rezultat postopka zaporednega barvanja z naključno določenim vrstnim redom obarvanja vozlišč

Dobljeni urnik je omogočil izvedbo vseh 13 predavanj brez konfliktov, tako da je vsaka interesna skupina lahko obiskala vsa predavanja, za katera je izkazala interes. Ker je bilo štiri termine mogoče določiti kot matematično spodnjo mejo, je bila dobljena rešitev optimalna tudi z vidika trajanja urnika. Zaporedno barvanje grafa se je tako izkazalo kot ustrezen pristop za reševanje obravnavanega problema razporejanja (Kitek, 2025). Predlagani urnik kongresa je prikazan v Tabeli 2.3.

Tabela 2.3: Urnik kongresa

| Časovni termin | Aktivnost            | Dvorana 1 | Dvorana 2 | Dvorana 3 | Dvorana 4 |
|----------------|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 09:00 – 9:30   | Uvodno predavanje    |           |           |           |           |
| 9:30 – 10:30   | 1. termin            | A1        | B4        | C1        | D1        |
| 10:30 – 11:30  | 2. termin            | A4        |           | C2        | D5        |
| 11:30 – 13:00  | Skupno kosilo        |           |           |           |           |
| 13:00 – 14:00  | 3. termin            | A5        | B3        |           | D2        |
| 14:00 – 15:00  | 4. termin            |           | B2        | C4        | D3        |
| 15:00 – 15:30  | Zaključno predavanje |           |           |           |           |

### 2.4.5 Analiza rezultatov

Dobljena rešitev s štirimi časovnimi termini je upoštevala prostorsko omejitev štirih razpoložljivih dvoran in omogočila, da je vsaka interesna skupina lahko obiskala vsa zanje pomembna predavanja. Ker je bilo v model vključenih 13 predavanj, v posameznem terminu pa so lahko potekala največ štiri predavanja, so bili za izvedbo potrebni najmanj štirje termini. Dobljena rešitev je bila zato optimalna z vidika dolžine urnika. Rezultat kaže, da lahko metoda zaporednega barvanja grafov tudi brez uporabe zahtevnejših optimizacijskih orodij v ustrezno strukturiranih primerih pripelje do optimalne rešitve. Urnik je zagotavljal časovno in prostorsko usklajeno izvedbo dogodka ter upošteval interese posameznih skupin udeležencev (Kitek, 2025).

V prihodnje bi bilo mogoče model razširiti na kompleksnejše primere z dodatnimi omejitvami, kot so različne dolžine predavanj, kadrovske omejitve, razpoložljivost opreme in različni časovni okviri izvedbe. Takšna nadgradnja bi omogočila podrobnejšo presojo uporabnosti metode barvanja grafov ter njenih prednosti in omejitev pri reševanju zahtevnejših problemov razporejanja (Kitek, 2025).

## 2.5 Barvanje grafov pri žrebu skupin za SP v nogometu

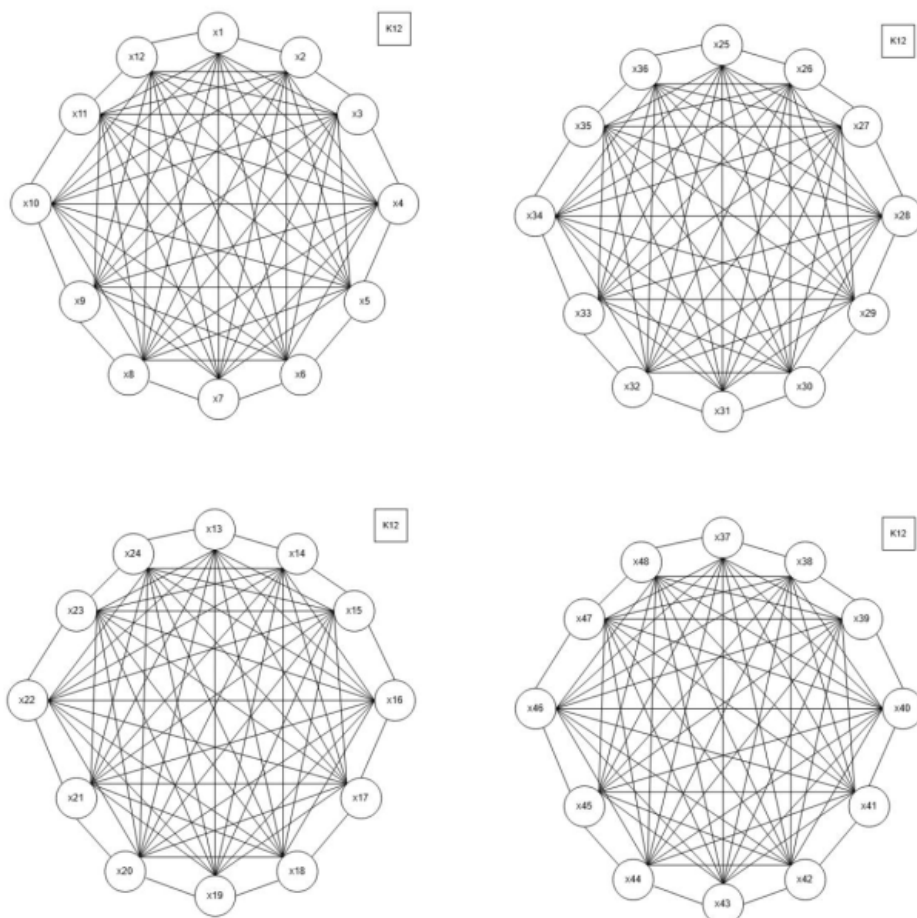
### 2.5.1 Opis in predstavitev problema

Razporejanje ekip ali tekem je pogost problem pri organizaciji športnih tekmovanj. Pri takšnih problemih je treba posamezne elemente razporediti tako, da so pri tem izpolnjene določene omejitve. Podobni problemi se pojavljajo tudi pri izdelavi urnikov, razporejanju izpitov, dodeljevanju terminov in načrtovanju športnih lig. Ena izmed možnih matematičnih predstavitev takšnih problemov je uporaba teorije grafov oziroma barvanja grafov (Suljanović, 2026).

V raziskovalni nalogi je bil žreb skupin za svetovno prvenstvo v nogometu obravnavan kot problem barvanja grafov. Na prvenstvo se je uvrstilo 48 reprezentanc, ki jih je bilo treba razporediti v 12 skupin po štiri reprezentance. Reprezentance so bile predhodno razdeljene v štiri bobne na podlagi Fifine lestvice, pri čemer je bil namen takšne razporeditve oblikovati čim bolj uravnotežene skupine. V obravnavanem modelu je morala vsaka skupina vsebovati natanko eno reprezentanco iz vsakega bobna (Suljanović, 2026).

### 2.5.2 Predstavitev modela

Problem je bil predstavljen kot problem barvanja grafa, v katerem vozlišča predstavljajo posamezne reprezentance, povezave pa označujejo reprezentance, ki ne smejo biti razporejene v isto skupino. Reprezentance iz istega bobna so bile med seboj povezane, saj je bila osnovna omejitev modela, da dve reprezentanci iz istega bobna ne smeta biti dodeljeni isti skupini (glej Sliko 2.5).



Slika 2.4: Shematski prikaz reprezentanc po posameznih bobnih

Barve so predstavljale 12 skupin svetovnega prvenstva, označenih z A do L. Cilj modela je bil določiti veljavno barvanje grafa z 12 barvami, pri katerem povezana vozlišča niso imela iste barve. S tem je bilo zagotovljeno, da je vsaka skupina

vsebovala po eno reprezentanco iz vsakega od štirih bobnov. Za reševanje problema sta bila uporabljena hevristična algoritma Greedy in Welsh-Powell v programskem orodju MATLAB. Za računalniško obravnavo grafa je bila oblikovana matrika sosednosti velikosti  $48 \times 48$ . Vrednost ena je označevala povezavo med reprezentancama, vrednost nič pa odsotnost povezave. Matrika je imela blokovno strukturo, pri kateri so diagonalni bloki predstavljali posamezne bobne, zunaj njih pa so bile vrednosti enake nič. Matrika sosednosti je bila uporabljena kot vhodni podatek za programsko orodje MATLAB, ki je na podlagi povezav določil dovoljene dodelitve reprezentanc skupinam. Dobljene rešitve so bile uporabljene za določitev razporeditve reprezentanc v 12 skupin (Suljanović, 2026).

### 2.5.3 Rezultati

Končna razporeditev reprezentanc je bila pri algoritmihi Greedy in Welsh-Powell enaka. Razlog je v strukturi grafa, saj ima vsako vozlišče enajst povezav, zato imajo vsa vozlišča enako stopnjo. Algoritem Welsh-Powell vozlišča sicer najprej razvrsti glede na njihovo stopnjo, vendar v obravnavanem primeru takšno razvrščanje ne spremeni njihovega vrstnega reda. Posledično sta oba algoritma izvedla enako barvanje grafa in določila enako razporeditev reprezentanc v skupine. Ker so bile reprezentance znotraj posameznega bobna med seboj povezane, je bilo vsaki od 12 reprezentanc v posameznem bobnu dodeljenih vseh 12 različnih barv. Enak vzorec se je tako ponovil pri vseh štirih bobnih. Oba algoritma sta se tako izkazala kot ustrezna za obravnavani primer. Čeprav se razlikujeta v načinu določanja vrstnega reda barvanja, njuna različna pristopa zaradi enake stopnje vseh vozlišč v tem primeru nista vplivala na končni rezultat. Pri grafih z vozlišči različnih stopenj bi lahko algoritem Welsh-Powell zaradi predhodnega razvrščanja vozlišč določil drugačno barvanje kot algoritem Greedy (Suljanović, 2026). Razporeditev reprezentanc je prikazana v Tabeli 2.4.

**Tabela 2.4: Razporeditev reprezentanc po skupinah**

| Skupina/barva | Boben 1   | Boben 2   | Boben 3  | Boben 4           |
|---------------|-----------|-----------|----------|-------------------|
| <b>A</b>      | ZDA       | Hrvaška   | Norveška | Jordanija         |
| <b>B</b>      | Mehika    | Maroko    | Panama   | Zelenortski otoki |
| <b>C</b>      | Kanada    | Kolumbija | Egipt    | Gana              |
| <b>D</b>      | Španija   | Urugvaj   | Alžirija | Curaçao           |
| <b>E</b>      | Argentina | Švica     | Škotska  | Haiti             |
| <b>F</b>      | Francija  | Japonska  | Paragvaj | Nova Zelandija    |

| Skupina/barva | Boben 1     | Boben 2      | Boben 3            | Boben 4              |
|---------------|-------------|--------------|--------------------|----------------------|
| <b>G</b>      | Anglija     | Senegal      | Tunizija           | Češka                |
| <b>H</b>      | Brazilija   | Iran         | Slonokoščena obala | Bosna in Hercegovina |
| <b>I</b>      | Portugalska | Južna Koreja | Uzbekistan         | Turčija              |
| <b>J</b>      | Nizozemska  | Ekvador      | Katar              | Švedska              |
| <b>K</b>      | Belgija     | Avstrija     | Savdska Arabija    | Irak                 |
| <b>L</b>      | Nemčija     | Avstralija   | Južna Afrika       | DR Kongo             |

#### 2.5.4 Analiza rezultatov

Rezultati kažejo, da je izbira hevrstične metode pomembnejša predvsem pri grafih z bolj neenakomerno strukturo. V obravnavanem primeru imajo vsa vozlišča enako stopnjo, zato predhodno razvrščanje vozlišč po stopnji pri algoritmu Welsh-Powell ne vpliva na vrstni red barvanja in posledično tudi ne na končni rezultat. Obravnavani primer tako prikazuje uporabo barvanja grafov pri razporejanju reprezentanc, vendar zaradi zelo urejene strukture grafa ne omogoča izrazite primerjave med uporabljenima hevrstikama. Za realnejšo predstavitev žreba svetovnega prvenstva bi bilo treba model razširiti z dodatnimi omejitvami, kot so pravila glede pripadnosti konfederacijam, geografske in politične omejitve ter druge zahteve, povezane z organizacijo tekmovanja. Dodatne omejitve bi povzročile nastanek novih povezav med vozlišči in s tem neenakomerno stopnjo posameznih vozlišč. V takšnem primeru bi lahko algoritem Welsh-Powell zaradi razvrščanja vozlišč glede na njihovo stopnjo določil drugačen vrstni red barvanja in posledično drugačno razporeditev reprezentanc kot algoritem Greedy (Suljanović, 2026).

Nadaljnje raziskave bi se zato lahko osredotočile na razširitev modela z dodatnimi omejitvami ter ponovno primerjavo obeh hevrstičnih metod. Poleg končne razporeditve bi bilo smiselno preveriti tudi, kako uspešno posamezna metoda poišče dopustno rešitev pri vnaprej določenem številu barv oziroma skupin (Suljanović, 2026).

## 2.6 Problem barvanja v proizvodnji izbranega podjetja

### 2.6.1 Opis in predstavitev problema

V raziskovalni nalogi je bil obravnavan problem razporejanja proizvodnih opravil v manjšem podjetju, ki se ukvarja s CNC-obdelavo kovinskih komponent za industrijske proizvodne linije. Proizvodni proces poteka v CNC-obdelovalni

delavnici z več numerično krmiljenimi stroji, ki lahko z uporabo zamenljivih obdelovalnih glav izvajajo različne proizvodne operacije. Takšna organizacija omogoča prilagodljivo izdelavo raznolikih izdelkov, vendar hkrati povečuje zahtevnost načrtovanja proizvodnje (Koren et al., 2026).

Proizvodna naročila se razlikujejo glede na prioriteto, čas obdelave in zahtevana orodja oziroma obdelovalne glave. Ker lahko več opravil zahteva uporabo istega stroja ali skupnega proizvodnega vira, jih ni mogoče vedno izvajati hkrati. Razporejanje se trenutno izvaja ročno, kar lahko povzroča slabšo izrabo strojev, daljše pripravljalne čase, ozka grla in zamude pri izvedbi naročil. Obravnavani problem zato predstavlja problem razporejanja z omejenimi viri, pri katerem je treba poleg zasedenosti strojev upoštevati tudi razpoložljivost skupnih orodij in tehnološko združljivost posameznih opravil (Koren et al., 2026).

Problem je bil modeliran z uporabo teorije grafov, pri čemer so bila proizvodna opravila predstavljena kot vozlišča, konflikti zaradi skupnih virov pa kot povezave med vozlišči. Z barvanjem grafa je bilo mogoče opravila razporediti v izvedbene skupine oziroma časovne okvire tako, da konfliktna opravila niso bila izvedena hkrati. Za iskanje rešitve je bil uporabljen algoritem naključnega barvanja, njegova uspešnost pa je bila preverjena na konkretnem primeru proizvodnega sistema. Takšen pristop predstavlja osnovo za učinkovitejše razporejanje opravil in boljšo izrabo razpoložljivih proizvodnih virov (Koren et al., 2026).

### 2.6.2 Metodologija

Zastavljeni problem je bil reševan z metodami teorije barvanja grafov, pri čemer je bil namen raziskave preučiti uporabo algoritma naključnega barvanja pri razporejanju proizvodnih opravil v izbranem podjetju. Za učinkovitejšo organizacijo proizvodnje in skrajšanje tehnološkega časa je bilo 30 izdelkov razvrščenih v skupine glede na njihove tehnološke značilnosti. Upoštevani so bili trije kriteriji: premer izdelka, prisotnost utora in potreba po dodatnem struženju po termični obdelavi. Izdelki so bili na podlagi teh značilnosti razporejeni v tri skupine, ki so bile nadalje razdeljene na sedem podskupin, označenih s črkami A do G. Podatki, uporabljeni v raziskavi, so bili pridobljeni iz izbranega podjetja (Koren et al., 2026).

Proizvodni sistem je bil predstavljen z grafom, ki je prikazoval razporeditev strojev in z njimi povezanih komponent. Za oblikovani graf so bile določene njegove osnovne strukturne lastnosti, kot so število vozlišč, število povezav in stopnje posameznih vozlišč. Nato je bil uporabljen algoritem naključnega barvanja, pri katerem so bile vozliščem zaporedno dodeljene naključno izbrane proste barve ob pogoju, da sosednja vozlišča niso smela imeti enake barve. Dobljeno barvanje je predstavljalo razporeditev proizvodnih opravil v skupine brez konfliktov pri uporabi skupnih virov. Po izvedbi algoritma je bila opravljena analiza dobljenega barvanja ter interpretacija rezultatov z vidika organizacije proizvodnega procesa in učinkovitejše uporabe razpoložljivih proizvodnih virov (Koren et al., 2026).

### 2.6.3 Predstavitev modela

Na podlagi podatkov, pridobljenih v izbranem podjetju, je bil proizvodni proces razdeljen na devet glavnih faz, ki so predstavljale zaporedje aktivnosti pri izdelavi obravnavanih izdelkov (glej Sliko 2.6). V model so bile vključene faze od začetne priprave materiala do zaključne kontrole, čiščenja in pakiranja. Posamezne skupine izdelkov niso bile nujno povezane z vsemi fazami, temveč le s tistimi, ki so bile predvidene glede na njihove tehnološke poti (Koren et al., 2026).

Posameznim proizvodnim fazam so bili nato določeni stroji oziroma proizvodni viri. V prvi fazi sta bili vključeni tračni žagi TŽ1 in TŽ2, v drugi univerzalna stružnica US1, v tretji pa univerzalna stružnica US2 in obdelovalni center OC. V četrti in peti fazi so bili vključeni CNC-stroji P1, P2, P3, CTX1 in CTX2, ki so bili uporabljeni tudi v osmi fazi oziroma pri struženju po termični obdelavi. V šesti fazi je bil vključen stroj CNC\_U za izdelavo navoja oziroma utora. Termična obdelava ter zaključna kontrola s čiščenjem in pakiranjem sta bili obravnavani kot ločeni proizvodni fazi (Koren et al., 2026).

Iz osnovnega seznama je bilo izbranih 30 izdelkov, ki so bili na podlagi skupnih tehničnih značilnosti razvrščeni v sedem proizvodnih skupin, označenih z A–G. Pri razvrščanju so bili upoštevani predvsem največji premer in širina izdelka, tip izvrtine ter prisotnost oziroma odsotnost utora za moznik. Za posamezne skupine so bile na podlagi pripadajočih tehnoloških poti in uporabljenih proizvodnih virov določene povezave med opravili oziroma fazami, ki predstavljajo konflikte pri uporabi skupnih virov (Koren et al., 2026).



Na podlagi tako oblikovanega grafičnega modela so bila za proizvodne skupine A–G določena kromatična števila. Pri tem so bile upoštevane faze, v katerih se pojavljajo skupni stroji oziroma drugi proizvodni viri. Kromatično število je predstavljalo najmanjše število barv, potrebnih za razporeditev konfliktnih opravil tako, da opravila, ki uporabljajo isti proizvodni vir, niso bila razporejena v isto skupino (Koren et al., 2026).

Pri interpretaciji rezultatov je bilo upoštevano, da gre za poenostavljen proizvodni model, oblikovan na podlagi 30 izbranih izdelkov in njihove razvrstitve v sedem skupin. Tako oblikovane skupine so bile vezane na obravnavani nabor izdelkov in jih zato ni mogoče obravnavati kot nespremenljive za vse prihodnje proizvodne primere (Koren et al., 2026).

#### 2.6.4 Rezultati

Izhodiščna kromatična števila so bila določena glede na število razpoložljivih strojev oziroma proizvodnih virov v posamezni fazi. Faza 1 je imela kromatično število 2, fazi 2 in 3 po 1, CNC-sklop, ki je vključeval fazi 4 in 5 pa kromatično število 5. Faza 6 je imela kromatično število 1, faza 8 pa 5. Termična obdelava ter zaključna kontrola s čiščenjem in pakiranjem sta bili vključeni v tehnološke poti, vendar nista vplivali na kromatično število na enak način kot faze z obdelovalnimi stroji (Koren et al., 2026).

Končna kromatična števila so se med proizvodnimi skupinami razlikovala glede na njihove tehnološke poti. Skupine A, B in C so imele kromatično število 9 in so sledile osnovni proizvodni poti. Skupini D in E sta imeli kromatično število 10, saj sta poleg osnovne poti vključevali še izdelavo navoja oziroma utora. Skupina G je imela kromatično število 14 zaradi dodatne faze struženja po termični obdelavi, pri kateri so bili ponovno uporabljeni CNC-stroji. Najvišje kromatično število, 15, je imela skupina F, ki je vključevala tako izdelavo utora kot tudi struženje po termični obdelavi (Koren et al., 2026).

Rezultati kažejo, da se kromatično število povečuje z zahtevnostjo tehnološke poti in številom proizvodnih virov, ki jih je treba upoštevati pri razporejanju. Dodatne proizvodne operacije zato povečujejo zahtevnost modela, še posebej kadar zahtevajo ponovno uporabo že zasedenih oziroma omejenih proizvodnih virov (Koren et al., 2026).

### 2.6.5 Analiza rezultatov

Barvanje grafov je bilo uporabljeno za analizo razpoložljivosti in sočasne uporabe proizvodnih virov. Rezultati kažejo, da sta grafični model in kromatično število uporabna za začetno prepoznavanje proizvodnih omejitev in zahtev posameznih tehnoloških poti, vendar sama po sebi ne omogočata celovite optimizacije proizvodnega urnika. Za oblikovanje končnega rasporeda bi bilo treba upoštevati tudi časovne omejitve, zaporedje tehnoloških operacij ter razpoložljivost posameznih strojev in drugih proizvodnih virov (Koren et al., 2026).

V obravnavanem modelu kromatično število tako ni predstavljalo le abstraktne lastnosti grafa, temveč je služilo kot kazalnik zahtevnosti razporejanja glede na vključene proizvodne vire. Višje kromatično število je bilo povezano z zahtevnejšo tehnološko potjo, ki je vključevala več proizvodnih faz oziroma več skupin strojev. Model je tako predstavljal izhodišče za povezovanje problema barvanja grafov s širšim problemom razporejanja proizvodnje (Koren et al., 2026).

# 3 Problem trgovskega potnika

V nadaljevanju je predstavljen referenčni primer problema trgovskega potnika, povzet po primeru seminarske naloge študenta Daniela Hodžića. Primer je povzet po dokumentu (Hodžić, 2026) in je v zbornik vključen kot ilustrativni primeri uporabe problema trgovskega potnika pri reševanju problemom omrežnega modeliranja.

Namen tega prispevka ni podrobna predstavitev metodologije modeliranja in reševanja problema, temveč prikaz zanimivega primera uporabe v praksi. Zato je poudarek na opisu in predstavitvi problema, matematičnem modelu, dobljenih rešitvah ter analizi rezultatov, medtem ko je metodološko ozadje predstavljeno le v osnovnem obsegu.

## 3.1 Primerjalna analiza: reševanje problema trgovskega potnika z uporabo ArcGIS Pro in NetworkX

### 3.1.1 Opis in predstavitev problema

Eksterni materialni tokovi, zlasti distribucija naročil, predstavljajo pomemben delež stroškov oskrbovalnih verig. Zaradi rasti spletnega nakupovanja, cen energentov in stroškov dela se pričakuje njihovo nadaljnje povečevanje, zato optimizacija distribucijskih poti postaja pomemben dejavnik zmanjševanja stroškov in izboljšanja učinkovitosti logističnih procesov. Eden izmed temeljnih problemom pri optimizaciji

distribucijskih poti je problem trgovskega potnika, pri katerem je treba določiti najkrajšo pot, ki obiše vse dane lokacije natanko enkrat in se vrne na izhodiščno točko. Zaradi kombinatorične narave problema postaja iskanje optimalne rešitve z naraščanjem števila lokacij vse zahtevnejše, zato se poleg natančnih metod uporabljajo tudi različni hevristični pristopi, ki omogočajo hitro iskanje približnih rešitev (Hodžić, 2026).

V raziskovalni nalogi sta bila primerjana dva pristopa k reševanju problema trgovskega potnika, in sicer programsko orodje ArcGIS Pro in knjižnica NetworkX. ArcGIS Pro omogoča reševanje problema v okolju geografskega informacijskega sistema z uporabo prostorske analize cestnega omrežja, medtem ko je NetworkX odprtokodna knjižnica za programski jezik Python, namenjena algoritmčni obravnavi omrežij. Cilj raziskave je bil primerjati uporabnost obeh pristopov pri reševanju praktičnega distribucijskega problema ter dobljeni rešitvi ovrednotiti glede na čas, prevoženo razdaljo in stroške (Hodžić, 2026).

### 3.1.2 Predstavitev modela

Raziskava je temeljila na študiji primera reševanja problema trgovskega potnika pri distribuciji naročil na območju Mestne občine Ljubljana. Za obravnavani primer je bilo iz podatkovnega sloja NAVTEQ naključno izbranih 10 dostavnih naslovov, ki so predstavljali vozlišča distribucijskega omrežja (glej sliko 3.1). Za začetno in končno točko poti je bil določen centralni distribucijski center na Letališki cesti 1 v Ljubljani. Distribucija je bila modelirana z enim dostavnim vozilom, cilj pa je bil določiti pot, pri kateri so vsa vozlišča obiskana natanko enkrat, skupna prevožena razdalja, čas in stroški pa čim manjši (Hodžić, 2026).

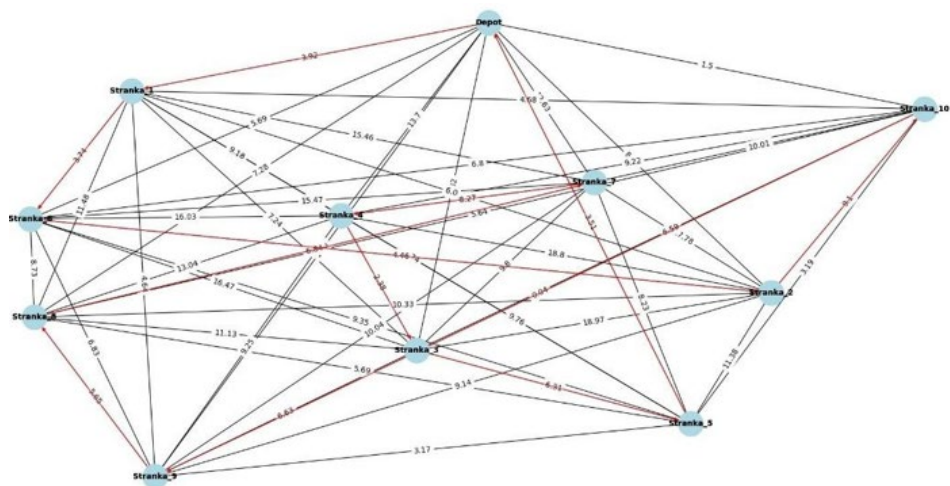
Rešitev problema je bila pripravljena in primerjana v programih ArcGIS Pro in NetworkX. V ArcGIS Pro je bil uporabljen modul Vehicle Routing Problem, ki omogoča modeliranje distribucijskih poti ob upoštevanju cestnega omrežja, prometnih omejitev in drugih nastavitvev. Za izračun stroškov sta bila določena strošek 0,2 EUR na minuto vožnje in 1,5 EUR na prevoženo miljo, upoštevani pa so bili tudi servisni časi pri posameznih dostavah. Pri reševanju z uporabo knjižnice NetworkX v programskem jeziku Python so bile cestne razdalje med lokacijami določene na podlagi koordinat in podatkov OpenStreetMap. Zaradi obravnave distribucije v urbanem območju je bila v modelu NetworkX predpostavljena največja

hitrost 50 km/h, medtem ko je ArcGIS Pro upošteval omejitve hitrosti, povezane s klasifikacijo cest v uporabljenem omrežju (Hodžić, 2026).

V okolju NetworkX je bilo zaporedje obiskov določeno z algoritmom najbližjega sosedu, ki pri vsakem koraku izbere najbližje še neobiskano vozlišče. Na podlagi dobljenega cikla so bili izračunani skupna prevožena razdalja, čas distribucije in stroški. Rešitvi, dobljeni z uporabo ArcGIS Pro in NetworkX, sta bili nato primerjani glede na čas, prevoženo razdaljo in skupne stroške ter z vidika uporabnosti posameznega pristopa pri reševanju praktičnih distribucijskih problemov (Hodžić, 2026).

### 3.1.3 Rezultati

Na podlagi rešitve, pridobljene v programskem orodju ArcGIS Pro, so bili izračunani skupni stroški distribucije, sestavljeni iz časovnih stroškov in stroškov prevožene razdalje. Skupni čas poti je znašal 3 ure in 47 minut oziroma 227 minut. Ob upoštevanju stroška 0,2 EUR na minuto vožnje so časovni stroški znašali 45,40 EUR. Skupna prevožena razdalja je znašala 48 km oziroma 29,83 milje. Pri strošku 1,5 EUR na prevoženo miljo so stroški razdalje znašali 44,75 EUR. Skupni stroški distribucije po rešitvi ArcGIS Pro so tako znašali 90,15 EUR (Hodžić, 2026).



Slika 3.1: Graf obravnavanega problema trgovskega potnika

Za primerjavo je bil problem trgovskega potnika rešen tudi z uporabo knjižnice NetworkX. Rezultati kažejo, da je za izvedbo celotne poti potrebnih 5,52 ure, skupna prevožena razdalja znaša 54,22 km, skupni stroški pa 147,54 EUR. V primerjavi z rešitvijo, pridobljeno v programu ArcGIS Pro, je rešitev NetworkX zahtevala daljši čas poti, večjo prevoženo razdaljo in posledično višje skupne stroške distribucije. Na Sliki 3.1 je z rdečo poudarjena končna rešitev knjižnice NetworkX (Hodžić, 2026).

#### 3.1.4 Analiza rezultatov

Primerjalna analiza rešitev programskega orodja ArcGIS Pro in knjižnice NetworkX je pokazala razlike v njuni uporabnosti pri reševanju problema trgovskega potnika in distribucijskih problemov. V obravnavanem primeru se je rešitev ArcGIS Pro izkazala za ugodnejšo glede časa, prevožene razdalje in skupnih stroškov. Pomembna prednost programskega orodja ArcGIS Pro je tudi integracija prostorske analize in optimizacije poti, saj omogoča vizualizacijo rešitve na realnem zemljevidu ter upoštevanje prostorskih značilnosti in drugih pogojev distribucijskega omrežja. Zaradi tega je posebej primeren za praktične logistične probleme, pri katerih je pomembna neposredna povezava med optimizacijskim modelom in prostorskim okoljem (Hodžić, 2026).

NetworkX ima po drugi strani prednost predvsem v prilagodljivosti, odprtokodni naravi in brezplačni dostopnosti. Omogoča hitro prototipiranje, eksperimentiranje z različnimi algoritmi ter razvoj rešitev za manjše in bolj specifične probleme. Izbira med obema pristopoma je zato odvisna predvsem od namena uporabe. ArcGIS Pro je primernejši za prostorsko podprto reševanje logističnih problemov in delo z realnimi cestnimi omrežji, medtem ko NetworkX predstavlja prilagodljivo okolje za razvoj, prilagajanje in preizkušanje algoritmov za reševanje omrežnih problemov (Hodžić, 2026).

## 4 Zaključek

Predstavljeni zbornik združuje primere uporabe teorije grafov pri reševanju različnih problemov s področja logistike, proizvodnje in omrežne optimizacije. Prikazani primeri obsegajo maksimalni pretok, barvanje grafov in problem trgovskega potnika. Vsak izmed njih predstavlja področje, kjer lahko matematični modeli pomembno prispevajo k učinkovitejšemu odločanju in boljšemu izkoriščanju razpoložljivih virov.

Namen zbornika ni bil podrobno predstaviti postopkov modeliranja in reševanja, temveč skozi izbrane primere prikazati uporabnost pristopov omrežnega modeliranja pri obravnavi realnih problemov. Zato so posamezna poglavja zasnovana kot strnjene izvlečki, ki bralcu omogočajo hitro razumevanje problema, vpogled v matematični model ter pregled ključnih rezultatov in njihovih praktičnih implikacij. Za podrobnejši vpogled v področje teorije grafov, omrežne optimizacije ter v postopke reševanja v posameznih programskih orodjih bralcu predlagamo delo prof. ddr. Janeza Žerovnika (2015)<sup>1</sup>, učbenik prof. dr. Dejana Dragana (2010)<sup>2</sup> ali temeljno gradivo iz področja teorije grafov avtorjev Wilson in Watkins (1997)<sup>3</sup>.

Predstavljeni primeri potrjujejo, da lahko z omrežnim modeliranjem poiščemo maksimalni pretok danega omrežja, določamo razporeditve in iščemo najkrajše poti. Ne glede na različnost obravnavanih problemov je skupna značilnost vseh iskanje

---

<sup>1</sup> Žerovnik, J. (2015). Principi modeliranja v logistiki: e-gradivo za predmet (Nova izd.). Fakulteta za logistiko. <https://fl.um.si/digitalna-knjiznica/e-knjige/>

<sup>2</sup> Dragan, D. (2010). Principi modeliranja v logistiki: visokošolski učbenik. Fakulteta za logistiko Univerza v Mariboru. <https://fl.um.si/digitalna-knjiznica/e-knjige/>

<sup>3</sup> Wilson, R. J. & Watkins, J. J. (1997). Uvod v teorijo grafov. Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije.

optimalne rešitve ob upoštevanju številnih omejitev, s katerimi se organizacije srečujejo v praksi.

Pomembna ugotovitev je tudi, da principi teorije grafov niso zgolj teoretično orodje, temveč predstavljajo učinkovito podporo pri vsakodnevnem odločanju v logističnih sistemih. Uporaba omogoča večjo preglednost odločanja, boljšo izrabo virov, zmanjševanje stroškov in izboljšanje učinkovitosti procesov.

Zbornik tako predstavlja zbirko primerov dobrih praks, ki lahko služi kot učni vir študentom, pomoč pedagogom pri predstavitvi omrežnega modeliranja ter izhodišče vsem, ki jih zanimajo praktične možnosti uporabe omrežnega modeliranja pri reševanju realnih logističnih problemov. Pri tem predstavljeni primeri jasno kažejo, da lahko premišljena uporaba teorije grafov pomembno prispeva h kakovostnejšemu in bolj utemeljenemu sprejemanju odločitev v sodobnem poslovnem okolju.

# Viri in literatura

- Agencija za energijo. (2025). *Slovensko prenosno omrežje*. Pridobljeno 14. septembra 2026, s <https://www.agen-rs.si/izvajalci/plin/prenosno-omrezje/slovensko-prenosno-omrezje>
- Hodžić, D. (2025). *Primerjalna analiza: reševanje problema trgovskega potnika z uporabo ArcGIS Pro in NetworkX* [Seminarska naloga pri predmetu Kvantitativne metode in modeli v logističnih sistemih]. Fakulteta za logistiko, Univerza v Mariboru.
- Kitek, A. (2025). *Optimizacija urnika logističnega kongresa z uporabo barvanja grafov* [Seminarska naloga pri predmetu Kvantitativne metode in modeli v logističnih sistemih]. Fakulteta za logistiko, Univerza v Mariboru.
- Koren, T., Fänrich, G., Zupan, G. & Mlakar, M. (2026). *Problem barvanja v proizvodnji izbranega podjetja* [Seminarska naloga pri predmetu Kvantitativne metode in modeli v logističnih sistemih]. Fakulteta za logistiko, Univerza v Mariboru.
- Medja, K. (2026). *Modeliranje maksimalnega pretoka dobavnih poti zemeljskega plina do Slovenije z uporabo Ford-Fulkersonovega algoritma* [Seminarska naloga pri predmetu Kvantitativne metode in modeli v logističnih sistemih]. Fakulteta za logistiko, Univerza v Mariboru.
- Privšek, P. (2026). *Načrtovanje dela kemičnega vlaka s pomočjo barvanja grafov* [Seminarska naloga pri predmetu Kvantitativne metode in modeli v logističnih sistemih]. Fakulteta za logistiko, Univerza v Mariboru.
- Rotvajn, M. (2026). *Uporaba barvanja grafov za dodeljevanje frekvenc radarjem zračne obrambe* [Seminarska naloga pri predmetu Kvantitativne metode in modeli v logističnih sistemih]. Fakulteta za logistiko, Univerza v Mariboru.
- Staroverški, A. (2026). *Razporejanje vzdrževanja letal s tehniko barvanja grafov* [Seminarska naloga pri predmetu Kvantitativne metode in modeli v logističnih sistemih]. Fakulteta za logistiko, Univerza v Mariboru.
- Suljanović, E. (2026). *Barvanje grafov pri žrebu skupin za SP v nogometu* [Seminarska naloga pri predmetu Kvantitativne metode in modeli v logističnih sistemih]. Fakulteta za logistiko, Univerza v Mariboru.



# PRIMERI SEMINARSKIH NALOG IZ PODROČJA PROBLEMOV OMREŽNEGA MODELIRANJA: ZBRANO GRADIVO

TEA VIZINGER, MARTIN FALE

Univerza v Mariboru, Fakulteta za logistiko, Celje, Slovenija  
tea.vizinger@um.si, martin.fale1@um.si

Publikacija predstavlja zbirko izbranih primerov seminarskih nalog s področja omrežnega modeliranja in teorije grafov, pripravljenih v okviru študija logistike. Obravnava tri temeljne skupine problemov: problem maksimalnega pretoka, problem barvanja grafov in problem trgovskega potnika. Predstavljeni primeri prikazujejo uporabo omrežnih modelov pri reševanju različnih praktičnih izzivov, kot so načrtovanje dobavnih omrežij, razporejanje virov, organizacija proizvodnih in transportnih procesov ter optimizacija distribucijskih poti. Pri vsakem primeru so predstavljeni problem, modeliranje problema, dobljeni rezultati in njihove praktične implikacije. Namen publikacije je prikazati uporabnost teorije grafov in optimizacijskih metod pri podpori odločanju v logističnih sistemih ter spodbuditi razumevanje možnosti njihove uporabe v realnem okolju. Publikacija je namenjena študentom, pedagogom in strokovnjakom, ki jih zanimajo praktične aplikacije omrežnega modeliranja.

DOI  
[https://doi.org/  
10.18690/um.fl.5.2026](https://doi.org/10.18690/um.fl.5.2026)

ISBN  
978-961-299-209-5

**Ključne besede:**  
omrežno modeliranje,  
teorija grafov,  
maksimalni pretok,  
barvanje grafov,  
problem trgovskega  
potnika

DOI  
[https://doi.org/  
10.18690/um.fl.5.2026](https://doi.org/10.18690/um.fl.5.2026)

ISBN  
978-961-299-209-5

**Keywords:**  
network modeling,  
graph theory,  
maximum flow problem,  
graph coloring,  
traveling salesman problem

# PRACTICAL APPLICATIONS OF NETWORK MODELLING: STUDENT SEMINAR PROJECTS

TEA VIZINGER, MARTIN FALE

University of Maribor, University of Maribor, Faculty of Logistics, Celje, Slovenia  
[tea.vizinger@um.si](mailto:tea.vizinger@um.si), [martin.fale1@um.si](mailto:martin.fale1@um.si)

This publication presents a collection of selected student seminar projects in the fields of network modelling and graph theory, developed within logistics education. It covers three fundamental categories of network optimization problems: the maximum flow problem, the graph colouring problem, and the traveling salesman problem. The presented case studies demonstrate the application of network models to various practical challenges, including supply network planning, resource allocation, organization of production and transportation processes, and distribution route optimization. Each case includes a description of the problem, the mathematical model, the obtained results, and their practical implications. The purpose of the publication is to demonstrate the usefulness of graph theory and optimization methods in supporting decision-making within logistics systems and to promote a better understanding of their application in real-world environments. The publication is intended for students, educators, and professionals interested in the practical applications of network modelling.





Univerza v Mariboru

---

Fakulteta za logistiko

