

Peter Dobrila

Dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj



Univerzitetna založba
Univerze v Mariboru



Univerza v Mariboru

Fakulteta za gradbeništvo,
prometno inženirstvo in arhitekturo

Dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj

Avtor

Peter Dobrila

Marec 2024

Naslov <i>Title</i>	Dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj <i>Dimensioning of Reinforced Concrete Structures According to Limit State Design</i>
Avtor <i>Author</i>	Peter Dobrila (Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo)
Recenzija <i>Review</i>	Miroslav Premrov (Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo) Viktor Markelj (Ponting d.o.o.)
Lektoriranje <i>Language editing</i>	Jasmina Vajda Vrhunec
Tehnični uredniki <i>Technical editors</i>	Jan Perša (Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba) Marina Bajić (Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba) Marko Horvat
Oblikovanje ovitka <i>Cover designer</i>	Jan Perša (Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)
Grafične priloge <i>Graphic material</i>	Viri so lastni, razen če ni navedeno drugače. Dobrila (avtor), 2024
Grafike na ovitku <i>Cover graphics</i>	Grayscale photo of concrete building, foto: Osman Rana, Unsplash.com, 2017
Založnik <i>Published by</i>	Univerza v Mariboru Univerzitetna založba Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija https://press.um.si , zalozba@um.si
Izdajatelj <i>Issued by</i>	Univerza v Mariboru Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo Smetanova ulica 17, 2000 Maribor, Slovenija https://fgpa.um.si , fgpa@um.si
Izdaja <i>Edition</i>	Prva izdaja
Vrsta publikacije <i>Publication type</i>	E-knjiga
Dostopno na <i>Available at</i>	http://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/844
Izdano <i>Published at</i>	Maribor, marec 2024



© Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba
/ University of Maribor, University Press

Besedilo / *Text* © Dobrila, 2024

To delo je objavljeno pod licenco Creative Commons Priznanje avtorstva 4.0 Mednarodna. / *This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License.*

Uporabnikom je dovoljeno tako nekomercialno kot tudi komercialno reproduciranje, distribuiranje, dajanje v najem, javna priobčitev in predelava avtorskega dela, pod pogojem, da navedejo avtorja izvirnega dela.

Vsa gradiva tretjih oseb v tej knjigi so objavljena pod licenco Creative Commons, razen če to ni navedeno drugače. Če želite ponovno uporabiti gradivo tretjih oseb, ki ni zajeto v licenci Creative Commons, boste morali pridobiti dovoljenje neposredno od imetnika avtorskih pravic.

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Univerzitetna knjižnica Maribor

624.012.35(075.8) (0.034.2)

DOBRILA, Peter

Dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj
[Elektronski vir] / avtor Peter Dobrila. - 1. izd. - E-publikacija. - Maribor :
Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba, 2024

Način dostopa (URL): <https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/844>

ISBN 978-961-286-833-8

doi: 10.18690/um.fgpa.1.2024

COBISS.SI-ID 186746627

ISBN 978-961-286-833-8 (pdf)
978-961-286-834-5 (trda vezava)

DOI <https://doi.org/10.18690/um.fgpa.1.2024>

Cena Brezplačen izvod
Price

Odgovorna oseba založnika prof. dr. Zdravko Kačič,
For publisher rektor Univerze v Mariboru

Citiranje Dobrila, P. (2023). *Dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po*
Attribution *metodi mejnih stanj*. Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba.
doi: 10.18690/um.fgpa.1.2024

Zahvala

Spoštovani bralci,

V tem učbeniku "Dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj" bi želeli izraziti globoko hvaležnost g. Marku Hrovatu za njegovo neprecenljivo pomoč pri oblikovanju in vnašanju rokopisa v računalniško obliko. Zahvaljujemo se mu za njegovo odlično sodelovanje, ki je pripomoglo h kvaliteti tega učbenika.

Kazalo

1	Uvod v armiranobetonske konstrukcije.....	1
1.1	Uvod.....	1
1.2	Zgodovina armiranega betona.....	2
1.3	Prednosti armiranega betona.....	5
1.4	Pomanjkljivosti armiranega betona.....	5
2	Umetni kamen – beton (concrete)	7
2.1	Uvod.....	7
2.2	Komponente betona.....	8
2.2.1	Cement.....	8
2.2.2	Voda.....	12
2.2.3	Agregat.....	13
2.2.4	Dodatki betona – aditivi.....	16
2.3	Sveži beton in njegov sestav.....	17
2.3.1	Uvod.....	17
2.3.2	Žitkost konsistence svežega betona.....	19
2.3.3	Strjevanje betona.....	20
2.4	Mehanske lastnosti normalnih betonov.....	24
2.4.1	Tlačna trdnost betona – pri kratkotrajni obtežbi.....	24
2.4.2	Določitev karakteristične tlačne trdnosti betona.....	28
2.4.3	Razvoj tlačne trdnosti betona, deklarirane po predpisih.....	33
2.4.4	Tlačna trdnost normalnega betona pri dolgotrajni obtežbi.....	34
2.4.5	Tlačna trdnost normalnega betona pri cikličnih obremenitvah.....	36
2.4.6	Tlačna trdnost betona pri visokih temperaturah.....	38
2.4.7	Tlačna trdnost betona pri nizkih temperaturah.....	40
2.4.8	Tlačna trdnost betona na udar.....	42
2.4.9	Tlačna trdnost betona, pri katerem je onemogočena prečna ekspanzija (confined concrete).....	42
2.4.10	Tlačna trdnost betona, vgrajenega v konstrukcije.....	44
2.4.11	Natezna trdnost betona.....	44
2.4.12	Strižna trdnost normalnega betona.....	49

2.5	Deformacije normalnega betona	50
2.5.1	Modul elastičnosti in strižni modul.....	51
2.5.2	Temperaturni razteznostni koeficient αt in toplotna prevodnost λ normalnih betonov	55
2.5.3	Časovno neodvisne plastične deformacije betona	56
2.6	Časovno odvisne deformacije.....	58
2.6.1	Reologija betona.....	58
2.6.2	Krčenje in nabrekanje betona (shrinkage and swelling)	58
2.6.3	Izračun vrednosti krčenja betona ϵ_s	60
2.6.4	Lezenje betona.....	66
2.7	Kemični učinki na beton.....	87
2.7.1	Korozija betona.....	87
2.7.2	Karbonatizacija betona	88
2.8	Ostale vrste betonov	89
2.8.1	Težki betoni	89
2.8.2	MASS betoni za gradnjo velikih masivnih konstrukcij.....	90
2.8.3	Vlaknasti ali mikroarmirani beton.....	91
2.8.4	Ferocement	92
2.8.5	Lahki betoni za nosilne konstrukcije (light weight concrete).....	95
2.8.5.1	Osnovna dejstva.....	95
2.8.5.2	Presejna krivulja agregatov in sestava komponent lahkega betona.....	97
2.8.5.3	Napetostne trajektorije v lahkem betonu.....	98
2.8.5.4	Tlačne trdnosti lahkih betonov pri trenutni obremenitvi	99
2.8.5.5	Tlačne trdnosti lahkega betona pri trajni obtežbi.....	100
2.8.5.6	Dinamična tlačna trdnost lahkega betona.....	100
2.8.5.7	Delovni diagram ($\sigma - \epsilon$) in modul elastičnosti lahkega betona pri trenutni obremenitvi	102
2.8.5.8	Natezne trdnosti lahkih betonov.....	103
2.8.5.9	Adhezijska (sprijemna) trdnost.....	103
2.8.5.10	Nabrekanje, krčenje in lezenje lahkega betona	104
2.8.5.11	Fizikalne količine lahkega betona, odvisne od temperature in prevoda toplote..	107
2.8.5.12	Korozijska zaščita armature v lahkem betonu	109
2.8.5.13	Ekonomske prednosti in pomanjkljivosti lahkega betona.....	109
2.8.5.14	Pomembni objekti (konstrukcije).....	110
3	Betonsko jeklo – armatura (steel reinforcement)	111
3.1	Uvod.....	111
3.2	Betonsko jeklo – sestava in lastnosti	111
3.3	Vrste in oznake betonskih jekel.....	112
3.4	Mehanske in fizikalne lastnosti armature.....	119

3.4.1	Meja plastičnosti (popuščanja), natezna trdnost, žilavost in duktilnost	119
3.4.2	Projektna natezna trdnost jeklene armature.....	123
3.4.3	Duktilnost betonskega jekla	125
3.4.4	Modul elastičnosti, Poissonov količnik, temperaturni specifični količnik, strižni modul in gostota.....	125
3.4.5	Vpliv visoke temperature na trdnosti betonskega jekla.....	126
3.5	Krivljenje betonskega jekla – armature	128
3.6	Zaščita armature pred korozijo.....	129
4	Armirani beton	133
4.1	Uvod.....	133
4.2	Adhezijska (sprijemna) in izravnna trdnost (nosilnost) normalnega betona	133
4.3	Sodelovanje armature in betona	142
4.3.1	Centrični nateg.....	143
4.3.2	Čisti upogib	149
5	Armirani beton – mejna stanja	159
5.1	Uvod.....	159
5.2	Metoda mejnega stanja nosilnosti (porušitve) – MSN.....	161
5.3	Problem in koncept varnosti inženirskih konstrukcij.....	166
5.4	Faktorji varnosti	167
5.5	Projektiranje armiranobetonskih konstrukcij.....	168
5.5.1	Uvod	168
5.6	Mejno stanje nosilnosti – MSN	169
5.6.1	Uvod	169
5.6.2	Kombinacija vplivov za stalna in spremenljiva projektna stanja	170
5.6.3	Delni faktorji varnosti za materiale.....	174
5.7	Mejno stanje uporabnosti – MSU	174
5.8	Analiza možnih deformacij in pripadajočih tlačnih napetosti betona pri mejnem stanju nosilnosti – MSN.....	179
6	Dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij s centrično natezno osno silo in ekscentrično natezno silo male ekscentritete	185
6.1	Centrični nateg.....	187
6.2	Ekscentrični nateg male ekscentričnosti	188
6.3	Priključek vešalke na nosilec z zanko in preklopom (izvedba armaturnega členka) ..	189

7	Upogib.....	197
7.1	Uvod.....	197
7.2	Teoretične osnove dimenzioniranja armiranobetonskih nosilcev pri upogibni obremenitvi brez osne sile (delovni diagram betona (DDB) – kvadratna parabola + premica).....	201
7.3	Načini dimenzioniranja nosilcev konstantnega prereza	220
7.3.1	Prosto dimenzioniranje.....	220
7.3.2	Vezano dimenzioniranje	221
7.3.3	Vezano dimenzioniranje	221
7.4	Minimalni količnik natezne armature	222
7.5	Maksimalni količnik natezne armature.....	224
7.6	Dvojno armirani prerezi	225
7.7	Ekscentrični nateg in ekscentrični tlak (brez upoštevanje stabilnosti) – enoosni upogib za $C \leq 50/60$	229
7.7.1	Ekscentrični nateg – velika in mala ekscentričnost.....	229
7.7.2	Ekscentrični tlak – velika in mala ekscentričnost.....	230
8	Dimenzioniranje armiranobetonskih elementov na prečno silo	245
8.1	Uvod.....	245
8.2	Dimenzioniranje armiranobetonskih nosilcev s konstantno višino in širino za fazo II	254
8.2.1	Mörschevo paličje	254
8.2.2	Analiza tlačne diagonale.....	257
8.2.3	Analiza natezne diagonale.....	259
8.2.4	Mejna prečna sila, pri kateri doseže beton »poševne« diagonale in natezno trdnost.	261
8.2.5	Minimalni količnik poševne armature ρ_w, min	264
8.2.6	»Stopničenje« vzdolžne natezne armature	265
8.2.7	Določitev območja, do kod mora segati natezna vzdolžna armatura.....	271
8.3	Armiranobetonski nosilci s spremenljivo višino in konstantno širino – faza II..	274
8.3.1	Kritični prerez.....	274
8.3.2	Reducirana prečna sila.....	279
9	Plošče	295
9.1	Definicija osnovne predpostavke »homogenih« plošč	295
9.2	Analiza plošč	297
9.3	Teorija tankih plošč – Kirchoffova teorija plošč (kratek opis).....	299
9.3.1	Pravokotne plošče.....	314
9.3.2	Pravokotne plošče, nosilne v dveh smereh	331

10	Plošče z rebrom –prerezi »T«	353
10.1	Uvod.....	353
10.2	Sodelujoča ali efektivna širina tlačne plošče.....	356
10.3	»Prehod« in sprememba smeri tlačnih napetosti betona iz plošče v rebro.....	359
10.4	Dimenzioniranje prerezov »T«.....	361
10.4.1	Upogib z osno silo.....	361
10.4.2	Diagrami za dimenzioniranje armature pravokotnih prerezov in prerezov »T«..	366
10.4.3	Računski zgled, kjer uporabimo preglednice iz Priročnika za dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj [26].....	373
10.4.4	Računski zgled z uporabo nomogramov Priročnika za dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj [24].....	376
11	Centrični tlak	387
11.1	Uvod.....	387
11.2	Stebri z vzdolžno armaturo in stremenji (enoosno napetostno stanje).....	388
11.3	Običajni načini dimenzioniranja armiranobetonskih elementov, obremenjenih s centrično tlačno silo.....	395
11.4	Stebri, armirani s spiralno armaturo.....	395
11.5	Nosilnost »spiralno« armiranega stebra, obremenjenega s centričnim pritiskom	400
11.5.1	Uvod.....	400
12	Stabilnost tlačnih armiranobetonskih »palic«	411
12.1	Uvod klasična teorija – jeklene konstrukcije.....	411
12.2	Armiranobetonske konstrukcije.....	414
12.2.1	Uvod.....	414
12.2.2	Vplivi na nosilnost oziroma stabilnost tlačnih armiranobetonskih palic.....	418
12.2.3	Parametri določevanja sile hitrosti po EC2.....	422
12.2.4	»Pomičnost« konstrukcij.....	427
12.2.5	Določitev uklonske dolžine.....	429
12.2.6	Limitna (mejna) vitkost.....	431
12.2.7	Določitev ekscentritete zaradi upogiba »e2«.....	433
12.2.8	Izračun momenta MII in popravek rezultatov, dobljenih po teoriji I. reda.....	436
13	Vzvoj ali torzija armiranobetonskih nosilcev (tx, txu, txd).....	441
13.1	Uvod – »trdnost«.....	441
13.2	Glavne napetosti homogenega prereza pri »čisti« torziji.....	445
13.2.1	Faza I – nerazpokan prerez – St. Venantova torzija $FT = 0,0,0, Tx, 0,0T$	445
13.2.2	Faza IIa.....	449
13.2.3	Analiza možnih »predalčij« v vertikalnih in horizontalnih ravninah.....	452

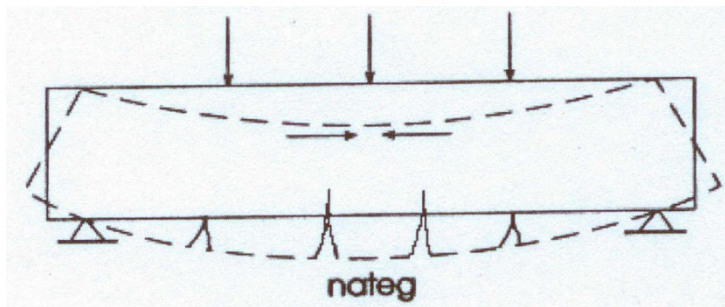
13.3	Dimenzioniranje torzijsko obremenjenih prerezov za mejno stanje nosilnosti – MSN	457
13.3.1	Uvod	457
13.3.2	Analiza napetostnega stanja σ_{cd} in določitev ustreznega mejnega torzijskega momenta TRd, max , ko je izčrpana tlačna nosilnost betona	459
13.3.3	Določitev nateznih sil v vzdolžni in stremenski armaturi ter mejnih torzijskih momentov, ko sta izčrpani vzdolžna in stremenska armatura ($\sigma_{sd} = f_{yd}; \alpha = 90^\circ$)	461
13.3.4	Izračun projektnega torzijskega momenta pri znani vzdolžni in stremenski armaturi	465
13.3.5	Kombinacije obremenitev	466
13.3.6	Razdalje med stremeni pri dvoosnem upogibu in torziji	468
14	Deformacije in razpoke armiranobetonskih konstrukcij.....	475
14.1	Uvod – MSU	475
14.2	Statične količine prereza – nevtralne osi, togosti.....	475
14.3	Povesi armiranobetonskih konstrukcij.....	483
14.3.1	Nosilci konstantnega prereza.....	483
14.3.2	Nosilci nekonstantnega prereza.....	489
14.4	Razpoke	492
14.4.1	Uvod	492
14.4.2	Teoretične osnove izračuna razpok	493

1 Uvod v armiranobetonske konstrukcije

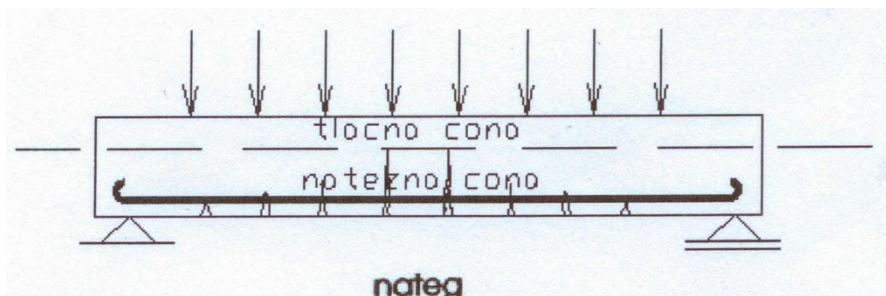
1.1 Uvod

Pod pojmom armirani ali ojačani beton razumemo beton z vgrajenim materialom – betonskim jeklom ali kakršnim koli drugim materialom, kot so azbestna vlakna, bambus, cirkonijevo steklo itd.

Ojačitev betona z armaturo je potrebna, ker beton kljub svoji visoki tlačni trdnosti f_c nima nikakršne sposobnosti prevzemati natezne napetosti oziroma je njegova natezna trdnost f_{ct} izredno nizka (10 % v primerjavi s tlačno trdnostjo). Zato je ojačitev oziroma armatura praviloma v natezni coni, kajti jeklo ima visoko natezno trdnost in je sposobno prevzeti natezne napetosti v nosilcu. V prerezu beton in jeklo statično sodelujeta tako, da beton prevzame tlačne napetosti, jeklo pa natezne. Prikaz delovanja prostoležečega armiranobetonskega nosilca je razviden iz Slika 1.1 in Slika 1.2.



Slika 1.1: Razpoke v nosilcu



Slika 1.2: Jeklene palice v natezni coni

Zaradi povezave med betonom in armaturo ($\epsilon_c - \epsilon_s$) so deformacije med armaturo in obkrožujočim betonom v začetni fazi približno enake. Ker pa beton velikim raztežkom armature ne more povsem slediti, v natezni coni počí. Tako v razpoki prenaša rezultanto natezних napetosti samo armatura. Nearmirani beton se bo zaradi nizkih natezних trdnosti porušil, čeprav mnogo višje tlačne trdnosti še zdaleč niso bile dosežene. Pri zgolj tlačno obremenjenih konstrukcijskih elementih (centrično tlačni stebri) pa armatura njihovo nosilnost na tlak samo še poviša.

1.2 Zgodovina armiranega betona

Beton in malto so pridobivali že Azijci, Hebrejci in Egipčani (pr. n. št.), kasneje stari Grki in Rimljani. Poznali so lastnosti mešanice vulkanskega pepela – pucolana (Pozzuoli – mesto pod vulkanom Vezuvom), pražene gline in apna (CaO). To vezivo so mešali s peskom, drobljeno opeko in vodo ter tako dobili odlično malto. Objekti, grajeni s tovrstno malto, so se obdržali do danes, saj je uporabljena malta še vedno trdna in močna.

Srednji vek je razvoj betona zavrhl in tako so se prve izboljšave znanja o hidravličnih vezivih pojavile šele v 18. stoletju. Prvi portlandski cement je leta 1824 proizvedel Francoz, doma iz Leedsa, Josep Aspdin, pomanjkljivost pa je bila, da ta cement ni bil dovolj pečen. Nato je leta 1845 Angležu Isaacu Johnsonu s pečenjem mešanice gline in lapornatega apnenca, vse do nastanka klinkerja, uspelo dobiti portlandski cement z odličnimi lastnostmi, ki jih poznamo še danes. Barva tega cementa je podobna apnencu iz okolice Portlanda v Angliji, od koder tudi naziv. Približno v tem času je Američan Huatt že opravljal preizkuse na armiranobetonskih nosilcih.

Razvoj armiranega betona se je torej začel kmalu po iznajdbi cementa. Leta 1850 je J. L. Lambot skonstruiral prvi čoln iz jeklene mreže, ki jo je z obeh strani obdelal s cementno malto, debelo nekaj centimetrov. J. Monier, pariški vrtnar, je leta 1861 izdelal in leta 1867 patentiral prve cvetlične lonce z jekleno mrežo. Kasneje je patentiral še nekatere konstrukcije, cevi in mostove, izdelal je tudi prvi večji armiranobetonski rezervoar za vodo s prostornino 130 m³. F. Coignet je leta 1861 podal osnove za gradnjo armiranobetonskih elementov in leta 1867 na pariški svetovni razstavi prikazal armiranobetonske cevi in nosilce. Američan W. E. Ward je leta 1873 prvi zgradil hišo iz armiranega betona, poimenovano »Ward's Castle«, ki stoji še danes.

Patente so odkupili Avstrijci in Nemci. Leta 1860 Nемеc M. Koenen poda prvo metodo izračunavanja armiranobetonskih konstrukcij, kar je v Nemčiji in Avstriji pospešilo gradnjo z armiranim betonom. Velik pomen za razvoj armiranega betona je imel nov sistem rebrastih stropov, ki jih je leta 1892 predstavil francoski inženir F. Hennebique. V tem času je bila tako prvič zgrajena monolitna armiranobetonska konstrukcija, obremenjena z upogibom, kjer je Hennebique uporabil stropno ploščo z rebri, v nosilcih pa stremena. Izdeloval je še armiranobetonske stebre, temelje, podporne zidove in celo armiranobetonske pilote. V tem času se začeta uporabljati Coignetova in de Tedeicova metoda računanja armiranobetonskih konstrukcij po tako imenovani klasični teoriji dopustnih napetosti.

Z vedno višjimi kakovostmi osnovnih materialov so tudi konstruktorji in raziskovalci dosegali vedno boljše rezultate in gradili vedno zahtevnejše konstrukcije. Vodilni raziskovalci s tega področja so v tem času bili Consider in Masnager v Franciji, Mörsch, Empeger in Bach v Nemčiji ter Saliger v Avstriji. Emil Mörsch, profesor na univerzi v Stuttgartu (1916–1948), je podal teorijo o računanju

armiranobetonskih (takrat še železobetonskih) konstrukcij. Pravilen izraz je jeklo-beton (stahlbeton, steel reinforced concrete), saj je armatura iz jekla in ne iz železa.

Zaradi pojava razpok v natezni coni se je razvoj armiranobetonskih konstrukcij upočasnil (tankim razpokam – lasnicam – se dejansko ne moremo izogniti). Zaradi tega je leta 1907 Koenen predlagal konstrukcijo prednapeti, čeprav kot začetnika prednapetih konstrukcij poznamo inženirja Freyssineta, ki je leta 1928 izvedel prvo uporabno prednapeto konstrukcijo na objektih v Le Havru. Prve raziskave so bile pomanjkljive, kajti niso poznali posledic krčenja in lezenja betona ter lezenja armature in jekla, zaradi česar se je skupaj približno 30 % prednapenjalne sile izgubilo. Šele Freysineta se je deloma izognil izgubam s tem, da je uporabil visokovredno jeklo za prednapenjanje in s to rešitvijo zagotovil v betonu dovolj visoke tlačne napetosti.

Na začetku leta 1928 se pojavijo prve tankostenske prostorske armiranobetonske konstrukcije – cilindrične in rotacijske lupine, za katere imata največ zaslug Ellers in Dischinger. V Sovjetski zvezi (SSSR) je bila leta 1936 izdelana nova metoda izračuna armiranega betona, ki je slonela na teoriji porušitve, iz katere se je razvila danes uzakonjena in veljavna teorija mejnih stanj. Začetniki teorije porušitve v Sovjetski zvezi so bili Lolejt, Grozdjev, Stoljareov, Murašev, Pasternak in drugi.

Razvoj armiranega betona je s tem dobil nove razsežnosti in se pravzaprav še do danes ni končal. Pri nas je bila metoda mejnih stanj uzakonjena leta 1987 s Pravilnikom o tehničnih normativih za beton in armirani beton – PBAB (Uradni list SFRJ, št. 11/87) [1], danes dimenzioniramo armiranobetonske konstrukcije po nacionalnem standardu SIST EN 1992-1-1:2005, Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij [2]. S to metodo je konstrukterju omogočena predvsem zanesljivejša presoja varnosti konstrukcije proti porušitvi. Armirani beton je postal gradbeni material, ki ga uporabljamo skoraj na vseh področjih gradbeništva, in sicer za:

- gradnjo cestnih in železniških mostov;
- gradnjo poslovnih in industrijskih objektov;
- hidrotehnične objekte;
- temelje strojev;
- kesone, oporne in podporne zidove;
- dimnike, daljnovode in antenske stebre;

- predore;
- stanovanjsko gradnjo;
- gradnjo zaklonišč in drugih objektov za zaščito.

1.3 Prednosti armiranega betona

Osnovne prednosti armiranega betona so [3]:

- armirani beton je trajni material: beton ščiti armaturno jeklo pred korozijo in s tem poveča trajnost konstrukcije;
- material je odporen proti požaru: praksa je pokazala, da zaščitni sloj betona, debeline 2,5 cm, v požaru s temperaturo okolice 1100 °C zadrži vpliv na jeklo za nekaj ur. Odpornost betona proti požaru je odvisna od uporabljenega agregata. Najboljši agregati v tem primeru so: bazalt, apnenec, diabaz, dolomit in šamot oziroma žindra iz visokih peči. Požarno obstojnost armiranobetonskih konstrukcij določamo s pomočjo veljavnega standarda [2];
- konstrukcija je monolitna: posamezni elementi statično sodelujejo pri prenašanju obtežbe;
- dobro prenaša statične in dinamične obremenitve ter dobro zaduši energijo potresov;
- izdelava teh konstrukcij zahteva običajne gradbene materiale, ki jih imamo na voljo razmeroma dovolj;
- armiranobetonski objekti so higienski, estetski in ekonomični zaradi nizke cene peska, gramoza in betonskega jekla. Ob pravilni izvedbi armiranobetonske konstrukcije ne potrebujejo posebnega vzdrževanja;
- dobro je odporen proti zunanjim vplivom, kot so nevihte, veter, toča itd.;
- v njegovih »vdolbinah« se paraziti ne razmnožujejo;
- ponovna uporaba zdrobljenega betona.

1.4 Pomanjkljivosti armiranega betona

Med pomanjkljivosti armiranega betona spadajo [3]:

- visoka lastna teža;

- oteženo ugotavljanje količine in predvsem kakovosti armature po končanem betoniranju;
- vidne razpoke, ki sicer ne zmanjšajo nosilnosti, kvarijo pa izgled in trajnost objekta;
- stroški za oder in opaž so visoki – to pomanjkljivost lahko deloma odpravimo z montažnimi konstrukcijami;
- armirani beton je težak material, zato je gradnja konstrukcij z večjimi razpetinami otežena – problem delno rešimo z uporabo lahkih betonov in prednapetega betona;
- za izdelavo armiranobetonskih konstrukcij potrebujemo ugodne vremenske razmere. Betoniranje pozimi ($T < 5\text{ }^{\circ}\text{C}$) je neugodno;
- adaptacija in rekonstrukcija teh objektov sta težko izvedljivi in težavni – nekoliko si delo lahko olajšamo z uporabo sodobnih tehnoloških postopkov;
- toplotna in zvočna prevodnost je velika – razmere lahko izboljšamo v kombinaciji z drugimi materiali za zvočno in toplotno izolacijo;
- te objekte je zaradi trajnosti težko odstraniti.

2 Umetni kamen – beton (concrete)

2.1 Uvod

Beton je zmes vode, veziva (cementa) in agregata (drobljenec, gramoz) [3]. K tem osnovnim trem komponentam po potrebi dodajamo aditive, ki povečujejo gostoto – vodotesnost, povečajo luknjičavost (aeranti), upočasnjujejo ali pospešujejo vezanje, ščitijo beton pred kemičnimi vplivi itd. Vezanje – utrjevanje (60–90 %) betona se izvrši v 28 dneh od nastanka sveže mešanice.

Glede na gostoto ločimo:

- težke betone (heavy concret) $\rho > 2,8 \frac{t}{m^3}$
- normalne betone (normal weight concrete) $\rho = 2,0 - 2,8 \frac{t}{m^3}$
- lahke betone (light weight concrete) delimo na:
 - konstrukcijsko lahek beton $\rho = 1,2 - 2,0 \frac{t}{m^3}$
 - lahek beton kot izolator $\rho = 0,7 - 1,6 \frac{t}{m^3}$

Po sestavi ločimo:

- goste betone, ki imajo minimalne praznine med zrni agregata;

- porozne betone, ki imajo veliko poroznost ($\phi_{agr} = 8 - 16 \text{ mm}$).

Pogoj izpolnjenosti betona:

$$\delta = \frac{\rho}{\rho'} < 1 \quad (2.1)$$

ρ ... gostota betona

ρ' ... gostota betona brez odprtín

Poroznost betona:

$$p = 1 - \delta \quad (2.2)$$

Popolnoma zbit beton ima le 1 % por.

Po namenu delimo betone na:

- MASS beton, ki se uporablja za jezove, pregrade, jedrske reaktorje itd.;
- konstrukcijske betone;
- nekonstrukcijske betone (pinobetoni, izolacijski betoni, betonske fasade, zaščitni betoni).

2.2 Komponente betona

2.2.1 Cement

Je hidravlično vezivo, ki bistveno vpliva na kakovost betona, in je sestavljeno iz cementnega klinkerja, sadre in žindre. Cementni klinker pridobivamo z žganjem in mletjem lapornatega apnenca in gline.

Razvrstitev standardnih cementov – normirani cementi (NC)

Normirani cementi lahko vsebujejo največ 0,1 % kloridov in 3,5 % sulfatov. Višji odstotek kloridov predstavlja nevarnost za korozijo jekla. Vse normalne cemente lahko medsebojno mešamo.

Razvrstitev normiranih cementov:

- a) portlandski cement – PC;
- b) hidratijski portlandski cement – HPC: hitrovezoči se cement, ki je sestavljen iz več kot 64 % portlandskega cementa in manj kot 36 % plavžnega peska oziroma žindre. Za armirani in prednapeti beton običajno uporabljamo portlandski in hidratijski portlandski cement s CEM 35. Za gradbene elemente, ki morajo hitro doseči visoke trdnosti, uporabljamo hitrovezoči se cement s CEM 45–55, pri čemer moramo računati na višjo hidratijsko toploto, zaradi česar bodo nastale večje deformacije in pri ohlajanju večje razpoke;
- c) nizkotoplotni portlandski cement – NTPC: vsebuje 15–65 % PC in 85–35 % žindre. Nizkotoplotni portlandski cement uporabljamo za objekte velikih prostornin, da so hidratijska toplota čim nižja, čas strjevanja daljši in krčenje manjše;
- d) tras cement ali pucolanski cement – TC: vsebuje 60–80 % PC in 40–20 % vulkanskega pepela. Tras cement uporabljamo za gradnjo objektov velikih dimenzij, katerih pogoj je, da so dolgo vlažni. Zaradi tega lahko pri nizkih temperaturah voda v betonu zmrzne, kar je škodljivo. Drugače ima manjše krčenje, preprečuje cvetenje betona, ker vsebuje dosti kremena (SiO_2), ki veže »prosti« apnenec, temperature se spreminjajo počasi. Ker je odporen proti kloridom, je primeren za betoniranje v morski vodi.

Razvrstitev in uporaba nestandardnih cementov:

- a) sulfatni cement: izkazuje odpornost betona v primerjavi z agresivno vodo, ima nizko hidratijsko toploto. Ne sme se mešati in uporabljati z drugimi cementi, niti uporabljati za prednapeti beton;
- b) aluminatni cement: ne smemo ga uporabljati za betone nosilnih gradbenih konstrukcij, ker s časom izgubijo 60 % svoje trdnosti. Izkazuje visoko hidratijsko toploto in po 24 urah doseže že $\frac{3}{28}$ -dnevne tlačne trdnosti. Mešanje aluminatnega cementa s portlandskim cementom je zaradi hitrega vezanja prepovedano;
- c) ekspanzivni cement: v betonu povzroča povečanje prostornine in posledično zmanjša krčenje betona.

Sestavine portlandskega cementa ([4]):

Preglednica 2.1: Sestavine portlandskega cementa

Sestavina PC	Kemijski zapis	Odstotek vsebnosti PC (%)
Živo apno	CaO	60–67
Kremen	SiO ₂	14–25
Glinica	Al ₂ O ₃	3–8
Ferioksid	Fe ₂ O ₃	0,5–6
Magnezijev oksid	MgO	0,1–4

Trdnost standardnih cementov

Določimo jo na prizmah ali kockah z dimenzijami 7 cm x 7 cm x 7 cm in jo imenujemo aktivnost cementa (AC) oziroma po novih predpisih CEM, ki predstavlja minimalno tlačno trdnost 28 dni stare prizme – kocke, podane v Preglednica 2.2.

Preglednica 2.2: Tlačne trdnosti in barve cementov

CEM (N/mm ²)	Tlačna trdnost (MPa)			Barva cementov
	min.	maks.	srednja vrednost	
25	25	45	35	vijoličasta
35 S/R	35	55	45	svetlo rjava
45 S/R	45	/	55	zelena
55	55	/	/	rdeča

S ... počasno strjevanje (slow)

N ... normalno strjevanje (normal)

R ... hitro strjevanje (rapid)

Vrste cementov po standardu SIST EN 197-1

Cemente po standardu SIST EN 197-1 označujemo z vrsto glede na sestavine in trdnostni razred. Glede na sestavo jih standard za navadne cemente razvršča v pet vrst:

- CEM I: čisti portlandski cement;
- CEM II: portlandski cement z mineralnimi dodatki;
- CEM III: cement z dodatkom žlindre;
- CEM IV: pucolanski cement;

- CEM V: mešani cement.

Oznaka za navadne cemente je CEM z rimsko številko, ki nam pove osnovno vrsto cementa. Sestava navadnih cementov je v sklopu glavnih sestavin, dodatkov (polnil) in kalcijevega sulfata. Za glavne sestavine štejemo tiste, katerih masni delež cementa presega 5 %. Skupno pa mora biti masni delež dodatkov (polnil) in kalcijevega sulfata nižji od 5 % mase glavnih sestavin (komponent).

A, B in C so oznake za delež dodatka (polnila), iz črk v oklepaju pa je razvidna vrsta dodatka (polnila).

Glavne sestavine cementov CEM z oznakami so podane v spodnji razpredelnici.

Preglednica 2.3: Glavne sestavine cementov CEM z oznakami

Glavne sestavine poleg klinkerja in sadre	Oznaka po standardu SIST EN
Granulirana plavžna žlindra	S
Mikrosilika	D
Pucolan – naravni	P
Pucolan – umetni	Q
Elektrofiltrski pepel – silicijski	V
Elektrofiltrski pepel – kalcijki	W
Žgani skrilavec	T
Apnenec – v odvisnosti od kakovosti	L, LL
Mešani mineralni dodatek	M

Standard SIST EN 197-1 razvršča trdnostni razred (marko cementa, ki mora biti označena) glede na tlačno trdnost po 28 dneh v tri trdnostne razrede:

- 32,5 MPa;
- 42,5 MPa;
- 52,5 MPa.

Hidratacijska toplota

Hidratacijska toplota je tista količina toplote, ki jo cement razvije in odda pri dani temperaturi v določenem času – vezanja.

Količino toplote (J/g cementa) v prvih 72 urah (3 dneh) vezanja pri različnih temperaturah okolice podaja tabela 2.4.

Preglednica 2.4: Količina sproščene hidratacijske toplote glede na temperaturo okolice

Cement	Hidratacijska toplota (J/g)			
	Temperatura okolice			
	4 °C	24 °C	32 °C	41 °C
CEM 25 – 35S	108	190	195	214
CEM 35R – 45S	154	285	309	335
CEM 45R – 55	221	348	357	390

Hidratacijska toplota cementa po 1–28 dneh vezanja pri temperaturi okolice 24 °C je podana v tabeli 2.4.

Preglednica 2.5: Količina sproščene hidratacijske toplote pri temperaturi okolice 20 °C

Cement	Hidratacijska toplota (J/g)			
	Dnevi			
	1. dan	3. dan	7. dan	28. dan
CEM 25 – 35S	60–170	125–250	150–300	210–380
CEM 35R – 45S	125–210	210–340	275–380	300–420
CEM 45R – 55	210–275	300–360	340–380	380–420

Cemente s hitrejšo utrditvijo (R) uporabljamo, ko moramo armiranobetonski element »hitro« razopaziti za predčasno prednapenjanje ojačanih konstrukcij in pri betoniranju ob nizkih temperaturah. Cement, ki se utrdi počasi (S), uporabimo za betone velikih prostornin – MASS betone.

2.2.2 Voda

Za armirani beton uporabljamo »naravno« vodo, na primer deževnico, podtalnico, čisto močvirsko vodo ali barjansko vodo, skratka tekočo vodo, ki ni onesnažena z industrijskimi odplakami. Vode z dodatki maščob, olj ali sladkorja ne smemo uporabljati. Morska voda zaradi visoke vsebnosti kloridov ni dovoljena za izdelavo armiranega betona.

2.2.3 Agregat

Za armirani beton uporabljamo naravni ali umetni agregat, ki mora biti čist, brez primesi humusa ali ilovice, z manj kot 0,02 % kloridov in manj kot 0,01 % sulfatov. Ne sme vsebovati sladkorja, ker preprečuje utrditev cementnega gela.

Naravni agregat predstavlja rečni pesek in gramoz, ki ima običajno okroglo in gladko površino, zaradi česar beton lažje mešamo. Uporabimo lahko tudi lomljenec iz kamnolomov, ki poveša natezno trdnost betona in ga uporabljamo za normalni beton. Plovec in lava sta naravna agregata, ki ju uporabimo za lahke betone. Gramoz iz barita in magnetita uporabljamo za težke betone (jedrski reaktorji). Umetni agregat predstavljajo stiropor in razna umetna vlakna (vlaknasti beton in žindra iz visokih peči).

Fizikalne lastnosti agregata, ki ga uporabljamo za izdelavo normalnih betonov, so podane v spodnji preglednici.

Preglednica 2.6: Fizikalne lastnosti agregatov za betone

Agregat	Gostota (g)	Higroskopičnost	Tlačna trdnost	Modul elastičnosti	Temperatura raztez. koef.
	t/m ³	Utežni %	N/mm ²	N/mm ² x10 ⁴	1/K x 10 ⁻⁶
Granit	2,6–2,8	0,2–0,5	160–210	3,8–7,6	7,4
Diorit	2,8–3	0,2–0,4	170–300	5–6	6,5
Kremen, porfir	2,55–2,8	0,2–0,7	180–300	2,5–6,5	7,4
Gosti apnenec	2,7–2,85	0,1–0,6	80–180	8,16	5–11,5
Žindra iz visokih peči	2,5–3	0,4–5	80–240	3,37	5,5

Presejne krivulje

Količino agregata posameznih frakcij nam podajajo presejne krivulje, ki so konstruirane na maksimalno velikost zrna agregata. Tako poznamo krivulje z ozirom na naslednje maksimalne premere zrna agregata:

– $\phi_{max} = 8 \text{ mm}$;

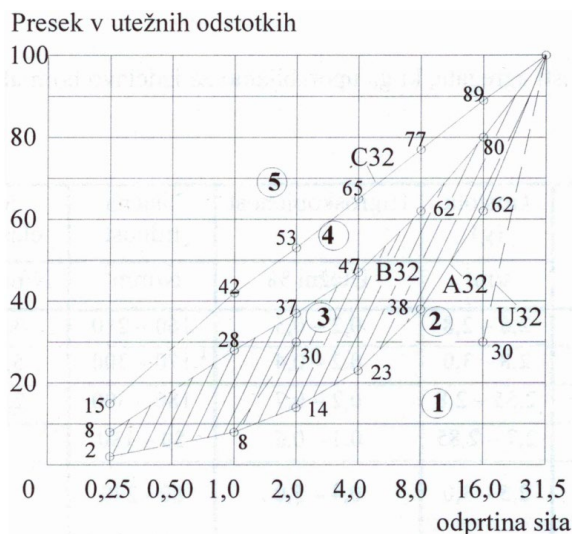
- $\phi_{max} = 16 \text{ mm}$;
- $\phi_{max} = 32 \text{ mm}$;
- $\phi_{max} = 64 \text{ mm}$.

Na presejni krivulji so na abscisi podane odprtine sit od 0,25 mm do ϕ_{max} , na ordinati pa je presevek v utežnih odstotkih (Slika 2.1). Utežni odstotek posameznih frakcij mora biti praviloma tak, da bo beton dosegel optimalne tlačne trdnosti pri najmanjši porabi cementa in vode.

Presejna krivulja vgrajenega agregata se praviloma nahaja med krivuljama A in B. Lahko uporabimo tudi območje, ki sega do krivulje C (Slika 2.1). Predvsem moramo biti pozorni na količino frakcij pod 4 mm, ki ne smejo presežati 35 utežnih odstotkov.

Mnogo drobnih frakcij ima veliko površino, kar zahteva večjo porabo cementa in vode, zaradi česar se pojavi večje krčenje betona in posledično nastanejo razpoke.

Analiza presejnih krivulj je podana za agregat z maksimalnim zrnom 32 mm (Slika 2.1).



Slika 2.1: Presejna krivulja z maksimalnim zrnom 32 mm

Pomen območij:

- območje 1: neugodno, ker težko vgradimo beton (mnogo debelih zrn – manjša poraba vode in cementa);
- območje 2: predstavlja izpad zrn od $\phi > 2 \text{ mm}$ do $\phi 16 \text{ mm}$;
- območje 3: zelo ugodno;
- območje 4: je uporabno, vendar zahteva več vode in cementa;
- območje 5: že neugodno področje, saj zahteva veliko vode.

Pomen krivulj:

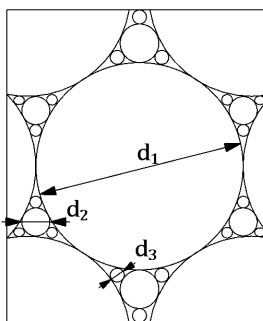
- A (najnižja): krivulja z malo količino drobnega agregata in več debelih frakcij;
- B (vmesna): krivulja z veliko količino drobnega agregata in manj debelih frakcij;
- med krivuljama A in B naj se nahaja presejna krivulja agregata;
- C (najvišja): krivulja, ki je presejna krivulja naj ne presega;
- U: poligonalna premica, ki nas opozarja, da so zrna od $\phi 0,25 \text{ mm}$ do $\phi 2 \text{ mm}$ ugodno zastopana, manjkajo zrna od $\phi 2 \text{ mm}$ do $\phi 6 \text{ mm}$, več pa je debelih zrn nad $\phi 16 \text{ mm}$, ki jih je lahko tudi do 70 %, merjeno v razmerju tež (nadalje utežni odstotki). Če bi sledili krivulji A, bi jih bilo le 38 %. S tem lahko dosežemo višjo trdnost betona, možna je tudi dobra zatesnjenost por, medtem ko je poraba cementa zaradi več debelih zrn manjša.

Analiza utežnih odstotkov posameznih frakcij za krivulji A32 in B32 je prikazana v Preglednica 2.7.

Preglednica 2.7: Utežni odstotki posameznih frakcij agregata

ϕ mm	Δ utežni odstotek krivulje A	Δ utežni odstotek krivulje B
0,25–1 mm	6 %	20 %
1–2 mm	6 %	9 %
2–4 mm	9 %	10 %
4–8 mm	15 %	15 %
8–16 mm	24 %	18 %
16–31,5 mm	38 %	20 %
	$\Sigma = 98 \%$ (2 % mulja)	$\Sigma = 92 \%$ (8 % mulja, delcev pod 0,25 mm)

Položaj zrn v betonu za presežno krivuljo U (Slika 2.1) prikazuje spodnja slika.



Slika 2.2: Položaj zrn v betonu za presežno krivuljo U [5]

d_1 ... debela zrna

d_2 ... $0,156d_1 \approx 1/7d_1$ – srednje debela zrna

d_3 ... $1/7d_2$ – drobna zrna

2.2.4 Dodatki betona – aditivi

Dodatki ali aditivi za beton in malto vplivajo na fizikalne in kemijske lastnosti betona. Njihova količina je zelo omejena, saj ne sme presegati 50 g oziroma 50 cm^3 na kg cementa in 20 g oziroma 20 cm^3 na kg cementa za prednapeti beton. Za nekatere betone so lahko zelo koristni, za druge škodljivi, zato moramo biti pri njihovi uporabi silno previdni. Ne smemo uporabljati dodatkov, ki jih pred uporabo nismo preverili. Lastnosti dodatkov so potrjene s certifikati.

Ločimo naslednje dodatke:

- plastifikatorji betona: tekočina, s katero izboljšamo obdelavo betona, povečuje tlačno trdnost, s čimer se lahko ustrezno zmanjša poraba vode;
- zaviralci strjevanja oziroma retardenti: zadržujejo začetek utrjevanja za 3–8 ur in se uporabljajo pri betoniranju velikih površin, da se posamezni deli med seboj dobro povežejo;
- aeranti: povečajo nastanek drobnih por, s čimer se zmanjša nevarnost zmrzovanja, vendar istočasno pade tlačna trdnost betona. Lezenje betona se poveča. Poroznost betona naj ne bi presegla 3–5 % maksimalnih zrn agregata;

- aditivi za vodotesnost betona: dodatki, ki povečajo vodotesnost betona. Zaradi tega dodatka (γ -cementol) se zniža tlačna trdnost betona. Zato je koristneje oziroma bolje uporabiti dobro mešanico agregata (glej presejne krivulje) in ustrezno količino cementsa. Z neprimerno mešanico agregata in mešanjem betona ne pomagajo nikakršni dodatki za vodotesnost. Za ustrezno presejno krivuljo se priporočajo določene količine cementsa. Priporočene količine cementsa za območje 3 v presejnih krivuljah so podane v naslednji preglednici.

Preglednica 2.8: Priporočene količine cementsa glede na premer zrna agregata [5]

$\phi_{max}^{agr} = 8 \text{ mm}$	480 kg/m ³
$\phi_{max}^{agr} = 16 \text{ mm}$	400 kg/m ³
$\phi_{max}^{agr} = 31,5 \text{ mm}$	350 kg/m ³

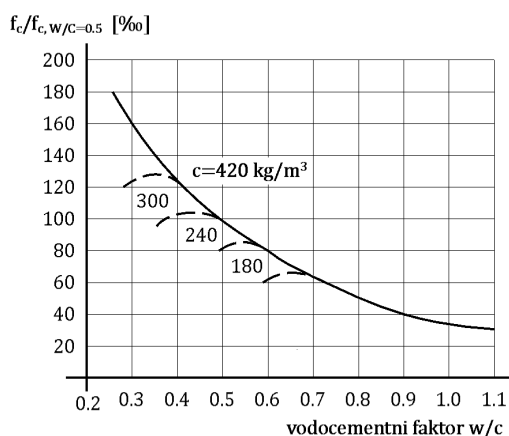
- pospeševalci strjevanja: uporabimo jih v primeru bližajočih se nizkih temperatur, ker pa znižujejo tlačno trdnost betona, je bolje uporabiti hidratacijski portlandski cement – HPC;
- stabilizatorji: zmanjšujejo sedimentacijo oziroma segregacijo in izboljšujejo zmožnost zadrževanja vode v betonu;
- antifrizi: kot dodatki za znižanje zmrzišča vode v betonu, na primer α -cementol, ki pa je zaradi negativnega učinka na armaturo (uničuje jo zaradi velike vsebnosti kloridov) prepovedan. Bolj priporočljivo je greti agregat in vodo ter sveži beton pokriti oziroma zaščititi, da temperatura ne pade pod +10 °C ali +15 °C, ali uporabiti hidratacijski portlandski cement.

2.3 Sveži beton in njegov sestav

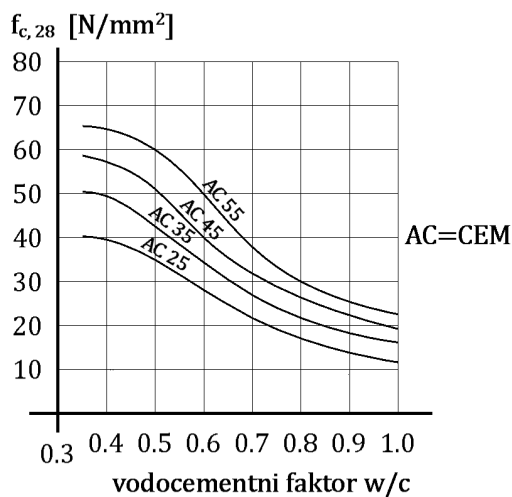
2.3.1 Uvod

Vgradljivost svežega betona in tlačna trdnost vezanega – strnjenegega betona sta pomembni lastnosti betona, odvisni od količine cementsa in vode. Razmerje med vodo in cementom imenujemo vodocementni faktor (w/c). Za doseganje ustrezne konsistence (od K_1 do K_4) svežega betona pri maksimalnem zrnu agregata in ugodni presejni krivulji moramo uporabiti od 140 kg do 380 kg cementsa na kubični meter betona. Pri hidrataciji cementsa se za kemično vezanje porabi 24 % vode napram teži cementsa ($w/c = 0,24$). Za popolno hidratacijo cementsa za kemično vezanje –

strjevanje potrebujemo 36–42 % vode napram teži cementa ($w/c = 0,24$). Potrošnja vode raste sorazmerno z drobnostjo mletja cementa in višjo količino drobnih zrn agregata ter pada z večjo vlažnostjo agregata. Del kemično nevezane vode izpari glede na klimatske razmere v okolici, kar povzroča krčenje betona in posledično njegovo razpokanost. Višji kot je w/c , večja sta krčenje in lezenje betona, medtem ko tlačna trdnost betona pada, kar prikazujeta Slika 2.3 in Slika 2.4, ki sta konstruirani za idealno presejno krivuljo agregata.



Slika 2.3: Vpliv w/c na tlačno trdnost betona pri uporabi različnih količin cementa [5]



Slika 2.4: Vpliv w/c na tlačno trdnost 28 dni stare betonske kocke pri uporabi različnih vrst cementa [5]

Da omejimo korozijo armature, mora biti w/c omejen z naslednjima vrednostma:

- w/c < 0,65 pri CEM 25 (CEM = AC ... aktivnost cementa);
- w/c < 0,75 pri ostalih CEM.

Nižji kot je w/c, težje je sveži beton vgradljiv, zato ga moramo vibrirati, s čimer dosežemo višjo gostoto in tesnost betona.

Za dosego ustrezne konsistence svežega betona pri maksimalnem zrnju agregata in ugodni presejni krivulji moramo uporabiti 140–380 kg cementa/m³ betona.

2.3.2 Žitkost konsistence svežega betona

Poleg gostote (ρ) je pomembna lastnost svežega betona konsistenca, ki igra pomembno vlogo pri vgradnji betona. Poznamo štiri razrede žitkosti, ki so navedeni v Preglednica 2.9.

Preglednica 2.9: Razredi žitkosti svežega betona

	Konsistenca	Stopnje	Posed	Razlez	Posed pri vibriranju (v)
K1	trdoplastična – zemeljsko vlažna konsistenca	> 11	0	/	1,45–1,26
K2	srednjeplastična konsistenca	5–10	2–5	do 40	1,24–1,11
K3	mehkoplastična konsistenca	2–4	6–10	40–50	1,1–1,04
K4	tekoča – kašasta konsistenca	< 1	11–18	50–65	do 1,03 – drezanje, ne vibriranje

v ... razmerje med vloženo višino betona v prizmatični škatli v primerjavi z višini betona po vibriranju ali nabijanju

Za konsistenci K3 in K4 velja, da beton komprimiramo z drezanjem, ne pa vibriranjem.

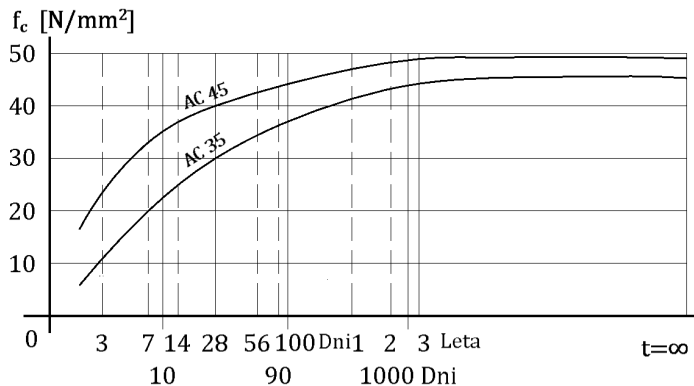
Standard SIST EN 1992 navaja za nearmirani, armirani, prednapeti in vodoneprepustni beton maksimalne in minimalne faktorje w/c, minimalne količine cementa in vrste cementov v odvisnosti od pogojev okolja. Prikazuje jih Preglednica 2.10.

Preglednica 2.10: Minimalne vrednosti w/c in maksimalne vrednosti količin cementsa

Okoljski razredi	1 – suho okolje	2 – vlažno okolje		3 – megleno, vlažno okolje	4 – obmorska območja		5 – področja agresivnih kemikalij		
		a – brez zmrzali	b – z zmrzaljo		a – brez zmrzali	b – z zmrzaljo	a – slab kem. vpliv	b – pretežni kem. vpliv	c – močan kem. vpliv
Maks. w/c									
Nearmirani beton		0,7	0,55	0,5	0,55	0,5	0,55	0,5	0,45
Armirani beton	0,65	0,6							
Prednapeti beton	0,6	0,6							
Min. količina cementsa $[\text{kg}/\text{m}^3]$									
Nearmirani beton	150	200	200	300	300	300	200	300	300
Armirani beton	260	280	280				280		
Prednapeti beton	300	300	300				300		
Za nearmirani in armirani beton zahtevana vrsta cementsa							Cementi, ki so dobro odporni napram sulfatom, če je količina sulfatov večja od 500 mg/kg v vodi in večja od 3000 mg/kg v tleh		

2.3.3 Strjevanje betona

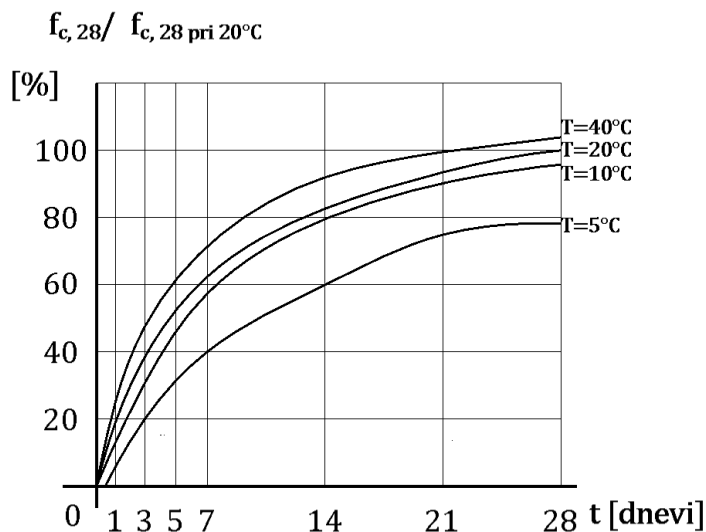
Na strjevanje in strditev betona vplivata vrsta cementsa AC = CEM in temperatura okolice oziroma betona. Trdnost betona določamo s preizkušanci 28 dni starega betona, ki pa s staranjem naraste še za 20–50 %. Trdnost 7 dni starega betona je približno 1,5-krat manjša od trdnosti 28 dni starega betona, kot je to razvidno iz Slika 2.5.



Slika 2.5: Razvoj tlačne trdnosti betona pri temperaturi 20 °C v odvisnosti od AC = CEM in starosti betona [5]

Najugodnejše temperature za strjevanje betona znašajo 18–25 °C. Višje temperature pospešujejo strditev, nižje pa upočasnijo vezanje betona:

- pri temperaturi, nižji od 18 °C, se strjevanje upočasnijo;
- pri temperaturi 5 °C se strjevanje skoraj ustavi;
- pri temperaturi pod 5 °C je treba zaščititi beton pred zmrzovanjem.



Slika 2.6: Razmerje tlačnih trdnosti betona pri različnih temperaturah okolice [5]

Strjevanje betona pod paro: z negovanjem betona pod paro (p. p) hitro dosežemo visoko trdnost, to je približno 90 % končne ($t = \infty$) trdnosti pri normalnem betoniranju (n. b). Za strjevanje betona je zelo ugodna temperatura okolice 90 °C. V tem primeru moramo zvišati tudi relativno vlažnost okolice (RH = 90–95 %).

$$\frac{f_c^{p,p}}{f_{c,\infty}^{n,b}} \cong 0,9 \quad (2.3)$$

Previdni pa moramo biti pri ohladitvi takšnega betona, saj se pri hitri ohladitvi pojavijo površinske razpoke. Še hitreje strjevanje pod paro dosežemo s povečanim pritiskom na 3 bare, pri čemer bo beton še hitreje dosegel končno trdnost v primerjavi z betonom pri normalnem betoniranju.

Negovanje mladega betona: mlad beton je treba ustrezno zaščititi pred vročino, pravočasno razopaziti, vlažiti, zaščititi pred vetrom, dežjem in zmrzaljo. Ogrevanje in vlaženje betona ugodno vplivata na tlačno in natezno trdnost betona ter gostoto, hkrati pa manjšata krčenje betona.

Betoniranje v suhem in vročem vremenu: ko temperatura okolice preseže 35 °C, pri čemer je RH pod 50 %, hitrost vetra pa nad 3 m/s = 10,5 km/h, nastanejo pri vezanju betona tehnološki problemi. Pri povišanju temperature nad 35 °C se poveča poraba vode za 20 l/m³, kar poviša w/c za približno 6 %. Zaradi tega se ustrezno zniža tlačna trdnost in poveča krčenje betona. Iz tega lahko sklepamo, da se tlačna trdnost pri temperaturi okolice 50 °C (f_{ck}^{50}) zmanjša glede na beton, ki ga betoniramo pri 10 °C (f_{ck}^{10}), za približno 25 %, kar ponazarja enačba 2.4.

$$\frac{f_{ck}^{50}}{f_{ck}^{10}} \cong 0,75 \quad (2.4)$$

Posebej nevarno za mlad beton je povečanje izparevanja vode na površini betona, ki se vrši v suhem in vročem vremenu. Parni tlak vode v betonu (p) narašča z višjo temperaturo okolice (T).

$$\frac{p \cdot V}{T} = konst. \quad (2.5)$$

Odločilna za izparevanje je razlika med parnim tlakom na površini betona in zračnim pritiskom okolice. Zaradi vetra se ta razlika še poveča. Takšno izparevanje ima za posledico močno krčenje svežega betona (krčenje v plastičnem področju), ki je lahko znatno večje kot krčenje pri strjevanju betona v normalnih klimatskih razmerah. Posledice strjevanja so razpoke vse do armature.

Zaščita betona v vročem in suhem vremenu:

- znižanje delovne temperature (betoniranje ponoči);
- uporaba podhlajenega agregata in podhlajene vode;
- dodajanje aditiva proti izhlapevanju;
- zvišanje relativne vlažnosti (RH) okolice – na gradbišču pokrivamo beton z juto in ohlajamo beton z vodo ustrezne temperature.

Betoniranje pri nizkih temperaturah: pri nizkih temperaturah voda v svežem betonu zmrzne, zato se v porah pojavi hidravlični pritisk, ki poškoduje cementni kamen. Svež beton je treba zavarovati pred zmrzovanjem tako dolgo, dokler ne doseže neke mejne hidratacijske stopnje – stopnje proti zmrzali odpornega betona. Voda v betonu ne zmrzne več, ko beton doseže tlačno trdnost približno $5 \text{ N/mm}^2 = 5 \text{ MPa}$.

Beton lahko zaščitimo tudi z gretjem opaža, v katerega vstavimo beton, pri čemer naj temperatura gretja ne preseže $30 \text{ }^\circ\text{C}$, tako dolgo, dokler beton ne doseže odpornosti proti zmrzovanju.

Najenostavnejša in hkrati najdražja zaščita betona pred zmrzovanjem je gretje zraka tako dolgo, dokler beton ne doseže odpornosti proti zmrzovanju.

Pri betoniranju pri nizkih temperaturah moramo upoštevati pojav zmrzali, ki upočasnjuje strjevanje betona in poveča nevarnost razpok.

Razopaževanje armiranobetonskih plošč: za dosego potrebne trdnosti betona lahko armiranobetonske plošče pri temperaturi nad $18 \text{ }^\circ\text{C}$ razopažimo glede na dneve in $AC = \text{CEM}$, prikazano v Preglednica 2.11, kjer pri temperaturi pod $18 \text{ }^\circ\text{C}$ najprej razopažimo stranske opaže, nazadnje pa spodnje.

Preglednica 2.11: Najzgodnejši termin razopaževanja armiranobetonskih plošč glede na aktivnost cementa

Dnevi	Vrsta cementa – AC (CEM)
10	25
8	35 S
5	35 R – 45 S
3	45 R – 55

2.4 Mehanske lastnosti normalnih betonov

Glavni mehanski lastnosti betona sta njegova trdnost in deformabilnost (podajnost). Trdnost materiala odgovarja napetosti, povzročeni z obremenitvijo, ki premaga kohezijske napetosti materiala in sposobnost plastične deformacije. Deformabilnost materiala je lastnost elastične in plastične deformacije do porušitve. Vse mehanske in tudi fizikalne lastnosti betonov so odvisne od:

- kakovosti cementa;
- kakovosti in geometrijske sestave agregata;
- vodocementnega faktorja, razmerja w/c;
- naravnih dodatkov v agregatu in vodi ter posebnih aditivov v cementu in betonski mešanici;
- načina priprave in vgrajevanja betona v konstrukcijo;
- nege betona.

Zaradi mnogo dejavnikov, ki vplivajo na mehanske lastnosti, so preiskave betona zahtevne in je za statično obdelavo treba raziskati mnogo vzorcev.

2.4.1 Tlačna trdnost betona – pri kratkotrajni obtežbi

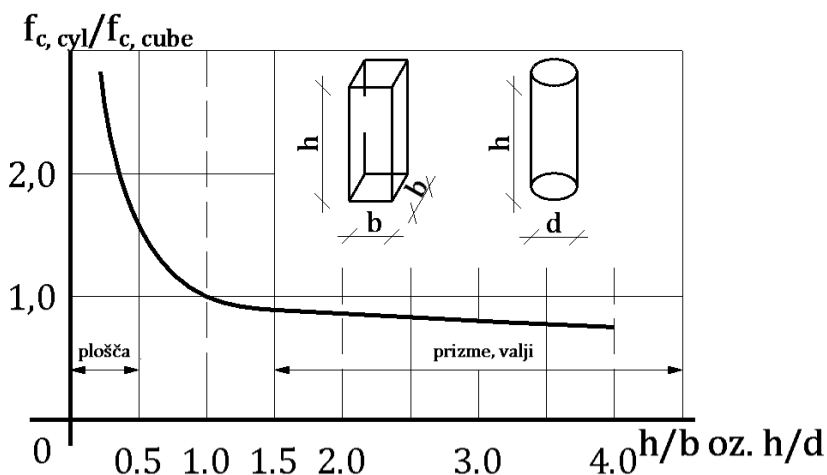
Ker je tlačna trdnost betona ena od najpomembnejših lastnosti betona in je fizikalno povezana z drugimi mehanskimi karakteristikami, je izbrana za dominantni kriterij za splošno oceno (oznako) mehanskih lastnosti betona. V projektu predpisana oziroma pogojena karakteristična tlačna trdnost betona se imenuje marka betona – MB, označena s številskimi karakteristikami tlačnih trdnosti betonske kocke, standardnih dimenzij 20 cm x 20 cm x 20 cm. Veljavni nacionalni predpisi SIST EN 1992 označujejo marko betona s črko C – concrete in odgovarjajočo karakteristično tlačno trdnost 28 dni starega betona, preizkušancev, v obliki valja s premerom 15

cm in višino 30 cm – $f_{ck,cyl}$, oznaka je predpisana tudi v ZDA, ter kocke – $f_{ck,cube}$ – z robom 15 cm.

Jugoslovanski in nemški predpisi označujejo MB za kocke z robom 20 cm [1], [6]. Te vrednosti niso identične vrednostim, predpisanim v veljavnih nacionalnih predpisih, kajti njihova vrednost je za približno 5 % nižja, kar je ponazorjeno z enačbo (2.6).

$$\frac{f_{ck}^{20}}{f_{ck}^{10}} = 0,95 \quad (2.6)$$

Iz tega sledi, da je tlačna trdnost odvisna od oblike in velikosti preizkušancev, kar prikazuje Slika 2.7.



Slika 2.7: Razmerje tlačnih trdnosti $f_{ck,cyl}$ prizmatičnih teles glede na tlačne trdnosti $f_{ck,cube}$ kocke, odvisno od razmerja med višino in širino – h/d ali h/b [5]

Iz Slika 2.7 je razvidno, da ploščice oziroma po višini tanka telesa izkazujejo precej višje trdnosti kot kocke. Pri manjših kockah so tlačne trdnosti višje kot pri velikih. Kocke z robom 10 cm izdelujemo, ko znaša premer minimalnega zrna agregata manj kot 16 mm, kocke z robom 30 cm pa, ko je premer maksimalnega zrna agregata večji od 40 mm. Razmerje tlačnih trdnosti kocke z robom 20 cm v primerjavi s kockami z različnimi robovi je prikazano v Preglednica 2.12 in kot primer še v (2.7).

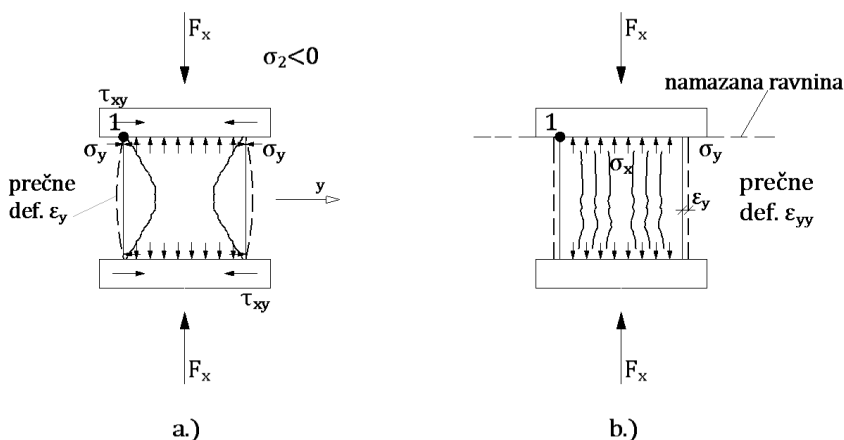
Preglednica 2.12: Razmerja tlačnih trdnosti kock različnih dimenzij

Dimenzije kock (cm)	Masa kocke (kg)	Razmerje f_{ck}^{20}/f_{ck}^a
a = 10 cm	2,4	0,9
a = 15 cm	8,1	0,95
a = 20 cm	19,2	1
a = 30 cm	64,8	1,05

$$f_{ck}^{10} = \frac{f_{ck}^{20}}{0,9} \quad (2.7)$$

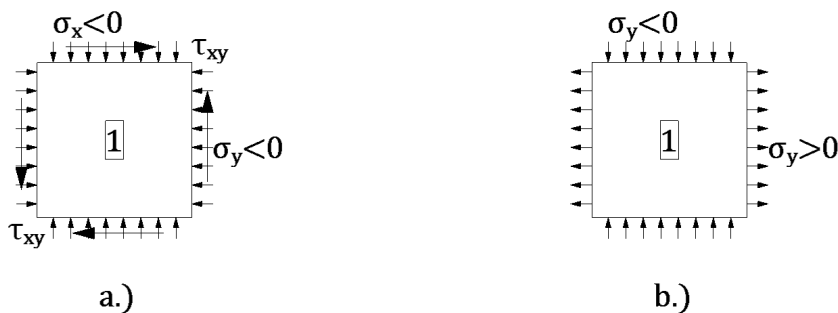
Tlačne trdnosti ugotavljamo pri enoosnem napetostnem stanju, kjer je čas od začetka do konca porušitve kratek – tlačna trdnost pri kratkotrajni obtežbi.

Pri obremenjevanju telesa, na primer kocke, se med ploščo bata in betonom pojavijo normalne tlačne napetosti σ_x (Slika 2.8). Zaradi trenja, ki preprečuje ekspanzijo betona v smeri Y, se pojavijo strižne τ_{xy} in natezne normalne napetosti σ_y (Slika 2.9a). Trenje med tlačno ploščo bata in betonom lahko zelo zmanjšamo, če batno ploščo naoljimo. V tem primeru so prečne deformacije v smeri Y omogočene, strižne napetosti v smeri Y izginejo, pojavijo pa se normalne napetosti σ_y (Slika 2.9b). V tem primeru so tlačne napetosti betona nekoliko nižje, kot če med tlačno ploščo in batom ustvarjamo trenje oziroma prečne deformacije ε_{yy} .



Slika 2.8: Prikaz preizkušancev, ko je v a prisotno in v b ni prisotno trenje [5]

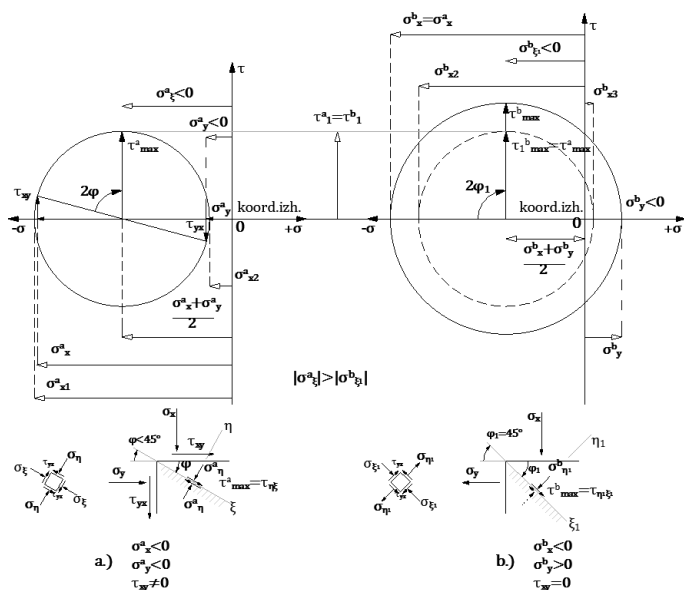
$$\tau_{xy}^b = \tau_{yx}^b = 0$$



Slika 2.9: Napetostno stanje v točki 1 zaradi sile F_x

Takšno dvoosno napetostno stanje se pojavi samo na stiku med tlačno ploščo in preizkušancem. V sredini preizkušanca je sicer možna prečna dilatacija, pojavijo pa se tudi natezne napetosti σ_y .

Möhrrov napetostni krog za dvoosno napetostno stanje:



Slika 2.10: Möhrovi napetostni krogi in prikaz ravnin ξ in η , kjer nastopajo maksimalne strižne napetosti za primere napetostnega stanja a in b

Maksimalne strižne napetosti τ_{max}^a , v primeru prisotnosti trenja in tlačne napetosti σ_y^a so nižje kot maksimalne strižne napetosti τ_{max}^b , ko trenja ni in obstajajo natezne napetosti σ_y^b . Če bi za primer b želeli dobiti enako strižno napetost kot v primeru a ($\tau_{1max}^b = \tau_{1max}^a$), bi morali tlačno napetost σ_x zmanjšati, s čimer bi se znižala tudi natezna napetost σ_y , kar prikazuje črtkana krožnica na Slika 2.10b. Za »tlačno trdnost« je merodajna maksimalna strižna napetost v ravninah ξ in η , saj je strižna trdnost betona precej nižja od tlačne trdnosti.

Ker pa so natezne trdnosti betona f_{ct} nižje od strižnih trdnosti betona f_v , dobimo v primeru b razpoke, ki so skoraj vzporedne z vertikalnim robom kocke, saj je za porušitev kocke odločilna natezna napetost betona σ_{ct} .

Spoznali smo torej, da če ob istočasnem nastopu osnega pritiska σ_x še nastopa bočni pritisk σ_y , nastane porušitev pri višji tlačni osni obremenitvi σ_x .

2.4.2 Določitev karakteristične tlačne trdnosti betona

Karakteristična tlačna trdnost je trdnost, pri kateri (za 30 ali več preizkušancev) samo 5 % preizkušancev izkazuje nižjo vrednost od deklarirane. Tako imenovano karakteristično tlačno trdnost, ki jo označimo s $f_{ck} = f_{c,0,05}$, pogosto imenujemo tudi tlačna trdnost betona pri 5-odstotni fraktili. Razlaga je podana za primer 30 preizkušancev, ki so bili preiskani v različnem času za različne serije, predstavljajoč različne trdnosti betona, prikazane v Preglednica 2.13: Monogram urnega seznama 30 preizkušancev.

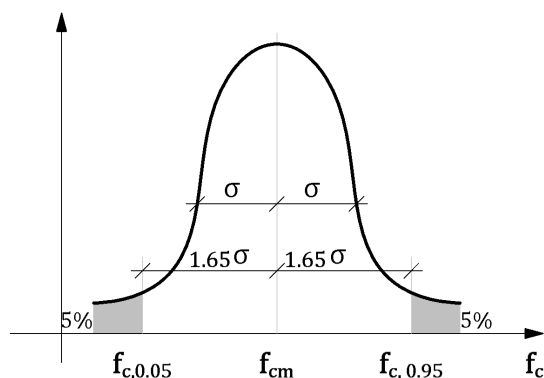
Diagram pogostosti (Preglednica 2.14: Diagram pogostosti pri preizkušanju vzorcev) je prikaz števila preizkušancev z enako tlačno trdnostjo. Ta stopničasti diagram lahko aproksimiramo s simetrično krivuljo v obliki zvona – Gaussovo krivuljo. Enačba te krivulje je podana z izrazom (2.7) in jo prikazuje Slika 2.11: Gaussova krivulja pogostosti (verjetnosti) pri preizkušanju vzorcev.

Preglednica 2.13: Monogram urnega seznama 30 preizkušancev

			Urni seznam									
			Trdnostni razred (N/mm ² = MPa)									
Datum	Čas	f _{c28}	od do	28,1 30	30,1 32	32,1 34	34,1 36	36,1 38	38,1 40	40,1 42	42,1 44	od do
10. 3.	9.30	36,5										
	11.45	36										
	15.00	35,3										
11. 3.	10.00	39										
14. 3.	8.00	34,8										
	11.00	31										
	16.00	30,7										
20. 3.	13.00	29,2										
	15.45	34,1										
22. 3.	9.00	40,7										
25. 3.	7.30	43										
	11.00	35,5										
	16.30	36										
1. 4.	8.15	39,1										
	10.45	32,2										
8. 4.	7.30	35										
	11.00	38,1										
	14.30	33,7										
21. 4.	9.00	32,5										
	12.00	35										
	16.00	38										
22. 4.	8.00	34										
	10.30	33,5										
	14.00	35,4										
30. 4.	11.00	34,8										
	14.00	37,5										
4. 5.	16.00	37,1										
9. 5.	7.30	37,2										
	11.00	37,5										
	17.00	40										
Pogostost				1	2	5	10	6	4	1	1	
Seštevek pogostosti				1	3	8	18	24	28	29	30	
Vsota pogostosti (%)				3	10	27	60	80	93	97	100	

Preglednica 2.14: Diagram pogostosti pri preizkušanju vzorcev

$\sum n_i$	$\frac{\sum n_i}{n}$	Pogostost									
10	0,333										
9	0,3										
8	0,267										
7	0,233										
6	0,2										
5	0,167										
4	0,133										
3	0,1										
2	0,067										
1	0,033										
		28	30	32	34	36	38	40	42	44	f_{c28}



Slika 2.11: Gaussova krivulja pogostosti (verjetnosti) pri preizkušanju vzorcev

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{e^{\frac{1}{2} \left(\frac{f_i - f_m}{\sigma} \right)^2}} \quad (2.8)$$

y ... pogostost, število vzorcev z ustrežno tlačno trdnostjo

σ ... standardni odklon ali deviacija

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_1^n (f_{ct} - f_{cm})^2} \quad (2.9)$$

f_{cm} ... povprečna tlačna trdnost

$$f_{cm} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n f_{ct} \quad (2.10)$$

$\sum n_i$... število preizkušancev z enakimi tlačnimi trdnostmi

n ... število preizkušancev

v ... variacija, ki ne sme presežati 10 % (odstopanje)

$$v = \frac{\sigma}{f_{cm}} \quad (2.11)$$

$f_{c,0,05}$... spodnja tlačna trdnost betona (pri 5-odstotni fraktili) – Slika 2.11

$$f_{c,0,05} = f_{cm} - 1,65 \cdot \sigma \quad (2.12)$$

$f_{c,0,95}$ – zgornja tlačna trdnost betona (pri 95-odstotni fraktili) – Slika 2.11

$$f_{c,0,95} = f_{cm} + 1,65 \cdot \sigma \quad (2.13)$$

$f_{ck} = f_{c,0,05}$ – karakteristična – deklarirana tlačna trdnost betona

Za primer, prikazan v Preglednica 2.13: Monogram urnega seznama 30 preizkušancev, bi karakteristično tlačno trdnost f_{ck} izračunali kot:

$$f_{cm} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n f_{ct} = \frac{29,2 + 30,7 + 31 + \dots + 43}{30} = 35,75 \frac{N}{mm^2} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (f_{ct} - f_{cm})^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{30} \cdot \left[(29,2 - 35,75)^2 + (30,7 - 35,75)^2 + \dots \right. \\ &\quad \left. + (43 - 35,75)^2 \right]} \\ &= 3,01 \frac{N}{mm^2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$v = \frac{\sigma}{f_{cm}} = \frac{3,01}{35,75} = 0,08 \approx 8 \% < 10 \% \quad (2.16)$$

$$f_{c,0,95} = 35,75 + 1,65 \cdot 3,01 = 40,72 \frac{N}{mm^2} \quad (2.17)$$

$$f_{c,0,05} = 35,75 - 1,65 \cdot 3,01 = 30,78 \frac{N}{mm^2} \quad (2.18)$$

Če so bili v obliki valjev, potem znaša karakteristična tlačna trdnost 30 MPa, kar odgovarja preizkušancem v obliki kocke z robom 15 cm, v vrednosti 37 MPa, iz česar sledi, da je oznaka za beton po aktualnem veljavnem predpisu C 30/37. Sklepamo, da samo 5 % preizkušancev predstavlja nižje trdnosti, kot je deklarirana tlačna trdnost betona, in sicer 30 N/mm².

Predpisi navajajo približno enačbo za izračun povprečne tlačne trdnosti betona:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8; \left[\frac{N}{mm^2} \text{ oziroma MPa} \right] \quad (2.19)$$

V Preglednica 2.15 so podane tlačne trdnosti vseh trdnostnih razredov betona po veljavnih predpisih [4].

Preglednica 2.15: Tlačne trdnosti glede na trdnostni razred betona

Trdnostni razredi betona														
$f_{ck,cyl.}(MPa)$	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck,cube}(MPa)$	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
$f_{cm}(MPa)$	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98

Vsa ta razlaga velja za tlačne trdnosti normalnih betonov, podane za kratkotrajno obtežbo, ustvarjeno v laboratoriju – v idealnih razmerah. Na objektih beton ne zori v tako ugodnih razmerah, pojavljajo se dolgotrajne in ciklične obremenitve, ponavljajoče se – dinamične obtežbe in obremenitve, neodvisno od trajanja obtežbe, pri visokih in nizkih temperaturah, zato so tlačne trdnosti takšnih betonov nižje.

2.4.3 Razvoj tlačne trdnosti betona, deklarirane po predpisih

Časovni razvoj tlačne trdnosti betona je odvisen predvsem od vrste cementsa, temperature okolja in ostalih pogojev nege. Aktualni nacionalni (tudi evropski SIST EN 1992-1-1:2005) predpis podaja za določitev trdnosti betonov, mlajših od 28 dni, vendar starejših od 3 dni, predvsem za potrebe gradnje v več fazah (prednapenjanje, razopaževanje itd.), spodaj razloženi postopek določitve karakteristične tlačne trdnosti betona $f_{ck(t)}$ (2.20). Izraza (2.21) in (2.22) veljata pri povprečni temperaturi 20 °C in negi betona v skladu z EN 12390.

$$f_{ck} = f_{cm} - 8 \left[\frac{N}{mm^2} \text{ oziroma MPa} \right] \quad (2.20)$$

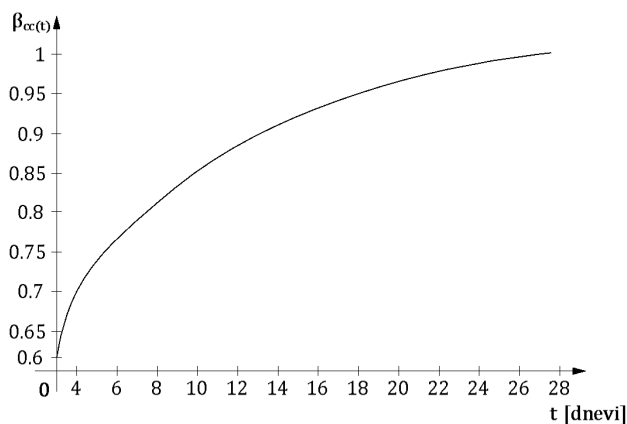
$$f_{cm(t)} = \beta_{cc(t)} \cdot f_{cm} \quad (2.21)$$

$$\beta_{cc(t)} = e^{s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right)} \quad (2.22)$$

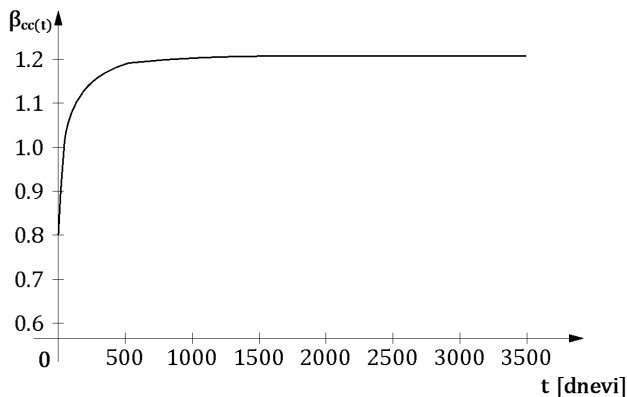
t ... starost v dnevih (3 dni < t < 28 dni)

s ... koeficient, odvisen od vrste cementsa: 0,20 (R); 0,25 (N); 0,38 (S)

Na Slika 2.12 in Slika 2.13 je prikazan časovni razvoj trdnosti betona za normalno (N) vezoči se cement.



Slika 2.12: Diagram časovnega razvoja tlačne trdnosti od 3 do 28 dni



Slika 2.13: Diagram časovnega razvoja tlačne trdnosti od 3 do 10 let

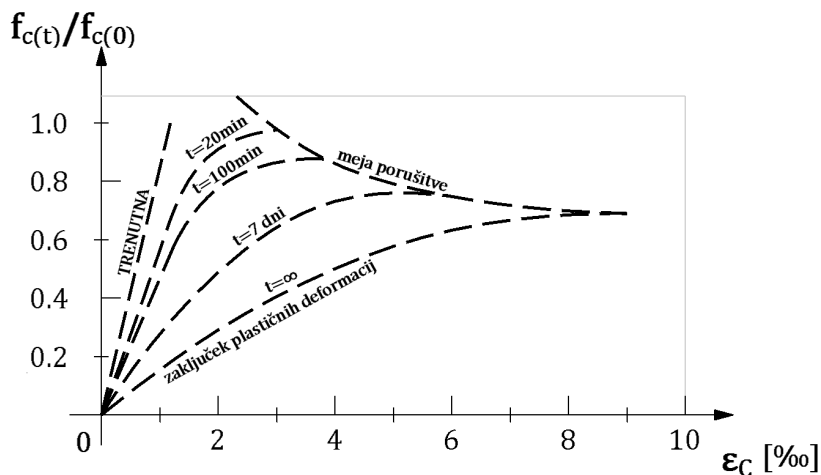
Iz Slika 2.13 je razvidno, da za končno trdnost betona velja enačba (2.23):

$$\begin{aligned}
 f_{c,(\infty)} &= f_{c,(\infty)}^{\text{neobrem.}} = \beta_{cc(\infty)} \cdot f_{c,0} \\
 &= e^{0,25 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{\infty}}\right)} \cdot f_{c,0} \cong 1,284 \cdot f_{c,0}
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

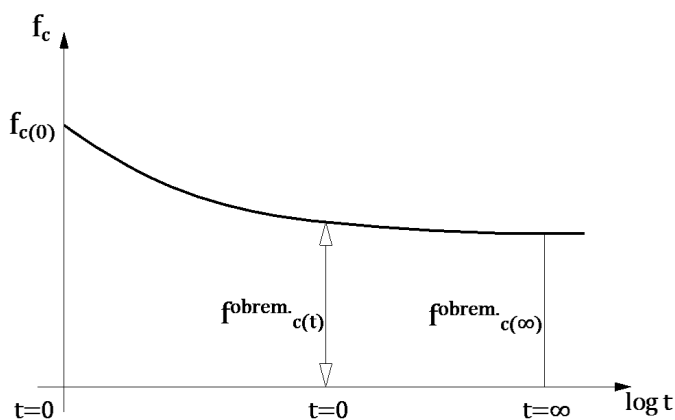
2.4.4 Tlačna trdnost normalnega betona pri dolgotrajni obtežbi

Trajna obtežba, ki jo predstavljata lastna in stalna teža, včasih tudi dolgotrajno koristna spremenljiva teža, zmanjšuje tlačno trdnost betona. Betonski stebri, obremenjeni z napetostjo $0,9 \cdot f_{ck}$, so prenesli napetost samo za 30 min, z napetostjo $0,85 \cdot f_{ck}$ že nekaj ur. Slika 2.14 prikazuje razmerje tlačnih trdnosti v času od $t = 0$ do $t = \infty$ in ustrezne dilatacije betona.

Zaradi dolgotrajne obtežbe se cementni kamen plastično deformira. Ker agregat tem deformacijam ne more slediti, okoli agregata nastanejo drobne razpoke, ki privedejo do porušitve. Slika 2.15 prikazuje časovni potek tlačnih trdnosti obremenjenega betona.



Slika 2.14 Rüsch diagram – razmerja tlačnih trdnost $\frac{f_{c,(\infty)}^{neobrem.}}{f_{c,o}}$ in dilatacij, odvisnih od časa trajanja velikih napetosti



Slika 2.15: Diagram tlačnih trdnosti betona, odvisnih od časa trajanja obremenitve

Diagram na Slika 2.15 opisuje enačba 2.24:

$$f_{c,(\infty)}^{obrem.} = f_{c,o} \cdot \left(1 - \alpha \cdot \sqrt{\frac{f_{c,o}}{f_{c,(\infty)}^{neobrem.}}} \right) \quad (2.24)$$

$f_{c,o}$... tlačna trdnost betona v trenutku obremenitve ($t = 0$)

α ... 0,25–0,27

$f^{neobrem.}$... tlačna trdnost neobremenjenega betona v času $t = \infty$

$f^{obrem.}$... tlačna trdnost obremenjenega betona v času $t = \infty$

Tlačna trdnost trajno obremenjenega betona, izvedenega z normalno (N) vezočim se cementom:

$$\begin{aligned} f_{c,(\infty)}^{obrem.} &= f_{c,o} \cdot \left(1 - 0,25 \cdot \sqrt{\frac{1}{1,284}} \right) \\ &= 0,778 \cdot f_{c,o} \end{aligned} \quad (2.25)$$

To pomeni, da tlačne trdnosti pod dolgotrajno obremenitvijo padejo za približno 22 %.

Tlačna trdnost betona pod dolgotrajno obtežbo z upoštevanjem staranja betona:

Ker vemo, da se tlačna trdnost neobremenjenega betona veča (Slika 2.5), F. Leonhard [7] predlaga, da se tlačna trdnost dolgotrajno obremenjenega betona v primerjavi s tlačno trdnostjo pri trenutnih obremenitvah zmanjša le za 15 % ($\alpha = 0,85$ – to privzamejo predstandardi ENV 1992-1-1). Nacionalni standard pa privzame faktor $\alpha_{cc} = 1$ [8], kar izhaja iz dejstev, navedenih v (2.23) in (2.25), ter je prikazano v (2.26):

$$f_{c,(\infty)} = f_{c,o} \cdot (1,284 \cdot 0,778) \approx 1,0 \cdot f_{c,o} \quad (2.26)$$

2.4.5 Tlačna trdnost normalnega betona pri cikličnih obremenitvah

Če je armiranobetonska konstrukcija oziroma njen element podvržen ponavljajočim se obremenitvam, se ta poruši pri nižjih trdnostih kot pri obremenitvah zaradi mirne oziroma statične obtežbe. Govorimo torej o utrujanju materiala, ki je večje pri izmeničnih napetostih ($\pm\sigma_{ij}$) kot pri istosmernem napetostnem stanju. Pri proučevanju utrujanja materiala moramo na elementu izvesti $2 \cdot 10^6$ obremenitev in razbremenitev (ciklov), pri čemer mora napetost presegati 50 % tlačne trdnosti betona. Rezultate tovrstnih meritev lahko s sodobnimi stroji dobimo v 14 dneh.

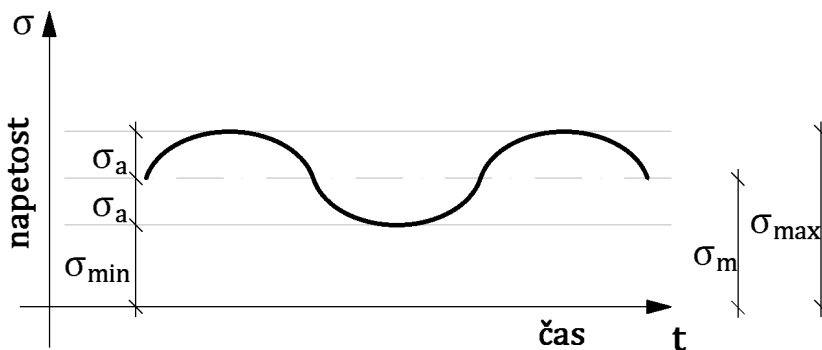
Dinamična starost $f_{dyn} = f_F$ je privzeta trdnost betona pri 5-odstotni fraktili po $2 \cdot 10^6$ ciklov obremenitev in razbremenitev, pri čemer indeks F pomeni utrujanje (F-fatigue).

Vrednost $2\sigma_a$ je razlika med maksimalno in minimalno napetostjo, ki je pri armiranobetonskih konstrukcijah praviloma pozitivna (istosmerna napetost) zaradi velikega deleža stalne obtežbe. Iz količnika $\frac{2\sigma_a}{f_c}$ lahko izračunamo vrednost $2\sigma_a$ in končno z (2.27) tlačno trdnost betona zaradi utrujanja:

$$f_F = \sigma_{min} + 2\sigma_a \quad (2.27)$$

Pri tem je (glej Slika 2.16):

$$2\sigma_a = (\sigma_{max} - \sigma_{min}) = 0,6 \cdot f_c - 0,6 \cdot \sigma_{min} \quad (2.28)$$



Slika 2.16: Prikaz nihanja napetosti pod dinamično (ciklično) obtežbo [5]

V Preglednica 2.16 so navedene dinamične trdnosti f_F v odvisnosti od razmerja $\frac{\sigma_{min}}{f_c}$.

Preglednica 2.16: Razmerja med dinamično in statično trdnostjo betona

$\frac{\sigma_{min}}{f_c}$	$\frac{2\sigma_a}{f_c}$	f_F
0	0,60	$0,60f_c$
0,2	0,48	$0,68f_c$
0,4	0,36	$0,76f_c$
0,6	0,24	$0,84f_c$
0,8	0,12	0,92
1,0	0	f_c

PRIMER

$\sigma_{min} = 0,4 \cdot f_c$... velikost najmanjše napetosti (glej Slika 2.16)

$$2\sigma_a = 0,6 \cdot f_c - 0,6 \cdot 0,4 \cdot f_c = 0,36 \cdot f_c$$

$$f_F = 0,4 \cdot f_c + 0,36 \cdot f_c = 0,76 \cdot f_c$$

Prikazano pomeni, da je trdnost padla na 76 % začetne trdnosti.

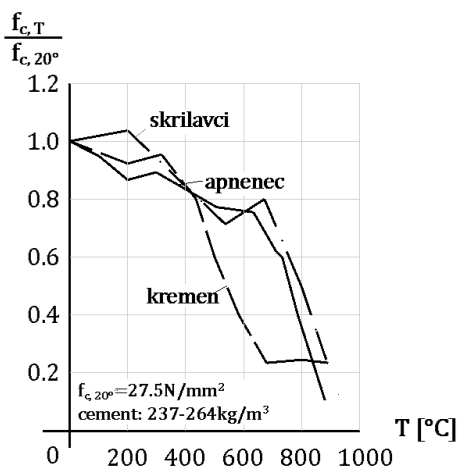
V Preglednica 2.17 so navedena razmerja med dinamično trdnostjo in statično tlačno trdnostjo za beton in armirani beton glede na vrste obremenitev po Tomičiću [9].

Preglednica 2.17: Razmerja med dinamično in statično trdnostjo betona

Vrsta betona in obremenitev	$\frac{f_F}{f_c}$	Izboljšava mehanskih lastnosti
Običajni beton: tlak	0,62	8–15 %
Običajni beton: upogib	0,59	nebitveno
Običajni beton: adhezija med betonom in armaturo	0,69	nebitveno
Armirani beton: nateg	0,54	nebitveno
Armirani beton: tlak	0,60	6–10 %

Iz Preglednica 2.17 je razvidno, da se lahko s ponavljajočo se obremenitvijo lastnosti betona celoboljšajo, če je maksimalna napetost σ_{max} nižja od meje utrujanja f_F .

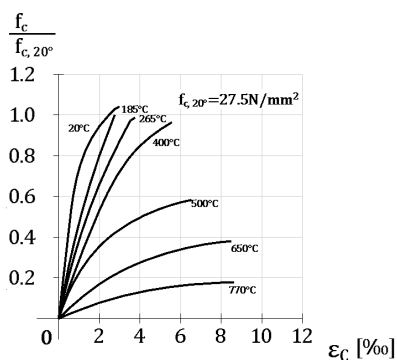
2.4.6 Tlačna trdnost betona pri visokih temperaturah



Slika 2.17: Vpliv agregata na tlačno trdnost betona pri visokih temperaturah [5]

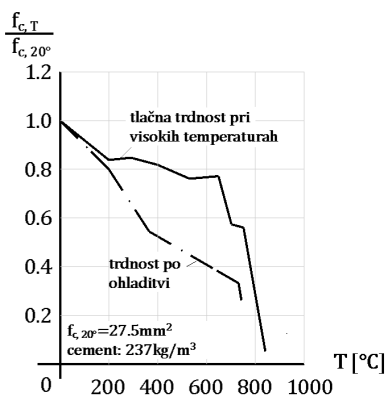
Jedrski reaktorji obremenjujejo okoliški beton s temperaturo okoli 500 °C, pri požarih pa se lahko v kratkem času razvijejo temperature okoli 1100 °C. Tovrstne temperaturne obremenitve zelo znižajo tlačne trdnosti in elastoplastične lastnosti betonov. Fizikalne lastnosti cementnega kamna so že motene pri 100 °C. Izgube trdnosti se lahko delno kompenzirajo z ustrezno izbiro agregatov. Iz Slika 2.17 je razvidno, da je za temperature pod 400 °C ustrežnejši agregat iz skrilavcev ali kremenca, za temperature nad 400 °C pa agregat iz apnenca.

Začetna trdnost in vodocementni faktor ne vplivata na trdnost betona pri visokih temperaturah. Slika 2.18 prikazuje vpliv visokih temperatur na specifične deformacije in modul elastičnosti. Opazimo, da deformacije z višanjem temperature hitro naraščajo, kar je posledica padca modula elastičnosti.



Slika 2.18: Delovni diagram $\sigma - \varepsilon$ za normalni beton (star 133 dni) pri različnih temperaturah

[5]



Slika 2.19: Tlačna trdnost betona pri različno visokih temperaturah in padec tlačnih trdnosti z ohlaiditvijo [5]

PRIMER

$$T = 20\text{ }^{\circ}\text{C} \quad \sigma_c = 0,4 \cdot f_c = 0,4 \cdot 38,5 = 15,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\varepsilon_a \approx 0,5\text{ }‰ \quad E_c = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_c} = \frac{15,4}{0,0005} = 30800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

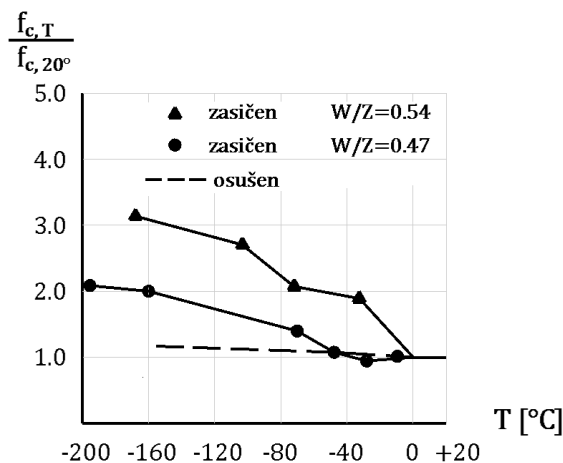
$$T = 400\text{ }^{\circ}\text{C} \quad \sigma_c = 0,4 \cdot f_c = 0,4 \cdot 38,5 = 15,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\varepsilon_a \approx 1,4\text{ }‰ \quad E_c = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_c} = \frac{15,4}{0,0014} = 11000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Z ohlajanjem vročega betona ne moremo več doseči osnovnih lastnosti (trdnosti) betona. Iz Slika 2.19 je razvidno, da tlačne trdnosti z ohlajanjem še dodatno upadejo, še večji padec trdnosti betona pa nastopi s hitro ohlavitvijo betona.

2.4.7 Tlačna trdnost betona pri nizkih temperaturah

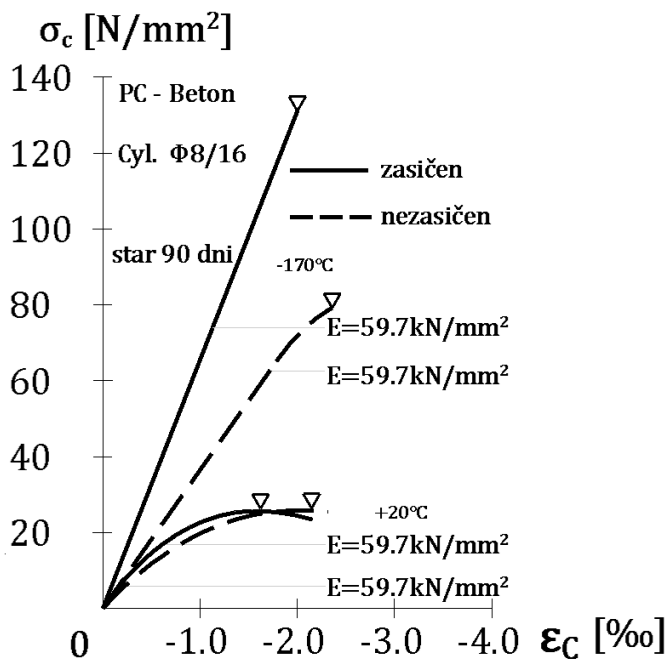
Tlačna trdnost in modul elastičnosti rasteta z nižanjem temperature. Iz Slika 2.20 je razvidno, da je prirastek tlačne trdnosti toliko večji, kolikor višja je vlažnost betona v trenutku zamrznitve. Beton, ki ga osušimo pri 105 °C, pa pri nizkih temperaturah ne izkazuje bistvenega porasta tlačnih trdnosti.



Slika 2.20: Vpliv vsebnosti vlage na tlačno trdnost betona pri nizkih temperaturah [10]

Z nizkimi temperaturami se spreminja tudi delovni diagram $\sigma - \epsilon$ za beton. Modul elastičnosti zelo naraste, saj se beton pri $-170\text{ }^{\circ}\text{C}$ obnaša elastično do porušitve (nevarnost krhkega loma).

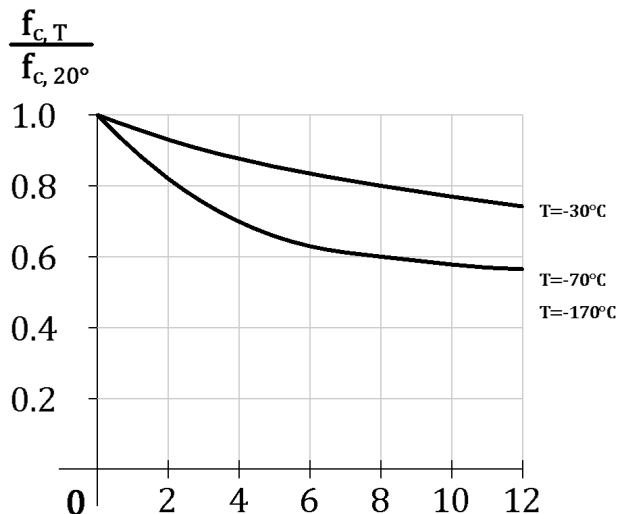
Iz Slika 2.21 je razvidno, da se beton z višjo vsebnostjo vlage obnaša bolj krhko kot beton z nižjo vsebnostjo vlage pri $-170\text{ }^{\circ}\text{C}$, medtem ko je pri $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$ vpliv vsebnosti vlage neznaten.



Slika 2.21: Delovni diagram $\sigma - \epsilon$ za normalni beton (star 3 mesece) pri nizkih temperaturah

[5]

Pri hipni ohladitvi se pojavijo nekoliko nižje tlačne trdnosti kot pri počasnem ohlajanju. Ciklične temperaturne obremenitve povzročajo največje padce tlačne trdnosti in s tem povezane poškodbe pri betonih z visoko vsebnostjo vlažnosti. Suh beton ne izkazuje posebnih padcev tlačne trdnosti pri cikličnih temperaturnih obremenitvah z nizkimi temperaturami.



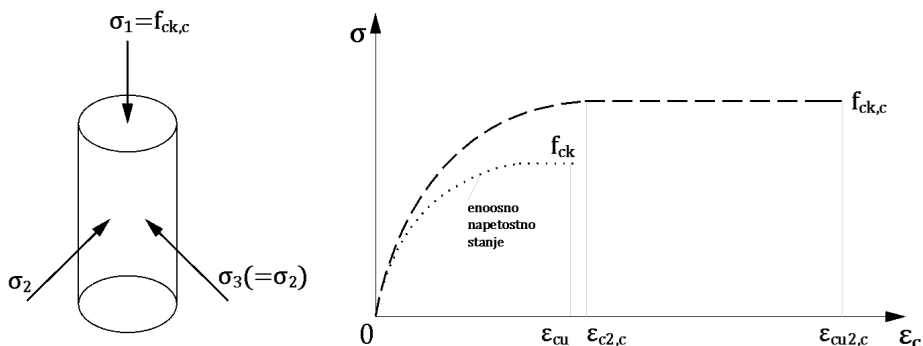
Slika 2.22: Padec tlačne trdnosti z vodo zasičenega betona, odvisen od števila temperaturnih ciklov (od $+20^\circ\text{C}$ do -30°C , -70°C , -170°C) [5]

2.4.8 Tlačna trdnost betona na udar

Ta je merodajna za konstrukcije, ki so izpostavljene udarnim silam (pilotom). Trdnost je toliko višja, kolikor večja je sposobnost deformiranja betona, ne da bi se ta porušil. Betoni z več cementa imajo višjo udarno trdnost. Tudi betoni iz agregata lomljenca imajo višjo udarno trdnost kot betoni iz gramozja. Na udarno tlačno trdnost betona bistveno vplivata lokalna natezna in strižna trdnost betona.

2.4.9 Tlačna trdnost betona, pri katerem je onemogočena prečna ekspanzija (confined concrete)

V betonu, ki je zaprt v togi cevi ali ovit z gosto spiralo, nastopa troosno napetostno stanje ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) in enoosno deformacijsko stanje ($\epsilon_1 \neq 0, \epsilon_2 = 0, \epsilon_3 = 0$), kar prikazuje Slika 2.23. Zaradi tega se tlačne trdnosti takega betona v primerjavi z betonom, obremenjenim z enoosnim pritiskom, povišajo. Tlačni beton je tudi bolj duktilen in se lahko »daleč« plastificira v obremenjeni smeri ($\epsilon_{cu2,c} \gg \epsilon_{cu}$).

Slika 2.23: Karakteristična tlačna trdnost $f_{ck,c}$ za troosno napetostno stanje

Stanje na Slika 2.23 opisujejo enačbe (2.29)–(2.32):

$$f_{ck,c} = f_{ck} \cdot \left(1 + 5 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) \text{ za } \sigma_2 < 0,05 \cdot f_{ck} \quad (2.29)$$

$$f_{ck,c} = f_{ck} \cdot \left(1,125 + 2,5 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) \text{ za } \sigma_2 \geq 0,05 \cdot f_{ck} \quad (2.30)$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \cdot \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}}\right)^2 \quad (2.31)$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \quad (2.32)$$

Potrebni parametri so v spodnji preglednici.

Preglednica 2.18: Specifične deformacije za razne kakovosti betona

	Trdnostni razredi betona													
f_{ck} [MPa]	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
ε_{c2} [‰]	2,0									2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
ε_{cu2} [‰]	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6

PRIMER za betone do C50 pri $\sigma_2 = 0,1 \cdot f_{ck}$:

$$f_{ck,c} = f_{ck} \cdot \left(1,125 + 2,5 \cdot \frac{0,1 \cdot f_{ck}}{f_{ck}}\right) = 1,375 \cdot f_{ck}$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \cdot \left(\frac{0,1 \cdot f_{ck,c}}{f_{ck}} \right)^2 = 1,89 \cdot \varepsilon_{c2} = 1,89 \cdot 0,002 = 0,00735$$

$$= 3,75 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2 \cdot \frac{0,1 \cdot f_{ck,c}}{f_{ck}} = 0,0035 + 0,02 = 0,0235 = 23,50 \text{ ‰}$$

2.4.10 Tlačna trdnost betona, vgrajenega v konstrukcije

Zaradi neugodnih vplivov okolice beton v konstrukcijah ne »zori« v tako dobrih razmerah kot preizkušanci v laboratoriju. Zato so tlačne trdnosti takega betona običajno nižje kot tlačne trdnosti preizkusnih vzorcev. Betonske vzorce iz konstrukcije pridobimo z izrezom v obliki valjev. Možno je tudi določanje tlačnih trdnosti s sklerometrom (vzmetnim kladivom). Odstopanja tlačnih trdnosti pa so odvisna od izvedbe vgradnje in negovanja betona ter so podana v Preglednica 2.19.

Preglednica 2.19: Razmerja tlačnih trdnosti betona, vgrajenega v konstrukcije

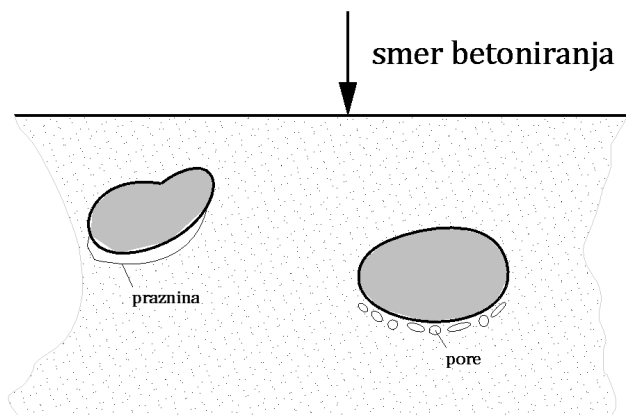
	Tlačne trdnosti betona, vgrajenega v konstrukcije		
	$\frac{f_{c,0,05}}{f_{c,cube}}$	$\frac{f_{c,m}}{f_{c,cube}}$	$\frac{f_{c,0,95}}{f_{c,cube}}$
Normalna izdelava in negovanje	0,85	1,0	1,15
Skrbna izdelava in negovanje	0,91	1,0	1,09

2.4.11 Natezna trdnost betona

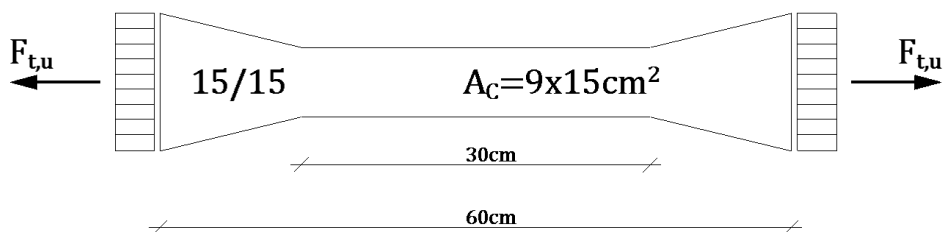
Natezna trdnost betona je odvisna od več dejavnikov, predvsem pa od povezave med agregatom in cementnim kamnom. Natezna trdnost je v smeri betoniranja nižja kot pravokotno na smer betoniranja. To si lahko razlagamo tako, da za vsakim večjim zrnom agregata ali tudi vzdolžno armaturo-cementni gel popusti, zaradi česar nastanejo pore in se povezava med agregatom in cementnim kamnom poslabša (glej Slika 2.24).

Natezna trdnost pri centričnem nategu: visokovredna umetna (sintetična) lepila omogočajo preizkuse, kjer preizkušance dobro prilepimo na čeljusti natezalnega stroja. Preizkušanelec za določitev tovrstne trdnosti je prikazan na Slika 2.25, stanje napetosti oziroma trdnosti pa predstavlja (2.32):

$$f_{ct,ax} = \frac{F_{t,u}}{A_c} \quad (2.33)$$

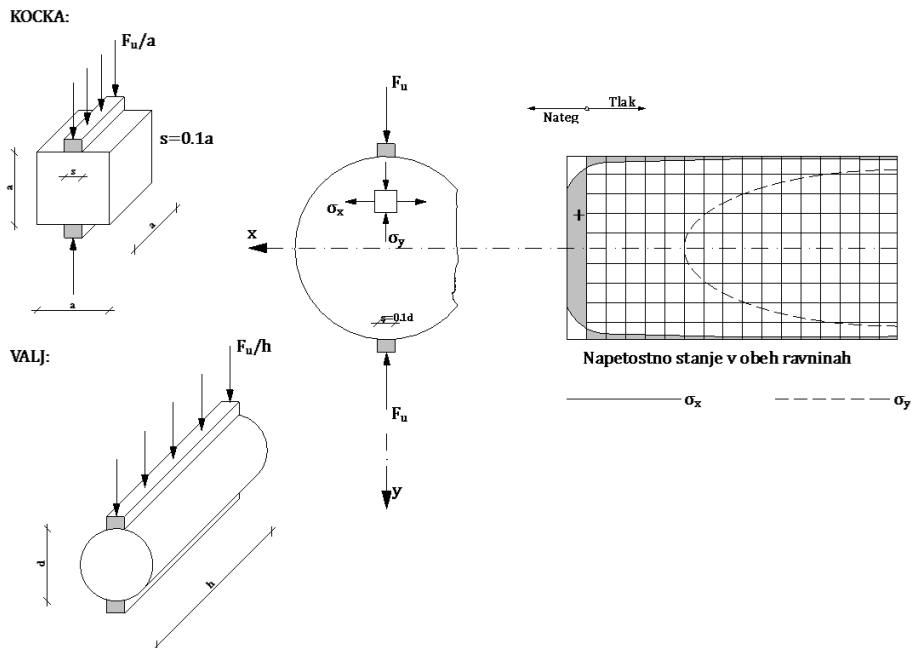


Slika 2.24: Nastanek praznin in por pod agregatom ali jeklom za armiranje zaradi sedimentacije in nabiranja vode



Slika 2.25: Preizkušavec za določitev osne (centrične) natezne trdnosti [5]

Natezna trdnost s cepitvijo: brazilski raziskovalec Fernando Karneiro je predložil indirektno metodo preiskave vzorca s cepitvijo (metodo je razvil na Japonskem). Pri tej metodi je obremenjeval kocke ali valje po delni površini (valje obremenjujemo po plašču). Za takšno tlačno obremenitev lahko uporabimo stroje, s katerimi določamo tlačne trdnosti betona. Preizkušanci pa so identični preizkušancem za določitev tlačne trdnosti. S tovrstnim obremenjevanjem nastane dvoosno napetostno stanje. V horizontalni ravnini nastopijo tlačne napetosti, ki proti sredini padajo. V ravnini pa na višini $2 \cdot 0,05d$ oziroma $2 \cdot 0,05a$ tlačne napetosti, ki nato preidejo v skoraj konstantne natezne napetosti po celotni preostali višini $0,9d$, kar je prikazano na Slika 2.26 in pojasnjeno z enačbami (2.34)–(2.37).



Slika 2.26: Določitev natezne trdnosti s cepitvijo kocke ali valja [11]

Slika 2.26 prikazuje napetostno stanje tik pod zgornjim in spodnjim robom:

$$\sigma_y = -\frac{F_u}{s \cdot a} \text{ za kocko oz. } \sigma_y = -\frac{F_u}{s \cdot h} \text{ za valj in } \sigma_x < 0 \quad (2.34)$$

V sredini preizkušanca pa:

$$\sigma_y = -\frac{F_u}{a^2} \text{ za kocko oz. } \sigma_y = -\frac{F_u}{d \cdot h} \quad (2.35)$$

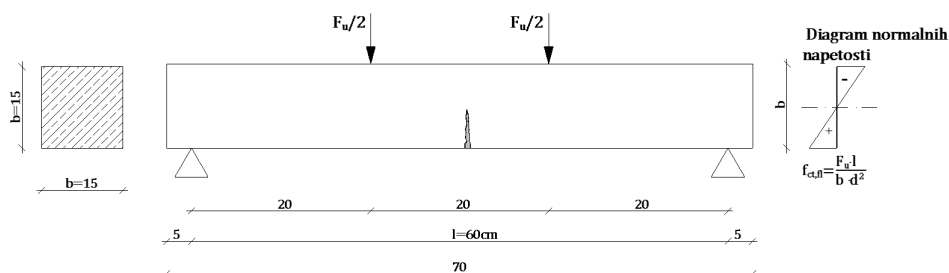
$$\sigma_x = +\frac{2F_u}{\pi \cdot a^2} \text{ za kocko oz. } \sigma_x = +\frac{2F_u}{\pi \cdot d \cdot h} \quad (2.36)$$

Natezne trdnosti, dobljene s cepitvijo, so nekoliko višje kot natezne trdnosti pri osnem nategu v razmerju, podanem z (2.37):

$$f_{ct,sp} = \frac{f_{ct,ax}}{0,9} \quad (2.37)$$

Upogibna natezna trdnost: določimo jo na nearmiranem betonskem nosilcu, dimenzij 15 cm x 15 cm x 70 cm, obremenjenem z dvema enakima silama na tretjinah razpona, kot to prikazuje Slika 2.27. Dejansko je odvisna od dimenzij preizkušancev in razporeditve obtežbe, zato je postopek določitve standardiziran. Zaradi nizke natezne trdnosti je razporeditev normalnih napetosti po višini nosilca linearna, kar privzamemo v enačbo 2.25:

$$f_{ct,fl} = + \frac{M_u}{W_{min}} = \frac{F_u}{2} \cdot \frac{l}{3} \cdot \frac{6}{b \cdot d^2} = \frac{F_u \cdot l}{b \cdot d^2} \quad (2.38)$$



Slika 2.27: Preizkušanec za določitev upogibne natezne trdnosti [5]

Ker najprej počí krajno tegnjeno vlakno in šele kasneje natezno obremenjena vlakna proti nevtralni osi, so natezne trdnosti pri upogibu višje kot natezne trdnosti pri centričnem nategu in pri nategu s cepitvijo. Aktualni nacionalni predpisi podajajo (2.39) za določitev upogibne natezne trdnosti v odvisnosti od osne natezne trdnosti in celotne višine elementa (v mm) [8].

$$f_{ct,fl} = \max \left\{ \left(1,6 - \frac{h}{1000} \right) \cdot f_{ctm}; f_{ctm} \right\} \quad (2.39)$$

Če ne razpolagamo z laboratorijskimi vrednostmi za natezne trdnosti normalnega betona, nam predpis [8] omogoča njihov izračun z enačbami v odvisnosti od karakteristične tlačne trdnosti betona po enačbah (2.38)–(2.40), katerih vrednosti so podane v Preglednica 2.20.

Preglednica 2.20: Centrične natezne trdnosti za razne kakovosti betona

Trdnostni razredi betona														
f_{ck} [MPa]	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
f_{ctm} [MPa]	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$f_{ctk,0,05}$ [MPa]	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5
$f_{ctk,0,95}$ [MPa]	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6

Časovni razvoj natezne trdnosti betona podaja predpis prek izraza (2.40) za približno določitev natezne trdnosti betona, mlajšega ali starejšega od 28 dni [8].

$$f_{ctm} = \beta_{cc}(t)^\alpha \cdot f_{ctm} \quad (2.40)$$

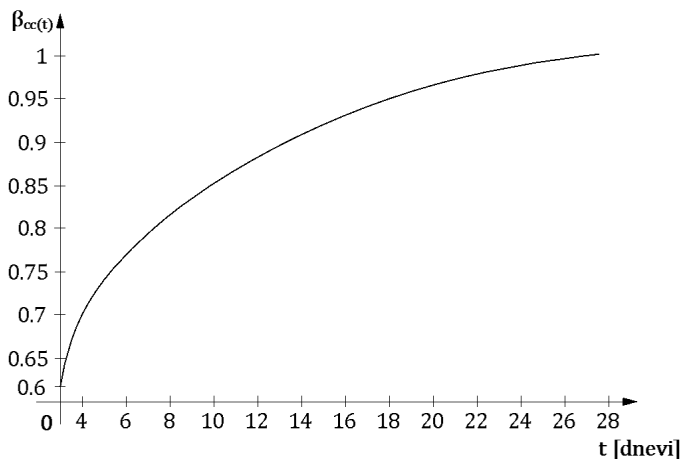
Pri tem so:

$$\alpha = 1; t \leq 28 \text{ dni}$$

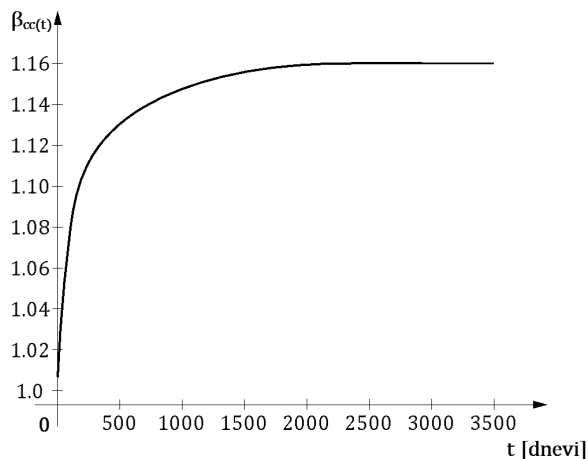
$$\alpha = \frac{2}{3}; t > 28 \text{ dni}$$

$$\beta_{cc}(t) = e^{s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right)}$$

Slika 2.28 in Slika 2.29 ta časovni razvoj ponazarjata tudi za $t \leq 28 \text{ dni}$ in $t > 28 \text{ dni}$.



Slika 2.28: Diagram časovnega razvoja natezne trdnosti betona do 28 dni



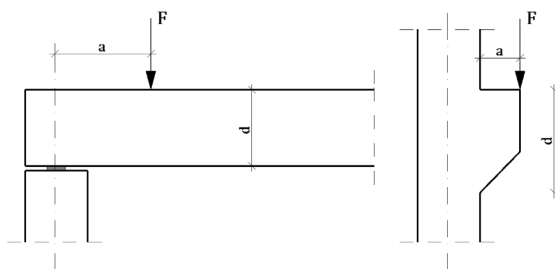
Slika 2.29: Diagram časovnega razvoja natezne trdnosti betona do 10 let

Na osnovi Slika 2.29 za končno trdnost betona velja zapis (2.41):

$$\begin{aligned}
 f_{ctm(\infty)} &= \beta_{cc}(t)^\alpha \cdot f_{ctm} = \left(e^{0,25 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{\infty}} \right)} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot f_{ctm} \\
 &= 1,181 \cdot f_{ctm}
 \end{aligned}
 \tag{2.41}$$

2.4.12 Strižna trdnost normalnega betona

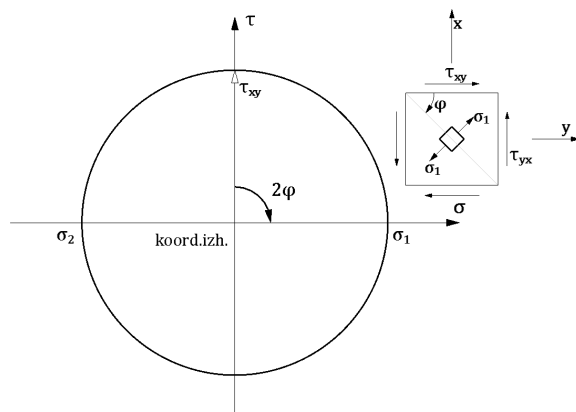
Ugotovljeno je, da je strižna trdnost več kot dvakrat večja od natezne trdnosti betona (glej (2.42)), medtem ko je prerezna trdnost celo trikrat večja od natezne trdnosti betona. Za kratke konzole in nosilce, kjer prevlada prečna sila nad upogibnim momentom, so lahko strižne napetosti τ mnogokrat večje od normalnih napetosti σ .



Slika 2.30: Primeri čistega striga v konstrukcijah

Pri čistem strigu bo v nearmiranem betonskem nosilcu nastala porušitev v neki drugi ravnini, v kateri bodo natezne napetosti dosegle natezno trdnost f_{ct} . Zaradi tega strižna trdnost f_v ni bistvena in je predpisi ne navajajo.

$$f_v \approx \frac{f_{ct}}{0,35 \cdot 0,5} \quad (2.42)$$



Slika 2.31: Möhrov napetostni krog pri čistem strigu

Pri čistem strigu z upogibom praviloma iščemo ravnine π , v katerih se pojavijo glavne natezne napetosti σ_{ct} . Metod, s katerimi se določa prerezna trdnost betona, je več, vendar nobena ni dovolj zanesljiva.

2.5 Deformacije normalnega betona

Poleg trdnosti betona moramo za razumevanje obnašanja konstrukcije v času eksploatacije in mejne obremenitve poznati tudi sposobnost deformacij betona. Poleg tega še moramo poznati fizikalne lastnosti ojačil (armature), ki so bistveno različne od fizikalnih lastnosti betona. Znano je, da beton in armatura sodelujeta, posledica česar je enaka deformacija obeh tam, kjer sta spojena. Danes vemo, da deformacije betona vplivajo na napetostno stanje, deformacije, stabilnost in varnost konstrukcije. Po značaju ločimo pri strjenem betonu naslednje deformacije:

- volumenske deformacije betona: so neodvisne od obremenitve ter nastanejo zaradi krčenja, nabrekanja in temperature;

- deformacije, ki nastanejo kot posledica obremenitve: obremenitve so lahko kratkotrajne, dolgotrajne ali ciklične. Elastični modul E pri ciklični obremenitvi je enak elastičnemu modulu E pri hipni obremenitvi;
- elastične deformacije, ki se pojavijo zaradi obremenitev: te deformacije so povratne – po razbremenitvi nimamo trajnih deformacij;
- plastične deformacije: nastanejo zaradi visoke kratkotrajne obtežbe in ciklične obremenitve. Po razbremenitvi ostanejo v konstrukciji trajne deformacije;
- časovne in od klime odvisne deformacije: nastanejo zaradi spremembe volumna cementnega gela. Pri tem ločimo:
 - krčenje ϵ_s (shrinkage) in nabrekanje (swelling): to sta deformaciji, ki nista odvisni od obtežbe, temveč samo od sprememb volumna cementnega gela;
 - lezenje (creep): to je deformacija zaradi obremenitve oziroma razbremenitve (creep recovering), ki povzroča tudi spremembo volumna cementnega gela.

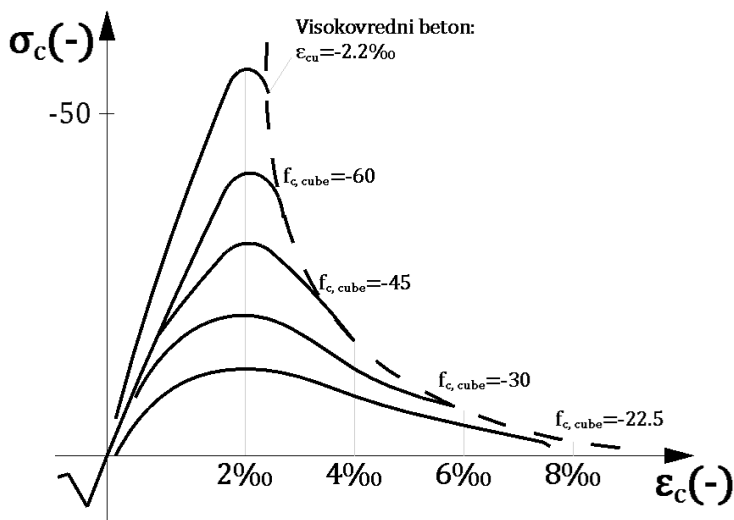
Deformacije lahko uspešno izračunamo s pomočjo elastične teorije (Hookov zakon), ko so deformacije premo sorazmerne napetostim in obratno sorazmerne modulu elastičnosti, in sicer po enačbi 2.43:

$$\epsilon_{el} = \frac{\sigma_{el}}{E_{el}} \quad (2.43)$$

Zato nacionalni predpis zahteva izračun deformacij v elastičnem področju, ki jih dobimo z nefaktoriranimi vrednostmi obremenitev ($\gamma_{ui} = 1,0$). Za trajno obremenitev pa moramo upoštevati vplive lezenja in krčenja na deformacije betona.

2.5.1 Modul elastičnosti in strižni modul

Samo elastično obnašanje betona opazimo pri nizkih normalnih napetostih, ki praviloma ne preokračujejo 40 % povprečne tlačne trdnosti betona. V tem območju velja Hookov zakon. Delovne diagrame za različne kakovosti betonov, dobljene z enoosnim pritiskom na vzorcih v obliki kock, prikazuje Slika 2.32.



Slika 2.32: Rezultati preiskav za različne kakovosti betonov

Iz Slika 2.32 je razvidno, da betoni različnih kakovosti dosežejo tlačne trdnosti pri enakih dilatacijah, ki znašajo približno 2 ‰. Porušne specifične deformacije, ki jih prikazuje črtkana črta, pa so za betone višjih kakovosti nižje kot za betone nižjih kakovosti.

Za dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij bo mejna deformacija 3,5 ‰ privzeta za vse betone do kakovosti C50. Natančnejše vrednosti pa prikazuje tabela 2.18.

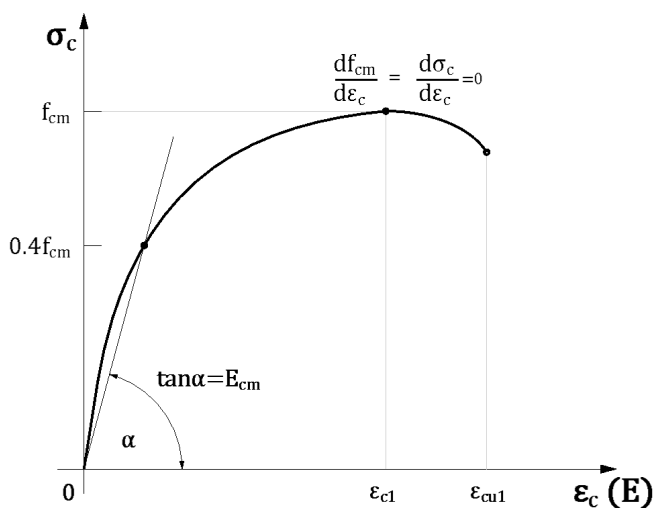
Preglednica 2.21: Specifične deformacije za različne kakovosti betonov [2]

	Trdnostni razredi betona														
f_{ck} [MPa]	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
ε_{c1} [‰]	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	
ε_{cu1} [‰]	3,5										3,2	3,0	2,8	2,8	2,8
ε_{c2} [‰]	2,0										2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
ε_{cu2} [‰]	3,5										3,1	2,9	2,7	2,6	2,6

Specifični raztezek natezno obremenjenega betona ni odvisen od kakovosti betona in znaša pri pretrgu betona (0,1 – 0,2 ‰).

Modul elastičnosti – Youngov modul: modul elastičnosti betona definira smerni količnik sekante E_{cm} in predstavlja razmerje med napetostjo $\sigma_c = 0,4 \cdot f_{cm}$ in pripadajočo specifično deformacijo ε_c , kot je zapisano z (2.44) in prikazano na Slika 2.32.

$$E_{cm} = \frac{\sigma_{cm}}{\varepsilon_c} = \frac{0,4 \cdot f_{cm}}{\varepsilon_c} = \tan \alpha \quad (2.44)$$



Slika 2.33: Delovni diagram betona pri tlaku [8]

Nacionalni predpis navaja izračun sekantnega modula elastičnosti za betone iz kremenovega agregata v (2.45) in že izračunane vrednosti za posamezne kakovosti betona v Preglednica 2.22 [2].

$$E_{cm} = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad (2.45)$$

Pri tem velja:

$$E_{cm} \text{ v } \frac{kN}{mm^2} \text{ (GPa)}$$

$$f_{cm} \text{ v } \frac{N}{mm^2} \text{ (MPa)}$$

V primeru uporabe agregata iz apnenca je treba njegovo vrednost zmanjšati za 10 %, v primeru uporabe agregata iz peščenjaka za 30 %, v primeru uporabe agregata iz bazalta pa povečati za 20 %.

Preglednica 2.22: Sekantni modul elastičnosti za različne kakovosti betonov [2]

	Trdnostni razredi betona													
f_{ck} [MPa]	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
E_{cm} [GPa]	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44

Vrednosti sekantnega modula elastičnosti pri tlaku imajo le informativni značaj, ker so dejanske vrednosti odvisne od granulometrijske sestave agregata (ϕ_{\max}), količine in vrste cemente, vodocementnega faktorja, starosti betona, vgradnje in nege betona. Če so deformacije in razpoke konstrukcije bistvenega pomena, moramo preiskati beton z dejanskimi komponentami betona (delovni diagram betona) ali iz izmerjenega povesa konstrukcije izračunati E . Izračun za modul elastičnosti poljubno starega betona podaja predpis prek (2.46):

$$E_{cm}(t) = E_{cm} \cdot \left(\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right)^{0,3} \quad (2.46)$$

Tangentni modul elastičnosti pri začetni napetosti σ_0 definiramo z (2.47), ki predstavlja naklon premice v koordinatnem izhodišču in je večji od E_{cm} :

$$E_0 = \frac{d\sigma_0}{d\varepsilon_0} \quad (2.47)$$

Pri napetostih, večjih od $0,4 \cdot f_{cm}$, preidemo v elastoplastično območje. Pri napetostih $\sigma_c = f_{cm}$ bi znašal tangentni modul elastičnosti nič. Ker v dejanskem stanju to ne velja, literatura navaja enačbo (2.46) [9]. Sekantni modul elastičnosti v elastoplastičnem stanju znaša:

$$E_{c,sek,plast.} = E_0 \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{2\varepsilon_{c1}} \right) \quad (2.48)$$

$$E_{c,sek,min.} = E_0 \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_{c1}}{2\varepsilon_{c1}} \right) = \frac{E_0}{2} \quad (2.49)$$

Poissonov koeficient in strižni modul betona: vsaka obtežba povzroča poleg deformacij v smeri sile tudi prečne deformacije. Razmerje med prečnimi in vzdolžnimi deformacijami imenujemo Poissonov koeficient (po francoskem fiziku in matematiku Simeonu-Denisu Poissonu (1781–1840)) in znaša za beton od 0,16 do 0,25, odvisno od tega, ali gre za elastične ali plastične deformacije.

$$\nu_c = -\frac{\epsilon_{\text{prečne}}}{\epsilon_{\text{vzdolžne}}} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \approx \mathbf{0,20} \quad (2.50)$$

Vrednosti, manjše ali enake 0,2, pripadajo elastičnim deformacijam, vrednosti okoli 0,25 pa že plastičnim deformacijam betona. Nacionalni predpis priporoča vrednost 0,2 za nerazpokan prerez, za razpokanega pa 0 [2].

S pomočjo Poissonovega koeficienta lahko izračunamo strižni modul betona po (2.51):

$$G_c = \frac{E_c}{2 \cdot (1 + \nu)} \approx \mathbf{0,40 E_c} \quad (2.51)$$

Deformacije zaradi prečnih sil in torzijskih momentov, ki jih izračunamo (2.52), pa veljajo le za nerazpokane armiranobetonske elemente, torej za majhne obremenitve. Za razpokane elemente vrednosti za strižni modul ne smemo upoštevati po (2.51).

$$\nu = \int_x \frac{V \cdot \bar{V}}{G \cdot A_s} dx; \quad \varphi_x = \int_x \frac{M_x \cdot \bar{M}_x}{G \cdot I_t} dx \quad (2.52)$$

2.5.2 Temperaturni razteznostni koeficient α_t in toplotna prevodnost λ normalnih betonov

Sprememba temperature, enakomerne ali neenakomerne vzdolž prereza elementa, povzroča v betonu volumenske deformacije (raztezke, skrčke in ukrivljanje).

Temperaturni razteznostni koeficient α_t (Coefficient of thermal expansion): pri visokih temperaturah ($T > 200 \text{ }^\circ\text{C}$) znaša do $22 \cdot 10^{-6} \cdot K^{-1}$, pri nizkih temperaturah ($T < 0 \text{ }^\circ\text{C}$) pa lahko pade do $5 \cdot 10^{-6} \cdot K^{-1}$. Za »normalna« temperaturna nihanja znaša

$(9\sim 12) \cdot 10^{-6} \cdot K^{-1}$ in zato tudi predpis [3] navaja priporočeno vrednost $\alpha_t = 10 \cdot 10^{-6} \cdot K^{-1}$.

Temperaturni razteznostni koeficient je odvisen tudi od vrste agregata. Koeficient bo najmanjši pri betonu, za katerega smo uporabili apnenec, največji pa pri betonu, za katerega smo uporabili kremenčev agregat. Za jeklo, ki se najpogosteje uporablja kot ojačilo za beton, ima pri »normalnih« temperaturah koeficient $\alpha_t = 12 \cdot 10^{-6} \cdot K^{-1}$, kar je za armiranobetonske konstrukcije zelo ugodno (kompabiliteta jekla in betona).

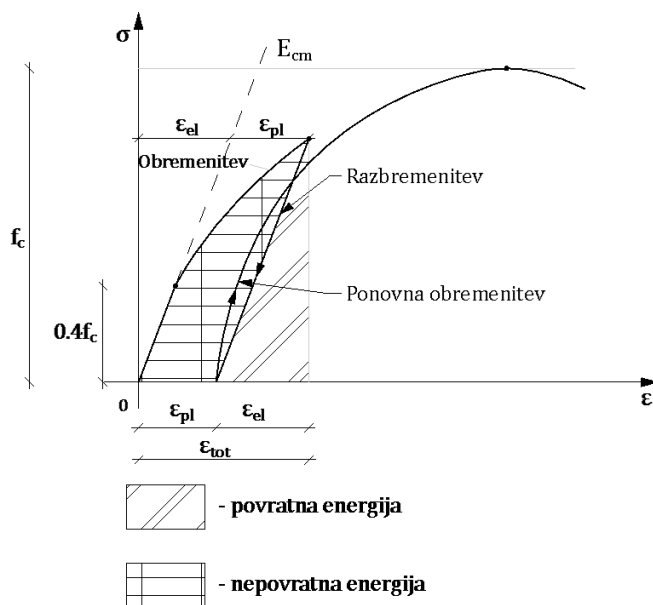
Toplotna prevodnost betona λ (Thermal conductivity): je lastnost, odvisna od gostote vlažnosti in količine kremenčevega peska v betonu. Za normalne betone gostote $\rho = 2,2 - 2,4 \frac{t}{m^3}$ znaša toplotna prevodnost $\lambda = 5,04 - 10,1 \frac{J}{m^3 \cdot K \cdot h}$. Ker pa ima jeklo precej višjo toplotno prevodnost: $\lambda = 252 \frac{J}{m^3 \cdot K \cdot h}$, moramo to upoštevati, saj ta razlika privede do temperaturnih razlik med betonom in armaturo.

2.5.3 Časovno neodvisne plastične deformacije betona

Če pri enkratni kratkotrajni obremenitvi betona presežemo 40 % njegove tlačne trdnosti ($\sigma_c > 0,4f_c$), postaja delovni diagram betona vse bolj ukrivljen (modul elastičnosti postaja vse manjši). Ko pri napetosti, višji od $0,4f_c$, vzorec razbremenimo, opazimo, da se deformacija več ne povrne v začetno izhodiščno stanje, temveč ostane vzorec oziroma konstrukcija deformirana. To pomeni, da so se na vzorcu pojavile plastične deformacije kot posledica nepovratne energije.

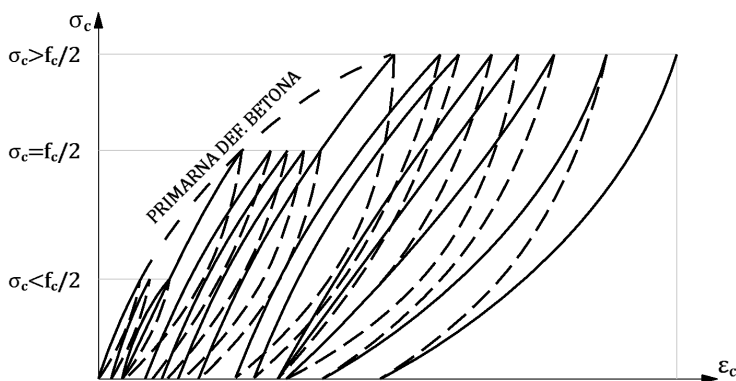
Iz Slika 2.34 je razvidno, da v območju elastoplastičnega obnašanja betona ($\sigma_c > 0,4f_c$) ne moremo več računati s konstantnim modulom elastičnosti.

Plastične deformacije betona zaradi ciklične obremenitve: na spodnji sliki je prikazano obnašanje betona pri ciklični obtežbi za različne napetosti v betonu. Za napetosti, ki so manjše ali enake polovici tlačne trdnosti betona: $\sigma_c \leq 0,5f_{ck}$, je obremenilna krivulja konveksna, razbremenilna pa konkavna. Z večjim številom ciklusov se krivulji uravnava, trajne deformacije pa s časom izginejo – v tem primeru porušitve betona ne bo.



Slika 2.34: Deformacije betonske prizme zaradi trenutne obremenitve in razbremenitve ter ponovne obremenitve

Če napetosti presegajo polovico tlačne trdnosti betona: $\sigma_c > 0,5f_{ck}$, sta v začetnih ciklih obremenilna in razbremenilna krivulja podobni kot pri nižjih obremenitvah, z večanjem števila ciklov pa se obremenilna krivulja izravna in celo usloči v konkavno obliko (kot razbremenilna krivulja). Takšna ukrivljenost obremenilne krivulje opozarja na utrujanje betona in nadaljnje ponavljanje obremenitev povzroča vse večje trajne deformacije, nižje nagibe delovnega diagrama in porušitev betona.



Slika 2.35: Delovni diagram pri ponavljajoči se oziroma ciklični obremenitvi

2.6 Časovno odvisne deformacije

2.6.1 Reologija betona

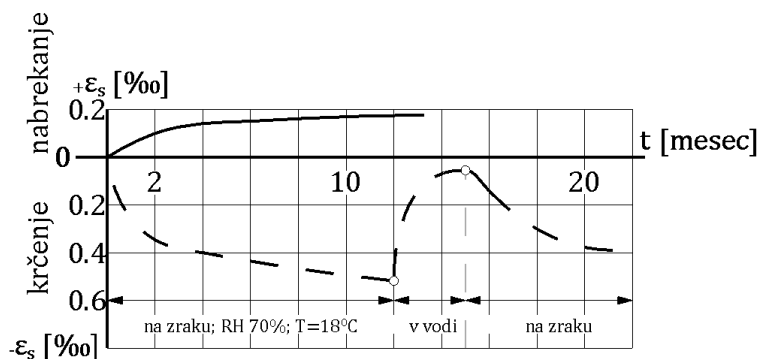
To so volumenske deformacije, ki nastanejo zaradi različnih vzrokov. K tem vzrokom prištevamo krčenje in lezenje betona, katerih vplive moramo upoštevati pri dimenzioniranju prednapetih konstrukcij, ter račun razpok in deformacij armiranobetonskih konstrukcij (SLS).

2.6.2 Krčenje in nabrekanje betona (shrinkage and swelling)

Zaradi izparitve kemično nevezane vode se cementno testo ali gel v času sušenja in strjevanja (vezanja betona) krči in tako manjša svojo prostornino. Nasprotno pa beton zaradi vlaženja (visoka relativna vlažnost okolice: $RH > 80\%$) okolice svoj volumen povečuje. Ta pojav imenujemo krčenje in nabrekanje betona, ki sta v bistvu visokoplastični deformaciji, odvisni od časa. Krčenje in lezenje betona sta delno povratni (reverzibilni) deformaciji.

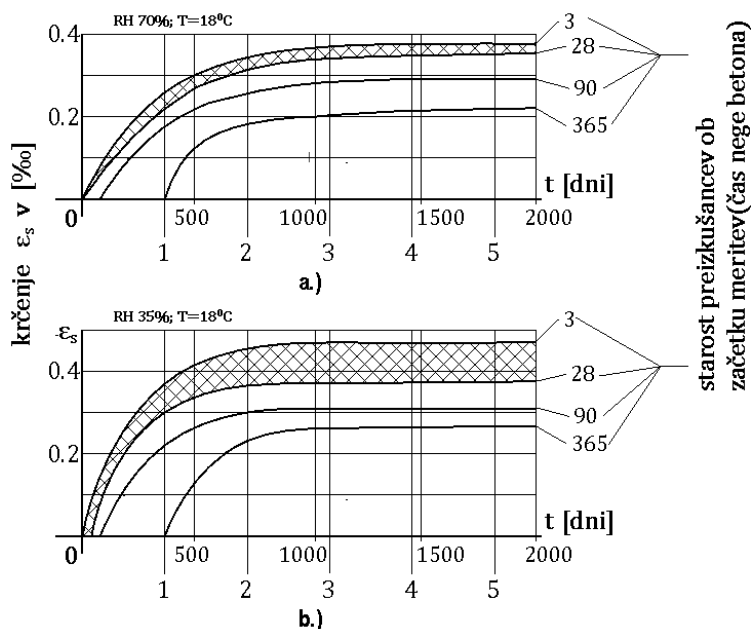
Krčenje betona je odvisno od relativne vlažnosti okolice, časa negovanja betona (beton lahko vlažimo do začetka meritve), temperature okolice, količine cementa, faktorja w/c , žitkosti betona in tako imenovane srednje debeline h_0 .

Časovni potek krčenja in nabrekanja betona prikazuje spodnja slika.



Slika 2.36: Krčenje (reverzibilno) in nabrekanje betona, grajenega s cementom 25 (350 kg/m³) pri RH 70 % in temperaturi okolice 18 °C [12]

Čas negovanja betona do začetka meritev zelo vpliva na krčenje betona. Ta proces prikazuje Slika 2.37, kjer so enaki vzorci (preizkušanci) podvrženi negovanju v različno vlažnih prostorih.



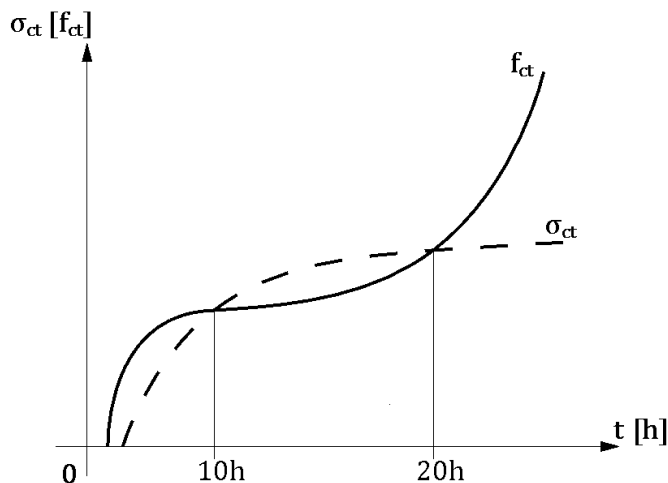
Slika 2.37: Časovni potek krčenja betonskih prizem (12 cm x 12 cm x 36 cm) pri različnih vlažnostih RH, temperaturi 18 °C in času negovanja betona [13]

Beton v bolj suhem okolju (RH 35 %) doseže prej in višje končne vrednosti krčenja betona $\epsilon_{s\infty}$ kot v vlažnem okolju. Z enoletnim vlaženjem betona lahko zmanjšamo krčenje za približno 40 %. Pri tankih elementih (plošče) se krčenje betona konča v dveh do štirih letih, pri debelih elementih ($d > 1,0 m$) pa po približno enajstih letih.

Velika količina cementa in visok faktor w/c povečujeta krčenje betona. Tudi višja temperatura in nižja vlaga (RH) povečujeta krčenje betona.

Mejne vrednosti krčenja betona $\epsilon_{s\infty}$ veljajo za temperature od +10 °C do +20 °C, vendar jih lahko upoštevamo tudi za temperature od –20 °C do +40 °C. Te vrednosti upoštevamo za RH od 20 % do 100 %.

Krčenje betona je v armiranih konstrukcijah ovirano, ovirano je tudi na stikih med starim in novim betonom, v notranjosti telesa se krčenje betona odvija počasneje kot po obodu elementa, ki je v stiku z zrakom. Zaradi tega nastajajo v »zunanjem« delu betona, kjer armatura preprečuje oziroma ovira skrček betona, natezne napetosti, ki »hitro« dosežejo natezno trdnost betona – pojav razpoke.



Slika 2.38: Razvoj nateznih trdnosti in nateznih napetosti v betonu

Zgornja slika prikazuje, da se razpokam v armiranobetonski konstrukciji ne moremo izogniti, saj natezna napetost σ_{ct} že po 10 h doseže natezno trdnost betona f_{ct} .

2.6.3 Izračun vrednosti krčenja betona ϵ_s

Na krčenje betona vplivata sušenje in strjevanje betona. Po SIST EN 1992 izračunamo celotno deformacijo krčenja betona po (2.53):

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} \quad (2.53)$$

ϵ_{cd} ... delež krčenja betona zaradi sušenja (drying)

ϵ_{ca} ... delež krčenja betona zaradi strjevanja (autogenous)

Končne vrednosti krčenja betona zaradi sušenja podaja (2.54):

$$\varepsilon_{cd,\infty} = R_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad (2.54)$$

k_h ... količnik, ki je odvisen od tako imenovane srednje ali »fiktivne« debeline h_0 , ki je podana v Preglednica 2.24.

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} \quad (2.55)$$

A_c ... površina prečnega prereza betona

u ... obod betona, ki je v času sušenja izpostavljen zraku

$\varepsilon_{cd,0}$... nazivna vrednost neoviranega krčenja betona zaradi sušenja betona

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \cdot \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \left(e^{-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{10}} \right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad (2.56)$$

Pri tem pomenijo:

3 CEM S

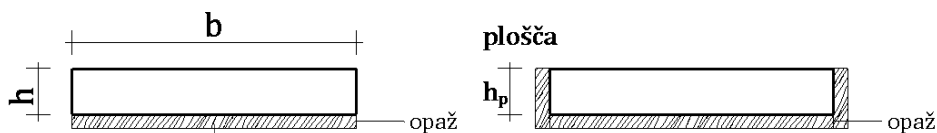
$\alpha_{ds1} = 4$ CEM N

6 CEM R

3 CEM S

$\alpha_{ds2} = 4$ CEM N

6 CEM R

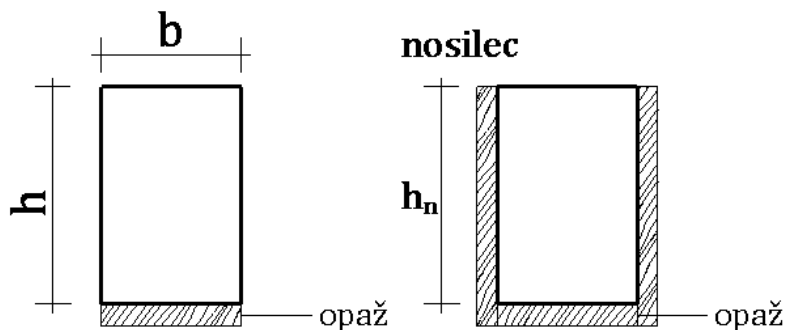


$$A_c = h \cdot b$$

$$u = 2h + b$$

$$A_c = h \cdot b; h_0 = \frac{2 \cdot h_p \cdot b}{b} \cong 2h_p$$

$$u = b$$



$$A_c = h \cdot b; h_0 = \frac{2 \cdot h \cdot b}{2h + b} \quad u = 2h + b \quad A_c = h \cdot b; h_0 = \frac{2 \cdot h \cdot b}{b} = 2h_n \quad u = b$$

Slika 2.39: Primeri določitve debeline h_0

$$\beta_{RH} = 1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad (2.57)$$

RH_0 ... 100-odstotna vlažnost

RH ... 100-odstotna relativna vlažnost okolice v času sušenja betona

Preglednica 2.23: Nazivne vrednosti neoviranega krčenja betona iz cementa CEM razreda N zaradi sušenja $\varepsilon_{cd,0}$ (v ‰) [8]

$f_{ck}/f_{ck,cube}$ (MPa)	Relativna vlažnost (v ‰)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0,58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

Časovni razvoj deformacij krčenja betona zaradi sušenja podajajo (2.58) in (2.59) ter Slika 2.53.

$$\varepsilon_{cd,t} = \beta_{ds(t,t_s)} \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad (2.58)$$

$$\beta_{ds(t,t_s)} = \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0,04 \cdot \sqrt{h_0^3}} \quad (2.59)$$

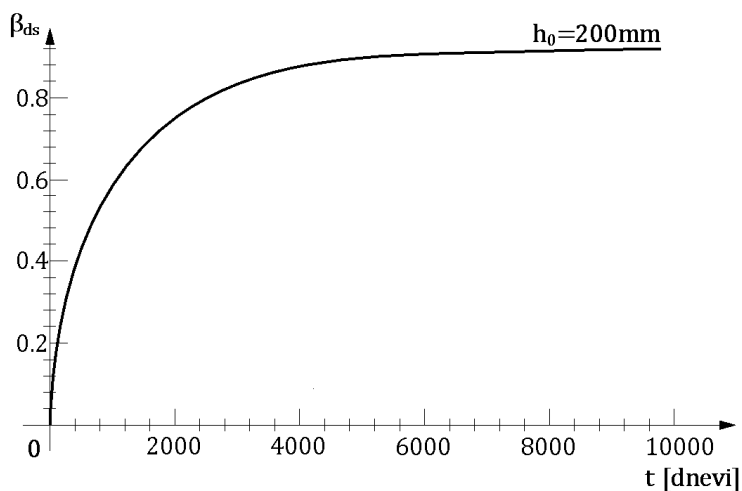
t ... starost betona v obravnavanem času t

t_s ... starost betona ob začetku krčenja zaradi sušenja (ali nabrekanja) betona – običajno je to tisti dan (čas), ko smo prenehali negovati beton

Preglednica 2.24: Vrednosti koeficienta k_h [8]

h_0 [mm]	k_h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

Diagram časovnega razvoja deformacij krčenja betona $\beta_{ds(t)}$ zaradi sušenja prikazuje Slika 2.40.



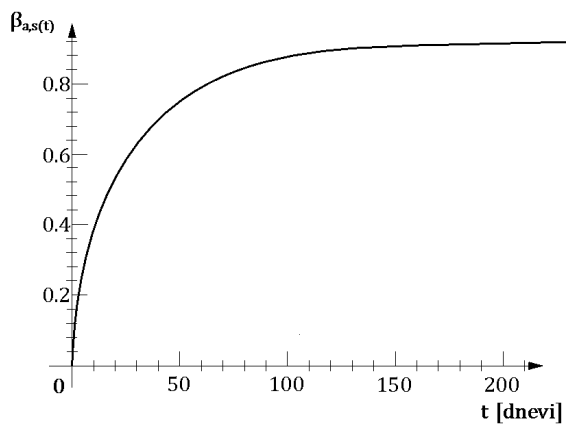
Slika 2.40: Časovni razvoj deformacije krčenja betona zaradi sušenja

Časovni razvoj krčenja betona zaradi strjevanja betona je precej manjši od časovnega razvoja krčenja betona zaradi sušenja ter ga podajajo (2.60), (2.61) in (2.62) in Slika 2.41.

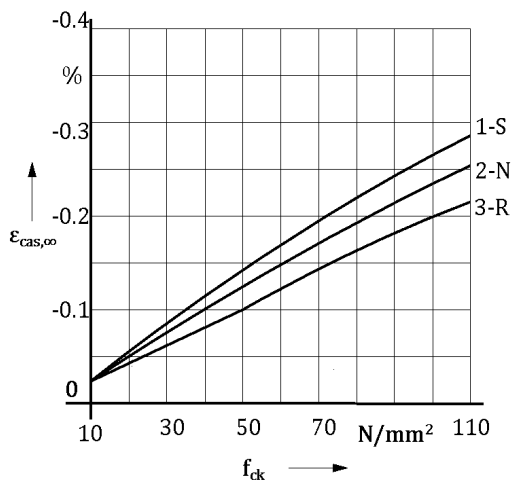
$$\varepsilon_{ca,t} = \beta_{as,t} \cdot \varepsilon_{ca,\infty} \quad (2.60)$$

$$\varepsilon_{ca,\infty} = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad (2.61)$$

$$\beta_{as,t} = 1 - e^{-0,2 \cdot \sqrt{t}} = 1 - \frac{1}{e^{0,2 \cdot \sqrt{t}}} \quad (2.62)$$



Slika 2.41: Časovni razvoj deformacije krčenja betona zaradi strjevanja betona



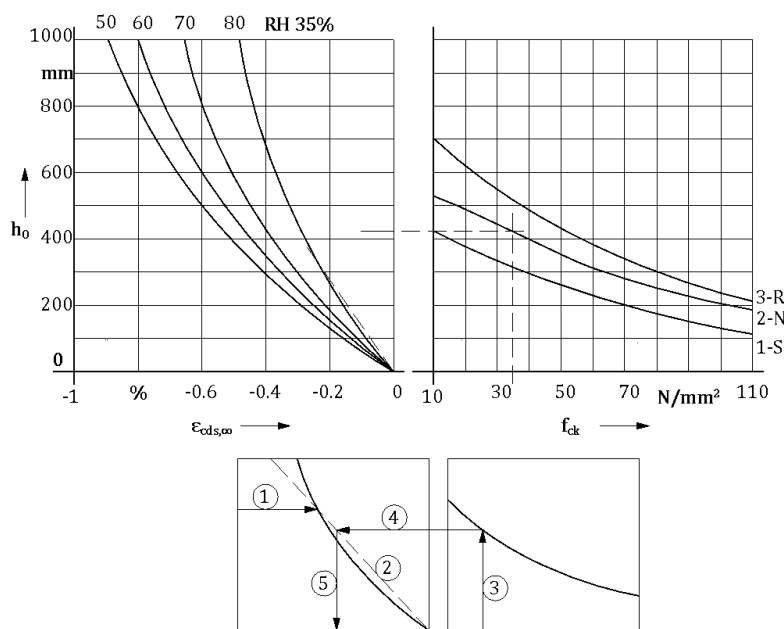
Slika 2.42: Mejne vrednosti krčenja betona zaradi strjevanja betona [14]

Nemške norme podajajo grafikone, s pomočjo katerih lahko »dovolj« natančno izračunamo $\varepsilon_{cd,s}$ in $\varepsilon_{ca,s}$, v funkcijski odvisnosti od karakteristične tlačne trdnosti v obliki Slika 2.42 [14].

Krčenje zaradi strjevanja betona – $\varepsilon_{ca,s}$:

- 1 – trdnostni razred cementa CEM 32,5 N (MPa); S – počasi se vezoč
- 2 – trdnostni razred cementa CEM 32,5 R; 42,5 N (MPa); N, R – počasi ali hitro se vezoč
- 3 – trdnostni razred cementa CEM 42,5 R; 52,5 N (MPa); R – hitro se vezoč

Krčenje zaradi sušenja betona – $\varepsilon_{cd,s}$:



Slika 2.43: Mejne vrednosti krčenja betona zaradi sušenja betona [14]

- 1 – trdnostni razred cementa CEM 32,5 N (MPa); S – počasi se vezoč
- 2 – trdnostni razred cementa CEM 32,5 R; 42,5 N (MPa); N, R – počasi ali hitro se vezoč
- 3 – trdnostni razred cementa CEM 42,5 R; 52,5 N (MPa); R – hitro se vezoč

V »obeh« primerih niso enako kot v EC2 definirani cementi S, N, R.

2.6.4 Lezenje betona

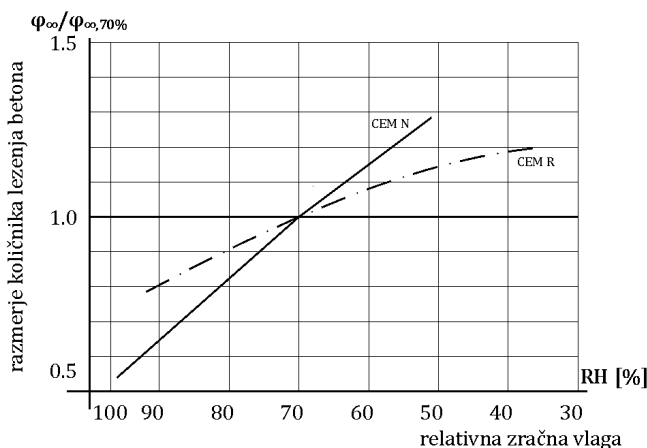
Lezenje betona nastane zaradi trajne obremenitve armiranobetonskega elementa, ko kemično nevezana voda iz mikropor cementnega testa (gela) vtisnemo v kapilare, kjer izpari, zaradi česar se volumen betona zmanjša. Tako kot krčenje betona je tudi lezenje odvisno od temperature in vlažnosti RH okolice, srednje debeline h_0 , količine in vrste cementa, faktorja w/c , žitkosti konsistence betona in starosti betona v trenutku obremenitve (glej Slika 2.44 in Slika 2.45).

Lezenje s časom trajanja upada in se lahko ustavi po približno enem letu stalne obremenitve.

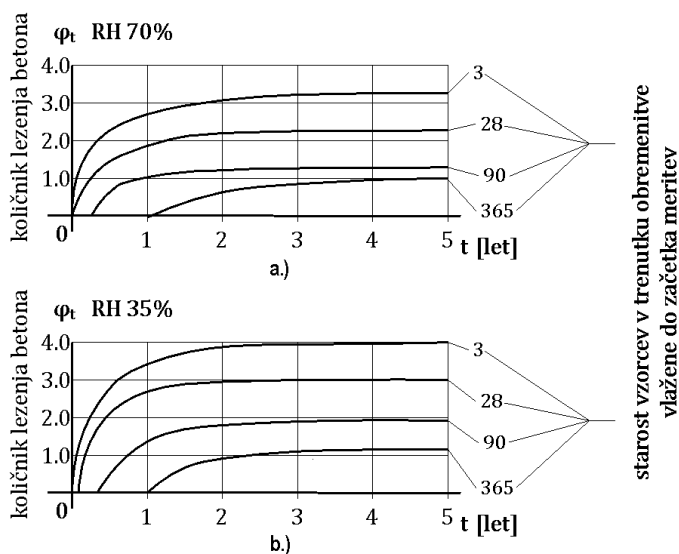
Po velikosti so lahko deformacije zaradi lezenja betona večkrat večje od trenutnih elastičnih deformacij. Kot krčenje je tudi lezenje betona pri razbremenitvi reverzibilno.

Na pojav lezenja betona sta že leta 1905 opozorila Considere in Woolson. Prof. Ros (1938) je ugotovil, da je lezenje betona odvisno tudi od vrste cementa, še prej pa je Davis ugotovil odvisnost lezenja betona od faktorja w/c .

Lezenje betona pri natezni obremenitvi je celo 1,5-krat večje kot pri tlačni obremenitvi.



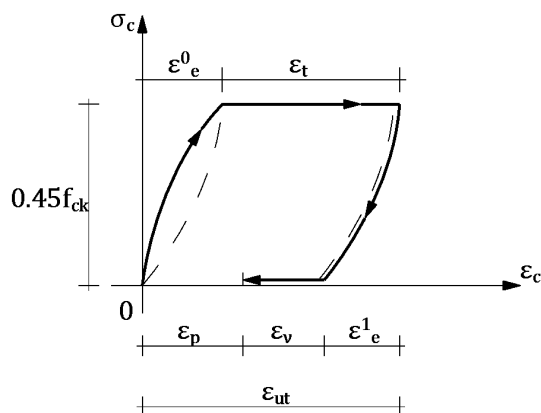
Slika 2.44: Odvisnost količnika lezenja betona ($\varphi_{\infty} / \varphi_{\infty,70\%}$) od RH okolja in vrste cementa



Slika 2.45: Količnik lezenja betona φ_t v odvisnosti od starosti betona v trenutku obremenitve in RH okolja – vzorci: prizme 12 cm x 12 cm x 36 cm; $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$ in $t = 18^\circ\text{C}$ [13]

Količnik lezenja betona v času t predstavlja razmerje deformacije v času trajanja obtežbe v času t in trenutne elastične deformacije betona pri napetosti betona $\sigma_c = 0,4 \cdot f_c \cong 0,45 \cdot f_{ck}$.

$$\varphi_t = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_e^0} \quad (2.63)$$



Slika 2.46: Delovni diagram $\sigma - \varepsilon$ betona zaradi obremenitve, ki je trajala t dni, in hipne razbremenitve

- ε_e^0 ... trenutna elastična deformacija pri obremenitvi $\sigma_c \cong 0,45 \cdot f_{ck}$
 ε_t ... časovna deformacija pri napetosti σ_c
 $\varepsilon_e^1 \cong \varepsilon_e^0$... trenutna elastična deformacija pri popolni razbremenitvi
 $\varepsilon_e^t \cong \varepsilon_{ev}$... časovna elastična deformacija po razbremenitvi
 ε_p ... trajna (plastična) deformacija po razbremenitvi

Slika 2.46 prikazuje delovni diagram $\sigma - \varepsilon$ za vzorec, ko smo ga »hitro« obremenili do $0,45 \cdot f_{ck}$ in opazili trenutno elastično deformiranje ε_e^0 . Če bi v tem trenutku vzorce razbremenili, bi bili povratna deformacija ε_e^0 in končna deformacija nič. Torej se je do napetosti $0,45 \cdot f_{ck}$ vzorec obnašal elastično. Pri nižji napetosti $\sigma_c < 0,45 \cdot f_{ck}$ bi bila elastična deformacija manjša. Pri deformaciji ε_e^0 bo vzorec še napet z napetostjo σ_c in po določenem času bo deformacija ε_t večja od deformacije ε_e^0 , čeprav se napetost σ_c ni spremenila. Deformacijo ε_t imenujemo časovna deformacija, ki je deloma elastična in plastična ter bo lahko večja čim dalj bo vzorec obremenjen. Razmerje med časovno deformacijo ε_t in trenutno elastično deformacijo ε_e^0 pa imenujemo količnik lezenja betona $\varphi_{t_0,t}$ in je podan v (2.66).

Po daljšem času obremenitve, ko deformacija v času t_1 ni bila večja od deformacije v času t_{-1} , lahko trdimo, da se je lezenje betona izvršilo, in določimo »končni« količnik lezenja betona $\varphi_{t_0,\infty}$ po (2.64).

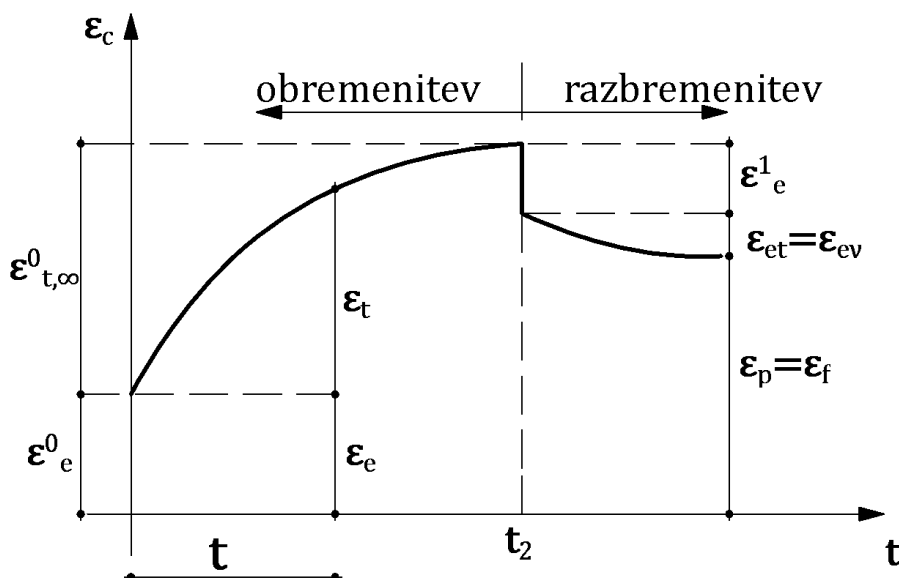
$$\varphi_{t_0,\infty} = \frac{\varepsilon_{t_0,\infty}}{\varepsilon_e^0} \quad (2.64)$$

Opazujemo vzorec, ki se je »stisnil« za ε_t pri hipni popolni razbremenitvi. Vzorec se bo trenutno »raztegnil« za delež $\varepsilon_e^1 \cong \varepsilon_e^0$, s časom t pa že za ε_{ev} , kjer je ε_e^1 trenutna elastična deformacija po razbremenitvi (relaksaciji) in ε_{ev} časovna elastična deformacija po razbremenitvi, katere vrednost znaša $\varepsilon_{ev} = (0,24 - 0,44) \cdot \varepsilon_e^0$.

Oblika vzorca po popolni razbremenitvi pa ni več enaka obliki pred obremenitvijo, temveč je vzorec ostal »krajši« za $\varepsilon_p \cdot a$, kjer je ε_p trajna plastična deformacija, a pa višina vzorca.

Seveda se moramo zavedati, da je »v praksi« vzorec trajno obremenjen zaradi lastne in stalne obtežbe, relaksacija pa se zgodi zaradi zmanjšanja spremenljive obtežbe.

Časovni potek deformacij zaradi obremenitve in razbremenitve prikazuje Slika 2.47 in jo moramo primerjati s Slika 2.46.



Slika 2.47: Delovni diagram $\varepsilon - t$ za časovni potek deformacij pri obremenitvi in razbremenitvi

$$\varepsilon_e^0 = \frac{\sigma_{c0}}{E_{cm}}$$

$$\varepsilon_t = \varphi_{t_0, t} \cdot \varepsilon_e^0$$

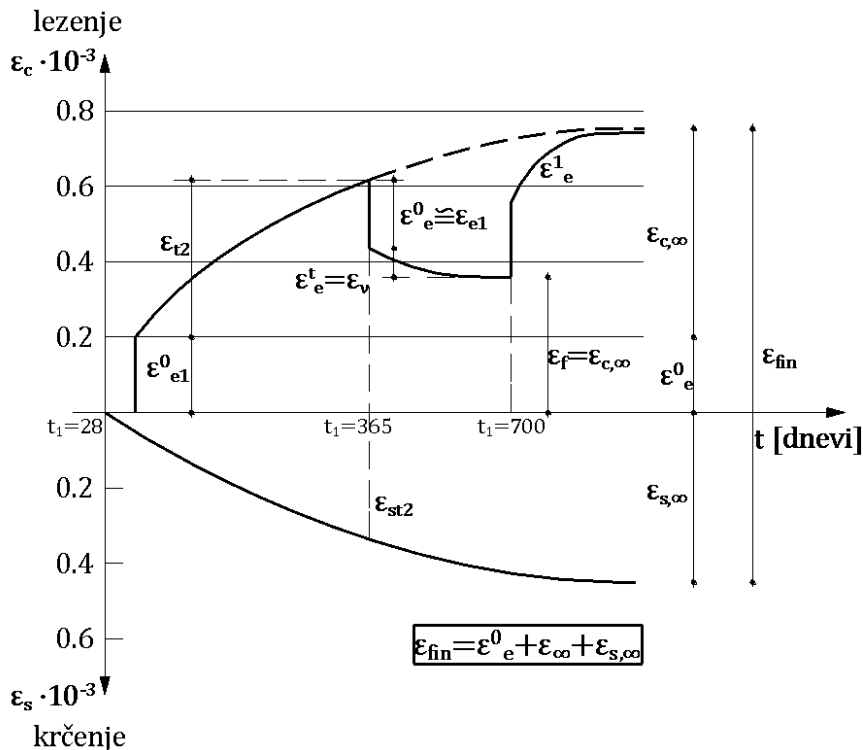
$\varepsilon_{t, \infty}^0$ – »časovna« deformacija betona v času $t = \infty$, ko se je lezenje izvršilo

$$\varepsilon_e^1 = \frac{\sigma_{c0}}{E_c} = \frac{\sigma_{c0}}{1,05 \cdot E_{cm}}$$

$$\varepsilon_{et} = \varepsilon_{ev}$$

$\varepsilon_p = \varepsilon_f$ – trajna nepovratna deformacija betona po razbremenitvi (lezenje betona)

Razmere zaradi lezenja betona pri obremenitvi, razbremenitvi in relaksaciji (ε_v) ter ponovni obremenitvi in zaradi krčenja betona ε_s ($\varepsilon_{t, \infty}^0$) prikazuje spodnja slika.



Slika 2.48: Delovni diagram $\varepsilon - t$ zaradi lezenja (obremenitev – razbremenitev – obremenitev) in krčenja betona

Črtkana črta na Slika 2.48 prikazuje deformacije betona brez razbremenitve. Končna deformacija betona zaradi lezenja (brez razbremenitve) in krčenja betona znaša:

$$\varepsilon_K = \varepsilon_{fin} = \varepsilon_e^0 + \varepsilon_{\infty} + \varepsilon_{s,\infty} \quad (2.65)$$

Če pa vzorec v času t_2 razbremenimo, znaša končna deformacija:

$$\varepsilon_K = \varepsilon_{t,\infty}^1 + \varepsilon_{s,\infty} = \varepsilon_c^0 + \varepsilon_{t2} - \varepsilon_c^1 - \varepsilon_v + \varepsilon_{s,\infty} = \varepsilon_f + \varepsilon_{s,\infty} \quad (2.66)$$

»Končna« dilatacija v času t znaša:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_u^t = \varepsilon_e + \varepsilon_t \cong \frac{\sigma_c}{E_c} + \varphi_{t_0,t} \cdot \frac{\sigma_c}{E_c} \cong \frac{\sigma_c}{E_c} (1 + \varphi_{t_0,t}) \cong \frac{N}{A_c \cdot E_c} \cdot (1 + \varphi_{t_0,t}) \quad (2.67)$$

Efektivni modul elastičnosti:

$$\frac{E_c}{1 + \varphi_{t_0,t}} = E_{c,ef}^t \quad (2.68)$$

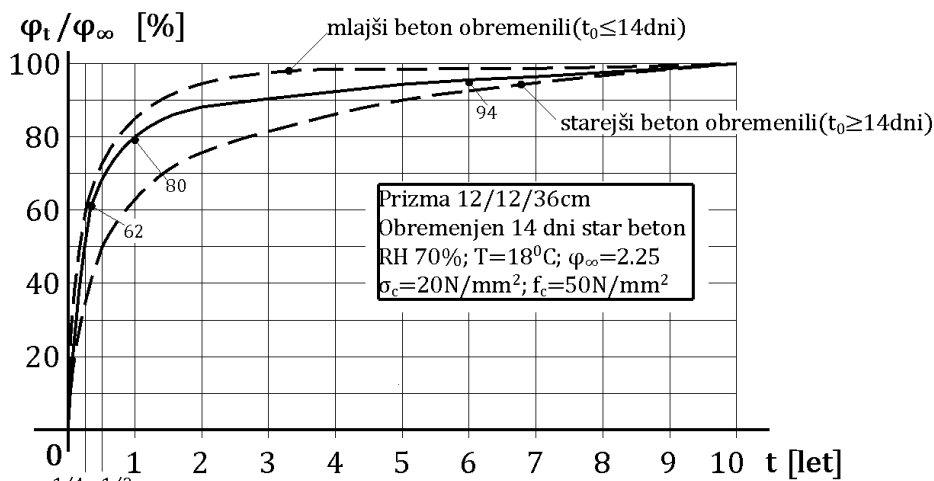
Dilatacija v času $t = \infty$:

$$\varepsilon_{ce}^\infty = \frac{N}{A_c \cdot E_c} \cdot (1 + \varphi_{t_0,\infty}) \quad (2.69)$$

$$E_{c,(28 \text{ dni})} = 1,05 \cdot E_{cm} \quad (2.70)$$

$$A_c \cong A_{c,id}$$

Časovni potek lezenja betona 14 dni starega vzorca (brez obremenitve) ponazarja »srednja krivulja« na Slika 2.49.



Slika 2.49: Časovni potek lezenja betona pri konstantni temperaturi 18 °C in RH 70 % [13]

Po enem letu je znašal $\frac{\varphi_t}{\varphi_\infty} = 80 \%$.

Evropske norme EC2 oziroma SIST EN 1992 podajajo končne vrednosti količnika lezenja betona $\varphi_{t_0,\infty}$ v odvisnosti od relativne vlažnosti okolice RH, starosti betona v trenutku obremenitve t_0 , srednje debeline h_0 , uporabljenega cementa CEM in trajanj obremenitve.

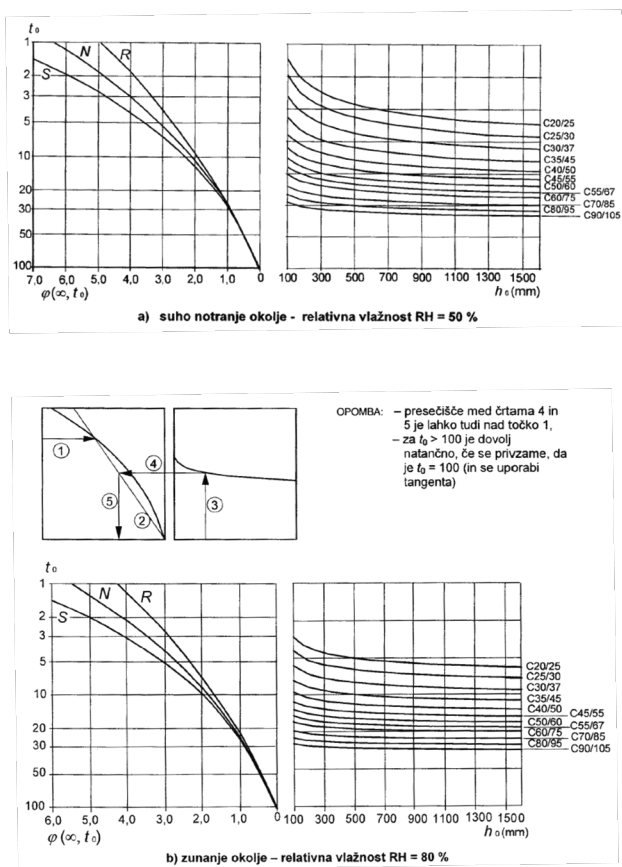
Srednja vrednost h_0 pri lezenju betona (predpostavlja se, da je bil beton ob obremenitvi že razopazhen) se upošteva s celotnim obodom betonskega elementa:

$$u_{pr} = 2(h + b) \quad u_{pl} = 2b + 2h_{pl} \sim 2b$$

$$(2h + b) \quad (b + 2h_{pl} \sim b)$$

Ko ni zahtevana prevelika natančnost armiranobetonskih konstrukcij, lahko določimo količnik končne vrednosti lezenja betona $\varphi_{t_0, \infty}$, ko napetost ne preseže vrednosti $0,45 \cdot f_{ck(t_0)}$, s pomočjo Slika 2.48a, b za suhe in vlažne pogoje ozračja.

Vrednost za E_{cm} je privzeta iz Preglednica 2.15. Če obremenimo starejši beton od 30 dni, krivulje S, N in R sovpadajo.



Slika 2.50: Določitev količnika lezenja betona $\varphi_{t_0, \infty}$ za betone v »normalnih pogojih«
vlažnosti okolice [8]

Vrednosti $\varphi_{t_0, \infty}$, podane na Slika 2.50, veljajo za temperature okolice med -40 °C in $+40$ °C in relativno vlažnost okolice od 40 % do 100 %.

S ... beton iz počasi strjajočega se cementa

N ... beton iz normalno strjajočega se cementa

R ... beton iz hitro strjajočega se cementa

t_0 ... starost betona v dnevih v trenutku prve obremenitve

Če tlačna napetost σ_c v trenutku nanosa napetosti preseže $0,45 \cdot f_{ck(t_0)}$, moramo upoštevati nelinearno obnašanje betona (glej delovni diagram betona) in količnik končne vrednosti lezenja betona znaša:

$$\varphi_{K(t_0, \infty)} = \varphi_{(t_0, \infty)} \cdot e^{1,5 \cdot (k_\sigma - 0,45)} \quad (2.71)$$

$$k_\sigma = \frac{\sigma_c(t_0)}{f_{cm}(t_0)} \quad (2.72)$$

Natančen informativni izračun količnika lezenja betona podaja SIST 1992 v dodatku B:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta(t, t_0) \quad (2.73)$$

φ_0 ... nazivni količnik lezenja betona

$$\varphi_{(0)} = \varphi_{RH} \cdot \beta(t_0) \cdot \beta(f_{cm}) \quad (2.74)$$

φ_{RH} ... faktor učinka RH zraka (Slika 2.52)

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \dots \text{za } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \quad (2.75)$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \dots \text{za } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \quad (2.76)$$

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} ; \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad (2.77)$$

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} \quad (2.78)$$

A_c ... površina prečnega prereza betona

u ... obod betona, ki je v času sušenja izpostavljen zraku

$\beta_{(f_{cm})}$... faktor učinka trdnosti betona za nazivni količnik lezenja betona φ_0

$$\beta_{(f_{cm})} = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (2.79)$$

f_{cm} ... srednja tlačna trdnost 28 dni starega betona

$\beta_{(t_0)}$... faktor učinka starosti betona ob obremenitvi za izračun φ_0

$$\beta_{(t_0)} = \frac{1}{(0,1 + t_0^{0,2})} \quad (2.80)$$

$\beta_{c(t_0,t)}$... količnik časovnega razvoja lezenja po nanosu obtežbe se oceni po (2.81), (2.82) in (2.83) (Slika 2.51)

$$\beta_{c(t_0,t)} = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3} \quad (2.81)$$

β_H ... količnik, ki je odvisen od RH okolja in srednjega polmera ali nazivne vrednosti

$h_0 = [mm]$ (Slika 2.52)

Ocena:

$$\beta_H = \{1,5 \cdot [1 + (0,012 \cdot RH)^{18}] \cdot h_0\} + 250 < 1500 \quad \text{za } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \quad (2.82)$$

$$\beta_H = \{1,5 \cdot [1 + (0,012 \cdot RH)^{18}] \cdot h_0\} + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3 \dots \text{za } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \quad (2.83)$$

Učinek vrste cementa (S, N, R) na količnik lezenja betona se lahko upošteva s korigirano starostjo betona v času ob obremenitvi t_0 v spodnji enačbi.

$$t_0 = t_{0T} \cdot \left[\frac{9}{2 \cdot t_{0T}^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \quad (2.84)$$

t_{0T} ... glede na temperaturo T spremenjena starost betona ob obremenitvi v dnevih skladno z (2.85) (»zajamemo« vpliv nihanja temperature 0–80 °C)

–1 CEM S

$\alpha = 0$ CEM N

+1 CEM R

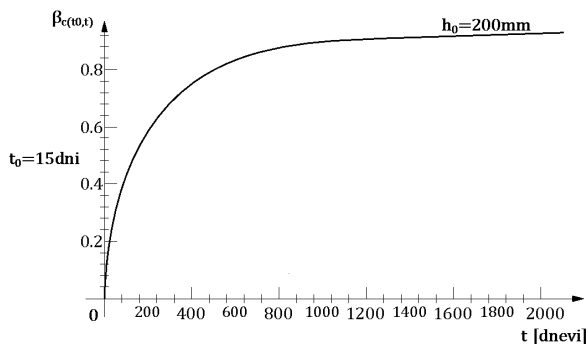
t_T ... učinek povišanih ali znižanih temperatur (0–80 °C) na zrelost betona se upošteva s prilagoditvijo betona po (2.85)

$$t_{0T} = \sum_{i=1}^n e^{-\left[\frac{4000}{[273 + T(\Delta t_i)]} - 13,65 \right]} \cdot \Delta t_i \quad (2.85)$$

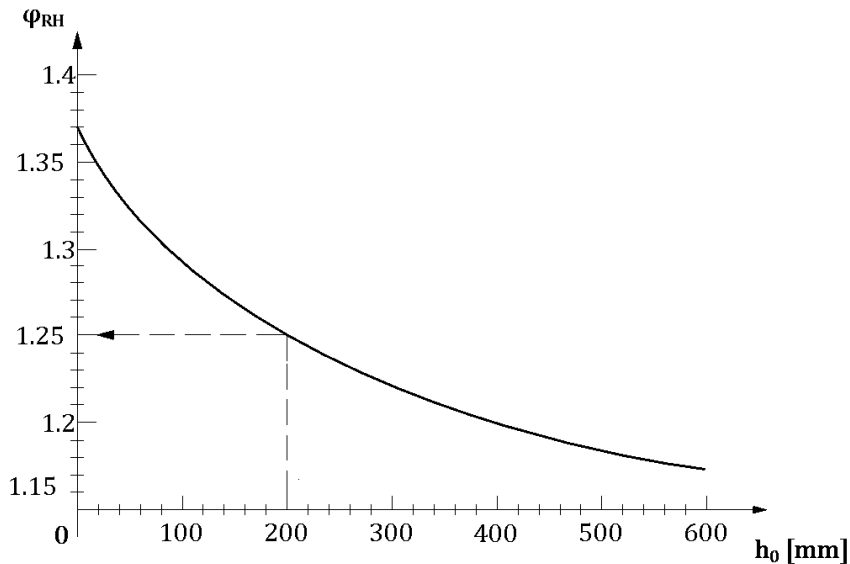
$T(\Delta t_i)$... temperatura v °C »znotraj« časovnega intervala (Δt_i)

(Δt_i) ... število dni, v katerih prevladuje temperatura T

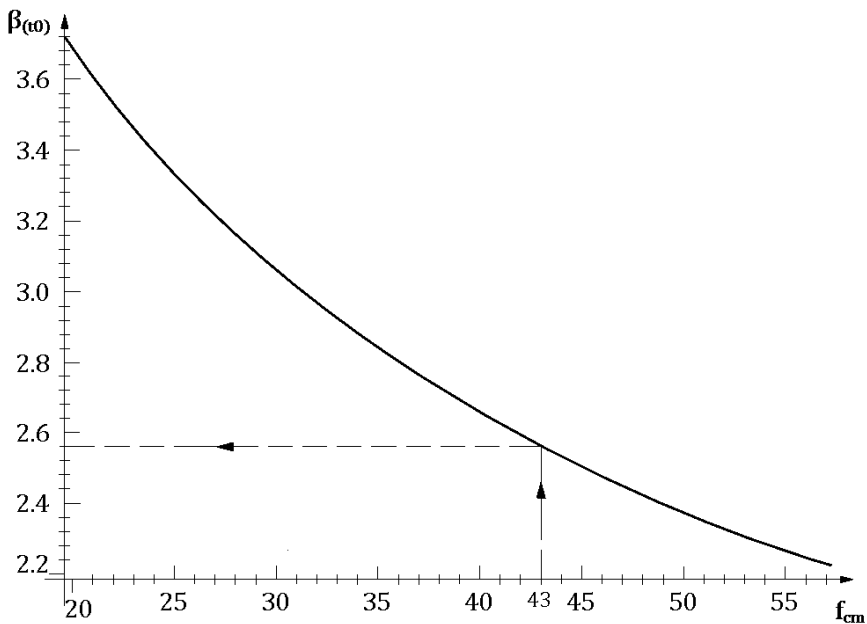
Diagrami, ki prikazujejo predhodne enačbe:



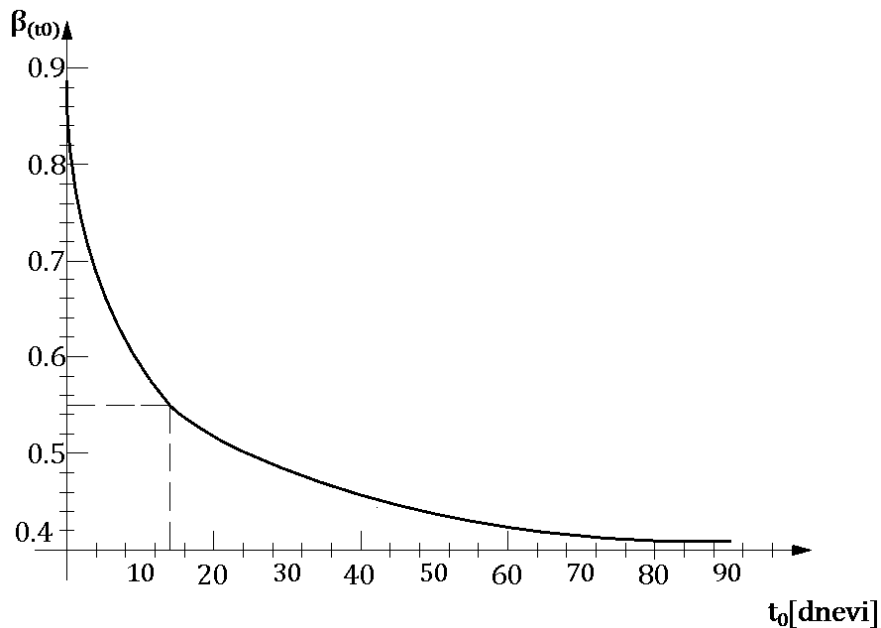
Slika 2.51: Časovni razvoj lezenja betona po nanosu obtežbe $t_0 = 15$ dni



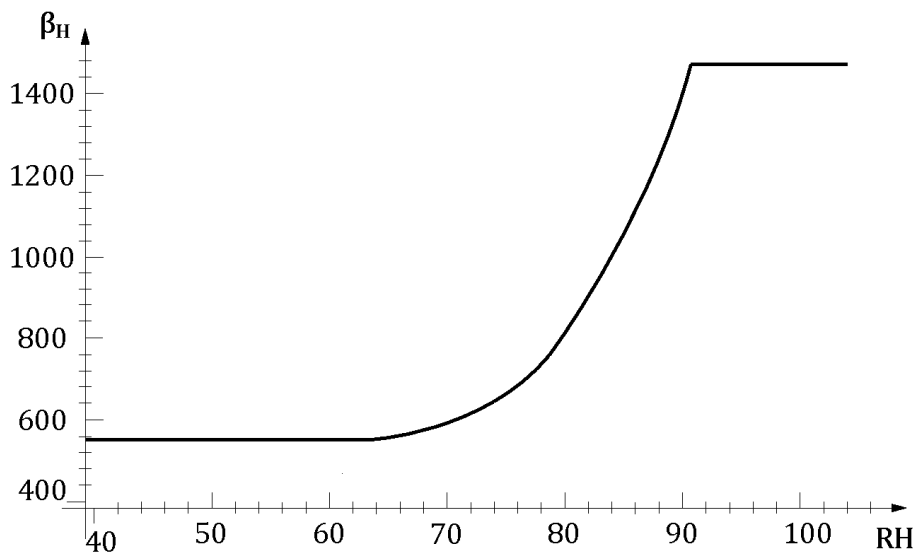
Slika 2.52: Potek količnika φ_{RH} za $RH = 80 \%$, $h_0 = 200 \text{ mm}$, $f_{cm} = 43 \text{ MPa}$ in $\varphi_{RH} = 1,244$



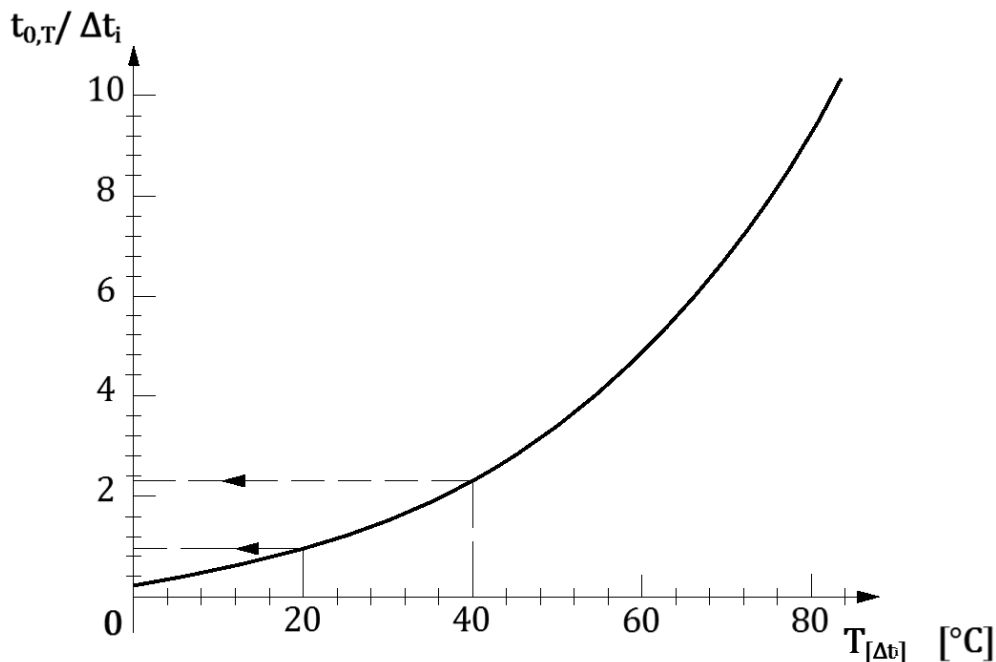
Slika 2.53: Variabilnost – faktor učinka trdnosti betona za $f_{cm} = 43 \text{ MPa}$ in $\beta_{(f_{cm})} = 2,56$



Slika 2.54: Faktor učinka starosti betona v trenutku obremenitve $\beta_{(15 \text{ dni})} = 0,55$, $\beta_{(90 \text{ dni})} = 0,40$



Slika 2.55: Variabilnost – količnik β_H za RH = 80 %, $h_0 = 200 \text{ mm}$ in $\beta_H = 694$



Slika 2.56: Razmerje spremenjene starosti betona glede na število dni (Δt_i), ko prevladuje temperatura T

PRIMER

RH = 80 %

$t_0 = 15$ dni

$\sigma_c \leq 0,45 \cdot f_{ck}$

C 35/45; $f_{cm} = 43$ MPa – [$f_{ck} + 8$] MPa

CEM N; CEM 42,5 MPa

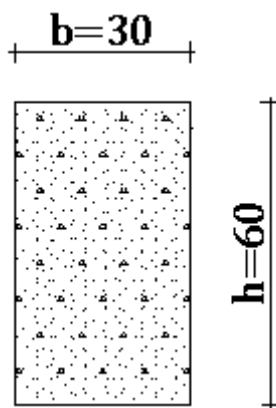
T = 20 °C (povprečna temperatura)

t = 10 let

$t_s = 1$ leto

$k_h = 0,81$

$t_\infty = t = 70$ let



Krčenje betona:

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cd}(t) + \varepsilon_{ca}(t)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{cd}(t) &= \beta_{d,s(t)} \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd0} = 0,961_{(10 \text{ let})} \cdot 0,81 \cdot 0,253 \\ &= -0,197 \text{ ‰}_{(10 \text{ let})} \\ &0,996_{(70 \text{ let})} = -0,204 \text{ ‰}_{(70 \text{ let})}\end{aligned}$$

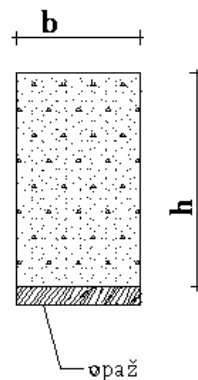
$$\beta_{d,s(t)} = \frac{t-t_s}{(t-t_s) + 0,04 \cdot \sqrt{h_0^3}} = 3; \quad t - t_s = 9 \text{ let} \quad \underline{69 \text{ let}}$$

$$\alpha_{ds,1} = 4; \quad \alpha_{ds,2} = 0,12$$

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot 300 \cdot 600}{2 \cdot 600 + 300} = 240 \text{ mm}$$

$$\beta_{d,s(10 \text{ let})} = \frac{3650}{3650 + 0,04 \cdot \sqrt{240^3}} = 0,961$$

$$\beta_{d,s(70 \text{ let})} = \frac{25550}{25550 + 0,04 \cdot \sqrt{240^3}} = 0,996$$



$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \cdot \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \left(e^{-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{10}} \right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH}$$

$$\beta_{RH} = 1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] = 1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{80}{100} \right)^3 \right] = 0,756$$

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \cdot \left[(220 + 110 \cdot 4) \cdot \left(e^{-0,12 \cdot \frac{43}{10}} \right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot 0,756$$

$$\varepsilon_{cd,0} = -2,53 \cdot 10^{-4} = -0,253 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{cd,\infty} = \varepsilon_{cd,0} \cdot k_h = 0,253 \cdot 0,81 = -0,205 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{ca,t} = \beta_{as,t} \cdot \varepsilon_{ca,\infty}$$

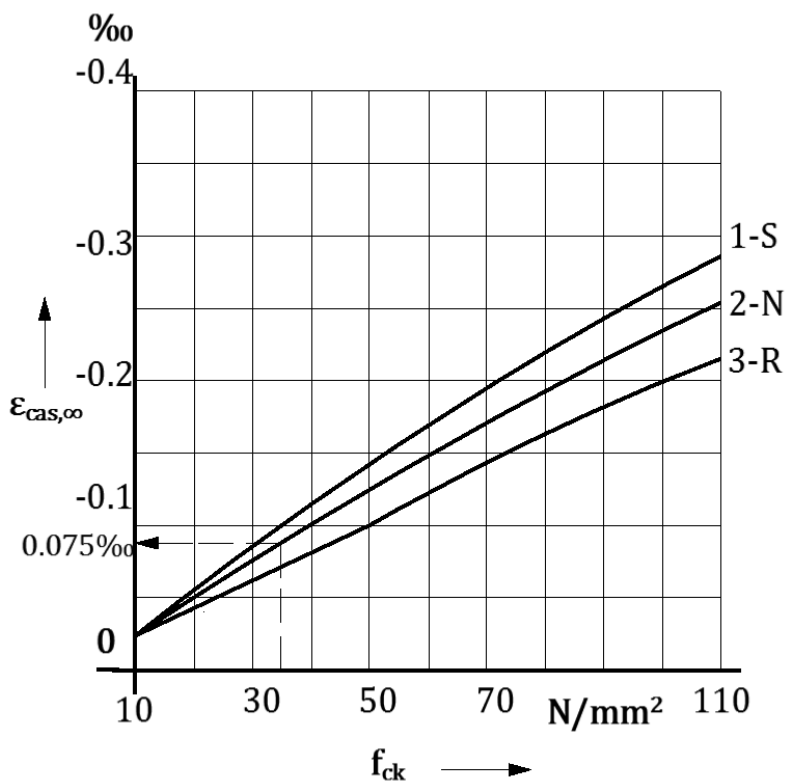
$$\varepsilon_{ca,\infty} = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = 6,25 \cdot 10^{-5} = 0,0625 \text{ ‰}$$

$$\beta_{as,t} = 1 - e^{-0,2 \cdot \sqrt{t}} = 1 - \frac{1}{e^{0,2 \cdot \sqrt{t}}} = 0,999 = 1,0$$

$$\varepsilon_{cs,0} = 0,197 + 0,0625 = -0,259 \text{ ‰}$$

Za enostavno določitev $\varepsilon_{cs,\infty}$ lahko uporabimo krivuljo »2« iz spodaj prikazanih diagramov.

Krčenje zaradi strjevanja betona – $\varepsilon_{ca,s}$ [14]:

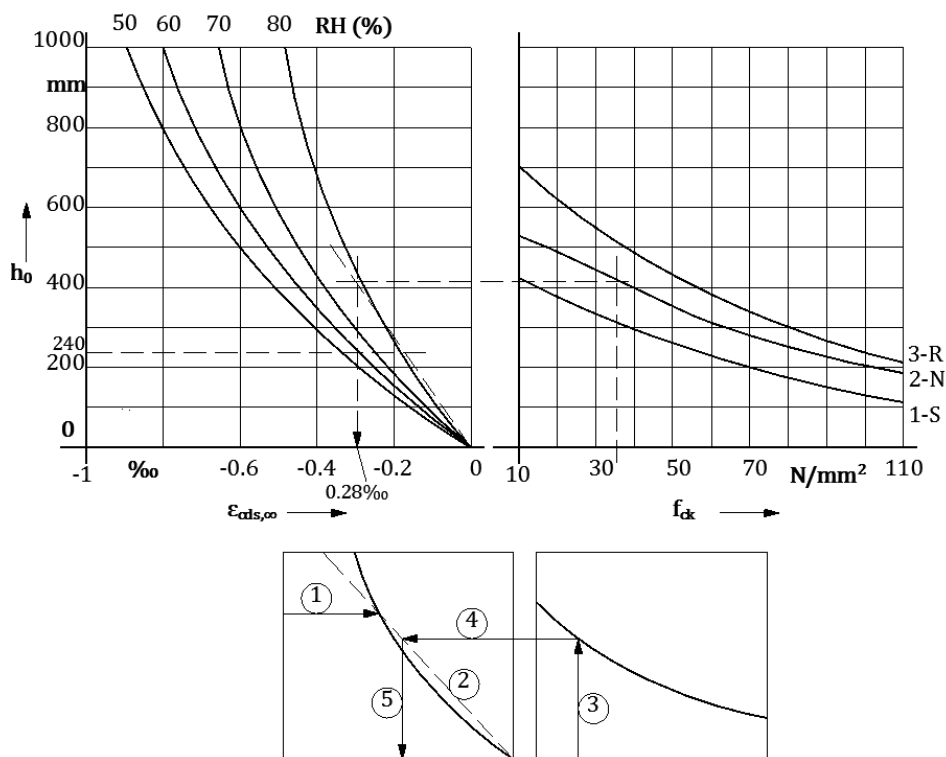


1 – trdnostni razred cementa CEM 32,5 N (MPa); S – počasi se vezoč

2 – trdnostni razred cementa CEM 32,5 R; 42,5 N (MPa); N, R – počasi ali hitro se vezoč

3 – trdnostni razred cementa CEM 42,5 R; 52,5 N (MPa); R – hitro se vezoč

Krčenje zaradi sušenja betona – $\varepsilon_{cd,s}$ [14]:



1 – trdnostni razred cementa CEM 32,5 N (MPa); S – počasi se vezoč

2 – trdnostni razred cementa CEM 32,5 R; 42,5 N (MPa); N, R – počasi ali hitro se vezoč

3 – trdnostni razred cementa CEM 42,5 R; 52,5 N (MPa); R – hitro se vezoč

$$\varepsilon_{cs,0} = 0,075 + 0,28 = -0,355 \text{ ‰}$$

$$+0,355 \text{ ‰} > 0,259 \text{ ‰}$$

Lezenje betona

t = 10 let (za t = 50 let →> 1,5)

$$\varphi_{(t,t_0)} = \varphi_0 \cdot \beta_{(t,t_0)} = 1,729 \cdot 0,945 = 1,633 \cdot \frac{E_c}{E_{cm}} = 1,633 \cdot 1,05$$

$$= 1,715$$

$$\varphi_{(0)} = \varphi_{RH} \cdot \beta_{(t_0)} \cdot \beta_{(f_{cm})} = 1,228 \cdot 2,562 \cdot 0,5491 = 1,729$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2$$

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} = \left[\frac{35}{45} \right]^{0,7} = 0,866; \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} = \left[\frac{35}{45} \right]^{0,2} = 0,96$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 = \left[1 + \frac{1 - \frac{80}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{240}} \cdot 0,866 \right] \cdot 0,96$$

$$= 1,228 \cong 1,23$$

$$\beta_{(f_{cm})} = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} = \frac{16,8}{\sqrt{43}} = 2,562$$

$$\beta_{(t_0)} = \frac{1}{(0,1 + t_0^{0,2})} = \frac{1}{(0,1 + 15^{0,2})} = 0,5498 = 0,55$$

$$\beta_{c(t_0,t)} = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3} = \left[\frac{3650 (10 \text{ let}) - 14,97}{758,21 + 3650 - 14,97} \right]^{0,3} = 0,945$$

$$\beta_H = \{1,5 \cdot [1 + (0,012 \cdot RH)^{18}] \cdot h_0\} + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1.500 \cdot \alpha_3$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} = \frac{16,8}{\sqrt{43}} = 0,9022$$

$$\beta_H = \{1,5 \cdot [1 + (0,012 \cdot 80)^{18}] \cdot 240\} + 250 \cdot 0,9022$$

$$\leq 1500 \cdot 0,9022$$

$$\beta_H = 758,21 \leq 1353,3$$

$$t_0 = t_{0T} \cdot \left[\frac{9}{t_{0T}^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 = 14,97 \cdot \left[\frac{9}{2 \cdot 14,97^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5$$

-1 CEM S

$\alpha = 0$ CEM N

+1 CEM R

$$t_{0T} = \sum_{i=1}^n e^{-\left[\frac{4000}{[273 + T(\Delta t_i)]} - 13,65 \right]} \cdot \Delta t_i = \sum_{i=1}^1 e^{-\left[\frac{4000}{[273 + 20]} - 13,65 \right]} \cdot 15$$

$$= 14,97 \text{ dni}$$

$$t_0 = 14,97 \geq 0,5 \text{ (ni razlike, zato = 15 dni)}$$

$T_{(\Delta t)} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$... temperatura v intervalu Δt_i

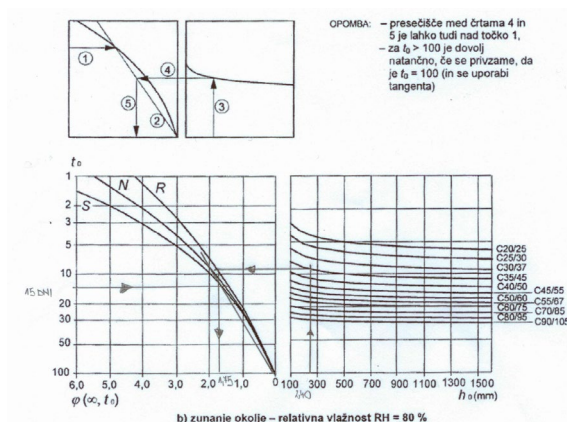
Lezenje po »enostavni« metodi

RH = 80 %

$t_0 = 15$ dni

$t_{0T} = 14,97$ dni = 15 dni

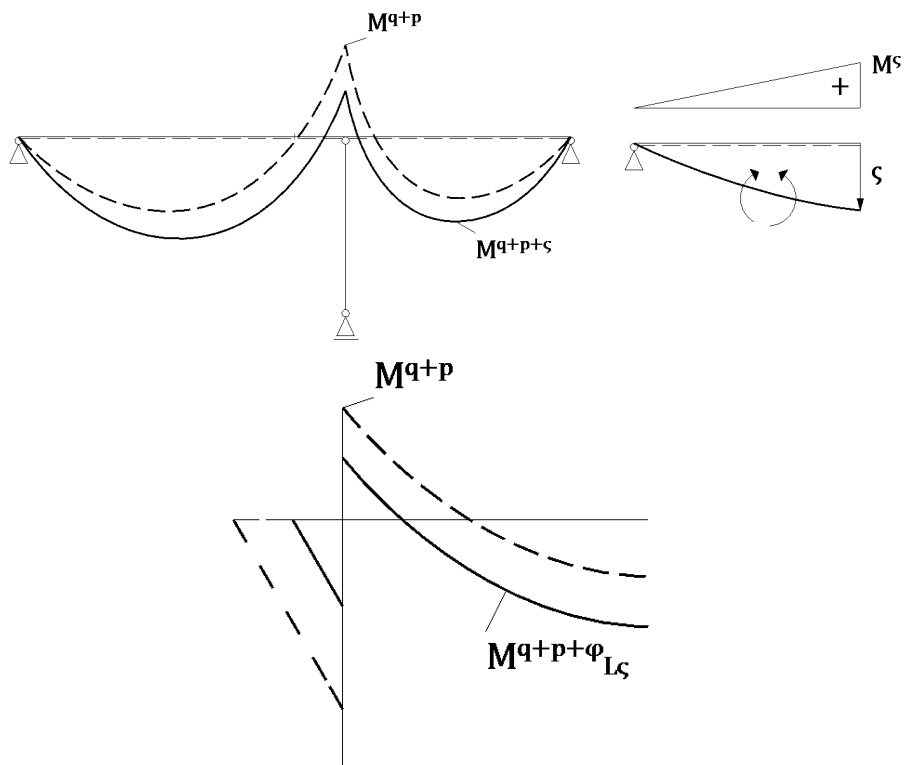
$h_0 = 240$ mm



$$\varphi_{(\infty,t)} = 1,75 \text{ ‰}$$

$$1,75 \text{ ‰} > 1,72 \text{ ‰}$$

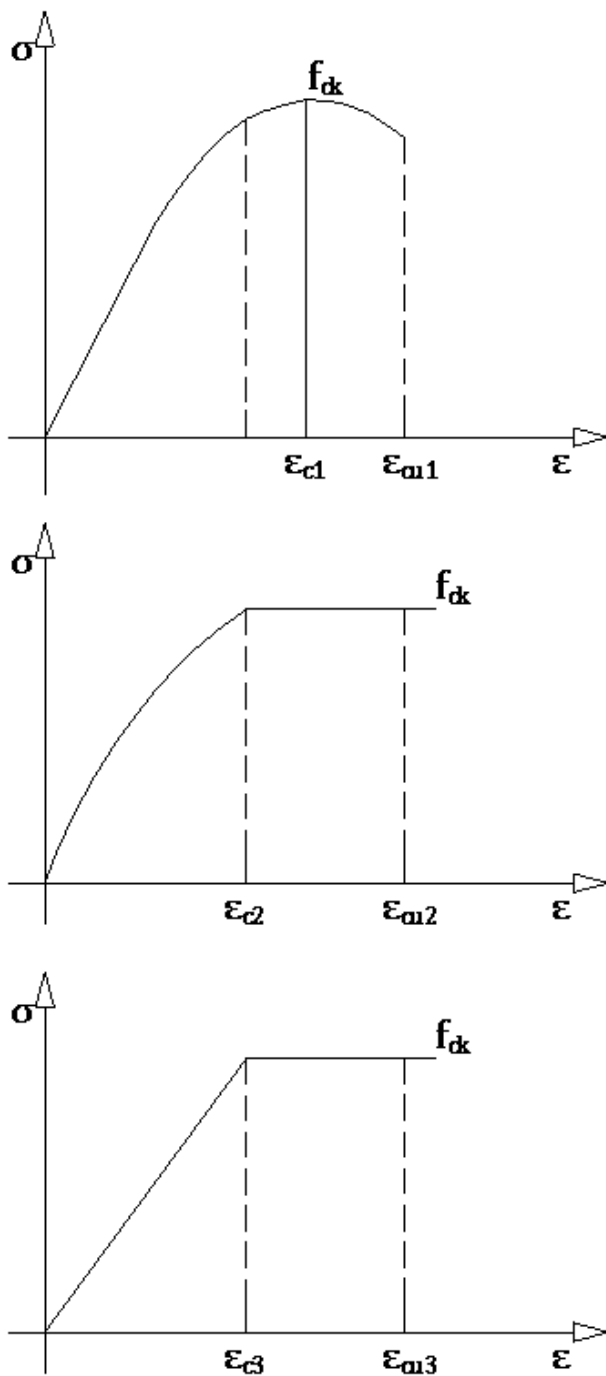
Načini zmanjšanja vpliva krčenja in lezenja betona v armiranobetonskih konstrukcijah



Slika 2.57: Potek upogibnih momentov

Preglednica 2.25: Trdnostne in deformacijske lastnosti betona – Preglednica 3.1 [2]

	Trdnostni razredi betona												Analitični izraz / Pojasnilo		
	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70		80	90
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)
f_{cm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{cm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{cm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10)) > C50/60$
$f_{ak, 0.05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ak, 0.05} = 0,7 \cdot f_{cm}$ (5 % fraktila)
$f_{ak, 0.95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ak, 0.95} = 1,3 \cdot f_{cm}$ (95 % fraktila)
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm})/10]^3$ (f_{cm} v MPa)
ϵ_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	glej sliko 3.2 $\epsilon_{c1} (\%) = 0,7 \cdot f_{cm}^{0,31} < 2,8$
ϵ_{cur} (‰)					3,5					3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	glej sliko 3.2 za $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cur} (\%) = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$
ϵ_{c2} (‰)					2,0					2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	glej sliko 3.3 za $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c2} (\%) = 2,0 + 0,085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0,33}$
ϵ_{c2} (‰)					3,5					3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	glej sliko 3.3 za $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c2} (\%) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$
n					2,0					1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	za $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
ϵ_{c3} (‰)					1,75					1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	glej sliko 3.4 za $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c3} (\%) = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$
ϵ_{c3} (‰)					3,5					3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	glej sliko 3.4 za $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c3} (\%) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$

Slika 2.58: Delovni diagrami $\sigma - \epsilon$

2.7 Kemični učinki na beton

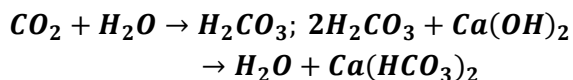
Doseči dobre trajne tlačne trdnosti in ostale mehanske lastnosti betona v življenjski dobi konstrukcije je bila in bo želja vseh konstrukterjev armiranobetonskih in prednapetih betonskih konstrukcij. Kljub vsej pazljivosti in skrbnemu vlaženju se v armiranobetonskih elementih lahko pojavijo poškodbe, ki pa jih je treba minimizirati in ustrezno sanirati.

Vzroki za poškodbe betona so:

- konstrukcijske pomanjkljivosti, kot so premajhen zaščitni sloj betona, preveliki razmiki armature (stremen), priključki tankostenskih armiranobetonskih elementov na debele oziroma masivne armiranobetonske elemente, slaba izdelava dilatacij (presledkov – prekinitev), pomanjkljiva izdelava toplotne zaščite in hidroizolacije ter ločilnih in drsnih slojev;
- tehnološke pomanjkljivosti, kot je napačna izbira cementa, agregata in aditivov;
- pomanjkljivosti negovanja in vzdrževanja, kot so prehitra ohladitev ali osušitev, betoniranje pri nizkih temperaturah, škodljivi vplivi onesnaženega okolja (SO_2 , CO_2 , H_2SO_3 , H_2CO_3) ali agresivnih vod, karbonatizacija betona, vnosa snovi, ki povzročajo korozijo betona – kloridov ($NaCl$, $MgCl_2$, KCl_2), mehanski učinki zaradi ekstremnih temperaturnih sprememb (posledična razpakanost in korozija armature).

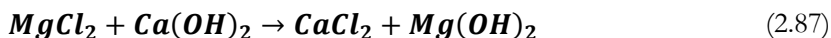
2.7.1 Korozija betona

Korozija betona nastane zaradi izluženja gašenega apna $Ca(OH)_2$, ki se nahaja v cementnem kamnu in daje trdnost betonu. Korozija betona je torej posledica kemijskih reakcij, ki jih povzročajo kisli dež in soli:

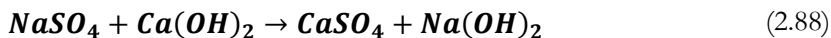


(2.86)

Kalcijev bikarbonat preide zopet v apnenec, ki tvori na površini betona bele lise. Tudi soli in sulfati povzročajo korozijo betona:



Kalcijev klorid bo izpran, saj je topen v vodi:

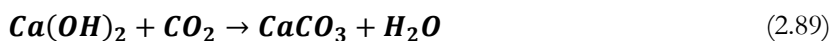


V vseh primerih kristalizirana voda povečuje volumen betona, ki poškoduje beton. Z uporabo »mehke« vode preprečimo izluženje gašenega apna.

Korozija armature v betonu je možna le, če je beton karbonatiziral pod prisotnostjo vlage in kisline.

2.7.2 Karbonatizacija betona

O karbonatizaciji betona govorimo takrat, ko beton spremeni svoje bazične lastnosti. pH mladega betona znaša približno 12,5. Ko se mlad beton »suši« oziroma strjuje, lahko ogljikov dioksid (CO_2) iz zraka difundira v pore cementnega kamna in se veže z gašenim apnom ($Ca(OH)_2$). Nastaneta apnenec ($CaCO_3$) in voda po enačbi 2.74, s čimer pade pH pod 9.

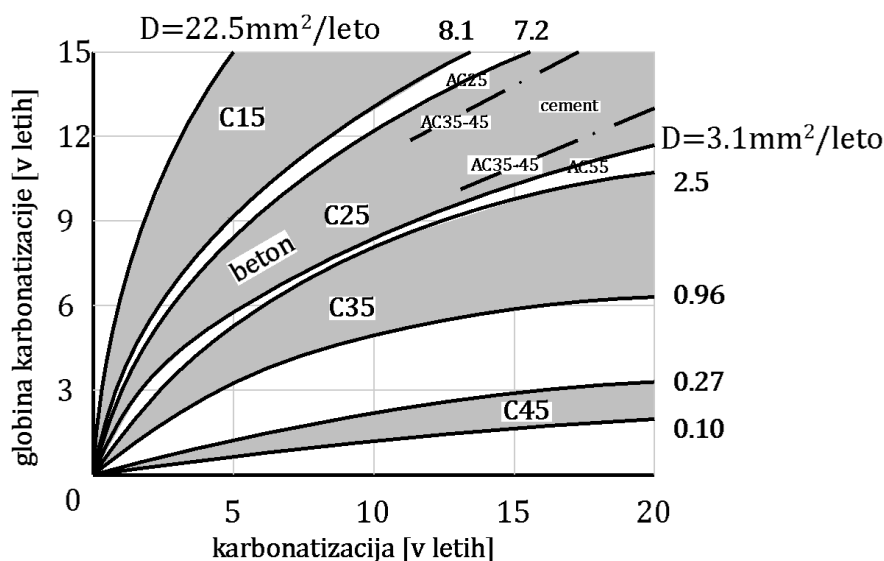


Ta proces se najprej pojavi na površini, kjer beton razpoka. Zato je karbonatizacija betona pomembna za armirani beton, za nearmiranega pa razen iz estetskih ozirov ni pomembna.

Na karbonatizacijo betona vplivajo:

- povečana količina ogljikovega dioksida v ozračju (mestna in industrijska področja), ki ga vlažen beton bolj vpija kot suh. Suhi beton ne karbonatizira, saj je za kemično reakcijo potrebna voda. Zato moramo armiranobetonske konstrukcije zaščititi pred vlago ($RH < 70 \%$);

- sestava betona, poroznost in s tem odpor v primerjavi z difuzijo so odvisni od faktorja w/c in trdnosti betona. Daljše negovanje betona zmanjšuje možnosti karbonatizacije, saj se pri daljšem hidratacijskem času zmanjša kapilarna poroznost betona. Globino karbonatizacije predstavlja Slika 2.59.



Slika 2.59: Časovni potek karbonatizacije nezaščenega betona različnih kakovosti [16]

2.8 Ostale vrste betonov

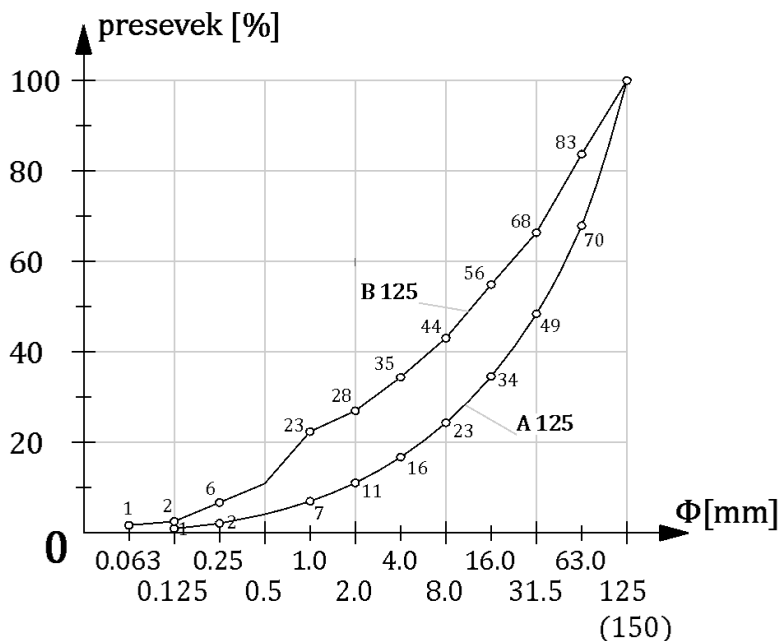
Poleg normalnega betona gostote $\rho = 2,0 - 2,8 \frac{t}{m^3}$, izdelanega iz peska, gramoza in drobirja oziroma lomljenca, poznamo še težke betone gostote $\rho = 2,8 - 3,8 \frac{t}{m^3}$ iz agregata barita, magnetita in drobne železove rude ter lahke betone z gostoto $\rho = < 2,0 \frac{t}{m^3}$.

2.8.1 Težki betoni

Uporabljamo jih za gradnjo jedrskih (nuklearnih) objektov, s čimer zmanjšamo nevarno ionizirajoče sevanje (nevtronsko sevanje) v okolico. Sevanje gama (γ) žarkov pa preprečuje agregat z večjo gostoto.

2.8.2 MASS betoni za gradnjo velikih masivnih konstrukcij

Za gradnjo konstrukcij velikih prostornin (zidovi jezov, temelji stolpnice itd.) uporabljamo masivne betone, katerih sestavo določajo posebni predpisi. Pri hidrataciji cementsa se notranji del konstrukcije ohlaja mnogo počasneje kot zunanji del. Ta temperaturna razlika privede do nateznih napetosti in razpok zunanjih delov betonskih gnot. Za zmanjšanje teh neugodnih posledic uporabimo cemente s čim nižjo hidratacijsko toploto, pravilno količino cementsa, pazimo na temperaturo svežega betona ter na stopnje strjevanja in mere objekta. Maksimalno zrno agregata naj ne bo manjše od 125 mm. Presejna krivulja naj bo izbrana tako, da bo za beton zadostovala čim manjša količina vode (čim manj drobnih frakcij), kar prikazuje Slika 2.55.



Slika 2.60: Presejna krivulja z maksimalnim zrnem agregata [5]

Za nearmirani MASS beton z maksimalnim zrnem okroglega (gramoza) agregata 125 mm je potrebna količina cementsa najmanj $125 \frac{kg}{m^3}$ betona, za agregat v obliki lomljenca (drobljenec) pa $140 \frac{kg}{m^3}$. Če želimo beton, odporen proti zmrzali,

potrebujemo vsaj 200 kg cementa za izdelavo 1 m³ betona. Zaščitne plasti armature in količine cementa za armirani MASS beton prikazuje Preglednica 2.26.

Preglednica 2.26: Zaščitne plasti armature in količine cementa za MASS beton [5]

Maksimalno zrno agregata	Zaščitna plast	Minimalna količina cementa
63 mm	4 cm	220 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
	10 cm	180 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
125 mm	6 cm	200 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
	16 cm	160 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Za doseganje čim nižje hidratacijske toplote uporabimo vodo z nižjo temperaturo. Objekt naj bo razdeljen na posamezne segmente, saj želimo doseči čim manjši volumen posameznega dela – segmenta objekta. Temperaturne razlike notranjega betona in zunanje ohlajenega betona naj bodo čim manjše, kar dosežemo z ogrevanjem opažev posameznih segmentov.

2.8.3 Vlknasti ali mikroarmirani beton

Dobimo ga z dodatkom najlona, poliprilena, cirkonijevega stekla, jekla itd., s čimer povečamo predvsem natezno trdnost betona. Vlakna teh materialov imajo visoke natezne trdnosti ($900 - 2000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$) in v betonu praviloma niso določeno orientirana.

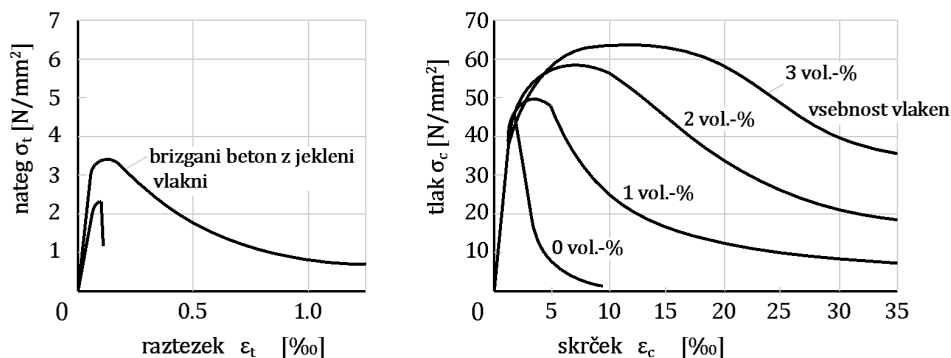
Premer vlaken znaša 0,003–0,06 mm, njihove dolžine pa so 50–70 mm. Le jeklena vlakna so debelejša (0,2–1,0 mm) in dolžine 20–50 mm. Razdalje med vlakni praviloma ne presegajo velikosti maksimalnega zrna agregata. Tovrstni betoni so precej bolj duktilni kot normalni beton.

Vlknasti beton z jeklenimi vlakni vgradimo oziroma vlijemo v opaž ali nanesimo z brizganjem. Tako trdnosti kot deformabilne lastnosti vlknastih betonov so neprimerno izboljšane v primerjavi z mehanskimi lastnostmi nevlknastega (normalnega) betona. Za 3-odstotni delež jeklenih vlaken v betonski masi so mehanske lastnosti višje za:

- tlačna trdnost za 44 %;

- cepilna natezna trdnost za 110 %;
- trdnost na udar za 1970 %.

Vpliv jeklenih vlaken na duktilnost in trdnost betona prikazuje Slika 2.61.



Slika 2.61: Delovni diagram vlaknastega in navadnega betona [5]

Tudi žilavost oziroma zmožnost prevzema obremenitev (v poljubni energiji) vlaknastega betona je neprimerno večja v primerjavi z normalnim oziroma navadnim betonom.

2.8.4 Ferocement

Ferocement lahko izdelamo brez opaža. Armaturo oziroma strukturo ferocementa predstavljajo v več slojih zložene ravne ali ukrivljene mreže, zvarjene iz jeklenih vlaken s premerom 0,2–1,2 mm in nameščene na medsebojnih razdaljah 4–12 mm. Zaradi majhnih razmikov vlaken namesto betona uporabimo cementno malto, ki jo ročno ali strojno z brizganjem nanese na plasti prepletene žic (mrež). Tako so bila izdelana ogrodja betonskih ladij, razne kupole, lupine bob stez itd. Tovrstne konstrukcije so lahke in zahtevajo malo porabo materiala.

Zaradi goste armature in dobre povezave med armaturo in cementno malto dobimo material, ki je v primerjavi z nearmiranim betonom zelo duktilen in ima precej višje natezne trdnosti. Razmiki med razpokami so majhni in razpoke komaj vidne. Za doseg te lastnosti mora biti armatura razporejena po naslednjem pogoju: specifična površina (K_x) mora znašati 0,8–1,5 cm⁻¹, pri čemer K_x predstavlja razmerje površine

oziroma obseg žic z ustrezno površino oziroma volumnom elementa, kot to prikazuje enačba 2.75.

$$K_x = \frac{n \cdot d\pi}{s \cdot t} = 0,8 \cdot 1,5 \text{ cm}^{-1} \quad (2.90)$$

n ... število slojev armature

d ... premer armature

s ... razmik med žicami in armaturo

t ... debelina elementa

PRIMER

Za 8-slojno kvadratno mrežno armaturo z razmikom 6 mm, premerom 0,8 mm in 5 mm zaščitne plasti K_x :

$$s = 0,6 \text{ cm}$$

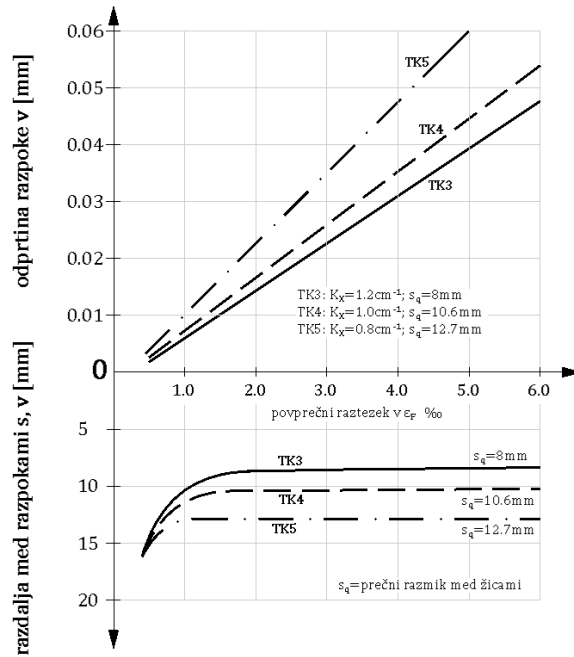
$$d = 0,08 \text{ cm}$$

$$n = 8 \cdot 2 = 16$$

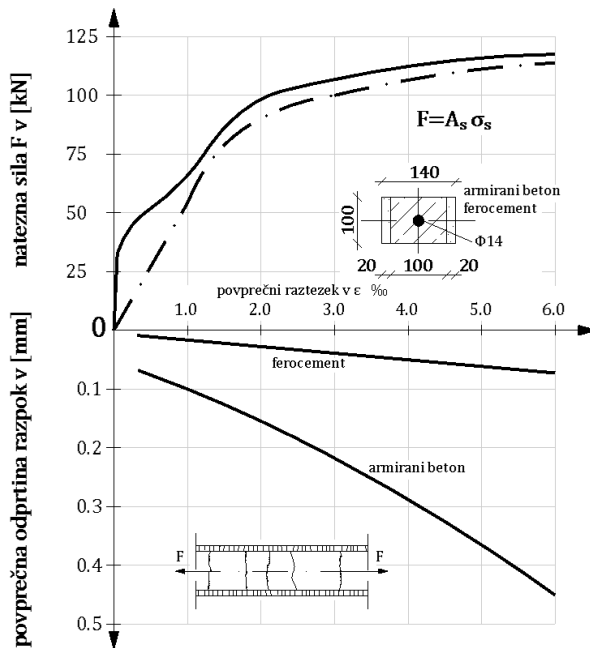
$$t = 7 \cdot 0,6 + 2 \cdot 0,5 = 5,2 \text{ cm}$$

$$K_x = \frac{16 \cdot 0,08 \cdot \pi}{0,6 \cdot 5,2} = 1,29 \text{ cm}^{-1}$$

Ferocement nam lahko služi kot opaž armiranobetonskih konstrukcij, ki je lahko istočasno tudi sodelujoči del konstrukcije. Na Slika 2.62 so prikazani razmiki in odprtine razpok ter specifične deformacije za ferocemente različnih K_x . Nadalje je na Slika 2.63 prikazano izboljšanje oziroma zmanjšanje odprtih razpok armiranobetonske konstrukcije z uporabo ferocementa kot zunanjega opaža.



Slika 2.62: Odprtine razpok in razmiki med njimi v odvisnosti od K_x [5]



Slika 2.63: Izboljšane lastnosti ferocementa glede na armirani beton [5]

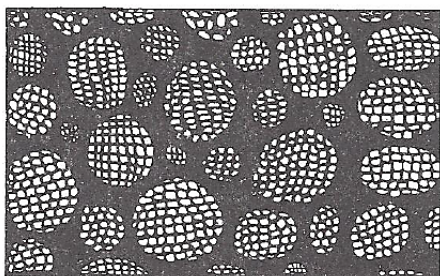
2.8.5 Lahki betoni za nosilne konstrukcije (light weight concrete)

2.8.5.1 Osnovna dejstva

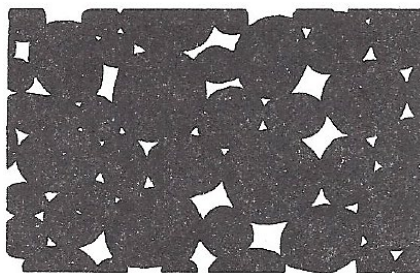
Pri lahkih betonih ločimo:

- lahki beton z gostim sestavom poroznega agregata gostote $\rho = 0,8 - 2,0 \frac{t}{m^3}$ in trdnosti $10 - 35 MPa$;
- lahki betoni z ostrimi porami med gostim agregatom z malo količino cementne malte: $\phi_{agr} 4 - 8 mm$ ali $\phi_{agr} 8 - 12 mm$; $\rho = 1 - 2 \frac{t}{m^3}$; $f_c = 2 - 10 \frac{N}{mm^2}$;
- lahki betoni s poroznim agregatom in poroznim sestavom, na primer beton iz plovca: $\rho = 0,7 - 1,4 \frac{t}{m^3}$; $f_c = 2 - 10 \frac{N}{mm^2}$;
- lahki betoni brez ostrega agregata iz drobnozrnate malte (kaše) z enakomerno porazdelitvijo por – plinobeton (za tvorbo por se uporabi aluminijev prah, ki ustrezno reagira s cementom, ali izdelan penobeton z uporabo različnih pen);
- lahki beton, ki uporablja okrogli agregat iz polistirola, pomešan z gosto cementno malto: $\rho = 0,3 - 0,8 \frac{t}{m^3}$; f_c – zelo nizka.

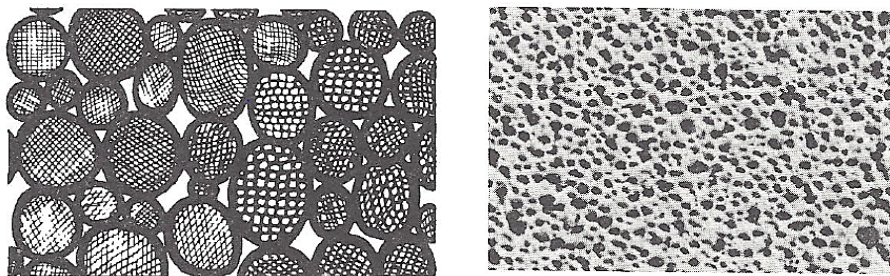
Lahki betoni s tlačno trdnostjo pod $15 \frac{N}{mm^2}$ so dobri dušilci zvoka in toplotni izolatorji (čim nižja je gostota, tem boljše so toplotno-dušilne lastnosti lahkega betona).



a) Lahki beton z gosto strukturo lahkih agregatov



b) Lahki beton iz goste neporozne kamenine



d) Lahki beton, izdelan iz lahkih neporoznih agregatov

d) Plinobeton

Slika 2.64: Lahki betoni [5]

Lahki betoni z gostoto $\rho = 1,2 - 1,6 \frac{t}{m^3}$ in tlačno trdnostjo $f_c = 23 - 10 \frac{N}{mm^2}$ se uporabljajo za gradnjo sten visokih zgradb. V spodnjih etažah uporabljamo lahke betone z višjo gostoto in tlačno trdnostjo kot v zgornjih etažah. Med te betone spadajo plinobetoni, z agregatom iz Siporex, plovca (Ytong) z gostoto nad $\rho = 0,8 \frac{t}{m^3}$ in tlačno trdnostjo nad $f_c = 10 \frac{N}{mm^2}$. S temi betoni lahko tudi gradimo pregradne elemente, na primer strešne plošče. Preglednica 2.27 prikazuje agregate in pripadajoče lahke betone z njihovimi mehanskimi lastnostmi.

Konstruksijsko lahki beton, ki se uporablja tako za armiranobetonske kot za prednapete betonske konstrukcije, je lahki beton v predzadnji koloni Preglednica 2.27.

Preglednica 2.27: Agregati in dosežene tlačne trdnosti ustreznih lahkkih betonov [5]

Material [skupine]	Gost. zrn $\left[\frac{kg}{dm^3}\right]$	Gost. v razsutem stanju (nezbito) $\left[\frac{kg}{dm^3}\right]$	Gost. (»čista«) $\left[\frac{kg}{dm^3}\right]$	Trdn. zrn	Klasifikacija trdn. lahkkih beton.	
					Gosti/polni/ kons./nos. lahki bet.	Gmotni/ porozni lahki bet.
Lahki agregati po DIN 4226 del 2						
Narav. plovec	0,4–0,7	0,3–0,5	pribl. 2,5	nizka	LB 10	LB 5
Penas. lava	0,7–1,5	0,5–1,3	pribl. 3,0	srednja	LB 25	LB 5
Žlind. plovec	0,5–1,5	0,4–1,3	2,9–3,0	nizka do srednja	LB 25	LB 5
				nizka do srednja		

Material [skupine]	Gost. zrn $\left[\frac{kg}{dm^3}\right]$	Gost. v razsutem stanju (nezbito) $\left[\frac{kg}{dm^3}\right]$	Gost. (»čista«) $\left[\frac{kg}{dm^3}\right]$	Trdn. zrn	Klasifikacija trdn. lahkih beton.	
					Gosti/polni/ kons./nos. lahki bet.	Gmotni/ porozni lahki bet.
Sigasti/lehnja kov plovec	0,5–1,8	0,4–1,4	2,6–3,0	srednja	LB 25	LB 5
Opečni drobir	1,2–1,8	1,0–1,5	2,5–2,8		LB 25	LB 5
Ekspan. glina (glinopor) Ekspan. skrilavec	0,4–1,9	0,3–1,5	2,5–2,7		nizka do visoka	LB 55
Visoko izol. anorg. lahki agr.						
Kremenka	0,2–0,4	0,2–0,3	2,6–2,7	zelo nizka	LB 5	LB 2
Eksp. perlit	0,1–0,2	0,1–0,2	2,3–2,5	zelo nizka	LB 5	LB 2
Eksp. sljuda	0,1–0,3	0,1–0,3	2,5–2,7	zelo nizka	LB 5	LB 2
Pena. pesek Pena. gramoz	0,1–0,3	0,1–0,3	2,5–2,7	zelo nizka	LB 5	LB 2
Organ. lahki agregati						
Les. volna Les. oblanci Les. moka	0,4–1,0	0,2–0,3	1,5–1,8	nizka	LB 10	LB 5
Pen. plastični dodatki	< 0,1	< 0,1	pribl. 1,0	zelo nizka	LB 5	LB 2

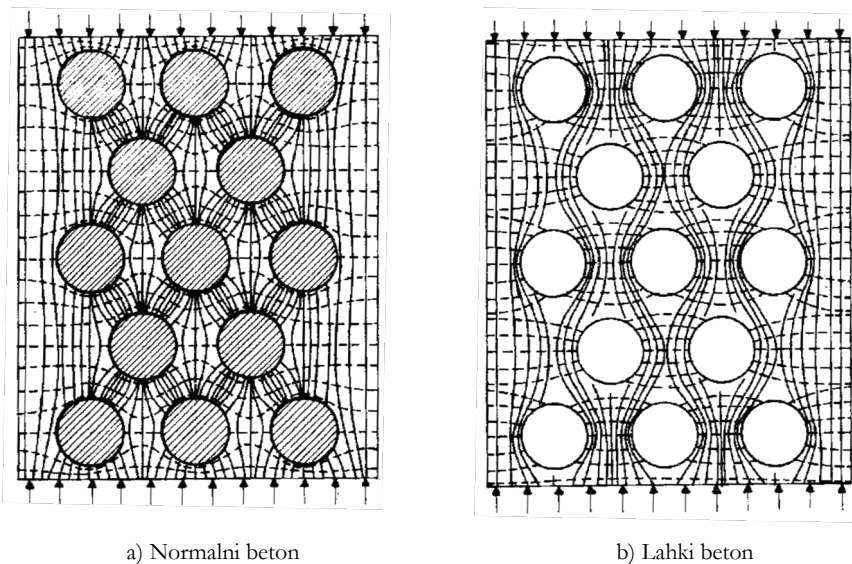
2.8.5.2 Presejna krivulja agregatov in sestava komponent lahkega betona

Presejne krivulje agregatov za lahki beton naj se približajo presejnim krivuljam (več drobnih zrn). Najvišje razmerje $\frac{f_c}{\rho_{L,b}} \left[\frac{\text{visoka tlačna trdnost}}{\text{nizka gostota}} \right]$ bo doseženo z večjo količino agregata $\phi_{agr} 8 - 16 \text{ mm}$ ali $\phi_{agr} 16 - 25 \text{ mm}$ in malo zrn $\phi_{agr} 2 - 8 \text{ mm}$ ter mešanico dobre malte s sestavo peska $\phi_{agr} 0 - 2 \text{ mm}$ ali $\phi_{agr} 0 - 4 \text{ mm}$ (odpadni pesek).

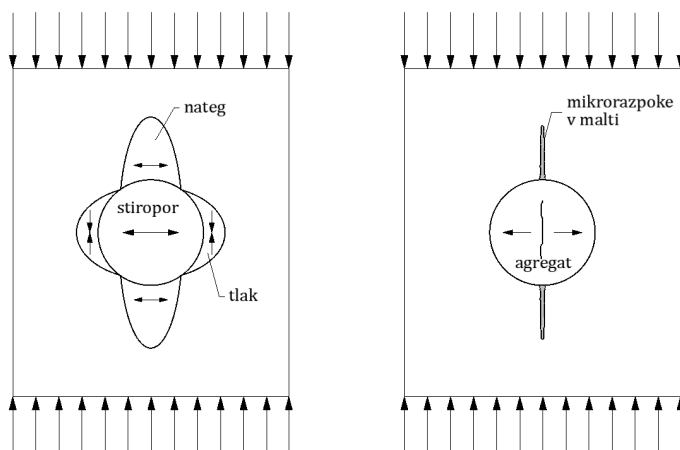
Relativno »velik« premer agregata znižuje gostoto, medtem ko drobni pesek povečuje tlačno trdnost. Zaradi tega je tudi večja poraba cementa, cement pa naj bo tudi čim bolj na drobno zmlet. Za armirani lahki beton porabimo najmanj 300 kg cementa na 1 m³ betona. Ker pri mešanju zrn agregata z gostoto pod $\rho = 0,9 \frac{t}{m^3}$ priplava cement na površino (segregira), sta v tem primeru dovoljeni konsistenci betona le K₁ in K₂.

2.8.5.3 Napetostne trajektorije v lahkem betonu

Pri normalnem betonu ima agregat višjo trdoto in trdnost od malte (cementnega kamna), zato napetostni tok oziroma napetostne trajektorije potujejo po agregatu. Pri lahkem betonu pa je slučaj ravno obraten, saj napetostni tok potuje po strjeni malti »okrog« agregata. Zato so trajektorije napetosti v malti močno ukrivljene, kar privede do prečnega natega v malti in posledično do razpok. Trajektorije tlačnih napetosti v normalnem in lahkem betonu prikazuje Slika 2.60, razpoke v lahkem betonu zaradi ukrivljenosti trajektorij tlačnih napetosti pa Slika 2.61.



Slika 2.65: Trajektorije tlačnih napetosti v a) normalnem in b) lahkem betonu [17]

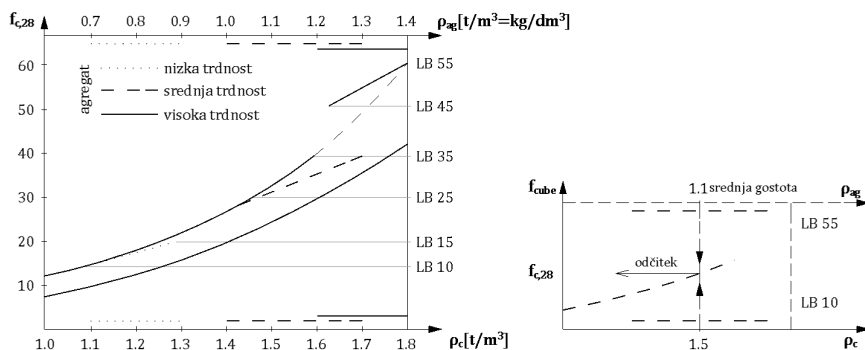


Slika 2.66: Razdelitev napetosti in nastanek razpok v območju agregata in malte lahkega betona [17]

Trdnost lahkega betona je odvisna od lastnosti malte (cementne malte), strukture in oblike cementnih »reber« med agregatom ter od razmika in razporeditve agregata. Trdnost malte naj praviloma za 40–50 % presega tlačno trdnost lahkega betona.

2.8.5.4 Tlačne trdnosti lahkih betonov pri trenutni obremenitvi

Lahke betone razvrščamo po tlačnih trdnostih in gostotah. Glede na izbrane gostote lahkih betonov in različne trdnosti agregata lahko, kot prikazuje Slika 2.62, ugotovimo dosežene tlačne trdnosti $f_{c,28}$ lahkega betona.



Slika 2.67: Prikaz tlačnih trdnosti betonske kocke lahkega betona v odvisnosti od gostot agregata in betona (gostega sestava) [5]

ρ_c ... gostota betona

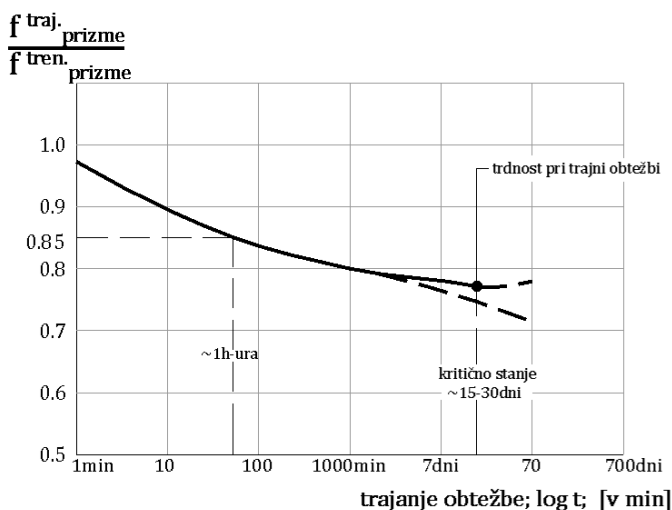
ρ_{ag} ... gostota agregata

2.8.5.5 Tlačne trdnosti lahkega betona pri trajni obtežbi

Kot pri normalnem betonu se tudi pri lahkem betonu »prepletata« vpliva. S trajanjem obremenitve trdnosti lahkega betona padajo, s starostjo betona pa zaradi strjevanja cementnega kamna naraščajo. Pri normalnem betonu znaša trajna trdnost približno 85 % trenutne trdnosti (28 dni) starega betona.

Pri lahkem betonu je ta odstotek nižji, kar prikazuje Slika 2.68. Omeniti velja, da so pri lahkem betonu trajne trdnosti že definirane za približno 35 dni star beton.

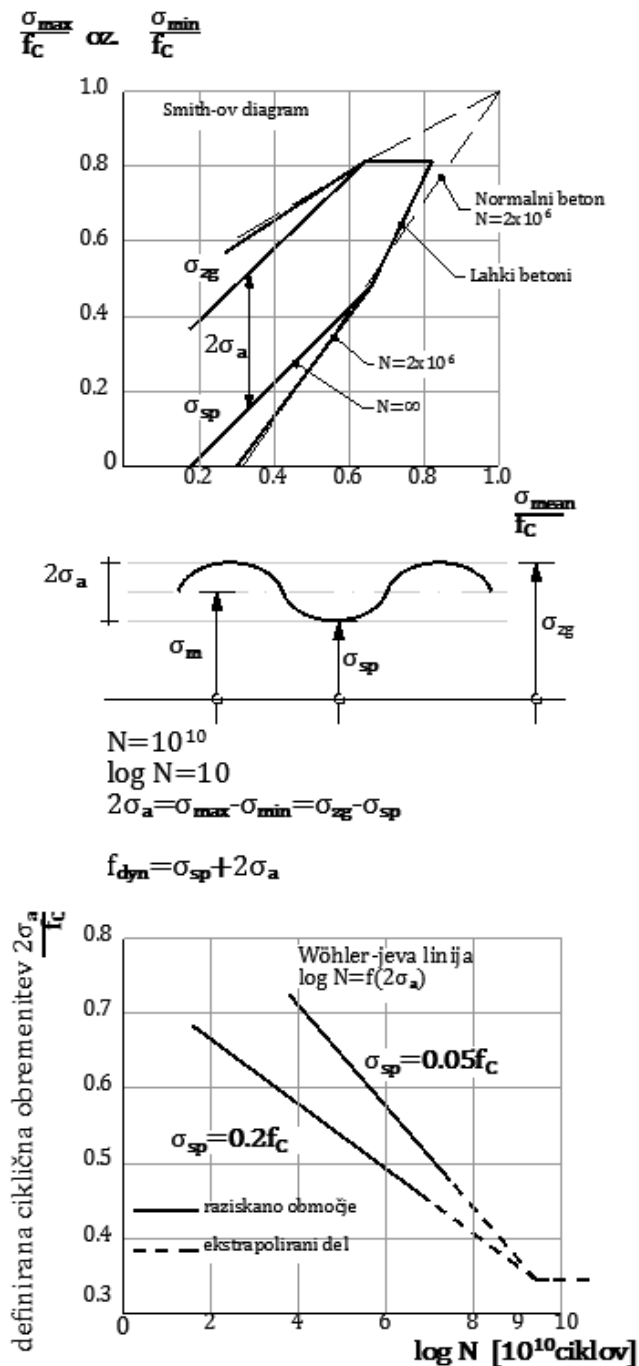
$$\frac{f_{\infty}^{l.b.trajn.}}{f_{28}^{l.b.tren.}} \approx (0,70 - 0,75) \quad (2.91)$$



Slika 2.68: Razmerja trajne in trenutne trdnosti lahkih betonov po Grasserju [18]

2.8.5.6 Dinamična tlačna trdnost lahkega betona

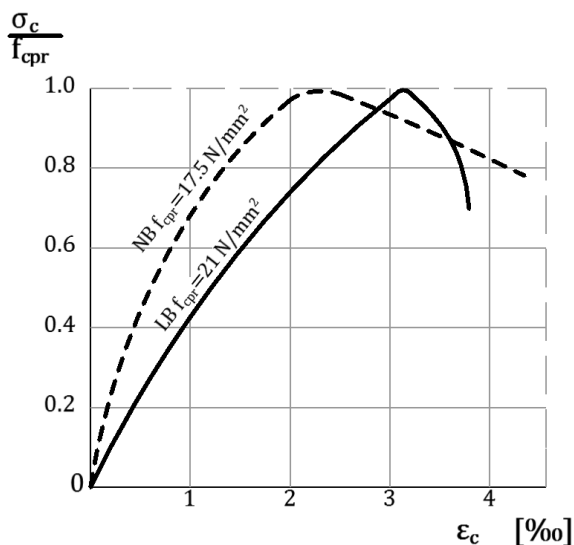
Po raziskavah Weiglerja in Freitagata dosežemo dinamično trdnost lahkega betona po 10^9 do 10^{10} ciklih, ko znaša izraz: $\frac{2\sigma_a}{f_{cyl}} \approx 0,30 - 0,35$.



Slika 2.69: Dinamične tlačne trdnosti lahkega betona [19]

2.8.5.7 Delovni diagram ($\sigma - \varepsilon$) in modul elastičnosti lahkega betona pri trenutni obremenitvi

Čas od začetka obremenitve do porušitve vzorcev znaša približno 10 min. Delovni diagram ($\sigma - \varepsilon$) lahkega betona je za iste marke betona položnejši kot pri normalnem betonu. Dilatacija pri dosegu tlačne trdnosti lahkega betona je za 20–30 % večja kot dilatacija pri normalnem betonu, kar prikazuje Slika 2.65. Modul elastičnosti lahkega betona po DIN 1048 (pri $\sigma_c \approx \frac{1}{3} f_{c,prizme}$) ni odvisen samo od tlačne trdnosti, temveč tudi od gostote lahkega betona in vrste agregate. Vrednosti sekantnega modula elastičnosti lahkega betona po Weiglerju podajata spodnji enačbi.



Slika 2.70: Delovni diagram $\sigma - \varepsilon$ za normalni beton C 25 z gostoto $\rho = 2,15 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ in lahki beton LC 25 z gostoto $\rho = 1,3 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ (agregat iz ekspandirane gline) [5]

Agregat iz ekspandirane gline:

$$E_{LB} = 5790 + 733 \sqrt{\rho_b^3 \cdot \rho_{c,cube}}; \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (2.92)$$

Agregat iz ekspandiranih skrilavcev:

$$E_{LB} = 8370 + 745 \sqrt{\rho_b^3 \cdot \rho_{c,cube}}; \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (2.93)$$

ρ_b ... gostota lahkega betona; $\left[\frac{kg}{dm^3} = \frac{t}{m^3} \right]$

$f_{c,cube}$... tlačna trdnost kocke normalnega betona; $\left[\frac{N}{mm^2} = MPa \right]$

Vedeti moramo, da nižje vrednosti modula elastičnosti lahkega betona v primerjavi z normalnim betonom nekoliko povečujejo deformacije konstrukcije. Nagnjenost k nastanku razpok zaradi ovirane deformacije betona ob armaturi pa bo manjša kot pri normalnem betonu.

2.8.5.8 Natezne trdnosti lahkih betonov

Upogibna in cepilna natezna trdnost ($f_{ct,fl}$; $f_{ct,sp}$) sta odvisni od oblike in trdnosti agregata (kar ni slučaj pri normalnih betonih). Pri trdnostnih razredih do LB 25 so natezne trdnosti višje kot pri normalnem betonu, pri višjih trdnostnih razredih od LB 35 pa nižje kot pri normalnih betonih. Za natezno cepilno in upogibno trdnost lahko uporabljamo spodaj navedeni enačbi.

Natezna cepilna trdnost:

$$f_{ct,sp} = 0,23 \cdot \sqrt[3]{f_{c,cube}^2} \quad (2.94)$$

Natezna upogibna trdnost:

$$f_{ct,fl} = 0,46 \cdot \sqrt[3]{f_{c,cube}^2} \quad (2.95)$$

2.8.5.9 Adhezijska (sprijemna) trdnost

Za rebrasto jeklo $\emptyset 12\text{ mm}$ in $\emptyset 26\text{ mm}$ je izravnna sila enaka dvakratni vrednosti izravnne sile pri normalnem betonu, ko je bila armatura izravnana iz betona za 0,1 mm. Za primere $RA > \emptyset 26\text{ mm}$ je izravnna trdnost manjša. Da so izravnne trdnosti lahkih betonov, sicer identične trdnosti kot pri normalnem betonu, višje, je vzrok v višji trdnosti »malte« lahkega betona.

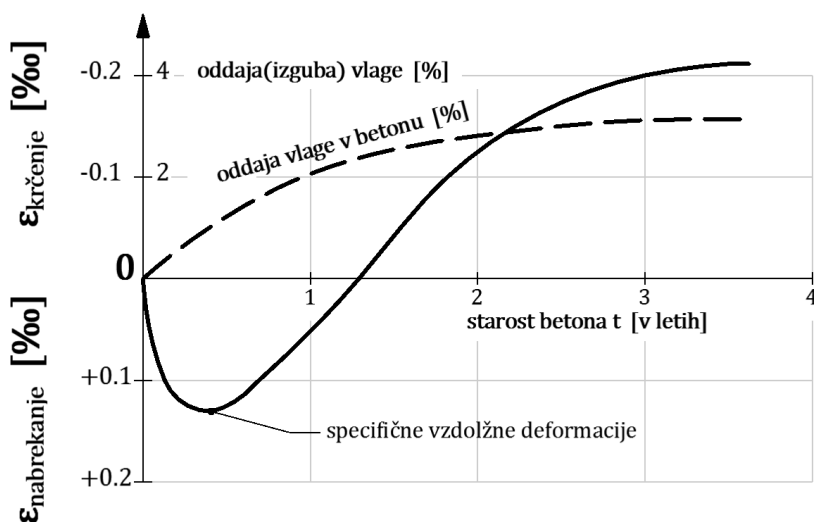
2.8.5.10 Nabrekanje, krčenje in lezenje lahkega betona

Voda v porah dodatno vlaži malto v notranjosti volumna lahkega betona, kar pri temperaturi okolice 20 °C in relativni vlažnosti RH 60 % zmanjšuje izgubo vlage prvih 100–300 dni.

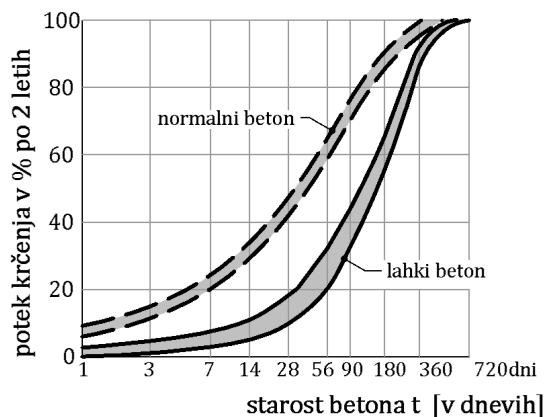
Zaradi tega beton nabrekne do približno +0,1 ‰ (10 x 10⁻⁵). V zatesnjenem okolju lahko tak beton nabrekne do +0,35 ‰. Z nabrekanjem moramo v notranjosti lahkega betona, predvsem v vlažnem okolju, računati mejne vrednosti. Krčenja lahkega betona pa znašajo od +0,35 ‰ do +0,40 ‰.

Čeprav normalni beton negujemo z vlaženjem, je to pri lahkem betonu prepovedano!

Nabrekanje in krčenje neobremenjenega lahkega betona prikazuje Slika 2.71.



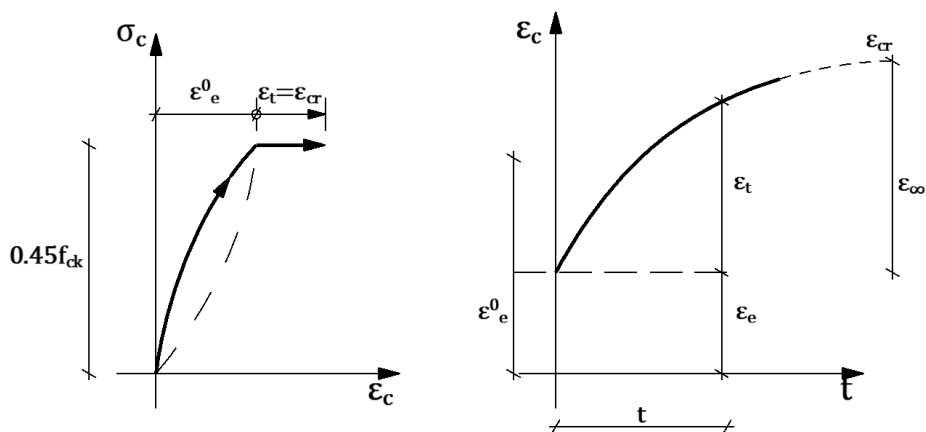
Slika 2.71: Nabrekanje in krčenje lahkega betona z agregatom iz ekspandirane gline [5]
Časovno primerjavo krčenja normalnega in lahkega betona prikazuje spodnja slika.



Slika 2.72: Primerjava časovnega poteka krčenja lahkega in normalnega betona [5]

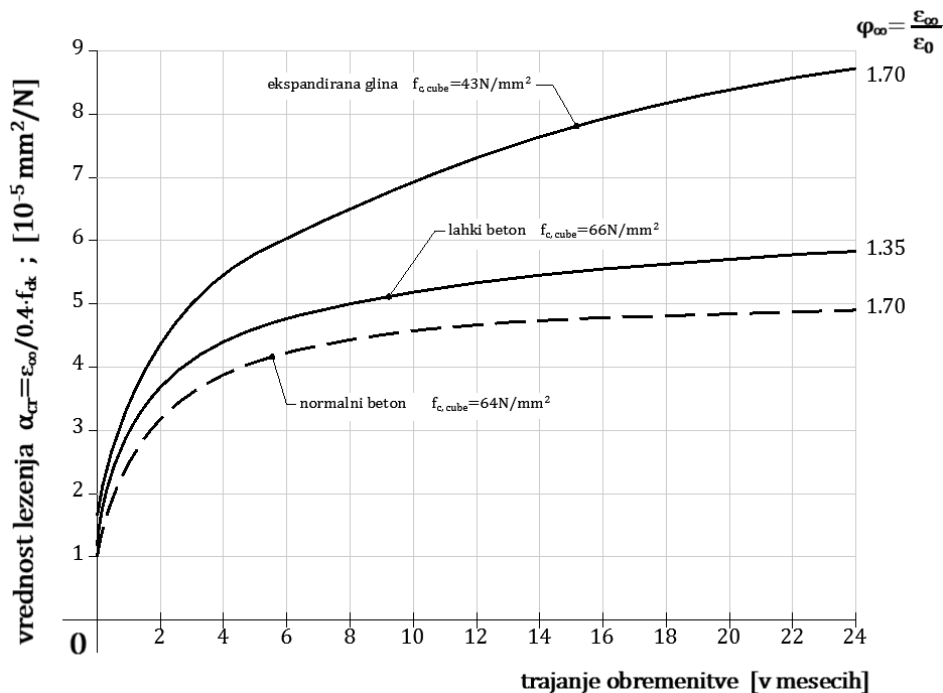
Po 180 dneh je krčenje lahkega betona v primerjavi z normalnim betonom nekje 2/3 vrednosti normalnega.

Oblika krivulje lezenja lahkega betona je podobna obliki krivulje lezenja normalnega betona. Tako imenovana fizikalna količina α_{cr} lezenja betona, ki jo podaja razmerje med časovno dilatacijo lezenja betona $\varepsilon_{cr} = \varepsilon_t$ in tlačno napetostjo betona pri tretjinski vrednosti tlačne trdnosti betonske kocke, znaša $0,33 \cdot f_{c,cube} \cong 0,40 \cdot f_{c,pr.} = 0,40 \cdot f_{ck}$.



Slika 2.73: Delovna diagrama $\sigma - \varepsilon$ in $\varepsilon - t$

Fizikalno količino α_{cr} imenujemo »vrednost lezenja« ($\alpha_{cr} = \frac{\varepsilon_{cr}}{0,40 \cdot f_{ck}} = \frac{\varepsilon_{t=\infty}}{0,40 \cdot f_{ck}}$; $\left[\frac{mm^2}{N} \right]$) in je manj odvisna od starosti betona ob začetku obremenjevanja kot pri normalnem betonu, ker vlažnost agregata deluje ugodno na strjevanje cementnega gela (negovanje betona). Tako bo na primer mejna vrednost lezenja lahkega betona pri popolni zaščiti v primerjavi z izsušenjem le za 20 % manjša kot pri nezaščitenem betonu (RH = 60 %).



Slika 2.74: Potek lezenja lahkega in normalnega betona – starost betona ob začetku obremenitve znaša 28 dni [5]

Končna vrednost $\alpha_{cr,\infty}$ se za normalni in lahki beton enakih tlačnih trdnosti (64 – $66 \frac{N}{mm^2}$) malo razlikuje (približno 20 %), $\frac{\alpha_{cr,\infty}^{L.B.}}{\alpha_{cr,\infty}^{N.B.}} = \frac{5,8}{4,9} \cong 1,2$.

Količnik lezenja lahkega betona ($\varphi_{L.B.}$) je nekoliko nižji kot količnik lezenja pri normalnem betonu ($\varphi_{N.B.}$).

$$\varphi = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_0} = \frac{0,40 \cdot f_{ck} \cdot \alpha_{cr}}{\varepsilon_0} = \frac{0,40 \cdot f_{ck} \cdot \alpha_{cr}}{\frac{0,40 \cdot f_{ck}}{E_{cm}}} = \alpha_{cr} \cdot E_{cm}; E_{cm}^{L.B}$$

$$< E_{cm}^{N.B}$$
(2.96)

PRIMER

Določiti je treba čas trajanja obremenitve za normalni beton C 50/60.

$$E_{cm} = 37 \cdot 10^3 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_c = 0,4 \cdot 50 \frac{N}{mm^2} = 20 \frac{N}{mm^2}$$

$$\varepsilon_t = 1,5\varepsilon_0$$

Začetna deformacija:

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_c}{E_{cm}} = \frac{20}{37 \cdot 10^3} = 0,54 \cdot 10^{-3} = 0,54 \text{ ‰}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_c} = \frac{1,5 \cdot 0,54}{20 \cdot 10^3} = 4,05 \cdot 10^{-5} \frac{mm^2}{N}$$

Iz Slika 2.74 lahko odčitamo, da je obremenitev trajala približno 6 mesecev.

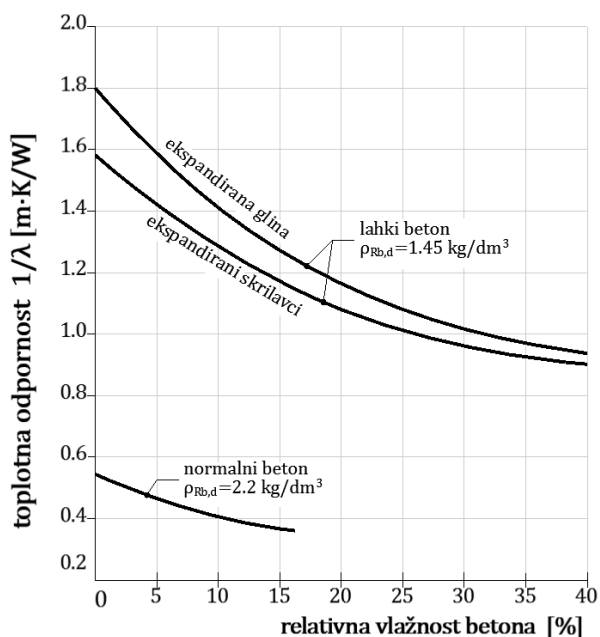
2.8.5.11 Fizikalne količine lahkega betona, odvisne od temperature in prevoda toplote

Specifični temperaturni količnik lahkega betona znaša pri nizko vlažnem betonu približno od $0,8 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ}{K}$ do $1,0 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ}{K}$. Z višjo vlažnostjo količnik pojema do $0,65 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ}{K}$. Zmožnost prevoda toplote pa je močno odvisna od gostote in vlažnosti (vsebnosti vlage) lahkega betona. DIN 4018 podaja vrednosti za λ v odvisnosti od gostote in ravnotežja vlažnosti:

$$\lambda^{L.B.} = 0,6 - 0,7 \frac{W}{mK} \left(\text{to je } < \frac{1}{3} \lambda^{N.B.} \right); \rho = 1,4 \frac{t}{m^3}; RH = 5 \%$$

$$\lambda^{N.B.} = 2,0 \frac{W}{mK}; \rho = 2,2 \frac{t}{m^3}$$

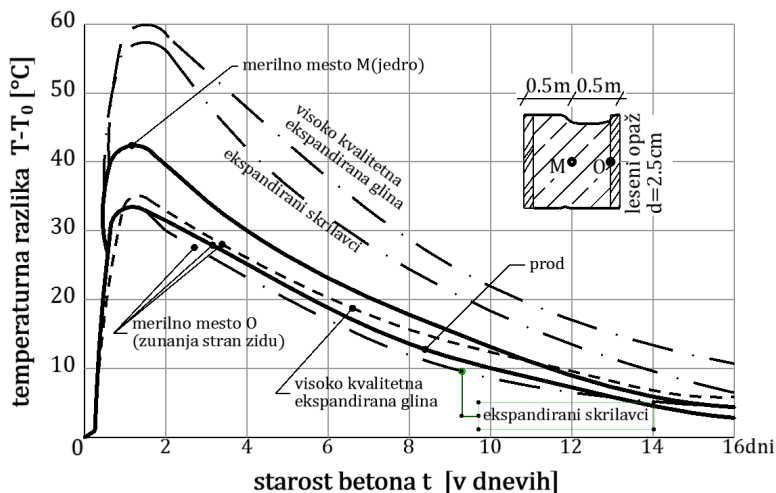
Tako je pri lahkem betonu tudi večja ognjevarnost in zaščita armature. Slika 2.75 prikazuje toplotno odpornost $1/\lambda$ za lahki in normalni beton v odvisnosti od relativne vlažnosti betona, ko je izpolnjeno ravnotežje vlažnosti.



Slika 2.75: Toplotna odpornost $1/\lambda$ za lahki in normalni beton [5]

Hidrationska toplota pri lahkem betonu se počasneje niža, zato se pri debelejših elementih lahkega betona razvijejo višja temperatura in višje napetosti. Zato moramo zunanje sloje zaščititi pred večjo ohladitvijo, saj se notranji sloj počasneje ohlaja (velja za lahke betone, debelejše od 60 cm oziroma 80 cm).

Z zaščito zunanjega sloja zmanjšamo krčenje zunanjega sloja v primerjavi z notranjim, ki preprečuje dilatacije zunanjega sloja in večje razpoke. Razvoj temperaturnih razlik pri zunanji temperaturi 20 °C v jedru in zunanjem delu prikazuje Slika 2.70.



Slika 2.76: Temperaturna razlika med betonom v jedru in na zunanjem robu elementa zaradi hidratacije [5]

2.8.5.12 Korozijska zaščita armature v lahkem betonu

Malta, bogata s cementom, dobro ščiti armaturo pred korozijo, žal pa »lahki« agregat omogoča malo odpora prehodu CO_2 do armature. Tako pride do karbonatizacije betona (pade bazičnost – pH lahkega betona). Zato moramo zaščitno plast lahkega betona v primerjavi z zaščitno plastjo normalnega betona povečati za 5 mm, sicer pa je to odvisno od velikosti maksimalnega zrna agregata.

2.8.5.13 Ekonomske prednosti in pomanjkljivosti lahkega betona

- Lahki agregat in izdelava lahkega betona sta dražja od normalnega betona.
- Lastna teža konstrukcije lahkega betona je manjša od lastne teže konstrukcije normalnega betona, zaradi česar se tudi zmanjša poraba armature. Prihranek je pri ležiščih in temeljih konstrukcij iz lahkega betona, kar se ugodno odraža pri konstrukcijah velikih razponov, večetažnih konstrukcijah in slabih nosilnostih temeljnih tal.
- Dobra izolativnost konstrukcij iz lahkega betona. Pri visokih zgradbah ni potrebna niti dodatna izolacija niti zaščita pred požarom.

2.8.5.14 Pomembni objekti (konstrukcije)

- Prvi cestni most iz lahkega betona, ki je bil zgrajen leta 1976 v Gitteldeju, z razponom 12,50 m x 15,10 m x 12,50 m.
- Most za pešce prek rokava Rena v Sestriesteinu z razponom 96,40 m.
- Cestni most prek jezera Fühlinger pri Kölnu z razponom 136 m.
- Strešni nosilci Ledene dvorane v Augsburgu dolžine $l = 62$ m.
- Hala letališča v Frankfurtu. Viseča streha z razponom 135 m.

3 Betonsko jeklo – armatura (steel reinforcement)

3.1 Uvod

Za armiranje betonskih elementov in konstrukcij uporabljamo betonsko jeklo (reinforcing steel, betonstahl) – armaturo. Razvoj armature je vedno stremel k povišanju trdnosti jekla, izboljšani sprijemnosti jekla z betonom, dosegu velike deformabilnosti, v novejšem času pa k zmožnosti varivosti armature.

3.2 Betonsko jeklo – sestava in lastnosti

Jeklo je prečiščen proizvod železove rude, ki se v naravi nahaja v glavnem kot magnetit in hematit. Proizvodnja jekla poteka v visokih pečeh – plavžih, kamor mečemo železno rudo, koks in apnenec. Pri temperaturah nad 1600 °C se večina drugih materialov, razen železa, izloči v obliki plinov ali žlindre, ki splava na vrh stopljenega železa. Žlindro ohladimo in koristno uporabimo (v industriji za proizvodnjo cementa).

Stopljeno železo pa iz visokih peči vlivamo v kalupe (ingote) ali se neposredno transportira v jeklarne kot surovo železo, ki vsebuje silicij, žveplo, fosfor, mangan in 3,5-4,25 % ogljika. Visok delež ogljika povzroča, da je surovo železo krhko. Imenujemo ga lito železo (dobro prenaša »čiste« tlačne obremenitve).

Zato moramo surovemu železu izboljšati mehanske lastnosti in ga podvržemo nadaljnji predelavi z namenom dobiti topljeno jeklo. Z dodatkom starega železa in delno železne rude se surovo železo v plamenskih pečeh ali konvektorjih osvobaja odvečnega ogljika in drugih nečistoč ter istočasno legira z zelenimi legirnimi elementi (C_r – krom, N_i – nikelj, T_i – titan, V_a – vanadij, N_o – nobelij, N_b – niobij).

Količina ogljika namreč močno vpliva na mehanske in varilne lastnosti jekla. Topljeno jeklo lahko vlivamo v kalupe za izdelavo ležišč mostov (strojev, jeklenih stebrov in konstrukcij itd.) ali pa ga vlivamo v ingote, iz katerih se z valjanjem dobijo valjani proizvodi konstrukcijskega jekla.

3.3 Vrste in oznake betonskih jekel

Betonska jekla sestavljajo jeklene palice (reinforcing bars) in varjene jeklene mreže (welded wire fabric).

Betonska jekla delimo po:

- profilu: $\emptyset \leq 16 \text{ mm}$ (žice v svitkih, kolutih);
 $\emptyset > 16 \text{ mm}$ (ravne palice);
- mehanskih lastnostih (meja plastičnosti oziroma meja popuščanja za trda jekla, natezna trdnost, raztezek pri poružitvi vzorca na dolžini $10 \emptyset$, modul elastičnosti, Poissonov količnik prečne kontrakcije);
- varivosti (nevarivno jeklo, varivno jeklo pod določenimi pogoji, varivno jeklo);
- površinski obdelavi (gladka armatura, rebrasta armatura, zavarjene mreže);
- vrsti obdelave (toplo valjano, toplo valjano in hladno obdelano, termično izboljšano jeklo).

Betonske jeklene palice so toplotno obdelane (valjane) in kasneje podvržene dodatni obdelavi.

Toplo obdelano jeklo (TEMPCORE) doseže po valjanju v toplem stanju neke izboljšave. Armaturene mreže so sestavljene iz hladno valjanih žic, ki so medsebojno ortogonalno točkasto zvarjene.

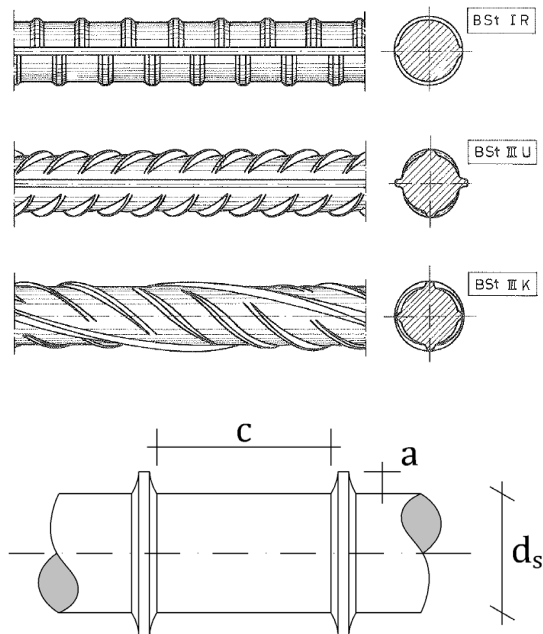
Varivost betonskih jekel dosežemo z dodatki mikrolegurnih elementov vanadija (V_a), niobija (N_b) in titana (T_i).

Oznako jekla sestavljata dve oznaki, od katerih prva nakazuje karakteristično mejo plastičnosti (f_{yk}), za toplo valjana jekla oziroma za hladno obdelano jeklo pa karakteristično mejo popuščanja ($f_{0,2k}$), medtem ko druga oznaka označuje karakteristično natezno trdnost f_{tk} .

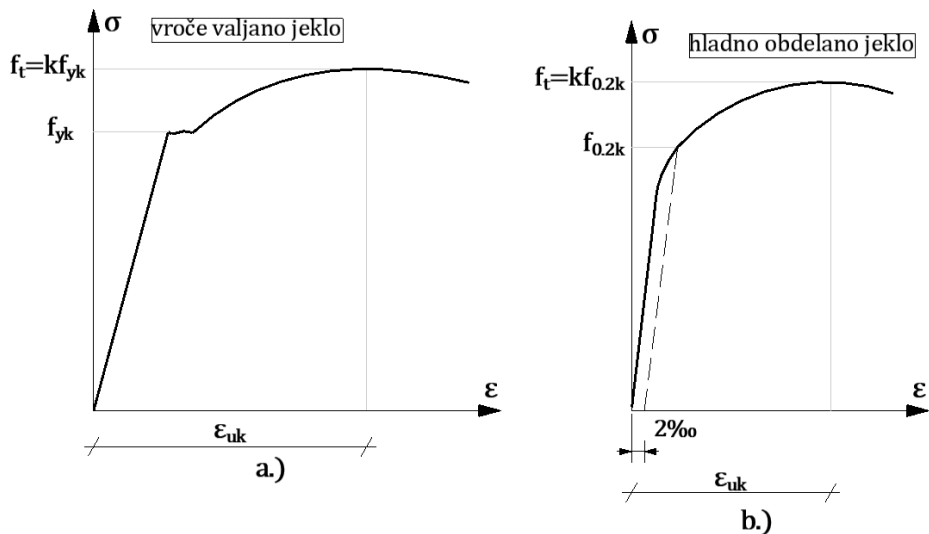
Proizvajalec betonskega jekla jamči naslednje mehanske lastnosti:

- karakteristično natezno trdnost pri **5-odstotni fraktili** f_{tk} ;
- karakteristično mejo plastičnosti oziroma popuščanja pri **5-odstotni fraktili** $f_{0,2k}$, f_{yk} ;
- relativni raztezek vzorca po pretrgu na dolžini **10 \emptyset δ % [mm/mm]**;
- sposobnost upogiba in povratnega upogiba (ukrivljenja) palic okrog trna določenega premera D , s kotom upogiba, ne da bi palice počile v natezni ali tlačni coni;
- karakteristično dinamično trdnost $f_{dyn} = f_F$;
- karakteristično dilatacijo ε_{uk} ;
- projektirano oziroma karakteristično razmerje med višino in razdaljo reber, tako imenovano lastnost sodelovanja med betonom in rebrasto armaturo;
- varivost;
- duktilnost $\varepsilon_{yk}/\varepsilon_{uk}$ in razmerje f_t/f_y .

$$f_R = \frac{a}{c} \quad (3.1)$$



Slika 3.1: Višina reber in razdalja med rebri armature

Slika 3.2: Delovna diagrama $\sigma - \epsilon$ a) toplo in b) hladno obdelanega armaturnega jekla [8]

ϵ_{uk} ... karakteristična dilatacija (raztezek) pri trdnosti f_{tk} (največji napetosti) – Slika 3.2 in Slika 3.4.

Dobro sprijemnost (adhezijo) med betonom in armaturo dosežemo z rebrasto armaturo, ko je sodelovanje med betonom in jeklom veliko boljše kot z uporabo gladke armature. Razmik med razpokami v betonu je z uporabo rebraste armature manjši, odprtine razpok pa tanjše.

№	NAZIV	GEOMETRIJSKE KARAKTERISTIKE		№	NAZIV	GEOMETRIJSKE KARAKTERISTIKE	
		PRESEK	IZGLED			PRESEK	IZGLED
1				10	»WEBRIB«		
2	TOR			11	»CARON«		
3	TORDIRANI			12	»ROXOR«		
4	TORDIRANI REBRASTI			13	»BI«		
5	REBRASTI (Nemačka)			14	»ISTEG«		
6	REBRASTI (KAM-Svedska)			15	»DRILLWUST«		
7	REBRASTI (Norv-Sloah-Nemačka)			16	»GRIFEEL«		
8	REBRASTI (SSSR)			17	HLADNO (Avakov SSSR)		
9	NEPTUN			18	MREŽE		

Slika 3.3: Vrste betonskega jekla

Tabelarični pregled z značilnostmi posameznih betonskih jekel podajamo v Preglednica 3.1 in Preglednica 3.2.

Armature, ki se uporabljajo v Sloveniji in so prikazane v Preglednica 3.1, in jekla, ki jih navaja DIN 1045 in za razliko od slovenskih predpisov še navajajo varivost posameznih armatur, prikazuje Preglednica 3.2.

Preglednica 3.1: Vrste in značilnosti betonskih jekel v Sloveniji

Oznaka armature in mehanskih karakteristik	Naziv armature	Nazivni premer mm	Karakteristična meja plastičnosti f_{yk} oz.roma f_{o2k} MPa	Karakteristična natezna trdnost f_{tk} MPa	Razrezek na 10 \emptyset %	Upogibanje		Dinamična trdnost po 2 x 10 ⁶ ciklih MPa	Modul elastičn. GPa
						premer trna \emptyset	kot upogibanja °		
GA 220/340 GA 240/360 ²	Gladka armatura iz mehkega betonskega jekla	5-12 5-36	220 240	340 360	18 18	2	180° 180°		od 200
RA 400/500-1 RA 400/500-2	Rebrasta armatura iz visokovredn ega jekla	6-14 6-40	400	500	10	5	90°	200 ⁺	do 210
MAG 500/560 MAG 500/560 ²	Varijane armature mreže iz hladno vlečene ali narebren e žice	4-12	500	560	6	4	180°	120 ⁺	od 190
BiA 680/800	Armatura specialne oblike iz hladno vlečene žice	3,1-11,3	680	800	5	5 \emptyset^5	180°³	170 ⁺	do 200

1 – upogibni preizkus je potreben in obvezen samo za mreže, ki se uporabljajo kot upognjene (za stremena)
2 – to jeklo ima zagotovljeno varnost (za $S < 0,6 \%$)
3 – poleg upogibnega preizkusa se to jeklo preizkusi tudi na povratno upogibanje okoli trna **7 \emptyset^{\square}** s kotom upogibanja **45°** in s kotom povratnega upogibanja **22,50°**
4 – dinamična trdnost se dokazuje na vzorcih armature, vgrajene v betonu, in sicer za RA 440/500-2 po standardu JUS C:K6020, za varijene armature mreže MAG in MAR ter za BiA pa na samih armaturah, včevši tudi zvarjena vozlišča
5 – nanasa se na upogibanje žice na zvarnem mestu

Preglednica 3.2: Vrste in značilnosti betonskih jekel, ki jih navaja DIN 1045 (Nemčija)

ID		BA 220/340 GN	BA 220/340 RN	BA 420/500 RN	BA 420/500 RH
Element/vrsta armature		ARMATURA – PALICE			
Nominalni premer \varnothing_s [mm]		5–28	6–40	6–28	6–28
Meja plastifikacije f_y ali $f_{0,2} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$		220	220	420	420
Natezna trdnost $f_t \left[\frac{N}{mm^2} \right]$		340	340	500	500
Mejna/porušna deformacija δ_{10} [%]		18	18	10	10
Dinamična trdnost (na razdalji enega vala pri frek. $v = 2 \cdot 10^6 \frac{1}{s}$)	Ravne palice	180	-	230	230
	Ukrivljene palice $D_1 = \varnothing_s$	180	-	200	200
Zagotovljena možnost varivosti glede na premer	$\varnothing_s \leq 12 \text{ mm}$	RA	RA	RA	RA, RP
	$\varnothing_s \geq 14 \text{ mm}$	RA	RA, E	RA	RA, E, RP
ID		BA 500/550 GH	BA 500/550 PH	BA 500/550 RH	BA 500/550 RH
Element/vrsta armature		ARMATURA – MREŽE			
nazivni premer \varnothing_s [mm]		4–12	4–12	4–12	6–12
Meja plastičnosti f_y ali $f_{0,2} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$		500	500	500	500
Min. natezna trdnost $f_t \left[\frac{N}{mm^2} \right]$		550	550	550	550
Porušna(min) deformacija δ_{10} [%]		8	8	8	8
Dinamična trdnost (na razdalji enega vala pri frek. $v = 2 \cdot 10^6 \frac{1}{s}$)	Ravne palice	120	120	120	230
	Ukrivljene palice $D_1 = \varnothing_s$	120	120	120	200
Zagotovljena možnost varivosti glede na premer	$\varnothing_s \leq 12 \text{ mm}$	RA	RA	RA	RA, RP
	$\varnothing_s \geq 14 \text{ mm}$	RA	RA, E	RA	RA, E, RP

G – gladko jeklo; N – neobdelano jeklo; P – profilirano jeklo; H – hladno valjano (oblikovano) jeklo; R – rebrasto jeklo; RA – varivo jeklo s posebno elektrodo ali varilno žico pod CO₂; E – elektroobločno varjenje; RP – točkovno varivo jeklo

Gladka armatura (GA) se dobavlja v kolutih za profile $\varnothing \leq 16 \text{ mm}$, dolžine 36 – 42 m, in v obliki ravnih palic za profile $\varnothing > 16 \text{ mm}$, dolžine 6 m, 12 – 16 m, izjemoma do 20 m. Premeri gladkega (valjanega) betonskega jekla znašajo: $\varnothing 5,6,8,10,12,14,16,18,20,22,25,28,32,36$ (40) mm.

Rebrasto jeklo je naravno trdo jeklo (RA), ki ga vlečemo v hladnem stanju. Pri zadnjem vleku palice skozi valj je ta narezan (oblikovan) z žlebovi, iz katerih se formirajo rebra. Rebrasto jeklo se dobavlja v kolutih za profile $\emptyset 8-14 \text{ mm}$, dolžine 50 m , in v obliki ravnih palic za profile $\emptyset 6-40 \text{ mm}$, dolžine $6 \text{ m}, 12 - 14 \text{ m}$.

Premeri rebrastega betonskega jekla znašajo:

– $\emptyset 6, 8, 10, 12 \text{ in } 14 \text{ mm za RA } 400/500 - 1$;

– $\emptyset 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 19, 20, 22, 25, 28, 32, 36 (40) \text{ mm za RA } \frac{400}{500} - 2$.

1 – nagibi reber znašajo $50^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$

2 – nagibi reber znašajo $50^\circ \leq \beta \leq 75^\circ$

Pri »rebrih« z oznako 2 je njihova oblika srpasta.

Zavarjene mreže iz hladno vlečene žice

Mrežna armatura služi za armiranje plošč, sten, lupin ali tudi kot stremenska in vzdolžna armatura linijskih nosilcev, za armiranje betonskih vozišč, pist aerodromov, cevi in raznih prefabriciranih elementov (korita, rešetke itd.).

Mreže se izdelujejo z enako armaturo v dveh ortogonalnih smereh in z močnejšo armaturo v eni smeri (razpona) ter s »slabšo« armaturo – razdelilno – v drugi smeri. Dimenzije mrež so običajno $(2,0-2,7 \text{ m}) \times (5,0-6,0 \text{ m})$.

Čim večji je razmik t , tem manjši mora biti razmik a . Velja pogoj, da znaša:

$$\frac{t}{a} \leq 3 \quad (3.2)$$

t ... razmik med palicami razdelilne armature

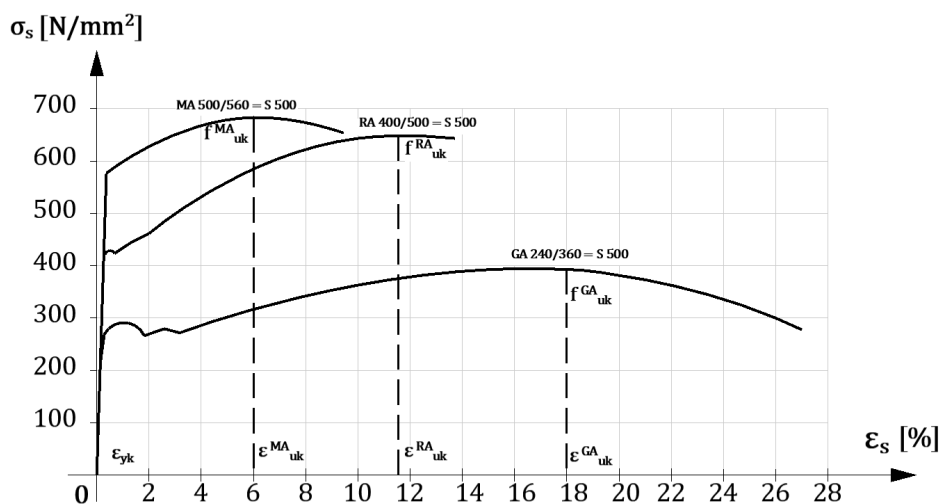
a ... razmik med palicami nosilne armature

3.4 Mehanske in fizikalne lastnosti armature

3.4.1 Meja plastičnosti (popuščanja), natezna trdnost, žilavost in duktilnost

Mehanske lastnosti posameznih jeklenih armatur so že bile prikazane v Preglednica 3.1 in Preglednica 3.2. Za njihovo dobro razumevanje moramo, tako kot pri betonu, poznati delovni diagram jekla in prirejen projektirani delovni diagram jekla, ki ga omenjajo norme EC2, ACI itd.

Za tako imenovano mehko jeklo in hladno obdelana jekla Slika 3.4 prikazuje odnos med napetostmi σ_s in specifičnimi deformacijami ε_s .

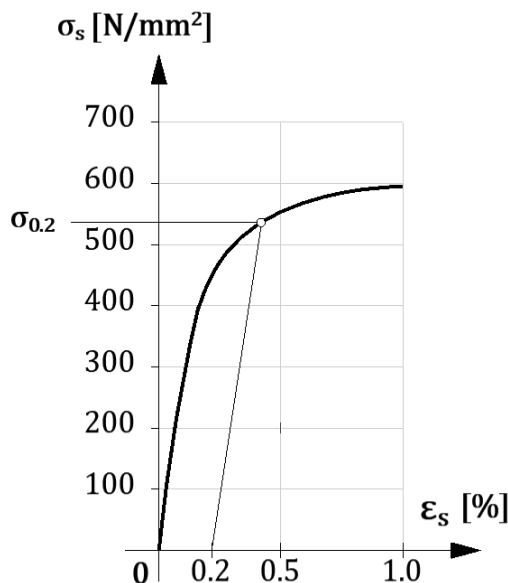


Slika 3.4: Delovni diagrami za betonska jekla

Jeklo GA 240/360 ima jasno izraženo mejo plastičnosti f_y , naravno trdo jeklo RA 400/500 ima to mejo nekoliko slabše izraženo, hladno obdelano jeklo mrežne armature MA 500/560 pa meje plastičnosti nima jasno izražene.

Zato pri tej armaturi in vseh hladno obdelanih jeklih definiramo mejo popuščanja $f_{0,2}$, kar prikazujeta Slika 3.2 in Slika 3.5.

Meja popuščenja $f_{0,2}$ predstavlja napetost, pri kateri vzorce popolnoma razbremenimo. Pri popolni razbremenitvi pa oblika vzorca ni več enaka kot pred obremenitvijo, saj je vzorec ostal daljši za 0,2 %.



Slika 3.5: Meja popuščenja pri hladno obdelani armaturi

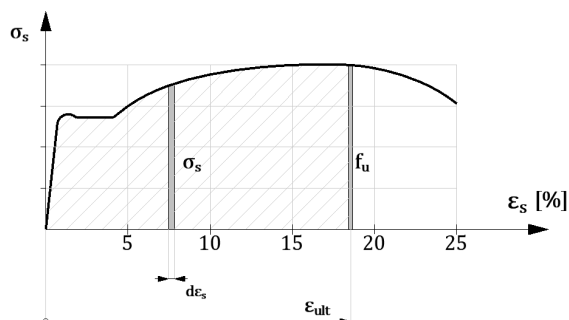
Natezna trdnost f_t predstavlja največjo doseženo napetost v jeklu, pripadajočo deformacijo pa označimo z ϵ_{uk} (Slika 3.4).

Površina pod delovnim diagramom $\sigma - \epsilon$ ($0 - \epsilon_u$) je največja pri mehkem jeklu GA 240/360, najmanjša pa pri hladno obdelani mrežni armaturi MA 500/560, kot je razvidno iz Slika 3.4.

Površina pod delovnim diagramom $\sigma - \epsilon$ predstavlja mero žilavosti betonskega jekla, kar fizikalno pomeni delo oziroma energijo, ki je bila vložena za raztezek armature do porušitve, kot shematsko prikazuje Slika 3.6.

$$E = W = \int_{\epsilon_s = 0}^{\epsilon_u} \sigma_s d\epsilon_s \quad (3.3)$$

Žilavost pomeni geometrijsko šrafirano površino na spodnji sliki.



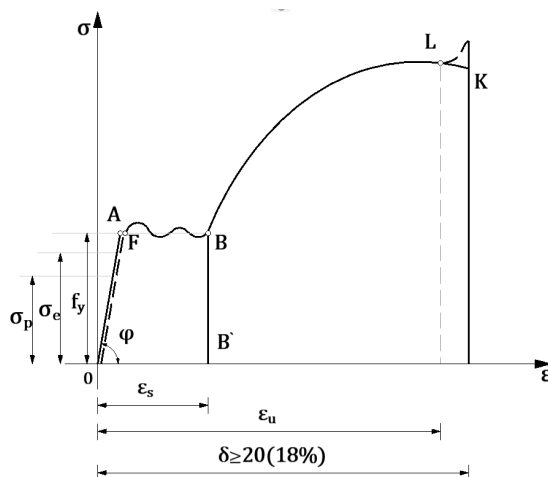
Slika 3.6: Delovni diagram za »mehko« jeklo in določitev žilavosti

Duktilnost jeklenega materiala pa je definirana z razmerjem med končnimi in elastičnimi deformacijami:

$$d = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{se}} \quad (3.4)$$

Duktilnost mehkega jekla je mnogo višja kot duktilnost naravno trdega oziroma hladno obdelanega jekla.

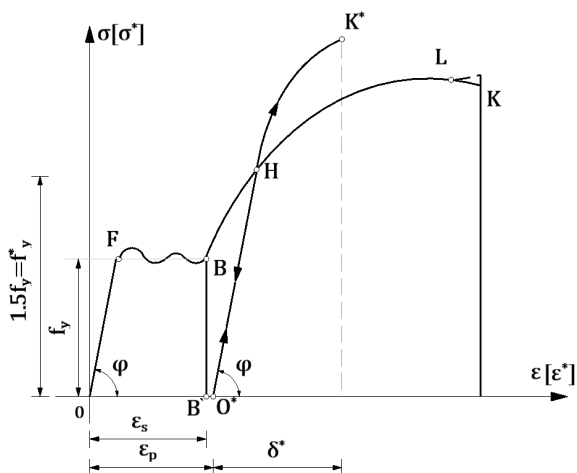
Za dobro razumevanje podajamo na Slika 3.7 natančnejšo razlago delovnega diagrama $\sigma - \varepsilon$ gladke (mehke) armature.

Slika 3.7: Delovni diagram $\sigma - \varepsilon$ »mehke« armature GA 240/360

- Do meje proporcionalnosti σ_p je raztezek armature linearen napetosti σ_s .
- Do meje elastičnosti σ_e se jeklo obnaša kot elastičen material. Po razbremenitvi je dolžina armature enaka prvotni dolžini (dolžini pred obremenitvijo).
- Točka F določa spodnjo mejo popuščanja jekla, dolžina A–F znaša 0,2 %.
- Točka B je zgornja meja popuščanja in se označi z ε_s . Dolžina 0–B' = ε_s znaša 5–10 %.
- Točka L predstavlja natezno trdnost jekla f_t . Ustrezna deformacija ε_u pa nakaže deformacijsko stanje, ko se začne kontrakcija jekla.
- V točki K se armatura poruši. Črtkana linija delovnega diagrama $\sigma - \varepsilon$ prikazuje napetosti kontrahiranega (zoženega) preseka armature.

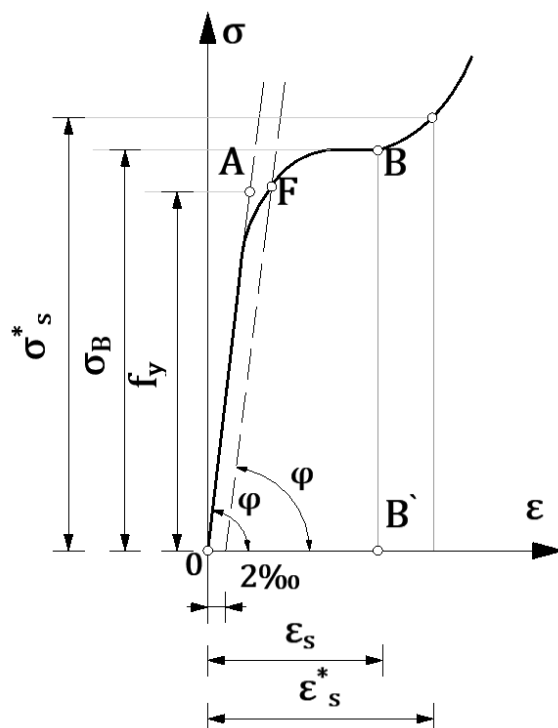
Delovni diagram, prikazan na Slika 3.8, predstavlja diagram hladno obdelanega jekla, s čimer se spremenijo mehanske lastnosti materiala, običajno na boljše.

Če mehko jeklo napnemo do napetosti $\sigma_s = 1,5f_y$ in palico nato popolnoma razbremenimo (črta H–0*) ter ponovno obremenimo, opazimo, da se pojavi nova meja popuščanja f_y^* , ki je višja od prvotne vrednosti f_y . Meja popuščanja hladno obdelane armature ni več tako jasno izražena kot pri mehki armaturi. Točka K* predstavlja »novo« višjo natezno trdnost hladno obdelane armature. Tako jeklo pa je manj duktilno od tako imenovane »mehke« armature.



Slika 3.8: Delovni diagram $\sigma - \varepsilon$ za mehko in hladno obdelano jeklo

Slika 3.9 prikazuje del delovnega diagrama visoko vrednega naravno trdega jekla RA 400/500, ki ga dobimo z legiranjem (C_r, V_a) in ne s hladno obdelavo, temveč z valjanjem v vročem stanju. To jeklo ima nižjo zgornjo mejo popuščenja ε_s kot mehka armatura.



Slika 3.9: Delovni diagram $\sigma - \varepsilon$ visokovrednega naravno trdega jekla RA 400/500

Pri slabo armiranih presekih ali visokih trdnostih betona ($MB \geq C50/60$) nekateri avtorji priporočajo, da se upošteva kot »karakteristična meja plastičnosti« napetost σ_s^* . To pa zaradi tega, ker je razlika $\varepsilon_s^* - \varepsilon_s$ majhna.

3.4.2 Projektna natezna trdnost jeklene armature

Kot smo omenili v podpoglavju 2.4 o računski tlačni trdnosti betona, je treba za dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj tudi poznati projektno (natezno trdnost) mejo plastičnosti armature in ustrezen delovni diagram armature.

Na Slika 3.10 sta prikazana idealizirani delovni diagram armature (A) in projektni ali računski diagram armature (B).

Iz idealiziranega delovnega diagrama armature (A) določimo projektni delovni diagram, pri čemer dobimo projektno (dizajnirano) mejo plastičnosti f_{yd} tako, da karakteristično mejo plastičnosti f_{yk} oziroma karakteristično mejo popuščanja f_{RK} delimo s faktorjem varnosti za jekleno armaturo γ_s . Ta znaša za kombinacije običajnih obremenitev $\gamma_s = 1,15$, za kombinacije ekstremnih obremenitev pa $\gamma_s = 1,0$.

Projektna (dizajnirana) mejna dilatacija pa znaša ϵ_{ud} , ki jo praviloma za vsa jekla omejimo z 10 ‰, v agresivnih okoljih pa s 7 ‰, ponekod celo s 5 ‰ (določeno v nacionalnih dokumentih in odvisno od posameznih držav).

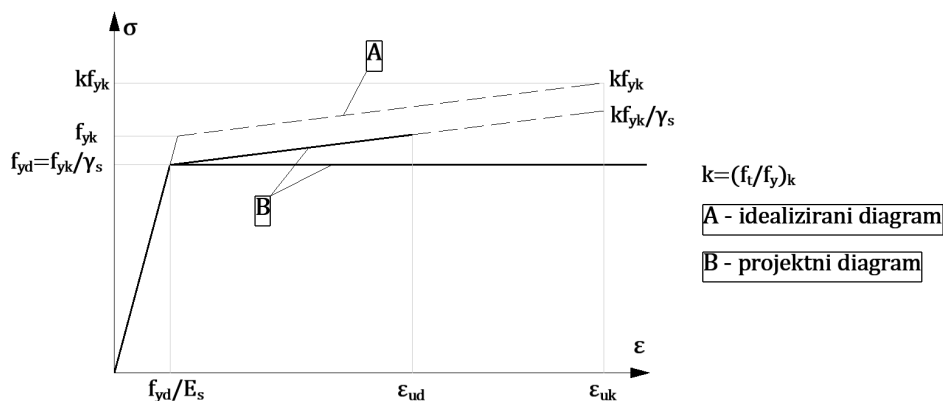
Razmerje med karakteristično mejno dilatacijo in karakteristično projektno dilatacijo zajemajo nacionalni dokumenti posameznih držav. Predlagana vrednost v SIST EN 1992 znaša 0,9.

Iz osnovnih delovnih diagramov je razvidno, da je karakteristična mejna dilatacija ϵ_{uk} za vsa betonska jekla neprimerno večja. Razlog projektne (dizajnirane) mejne dilatacije ϵ_{ud} je doseg čim manjših odprtih razpok, s čimer zaščitimo armaturo pred korozijo.

$$\frac{\epsilon_{ud}}{\epsilon_{uk}} = 0,9 \quad (3.5)$$

Razmerje med karakterističnimi nateznimi trdnostmi in karakteristično mejo plastičnosti podaja količnik k . Pravilo za projektiranje armature SIST EN 1992 omejuje za jekla do karakteristične meje plastičnosti $f_{yk} \leq 600 \text{ N/mm}^2$.

$$k = \frac{f_{tk}}{f_{yk}} \quad (3.6)$$



Slika 3.10: Idealizirani in projektni (dizajnirani) delovni diagram armaturnega jekla (za nateg in tlak) [8]

3.4.3 Duktilnost betonskega jekla

SIST EN 1992 navaja dve vrsti duktilnosti, in sicer:

- visoko duktilnost (HD)

$$\varepsilon_{uk} > 75 \text{ ‰}; 1,35 > \frac{f_{tk}}{f_{yk}} > 1,15$$

- normalno duktilnost (ND)

$$\varepsilon_{uk} > 50 \text{ ‰}; \frac{f_{tk}}{f_{yk}} > 1,08$$

- nizko duktilnost (LD)

$$\varepsilon_{uk} > 25 \text{ ‰}; \frac{f_{tk}}{f_{yk}} > 1,05$$

3.4.4 Modul elastičnosti, Poissonov količnik, temperaturni specifični količnik, strižni modul in gostota

Moduli elastičnosti E_s so bili prikazani v Preglednica 3.1. Predpisi SIST EN 1992 priporočajo vrednost $E_s = 200 \frac{kN}{mm^2}$.

- Poissonov količnik:

$$\nu = 0,3$$

- Specifični temperaturni količnik:

$$\alpha_T = 1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

- Strižni modul:

$$G_s = \frac{E_s}{2(1 + \nu)} = \frac{E_s}{2,6} \cong 0,4 E_s$$

- Gostota:

$$\rho = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Vse našteve vrednosti mehanskih količin betonskega jekla veljajo za temperature med -40°C in $+100^\circ\text{C}$.

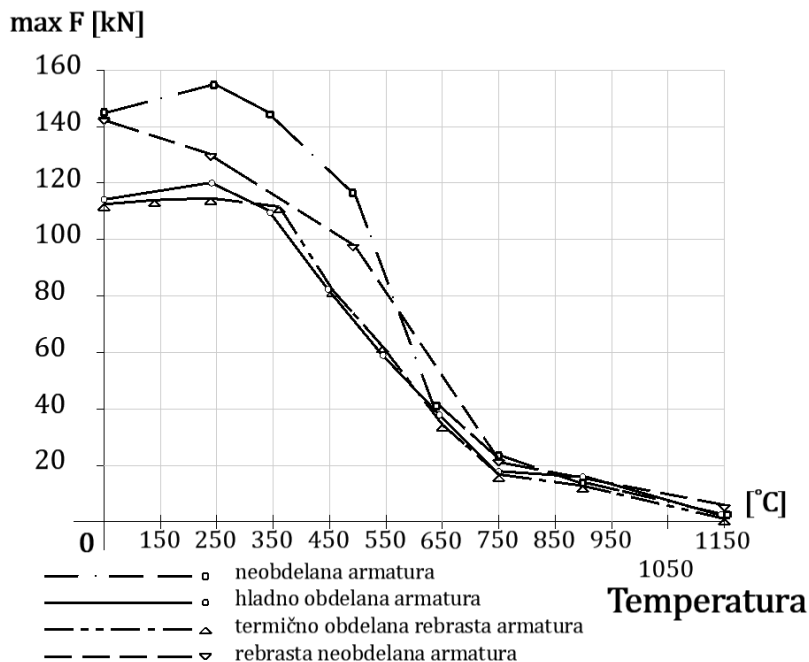
3.4.5 Vpliv visoke temperature na trdnosti betonskega jekla

Natezni preizkusi so pokazali, da vse vrste betonskih jekel izgubljajo natezno trdnost in elastični modul pri temperaturi nad 200°C . Pri temperaturi 500°C natezne trdnosti padejo na polovico, pri temperaturi 900°C pa že na 15 % nateznih trdnosti pri normalnih temperaturah. Zato moramo biti pozorni na nevarnost požarov. Jeklo sicer ne gori, je pa požarno neodporno.

Iz grafikona na Slika 3.11 je razvidno, da je za vse vrste jekel, premera $\varnothing 16 \text{ mm}$, nevarna temperatura nad 350°C , ko natezne trdnosti strmo padajo.

Običajno hladno obdelana jekla hitro izgubijo natezno trdnost pri temperaturah $550\text{--}600^\circ\text{C}$.

Toplo obdelana (valjana) legirana jekla pa hitro izgubijo natezne trdnosti pri temperaturah nad 800°C (1074°K).



Slika 3.11: Vpliv temperature na nosilnost raznih betonskih jekel za $\varnothing 16 \text{ mm}$ [5]

Opozarjamo na upogibanje armature s segrevanjem in naknadno ustrezno ohlادتvijo. Glede na predhodna spoznanja je pri tem praviloma potrebna konzultacija z ustreznim strokovnjakom.

Vpliv nizkih temperatur na trdnosti betonskega jekla

Pri temperaturah nad $-10 \text{ }^\circ\text{C}$ ni nevarnosti za betonska jekla. Moramo pa biti pozorni na upogibanje in varjenje betonskih jekel pri nizkih temperaturah.

Preiskave so pokazale, da naravno trda, toplo valjana in hladno obdelana betonska jekla pri temperaturah do $-40 \text{ }^\circ\text{C}$ pridobivajo na nateznih trdnostih, vendar pa nekoliko izgubljajo na deformabilnost, kar pomeni, da jeklo postaja bolj krhko.

Bistveno zmanjšanje deformabilnosti so pokazale preiskave pri temperaturah pod $-160 \text{ }^\circ\text{C}$. Pozorni moramo biti na betonsko jeklo pri temperaturah pod $-165 \text{ }^\circ\text{C}$, če smo betonu dodali aditiv za večjo vodotesnost. V tem primeru uporabimo specifično armaturo (npr. KRYBAR).

3.5 Krivljenje betonskega jekla – armature

Za preprečitev poškodb armature pri ukrivljanju navaja literatura naslednje minimalne premere trna:

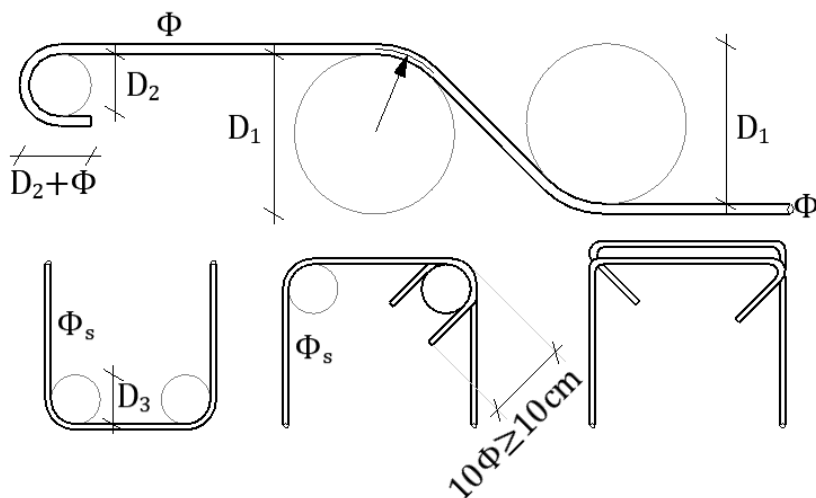
– Gladka (mehka) armatura:

$$D_1 = 15 \phi$$

$$D_2 = 6 \phi, \text{ za profile } \phi \leq 20$$

$$D_2 = 8 \phi, \text{ za profile } \phi \geq 20$$

$$D_3 = 4 \phi_s, \text{ za profile } \phi_s \leq 16 \text{ (stremena)}$$



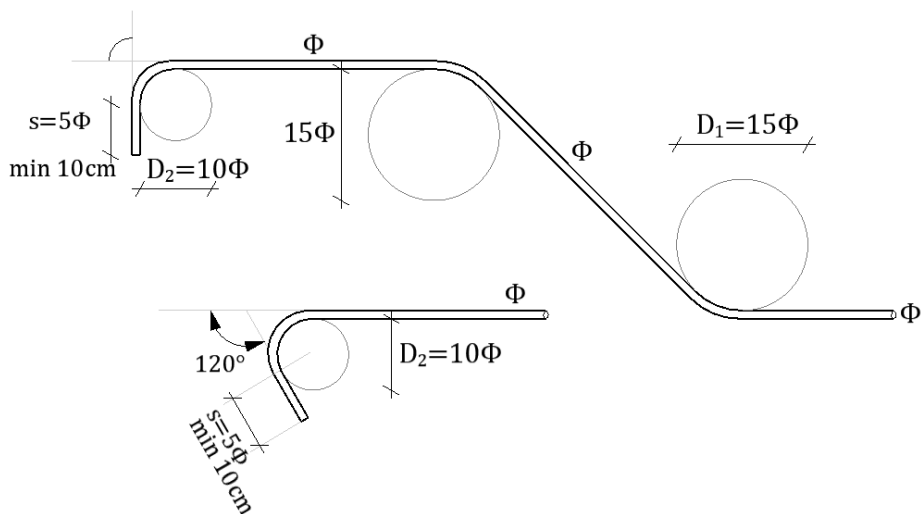
Slika 3.12: Minimalni premeri trnov za različne preseke gladke armature

– Rebrasta visokovredna armatura (manj duktilna):

$$D_1 = 15 \phi$$

$$D_2 = 10 \phi$$

$$s = 5 \phi$$



Slika 3.13: Krivljenje rebraste armature

3.6 Zaščita armature pred korozijo

Običajno beton dobro ščiti armaturo pred korozijo. Ker pa vemo, da zaradi nizke natezne trdnosti betona v armiranobetonskih konstrukcijah nastanejo razpoke, moramo v specialnih konstrukcijah, kot so bazeni, obmorski objekti, objekti kemične industrije idr., armaturo »dodatno« zaščititi pred korozijo.

Običajna zaščita armature je s cinkanjem le-te. Pri tem moramo biti previdni z debelino pocinkane plasti. Cink (Z_n) reagira na razmere pri vezanju betona. Za kakšen drugi premaz armature pa moramo raziskati obstojnost tega materiala. Pocinkano armaturo moramo ločiti od neobdelane armature.

Seveda se je treba za tako zaščito armature nujno posvetovati z ustreznimi strokovnjaki, katerih navodila moramo upoštevati.

V preglednicah 3.3–3.5 podajamo karakteristike armaturnih elementov (mrež in palice), ki so v splošni uporabi in dobavljivosti ter predstavljajo standardno proizvodnjo. Ne glede na to pa je možnost dobiti še drugačne elemente z različnimi karakteristikami, kar je odvisno od dobavitelja in proizvajalca le-teh.

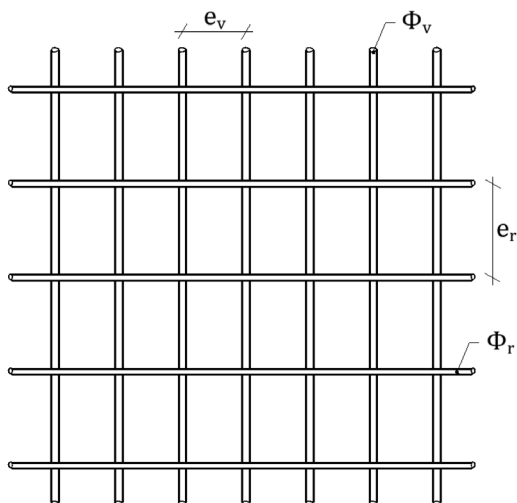
Preglednica 3.3: Prikaz karakteristik armaturnih palic

Premer – ϕ (mm)	Dolžina – l (m)	Obdelava/teža gladko/(kg/m)	Obdelava/teža rebrasto/(kg/m)
6	6/12	0,222	0,230
8	6/12	0,395	0,408
10	6/12	0,617	0,638
12	6/12	0,888	0,920
14	6/12	1,208	1,242
16	6/12	1,578	1,621
18	6/12	1,998	2,029
20	6/12	2,466	2,470
22	6/12	2,984	3,092
24	6/12	3,550	3,650
25	6/12	3,853	3,951
26	6/12	4,170	4,300
28	6/12	4,834	4,956
30	6/12	5,550	5,870
32	6/12	6,313	6,474
36	6/12	7,990	8,200
40	6/12	9,860	10,117

ARMATURNE MREŽE – R

Nosilna armatura v vzdolžni smeri in razdelilna armatura po širini

Razred jekla B500



Slika 3.14: Armaturne mreže R

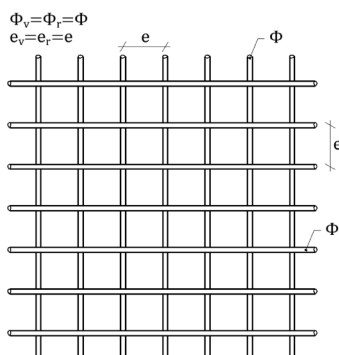
Preglednica 3.4: Prikaz karakteristik armaturnih mrež R

Tip mreže	K_g m ²	K_g kos	Profil obdelava	Razmik palic		Premer palic		Velikost mreže	
				e_v (mm)	e_r (mm)	Φ_v (mm)	Φ_r (mm)	dolžina (cm)	širina (cm)
R 92	1,20	10,30	gladka	150	250	4,2	4,2	400	215
R 131	1,49	16,30	rebrasta	150	250	5,0	4,2	500	220
R 133	1,50	16,50	rebrasta	125	250	4,6	4,2	500	220
R 139	1,53	16,80	gladka	100	250	4,2	4,2	500	220
R 157	1,70	18,70	rebrasta	125	250	5,0	4,2	500	220
R 166	1,74	19,10	rebrasta	100	250	4,6	4,2	500	220
R 189	1,95	21,40	rebrasta	150	250	6,0	4,2	500	220
R 196	1,98	21,70	rebrasta	100	250	5,0	4,2	500	220
R 226	2,26	24,80	rebrasta	125	250	6,0	4,2	500	220
R 257	2,68	29,40	rebrasta	150	250	7,0	5,0	500	220
R 283	2,66	29,20	rebrasta	100	250	6,0	4,2	500	220
R 308	3,09	40,70	rebrasta	125	250	7,0	5,0	600	220
R 335	3,31	43,70	rebrasta	150	250	8,0	5,0	600	220
R 385	3,64	48,00	rebrasta	100	250	7,0	5,0	600	220
R 402	3,85	50,80	rebrasta	125	250	8,0	5,0	600	220
R 424	4,29	56,60	rebrasta	150	250	9,0	5,0	600	220
R 503	4,57	60,30	rebrasta	100	250	8,0	6,0	600	220
R 509	4,97	65,60	rebrasta	125	250	9,0	5,0	600	220
R 524	5,10	67,30	rebrasta	150	250	10,0	6,0	600	220
R 628	5,94	78,40	rebrasta	125	250	10,0	6,0	600	220
R 636	5,88	77,60	rebrasta	100	250	9,0	6,0	600	220
R 785	7,38	97,40	rebrasta	100	250	10,0	7,0	600	220

ARMATURNE MREŽE – Q

Nosilna armatura v prečni in vzdolžni smeri

Razred jekla B500



Slika 3.15: Armaturne mreže Q

Preglednica 3.5: Prikaz karakteristik armaturnih mrež Q

Tip mreže	$\frac{Kg}{m^2}$	$\frac{Kg}{kos}$	Profil obdelava	Razmik palic	Premer palic	Velikost mreže	
				e (mm)	\emptyset (mm)	dolžina (cm)	širina (cm)
Q 69	1,10	12,00	gladka	200	4,2	500	220
Q 131	2,10	23,10	rebrasta	150	5,0	500	220
Q 133	2,10	23,10	rebrasta	125	4,6	500	220
Q 139	2,19	24,00	gladka	100	4,2	500	220
Q 157	2,49	27,40	rebrasta	125	5,0	500	220
Q 166	2,60	28,60	rebrasta	100	4,6	500	220
Q 189	3,03	33,30	rebrasta	150	6,0	500	220
Q 196	3,09	33,90	rebrasta	100	5,0	500	220
Q 226	3,60	39,50	rebrasta	125	6,0	500	220
Q 257	4,11	45,20	rebrasta	150	7,0	500	220
Q 283	4,44	48,80	rebrasta	100	6,0	500	220
Q 308	4,89	64,50	rebrasta	125	7,0	600	220
Q 335	5,33	70,30	rebrasta	150	8,0	600	220
Q 385	6,04	79,70	rebrasta	100	7,0	600	220
Q 402	6,40	84,40	rebrasta	125	8,0	600	220
Q 424	6,73	88,80	rebrasta	150	9,0	600	220
Q 503	7,90	104,33	rebrasta	100	8,0	600	220
Q 509	8,08	106,60	rebrasta	125	9,0	600	220
Q 524	8,32	109,80	rebrasta	150	10,0	600	220
Q 628	9,99	131,80	rebrasta	125	10,0	600	220
Q 636	9,98	131,70	rebrasta	100	9,0	600	220
Q 785	12,34	162,90	rebrasta	100	10,0	600	220

4 Armirani beton

4.1 Uvod

V predhodnih poglavjih smo spoznali fizikalne oziroma mehanske lastnosti betona in jeklene armature, materialov, ki ju združujemo v armiranobetonske elemente inženirskih konstrukcij.

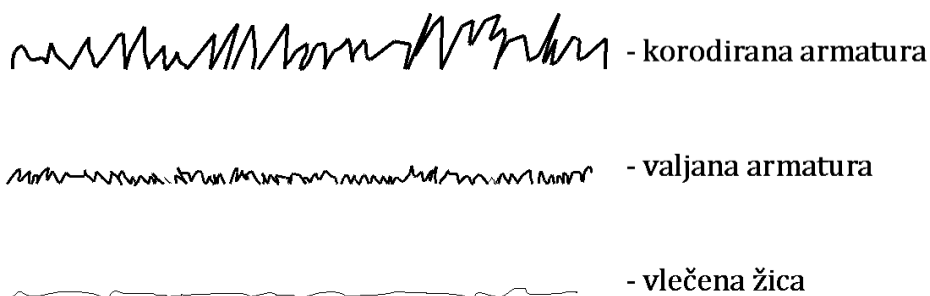
Armirani beton je statično in elastično sodelovanje oziroma sovprežnost dveh fizikalno različnih materialov. Predhodno pa moramo poznati še eno pomembno mehansko lastnost betona, ki v prejšnjih poglavjih še ni bila omenjena. To je adhezijska (sprijemna) napetost med betonom in armaturo.

4.2 Adhezijska (sprijemna) in izravnna trdnost (nosilnost) normalnega betona

Sprijemnost (adhezija, lepenje) med betonom in armaturo je nujno potrebna, da lahko govorimo o sodelovanju teh dveh materialov, na osnovi česar lahko tudi podamo matematične modele za izračun armiranobetonskih konstrukcij za različna napetostno-deformacijska stanja. Sprijemnost je odvisna od hrapavosti površine

armaturnih palic, ki pa običajno ne zadošča za dobro sodelovanje med betonom in jekleno armaturo, saj se že pri majhnih silah sodelovanje poruši. Večje izravnane sile nam omogoči trenje, ki lahko nastopi med betonom in armaturo. Pravokotno na armaturo deluje tlačna napetost, ki je lahko posledica tlačnih reakcij podpore na nosilce in posledično na spodnjo armaturo. Prečni pritiski na armaturo se tudi pojavijo zaradi krčenja betona. Torni količnik med jekleno armaturo in betonom je odvisen od hrapavosti armature in znaša 0,3–0,6.

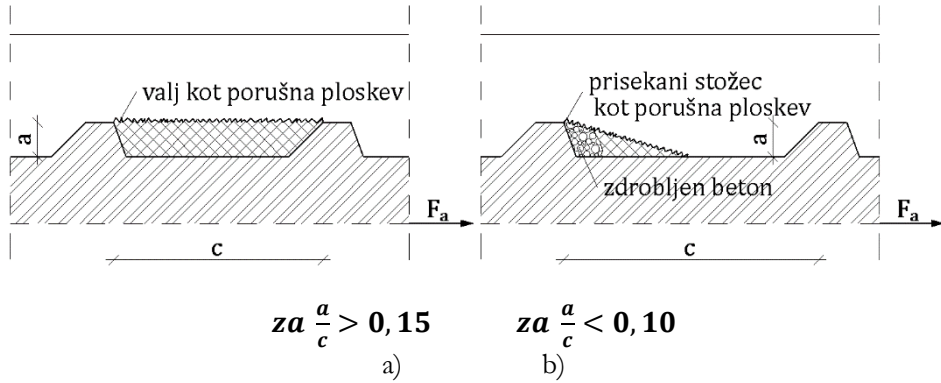
36-kratno povečavo hrapavosti treh vrst armature prikazuje Slika 4.1.



Slika 4.1: Hrapavosti treh vrst armatur [5]

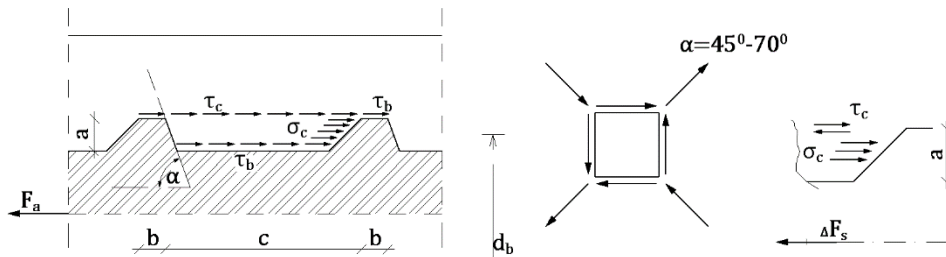
Bistveno izboljšanje izravnane nosilnosti pa dobimo z uporabo profilirane (rebraste) armature, kjer se med rebri armature in betonom ustvarijo kontaktni pritiski (moznični efekt). Te napetosti se prenašajo na betonske kratke konzole, kjer nastanejo strižne, tlačne in natezne cepilne napetosti. Šele ko so ustrezne trdnosti teh »konzol« dosežene, nastopi zdrs med armaturo in betonom.

V primeru majhnega razmika reber, $f_h = \frac{a}{c} > 0,15$ (Slika 4.2a), prevzame strižne napetosti valj v višini reber. V primeru velikega razmika reber, $f_h = \frac{a}{c} < 0,10$ (Slika 4.2b), pa se strižne napetosti pojavijo v prisekanem stožcu.



Slika 4.2: Porušne ploskve za različne primere razmikov reber [5]

Parametra a in c podaja Slika 4.3, na kateri so prikazane tudi vse napetosti, ki se pojavijo med armaturo in betonom.



Slika 4.3: Napetosti, ki preprečujejo izruvanje armature

ΔF_s ... sprememba natezne sile v armaturi med dvema rebroma na eno armaturno palico

$$\Delta F_s = \frac{F}{n \cdot m}$$

n ... število reber

m ... število palic

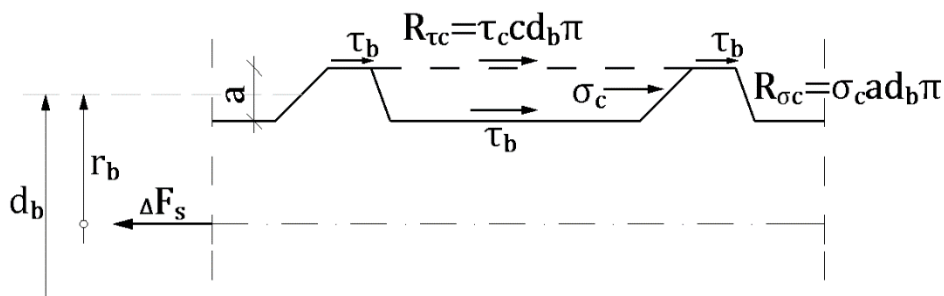
F ... natezna sila

τ_b ... adhezijska napetost med armaturo in betonom (lepenje oziroma adhezija in trenje)

σ_b ... tlačna napetost med betonom in rebrom

τ_c ... strižne napetosti v betonu valja oziroma stožca med dvema rebroma

Strižne trdnosti f_b (adhezija med armaturo in betonom) se z uporabo profilirane armature lahko zanemarijo, ker so vrednosti nizke.



Slika 4.4: Določitev bočne nosilnosti $R\sigma_c$, strižne nosilnosti $R\tau_c$ in bočne napetosti σ_c

Ravnotežje med bočnimi nosilnostmi $R\sigma_c$, strižnimi nosilnostmi $R\tau_c$ in spremembo natezne sile med dvema rebroma ΔF_s , pri čemer zanemarimo silo lepenja $R\tau_b$, nam omogoča izračunati bočni napetosti σ_c in strižne napetosti v betonskem valju τ_c oziroma njun medsebojni odnos:

$$\begin{aligned} R\sigma_c &\cong R\tau_c = \Delta F_s \\ d_b \cdot \pi \cdot a \cdot \sigma_c &\cong d_b \cdot \pi \cdot c \cdot \tau_c = \Delta F_s \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\tau_c = \frac{a}{c} \cdot \sigma_c = \frac{\Delta F_s}{c \cdot d \cdot \pi} \quad (4.2)$$

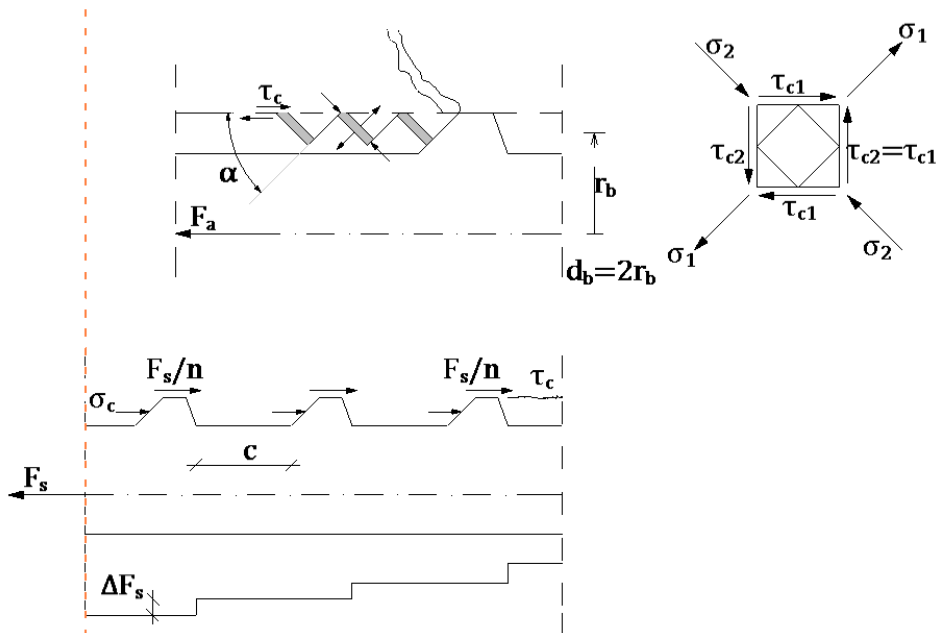
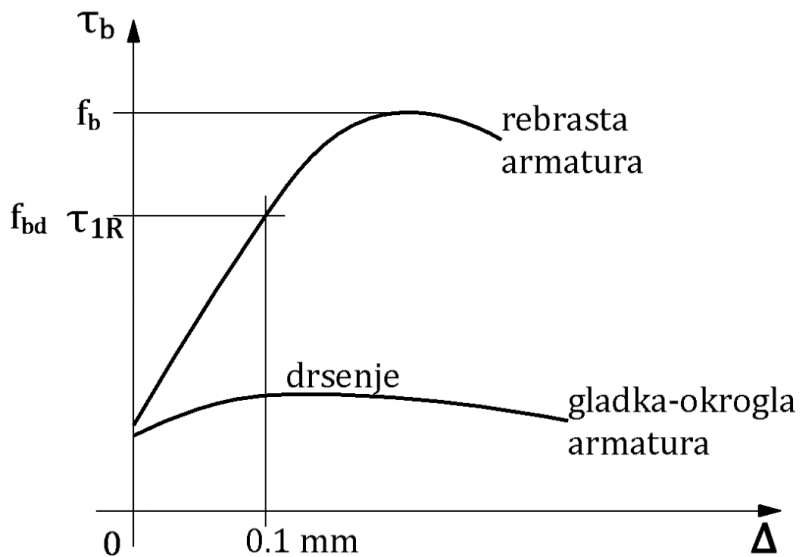
$$\sigma_c = \frac{\Delta F_s}{c \cdot d \cdot \pi} \quad (4.3)$$

$$\Delta F_s = \frac{F}{n \cdot m} = F_1$$

n ... število reber

m ... število palic

F_1 ... sila na eno armaturno palico in eno rebro

Slika 4.5: Določitev spremembe natezne sile med dvema rebroma ΔF_s Slika 4.6: Diagram $\tau_b - \Delta$ za gladko in rebrasto armaturo [5]

τ_{1R} ... povprečna računška strižna napetost (trdnost)

G. Rehm je raziskoval izravnne napetosti τ_b oziroma trdnosti f_b na osnovi $\tau - \Delta$ linij za gladke in profilirane armaturne palice. »Razmerje« τ_1/Δ je privzeto kot sovprežna togost. Računska izravnna trdnost običajno privzame tisto vrednost, pri kateri smo palico izruvali za 0,1 mm. Dejanska izravnna trdnost f_b za rebrasto armaturo je dvakrat večja od izravnne trdnosti gladke armature. Na Slika 4.6 pa pri gladki armaturi opazimo »ravni« del krivulje, ki nam ponazarja drsenje armature iz betona. Zato EC2-SIST EN 1992 ne dopušča več uporabe gladke armature v armiranobetonskih konstrukcijah.

Pri gladki armaturi se izkaže, da se pri izvleku, večjem od 0,1 mm, adhezija vzdržuje še samo s trenjem. Na sprijemnost oziroma adhezijo med armaturo in betonom vplivajo:

- kakovost betona;
- površinske karakteristike armature (gladka ali rebrasta);
- dimenzije elementa ter položaj in upogib armature v času betoniranja.

Te odvisnosti so podane v predpisih SIST EN 1992 za rebraste (profilirane) palice.

Projektna adhezijska trdnost med betonom in rebrasto armaturo:

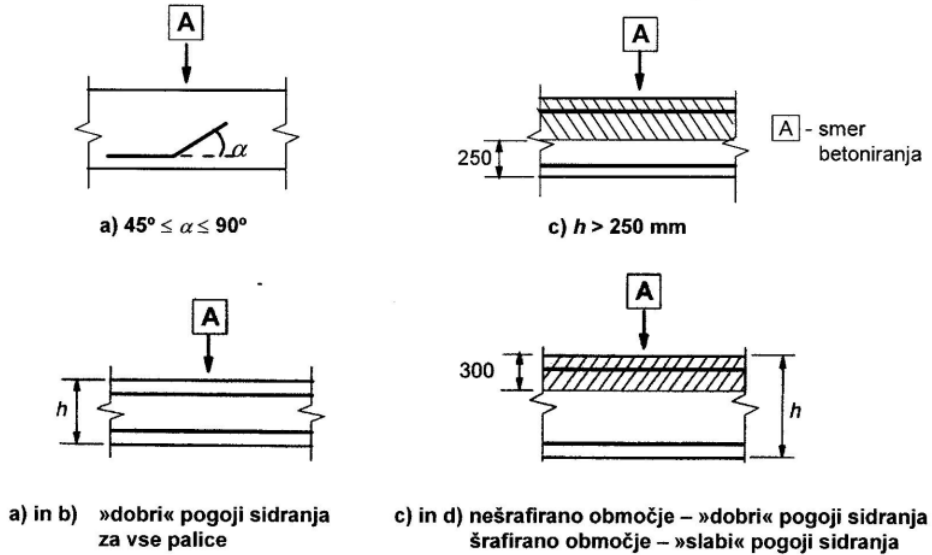
$$f_b = 2,25 \cdot \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot f_{ctd} \quad (4.4)$$

μ_1 ... koeficient, ki je odvisen od kakovosti pogojev sidranja in lege palic med betoniranjem ter za palice v konstruktivnih elementih, ki se gradijo z drsnim opazem

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 0,1 \text{ za dobre pogoje sidranja} \\ \mu_1 &= 0,7 \text{ za slabe pogoje sidranja} \end{aligned} \quad (4.5)$$

μ_2 ... koeficient, ki je odvisen od premera palic

$$\begin{aligned} \mu_2 &= 1 \text{ za } \varphi \leq 32 \text{ mm} \\ \mu_2 &= \frac{(132 - \varphi)}{100} \text{ za } \varphi > 32 \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.6)$$



Slika 4.7: Opis pogojev sidranja v odvisnosti od lege armaturne palice v elementu [8]

Informativno podajamo vrednosti za adhezijsko projektno trdnost za gladko armaturo (SIST EN 1992 ne dopušča več uporabe gladke armature v armiranobetonskih konstrukcijah).

$$f_b = 0,36 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (4.7)$$

Povprečna izravnna napetost τ_{1m} in maksimalna izravnna napetost τ_{bmax} sta odvisni od sidrne dolžine palice, hrapavosti palice in prečnih pritiskov betona na armaturo.

Iz Slika 4.7 je razvidno, da potek strižnih napetosti po vsesidni dolžini l_s težko izračunamo. Izračunamo lahko samo povprečno izravnno napetost τ_{1m} in posledično računsko sprijemno oziroma adhezijsko trdnost f_{bd} .

$$\tau_{1m} = \frac{F}{l_s \cdot o} \quad (4.8)$$

$$f_{bd} = \frac{F_{\Delta \rightarrow 0,1 \text{ mm}}}{l_s \cdot o} \quad (4.9)$$

F ... izravnna sila pri $\Delta = 0,1$ mm

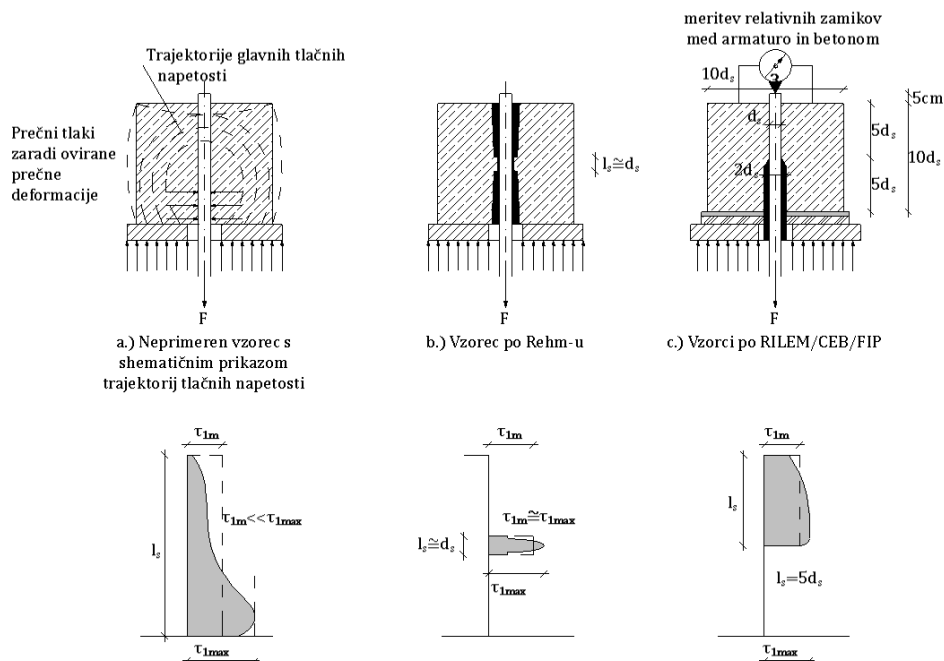
o ... obod armaturne palice

l_s ... sidrna dolžina palica

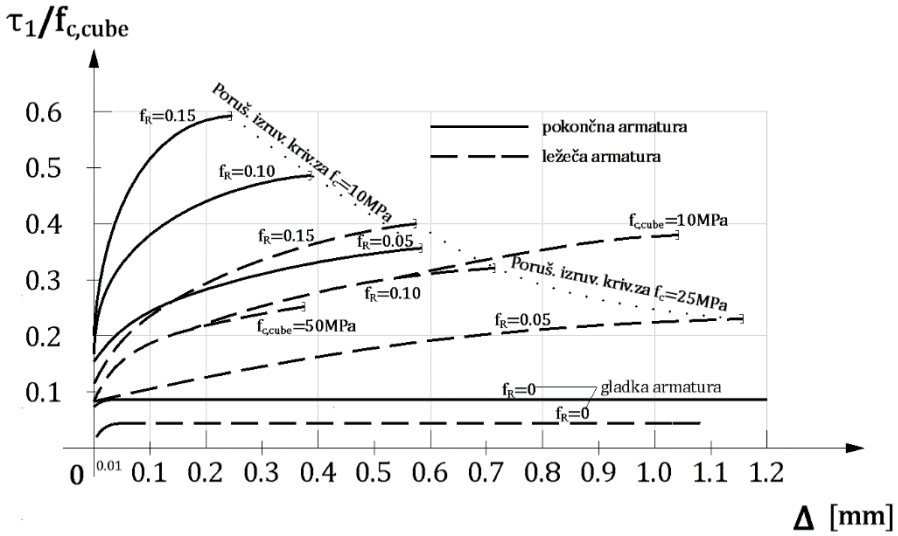
Prikaz poteka strižnih (izravnih) napetosti za različne vzorce sidranja je na Slika 4.8a, b, c.

Največja razlika $\tau_{1m} - \tau_{1max}$ je bila ugotovljena na vzorcu a), ki je zato neprimeren. Na vzorcih b) in c) smo opazili, da je povprečna izračunana napetost τ_1 najbližja maksimalni izravnih napetosti τ_{1max} . Povprečno računsko napetost $\tau_{1m} = \tau_{1R}$ določimo s pomočjo enačbe (4.8), s silo F , pri kateri je nastal zamik (zdrs) $\Delta = 0,1$ mm.

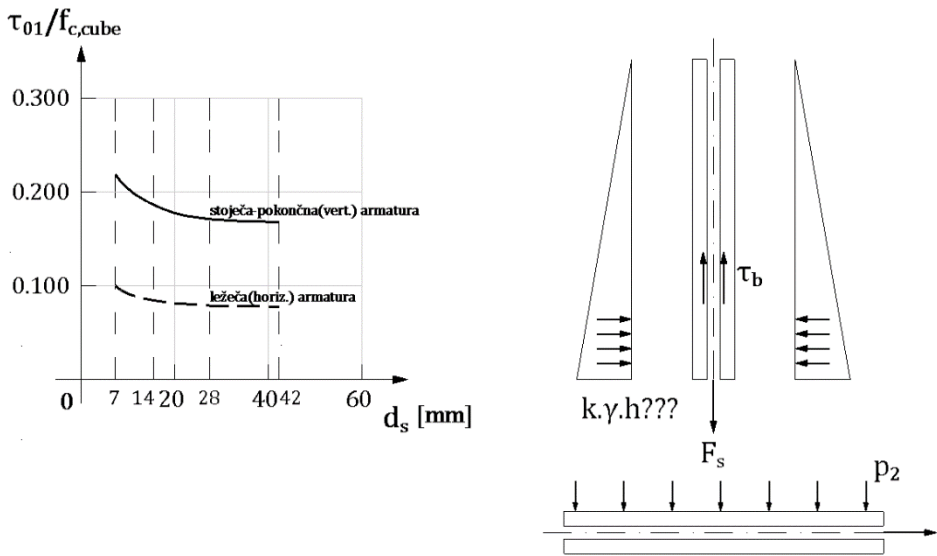
Diagram na spodnji sliki prikazuje razmerje med povprečnimi izravnimi napetostmi τ_1 pri različnih izravnih vrednostih Δ_0 in karakteristično tlačno trdnostjo betonskih kock $f_{c,cube}$ za C 10/15, C 20/25 ... C 40/50 za primere »ležeče« (nosilci, plošče) in »stoječe« armature (stebri, stene) ter za različna razmerja $f_R = \frac{a}{c}$; ($0,15 > \frac{a}{c} \geq 0$).



Slika 4.8: Preizkusni vzorci, s katerimi določimo izravnne napetosti τ_{1m} in τ_{1max} na posameznih sidrskih dolžinah l_s [5]



Slika 4.9: Razmerje izravnih napetosti v primerjavi s tlačnimi trdnostmi kocke v odvisnosti od marke betona, f_R ter položaja in zamika Δ armature [5]



Slika 4.10: Vpliv premera armature d_s na razmerje $\frac{\tau_{01}}{f_{c,cube}}$ pri izravnju $\Delta = 0,05 \text{ mm}$, $f_R = 0,065$, $l_s = 14 \text{ cm}$ in $f_{c,cube} = 22,5 \text{ MPa}$ za ležečo in stoječo/pokončno armaturo [20]

Iz Slika 4.9 je tudi razvidno, da je izravnana napetost gladke armature izredno nizka. Zaradi tega se ta armatura ne sme več uporabljati v armiranobetonskih konstrukcijah.

Vpliv položaja armature, količnika f_R in premera armature na izravnane napetosti oziroma njuno razmerje v primerjavi s tlačno trdnostjo betonske kocke prikazuje Slika 4.10.

Pri ležeči armaturi se zaradi sedimentacije cementa – veziva – pod armaturo nabira voda, ki pa jo kasneje v času strjevanja beton »posesa«. Tako nastanejo izpod armature pore, ki zmanjšujejo njen stik z betonom.

4.3 Sodelovanje armature in betona

Beton, zahvaljujoč svojim dobrim lastnostim, omogoča dobro sprijemnost oziroma adhezijo z armaturo. Pri sodelovanju obeh materialov so deformacije betona in armature enake, kar pa ne velja za stanje v razpokah. Beton pri natezni porušitvi f_{ct} doseže relativne raztezke ϵ_{ct} le v razponu 0,08 – 0,15 ‰. Zato se beton v nekaterih prerezih pretrže, ker ni sposoben slediti raztezkom armature. V teh prerezih vse natezne obremenitve prevzame samo armatura. Ločimo dve fazi sodelovanja betona in armature.

Faza I je tako imenovana faza brez razpok, ko beton nosi tudi natezne obremenitve. Faza II je faza, ko beton v natezni coni na več mestih razpoka, v katerih prevzame natezne sile samo armatura.

Napetost armature pri pretrgu betona znaša:

$$\epsilon_s = \epsilon_{ctu} = 0,10 \text{ ‰}$$

$$\sigma_s = \epsilon_s \cdot E_s = 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 = 20 \text{ MPa} = 2 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{uk} = 500 \text{ MPa}$$

Povprečna razdalja med razpokami

Povprečne razdalje med razpokami bodo izvedene za primere centričnega in ekscentričnega natega ter čistega enoosnega upogiba. Obremenitve bomo povzemali po mejnem stanju uporabnosti (MSU).

4.3.1 Centrični nateg

Na Slika 4.11 je prikazan primer brez razpok, ko natezne obremenitve prevzemata beton in armatura.

Natezna napetost »izven elementa«, ko celotno silo prenese samo armatura, znaša:

$$\sigma_{s0} = \frac{F}{A_s} \quad (4.10)$$

Temu ustrezna specifična deformacija armature izven betonskega elementa:

$$\varepsilon_{s0} = \frac{\sigma_{s0}}{E_s} = \frac{F}{A_s \cdot E_s} \quad (4.11)$$

Na začetku armiranobetonske palice pa se del natezne sile s sprijemnimi napetostmi prenese v beton, ki bo natezno obremenjen in se bo ustrezno raztegnil (ε_{ct}). Zaradi tega natezne napetosti in dilatacije v armaturi padejo, v betonu pa narastejo. Po določeni razdalji l_e , ki jo imenujemo območje vnosa sile z armature v beton, natezne napetosti v betonu narastejo do vrednosti σ_{ct} , ki pa še ne dosežejo natezne trdnosti f_{ctm} , zaradi česar beton ne počni. Na dolžini l_e obstajajo med betonom in armaturo sprijemne napetosti $\tau_{b(x)}$, katerih potek pa, kot že vemo, ni točno poznan.

Na intervalu dx na območju l_e napišemo naslednjo ravnotežno enačbo:

$$dF_s = dF_\tau = dF_{ct} \quad (4.12)$$

$$d\sigma_s \cdot A_s = \tau_{b(x)} \cdot o \cdot dx = d\sigma_{ct} \cdot A_{c0} \quad (4.13)$$

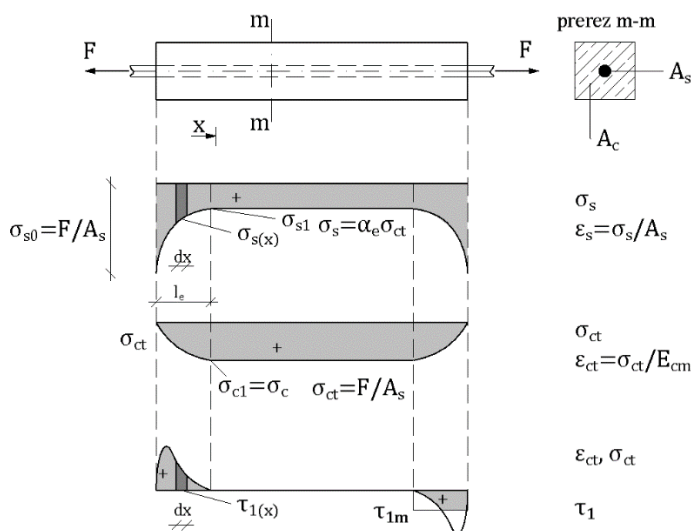
Ta enačba pomeni, da je zmanjšanje natezne sile v armaturi enako spremembi adhezijske sile med betonom in armaturo ter enako povečanju natezne sile v betonu.

A_s ... prerez armature

o ... obod armaturene palice

A_{c0} ... prerez betonskega elementa, zmanjšan za prerez armature A_s

Kot je že bilo omenjeno, potek sprijemnih napetosti med armaturo in betonom ni točno znan, zato na območju l_e upoštevamo konstantne povprečne sprijemne napetosti τ_{1m} .



Slika 4.11: Potek napetosti σ_s , σ_{ct} in τ_1 za nerazpokani centrično tegnjeni armiranobetonski vzorec [5]

Na koncu odseka vnosa natezne sile iz armature v beton (l_e) lahko napišemo naslednjo ravnotežno enačbo (4.11), ki je nekoliko modificirana enačba (4.10).

$$dF_s = T_b = F_{ct} \quad (4.14)$$

$$(\sigma_{s0} - \sigma_{s1}) \cdot A_s = \tau_{1m} \cdot o \cdot l_e = \sigma_{ct} \cdot A_{c0} \quad (4.15)$$

Enačbi (4.14) in (4.15) pomenita, da je padec sile v armaturi enak adhezijski (sprijemni) sili med armaturo in betonom, ta pa je enaka natezni sili v oslajenem prerezu betona. Na odseku a, kjer ni razpok in adhezijskih (sprijemnih) napetosti τ_b , so specifične deformacije betona in armature enake. Na tem odseku lahko zapišemo ravnotežno enačbo, kjer ob sodelovanju betona in armature prevzemata celotno silo F beton in armatura.

$$F = F_{ct} + F_s \quad (4.16)$$

$$\epsilon_s = \epsilon_c \quad (4.17)$$

$$\frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_{ct}}{E_{cm}} \Rightarrow \sigma_s^I = \frac{E_s}{E_{cm}} \cdot \sigma_{ct}^I = \alpha_e \cdot \sigma_{ct}^I \quad (4.18)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} \quad (4.19)$$

α_e ... količnik ekvivalence za kratkotrajno obremenitev

Enačbi (4.16) in (4.17) definirata pojem armiranje betona. Armirani beton je torej statično in elastično sodelovanje betona in armature (sovprednost).

Ko vstavimo enačbo (4.18) v enačbo (4.16), dobimo:

$$\begin{aligned} F &= \sigma_{ct} \cdot A_{c0} + \sigma_s \cdot A_s = \sigma_{ct} \cdot A_{c0} + \alpha_e \cdot \sigma_{ct} \cdot A_s \\ &= \sigma_{ct}(A_{c0} + \alpha_e \cdot A_s) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Za stanje v fazi I (stanje brez razpok) so natezne napetosti v armaturi zelo nizke.

$$\begin{aligned} \varepsilon_s = \varepsilon_{ct} \approx 0,01 \text{ ‰} \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s = 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^5 = 20 \frac{N}{mm^2} \\ = 20 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Natezna napetost v betonu za stanje v fazi I znaša:

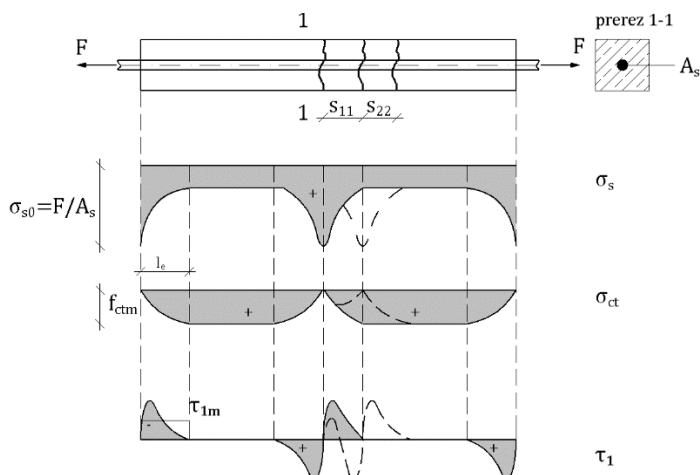
$$\sigma_{ct} = \frac{F}{A_{c0} + \alpha_e \cdot A_s} = \frac{F}{A_{id}} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} A_{id} &= A_{c0} + \alpha_e \cdot A_s = (A_c - A_s) + \alpha_e \cdot A_s \\ &= [A_c + (\alpha_e - 1) \cdot A_s] \end{aligned} \quad (4.22)$$

A_{id} ... tako imenovani »idealni prerez« betona – to je tisti prerez »betona«, ki nosi pri isti specifični deformaciji armature in betona isto silo kot armiranobetonski prerez

Ko doseže natezna napetost v betonu σ_{ct} natezno trdnost f_{ctm} , bo beton v najslabšem delu oziroma prerezu počil – tam se bo pojavila prva razpoka. V razpokah izginejo natezne in adhezijske napetosti v betonu, vso natezno silo pa

prevzame armatura. Od te razpoke levo in desno se zopet pojavi novo območje vnosa sile iz armature v beton (l_e) in nove adhezijske napetosti τ_b . To stanje prikazuje Slika 4.12.



Slika 4.12: Prikaz σ_s , σ_{ct} in τ_1 pri pretrganem vzorcu s centrično natežno osno silo [5]

V razpoki se nahaja armiranobetonski element v tako imenovani fazi II. S povečanjem sile se pojavi nova razpoka in se napetostne razmere (σ_s , σ_{ct} in τ_b) prerazdelijo, kar prikazujejo črtkane krivulje na Slika 4.12. Iz te slike je razvidno, da območje vnosa sile iz armature v beton že predstavljajo razdaljo med razpokami.

Razdaljo med razpokami l_e lahko izračunamo s pomočjo enačbe 4.23, ki »izhajajo« iz (4.15).

$$l_e = \frac{\sigma_{ct} \cdot A_{c0}}{\tau_{1m} \cdot o} \quad (4.23)$$

Razpoka nastane, ko natezna napetost betona σ_{ct} doseže natezno trdnost f_{ct} . Ker takrat armatura v razpoki zdrsnje od betona, so dosežene tudi sprijemne (adhezijske) trdnosti betona f_b .

$$o = \phi \cdot \pi; A_s = \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4} = \frac{\phi \cdot o}{4} \Rightarrow o = \frac{4A_s}{\phi} \quad (4.24)$$

Z upoštevanjem (4.23) in (4.24) dobimo srednjo razdaljo med razpokami:

$$s_{rm} = l_e = \frac{f_{ctm}}{f_b} \cdot \frac{(A_c - A_s)\phi}{4A_s} = \frac{1}{4} \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot \frac{\phi}{\rho} \quad (4.25)$$

$$\frac{A_s}{(A_c - A_s)} \approx \frac{A_s}{A_c} \dots \rho(\mu) \quad (4.26)$$

$\rho(\mu)$... količnik armiranja

$$\frac{f_{ctm}}{f_b} = K_1 - 0,8 \text{ za rebrasto armaturo} \quad (4.27)$$

$$= K_1 - 1,6 \text{ za gladko armaturo}$$

Količnik K_1 predstavlja razmerje med nateznimi in sprijemnimi trdnostmi betona ter je enak za vse marke betona. Razlikuje se samo od hrupavosti armature (SIST EN 1992 upošteva samo še hrupavo armaturo v armiranobetonskih konstrukcijah).

K_2 je odvisen od diagrama napetosti in znaša za centrični nateg 1.

S pomočjo (4.21) izračunamo natezno silo v betonu v trenutku nastanka prve razpoke, ko natezne napetosti betona σ_{ct} dosežejo povprečno natezno trdnost betona f_{ctm} .

$$F_{cr} = f_{ctm} \cdot A_{id} \quad (4.28)$$

$$F_{cr} = f_{ctm} [A_c + (\alpha_e - 1) \cdot A_s] \quad (4.29)$$

$$= f_{ctm} \cdot A_c [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho]$$

cr ... razpoka (crack)

Natezna napetost v armaturi takoj po nastanku razpoke znaša:

$$\sigma_{s,cr} = \sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A_s} = f_{ctm} \frac{A_c [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho]}{A_s} \quad (4.30)$$

$$= f_{ctm} \frac{[1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho]}{\frac{A_s}{A_c}}$$

$$= \frac{f_{ctm} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho]}{\rho}$$

V praksi pa se namesto (4.30) pogosto uporablja (4.31), kjer smo delež armature $\alpha_E \cdot A_s$ zanemarili in je idealni prerez betona predstavljal samo ploščina betonskega prereza. Napaka z uporabo enačbe (4.31) je nebitvena pri slabo armiranih prezeih.

$$\sigma_{s,cr} = \frac{f_{ctm}}{\rho} \quad (4.31)$$

Opomba: pri centričnem in ekscentričnem nategu male ekscentritete predstavlja A_c površino celotnega betonskega prereza.

Izraza v oglatem oklepaju enačb (4.29) in (4.30) sta predvsem odvisna od količine armature in tlačne trdnosti betona ter znašata 1,05 in 1,2.

Natezna napetost v armaturi v razpoki pri dejanski obremenitvi znaša (faza II):

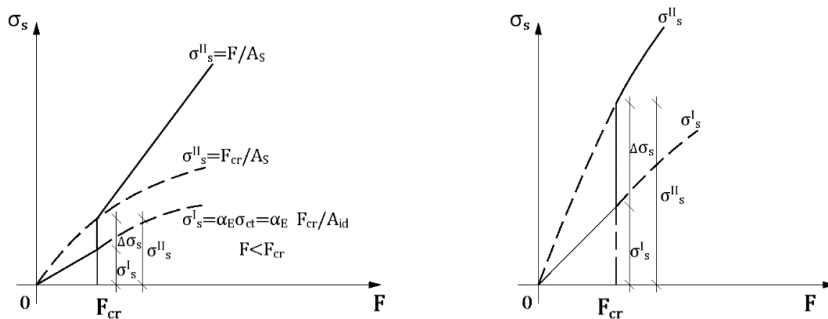
$$\sigma_s^{II} = \frac{F}{A_s} \quad (4.32)$$

Natezno napetost v armaturi pred nastankom razpoke (faza I) določimo s pomočjo enačb (4.18) in (4.20) ter znaša:

$$\sigma_s^I = \alpha_e \cdot \sigma_{ct} = \alpha_e \frac{F_{cr}}{A_{id}} = \alpha_e \frac{F_{cr}}{A_c [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho]} \quad (4.33)$$

Razvidno je, da je precej manjša od natezne napetosti v armaturi, ko je beton počil (faza II).

Skok napetosti v armaturi $\Delta\sigma_s$ med fazama I in II je odvisen od prereza armature ter ga prikazuje Slika 4.13: Prikaz sprememb napetosti v armaturi za močno (a) in slabo (b) armirane prezeze.



a.) Močno armirani prerezi

b.) Slabo armirani prerez

Slika 4.13: Prikaz sprememb napetosti v armaturi za močno (a) in slabo (b) armirane prereze.

»Skok« napetosti v armaturi ob nastanku razpoke znaša:

$$\begin{aligned}
 \Delta\sigma_s &= \sigma_s^{II} - \sigma_s^I - \frac{F_{cr}}{A_s} - \frac{F_{cr}}{A_c + (\alpha_e - 1) \cdot A_s} \\
 &= f_{ctm} \left[\frac{A_c + (\alpha_e - 1) \cdot A_s}{A_s} - 1 \right] \\
 &= f_{ctm} \left[\frac{A_{id}}{A_s} - 1 \right]
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

4.3.2 Čisti upogib

Pri čistem upogibu bo razpoka nastala v prerezu blizu maksimalnega upogibnega momenta, v najbolj tegnjenem vlaknu.

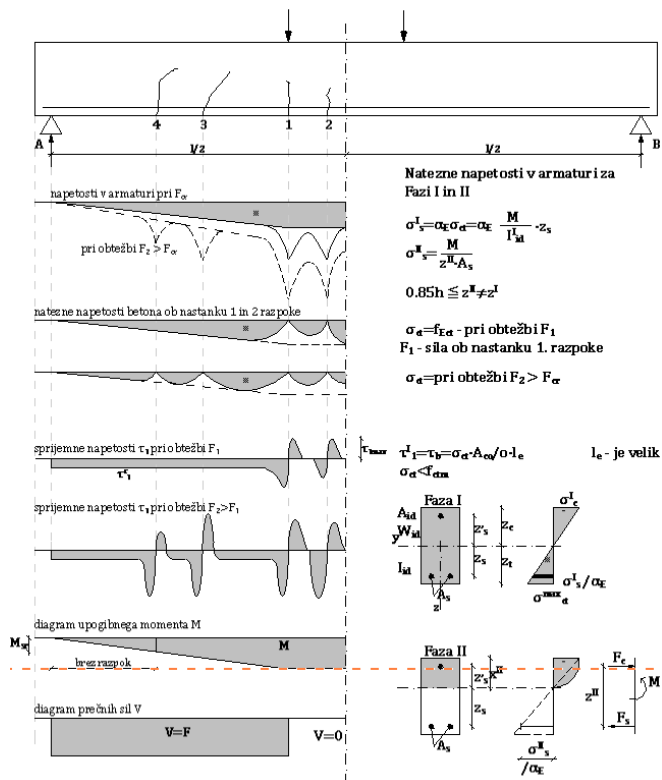
Faza I:

$$\sigma_{ct}^{max} = \frac{M \cdot z_t}{I_{id}} \leq f_{ctm} \tag{4.35}$$

σ_{ct}^{max} – maksimalna natezna napetost v betonu

$$\sigma_{cc}^{max} = \frac{M}{I_i} \cdot z_c \ll f_{cc} \tag{4.36}$$

σ_{cc}^{max} – maksimalna tlačna napetost v betonu



Slika 4.14: Potek normalnih napetosti σ_s , σ_{ct} in adhezijskih napetosti τ_1 pri upogibno obremenjenem nosilcu za fazi I in II [5]

$$\sigma_s = \alpha_e \frac{M}{I_i} \cdot z_s \quad (4.37)$$

σ_s – natezna napetost v armaturi

Upogibni moment, pri katerem nastane ena razpoka, izračunamo po enačbi (4.38):

$$M_r = \frac{f_{ctm} \cdot I_i^I}{z_i^I} = f_{ctm} \cdot W_i^I \quad (4.38)$$

Upogibna togost armiranobetonskega nosilca za fazo I znaša:

$$(EI)_{ef}^I = E_{cm} \cdot I_c + E_s \cdot I_s = E_{cm} (I_c + \alpha_e I_s) = E_{cm} \cdot I_{id}^I \quad (4.39)$$

$$I_{id}^I = I_c + \alpha_e I_s = I_c + \alpha_e (A_s \cdot z_s^2 + A_s \cdot z_s^2) \quad (4.40)$$

I_{id}^I – »idealni« vztrajnostni moment armiranobetonskega preseka

I_c – vztrajnostni moment celotnega betonskega preseka okrog težiščne osi

Na odseku vnosa sile iz armature v beton se pojavijo adhezijske napetosti τ_1 , ki so odvisne od prečne sile V_z .

Ko se na območju maksimalnega upogibnega momenta pojavi prva razpoka, se ta prerez armiranobetonskega nosilca nahaja v fazi II, kjer vso upogibno obremenitev prenašata samo tlačni del betona s tlačno armaturo in natezna armatura.

Seveda se z večanjem obtežbe $F_2 > F_1$, $F_3 > F_2$ pojavljajo nove razpoke, obstoječe pa se odpirajo oziroma širijo in poglobljajo v tlačno cono. Istočasno se večajo tlačne napetosti v betonu (σ_c) in natezne napetosti armature (σ_s). Ob novih razpokah se pojavljajo nove adhezijske napetosti τ_1 , natezne napetosti betona med razpokami pa znašajo med 0 in f_{ct} . Pri visokih obremenitvah se »skoraj« ves nosilec nahaja v fazi II. Nerazpokani del je le na odsekih, kjer je $M \leq M_{cr} = M_r$.

Natezna napetost v armaturi in tlačna napetost v betonu za fazo IIa znaša:

$$\sigma_s^{II} = \frac{M}{z \cdot A_s} = \alpha_e \frac{M(d - x_{II})}{I_{id}^{II}} \quad (4.41)$$

$$\sigma_{cc}^{II} = \frac{M}{I_{id}^{II}} \cdot x_{II} \quad (4.42)$$

$$I_{id}^{II} = I_c + \alpha_e (A_s \cdot z_s^2 + A_s \cdot z_s^2) \quad (4.43)$$

$$I_c = \int_{A_c} z^2 dA = b \int_0^{x_{II}} z^2 dz = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} \quad (4.44)$$

I_c ... vztrajnostni moment tlačnega betona

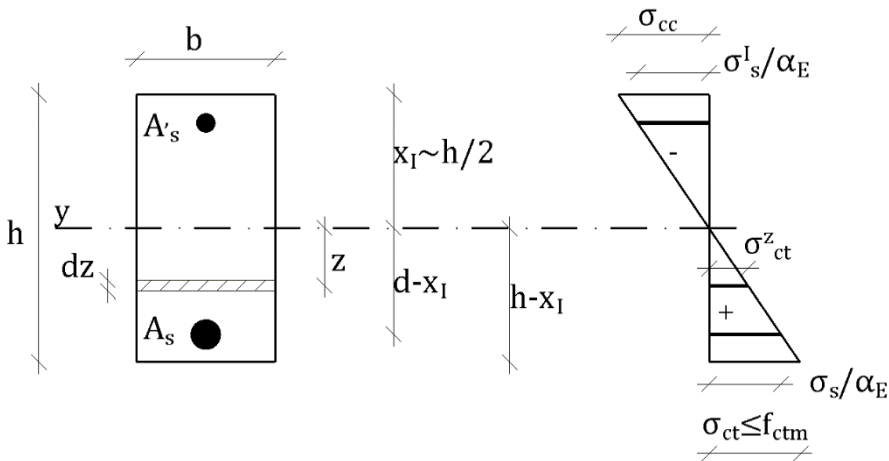
Upogibna togost armiranobetonskega nosilca za fazo IIa znaša:

$$(EI)_{ef}^{II} = E_{cm}(I'_c + \alpha_e I_s) = E_{cm} \cdot I_{id}^{II} \quad (4.45)$$

Natezna napetost v armaturi v trenutku nastanka prve razpoke je pri čistem upogibu pravokotnega prereza približno 5-krat manjša kot pri centričnem nategu.

$$\begin{aligned} \sigma_{sr} &= \frac{M_r}{z^{II} \cdot A_s} = \frac{f_{ctm} \cdot I_{id}^I}{z^{II} \cdot A_s \cdot z_t^I} = \frac{f_{ctm} \cdot b \cdot h^3}{0,85h \cdot A_s \cdot 12 \cdot h/2} \\ &\cong \frac{f_{ctm}}{5,1 \cdot A_s/A_c} = \frac{f_{ctm}}{5,1 \cdot \rho} \end{aligned} \quad (4.46)$$

Razdaljo med razpokami oziroma vnos sile iz armature v beton pri čistem upogibu lahko izračunamo s pomočjo (4.25) in (4.38) ter Slika 4.5. Pri upogibu moramo upoštevati samo natezno cono betona, ki pa jo bomo še reducirali (zmanjšali) na območje maksimalnih napetosti v armaturi.



Slika 4.15: Napetostni diagram pri nizkih upogibnih napetostih (faza I)

Za fazo I velja linearni napetostni diagram v tlačni in natezni coni. S pomočjo enačb (4.14), (4.15) in (4.24) dobimo prijemno silo T_b .

$$T_b = l_e \cdot f_b \cdot o = l_e \cdot f_b \cdot \frac{4A_s}{\phi} \quad (4.47)$$

Rezultanta nateznih napetosti nerazpokanega prereza znaša:

$$\begin{aligned} F_{ct} &= \int \sigma_{ct}^z \cdot dA_{ct} \\ &= b \cdot \int_0^{h-x_I} \frac{z}{h-x_I} \cdot f_{ctm} dz = \frac{b \cdot f_{ctm}}{h-x_I} \\ &\quad \cdot \frac{(h-x_I)^2}{2} \\ F_{ct} &= \frac{1}{2} \cdot b \cdot (h-x_I) \cdot f_{ctm} \end{aligned} \quad (4.48)$$

Z upoštevanjem (4.15), (4.47) in (4.48) izračunamo l_e .

$$\begin{aligned} F_{ct} = T_b \Rightarrow l_e &= \frac{1}{2} \cdot \frac{b \cdot (h-x_I) \cdot f_{ctm} \cdot \phi}{f_b \cdot 4A_s} \\ &= \frac{1}{4} \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot \frac{\phi}{\rho_t} \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$K_1 = \frac{f_{ctm}}{f_b} \quad (4.50)$$

$$K_2 = 0,5$$

$$\rho_t = \frac{A_s^+}{b(h-x_I)} = \frac{A_s^+}{A_{ct}} \quad (4.51)$$

ρ_t ... količnik armiranja natezne armature s pripadajočo natezno cono betona

Podobno enačbo, kot sta (4.25) in (4.48), navaja predpis SIST EN 1992, ki podajaja enačbo za maksimalno razdaljo med razpokami s_{rmax} . V (4.52) je dodan še člen $K_3 \cdot c$, ki zajema zaščitni sloj armature c in faktor K_3 .

Izračun maksimalne razdalje med razpokami po SIST EN 1992 odgovarja razdalji med razpokami pri 95-odstotni kvantili (fraktili).

$$s_{r,max} = K_3 \cdot c + K_1 \cdot K_2 \cdot K_4 \cdot \frac{\phi}{\rho_{p,eff}} \quad (4.52)$$

$K_2 = 1,0$... centrični nateg

$K_2 = 0,5$... »čisti« upogib

$K_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2\varepsilon_1}$... ekscentrični nateg male ekscentritete; $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$

$K_3 = 3,4$

$K_4 = 0,425 = \frac{1}{4} \cdot 1,7$; $s_{r,max} = \beta \cdot s_{rm} = 1,7 \cdot s_{rm}$

c ... zaščitni – krovni sloj armature, odvisen od klimatskih con (glej SIST EN 1992, točka 4.2, preglednice 4.1, 4.2, 4.3N, 4.4N in 4.5N)

$(\phi_{ref})\phi$... premer armaturne palice

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s + \xi_1^2 \cdot A_p}{A_{c,eff}} \quad (4.53)$$

A_p ... prerez predhodno ali naknadno napetih kablov znotraj $A_{c,eff}$

$A_{c,eff}$... učinkovit del betonskega prereza, ki obdaja natezno armaturo ali prednapete kable z višino $h_{c,eff}$ (Slika 4.14a, b, c)

$$h_{c,eff} = \min \begin{cases} 2,5(h-d) \\ \frac{h-x_{II}}{3} \\ \frac{h}{2} \end{cases} \quad (\text{glej Slika 4.16})$$

$$A_{c,eff} = h_{c,eff} \cdot b(x) \quad (4.54)$$

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \frac{\phi_s}{\phi_p}} \quad (4.55)$$

ξ_1 ... prirejeno razmerje sprijemne trdnosti, ki upošteva različne primere jekla za armiranje in prednapenjanje

ξ ... razmerje med sprijemno trdnostjo prednapetega in armaturnega jekla po Preglednica 4.1

ϕ_s ... maksimalni premer armaturne palice

ϕ_p ... nadomestni premer kabla

Preglednica 4.1: Vrednosti koeficienta ξ

Jeklo za prednapenjanje	ξ		
	Predhodno napenjanje	Povezani kabli	
		Naknadno napenjanje	
		C < 50/60	C > 70/85
gladke palice in žice	ni uporabno	0,3	0,15
vrvi	0,6	0,5	0,25
nazobčane žice	0,7	0,6	0,3
rebraste palice	0,8	0,7	0,35

Za »čistek« armiranobetonske konstrukcije v enačbi (4.53) sumand $\xi_1^2 \cdot A_p$ odpade in znaša $\rho_{p,eff}$:

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{cef}} \quad (4.56)$$

Količnik K_2 za ekscentrični nateg male ekscentritete dobimo iz (4.57).

$$K_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2\varepsilon_1}, \varepsilon_1 > \varepsilon_2 \quad (4.57)$$

$$\sigma_1 = \frac{N^I}{A_{cid}} + \frac{N^I \cdot e \cdot z_1}{I'_{id}} \Rightarrow \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_{cm}}$$

$$\sigma_2 = \frac{N^I}{A_{cid}} - \frac{N^I \cdot e \cdot z_2}{I'_{id}} \Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_{cm}}$$

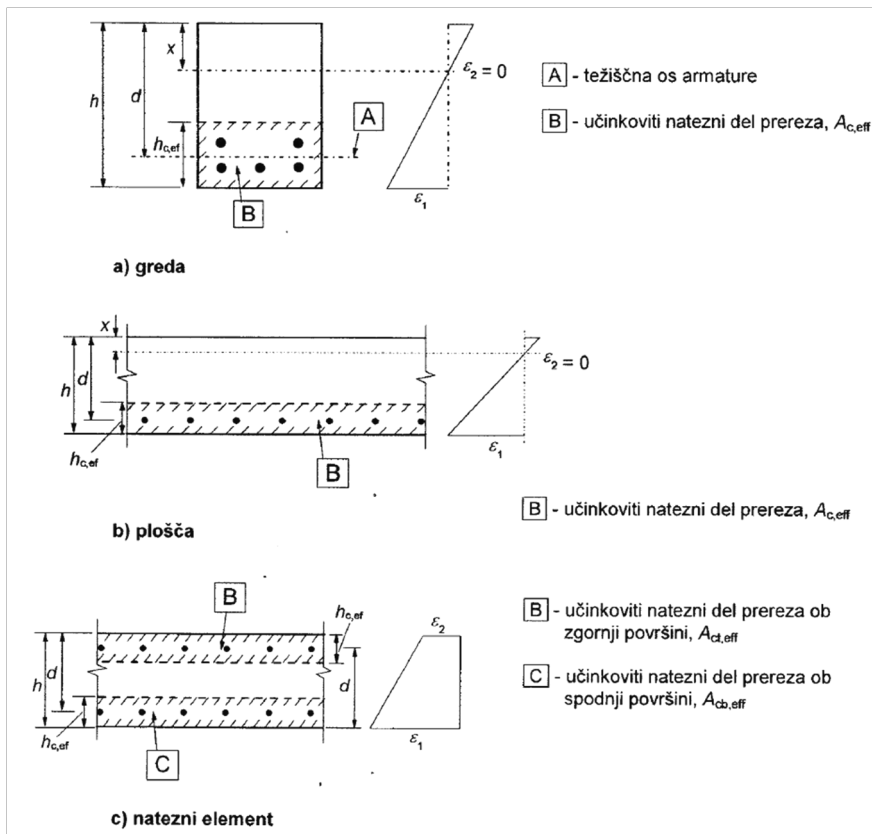
$$\text{Za } \varepsilon_2 = 0 \rightarrow e = j \cong \frac{h}{6}$$

$K_2 = 0,5$ – pri upogibu brez osne sile

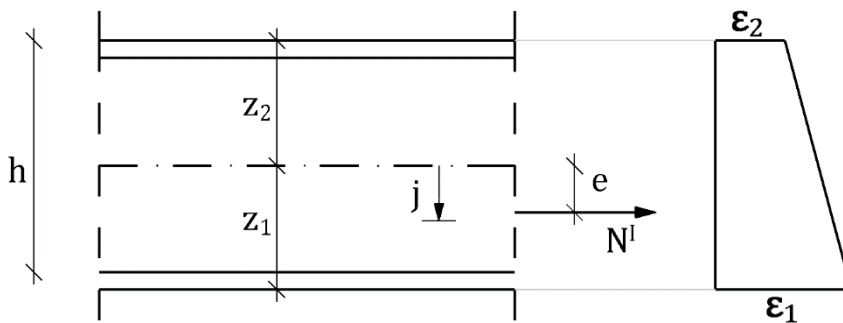
$\varepsilon_1 = \varepsilon_2$; $e = 0$

$K_2 = 1,0$ – pri centričnem nategu

$0,5 \leq K_2 \leq 1$



Slika 4.16: Učinkoviti natezni del betonskega preseza (značilni primeri), [8]



Slika 4.17: Dilatacija betona pri »mali« ekscentriteti

Posebni primeri

Ker so jeklene palice običajno armirane z različnimi premeri armature, moramo za izračun razdalje vnosa sile iz armature v beton l_e (4.25) določiti tako imenovani efektivni premer armature. SIST EN 1992 navaja (4.58):

$$\phi_{ef} = \frac{\sum_i n_i \cdot \phi_i^2}{\sum_i n_i \cdot \phi_i} = \frac{n_1 \cdot \phi_1^2 + n_2 \cdot \phi_2^2 + \dots + n_u \cdot \phi_u^2}{n_1 \cdot \phi_1 + n_2 \cdot \phi_2 + \dots + n_u \cdot \phi_u} \quad (4.58)$$

n_i ... število enakih armaturnih palic

Če pa smo primorani armaturne palice enakega premera povezati v svitke, izračunamo efektivni premer armature po navodilu SIST EN 1992 iz (4.59):

$$\phi_{ef}^{sv.} = \phi \sqrt{n_b} < 55 \text{ mm} \quad (4.59)$$

n_b ... število armaturnih palic, povezanih v svitku

$$n_b = 2 \rightarrow \text{○ ○} ; n_b = 3 \rightarrow \text{○ ○ ○} \quad \text{○ ○ ○}$$

Opomba: sprijemna (adhezijska) površina »zvezanih« palic je manjša od adhezijske površine samostojnih armaturnih palic.

$$\phi_{ef}^{sv.} > \phi \rightarrow l_e^{sv.} > l_e \rightarrow s_r^{sv.} > s_r \text{ max} \quad (4.60)$$

5 Armirani beton – mejna stanja

5.1 Uvod

Pri analizi armiranobetonskih konstrukcij bodo obravnavani principi mejnih stanj. Mejna stanja so stanja, katerih prekoračitev povzroči to, da konstrukcija ne izpolnjuje več računskih zahtev, varnosti in uporabe. Klasična teorija dopustnih napetosti ne daje odgovora na vprašanje nosilnosti ter potrebne varnosti elementov in konstrukcije, kar je pomembno pri sodelovanju (sovpregi) betona in jekla. Stopnja varnosti mora biti izpolnjena za oba materiala in oba naj bosta maksimalno izkoriščena.

Pri dimenzioniranju morajo armiranobetonski elementi zadostiti naslednjim zahtevam:

- obstajati mora zadostna varnost napram porušitvi;
- za vse bistvene kombinacije obtežb se zadosti pogojem nosilnosti in omeji razpoke;
- skupne deformacije – ob upoštevanju lezenja in krčenja betona ter temperature – ne smejo povzročati neugodnih vplivov na konstrukcijo v vsej njeni »življenjski« dobi (v času eksploatacije).

Ločimo:

Mejno stanje nosilnosti – MSN (Ultimate Limit State – ULS)

MSN odgovarja maksimalni nosilnosti betona ali armature. Ogroženo MSN vodi v izgubo zanesljivosti in zahteva temeljito rekonstrukcijo konstrukcije, če je ta možna. To mejno stanje nastane pri delovanju upogibnih momentov, osnih in prečnih sil, torzijskih momentov, preboja, nezadostne sovprege med betonom in armaturo.

MSN obravnava:

- izgubo ravnotežja konstrukcije ali dela konstrukcije ($M_r \leq M_d$);
- nastanek plastičnih členkov, ko pri statično določenih ali nedoločenih konstrukcijah nastopi kinematična veriga (statično predoločena konstrukcija oziroma manjkrat statično nedoločena konstrukcija);
- uklon ali izbočitev v elastičnem ali plastičnem področju;
- nestabilnost zaradi prevelikih deformacij;
- utrujanje materiala zaradi dinamične obremenitve (žerjavne proge, mostovi, nadvozi itd.);
- izgubo stabilnosti podpor (temeljev);
- porušitev po materialu v kritičnem prerezu ali z dosegom zadostnih deformacij;
- nestabilnost konstrukcije zaradi velikih pomikov in deformacij.

Mejno stanje uporabnosti – MSU (Serviceability Limit State – SLS)

MSU odgovarja zahtevam za normalno uporabo, trajnost in videz konstrukcije. Ogroženo MSU ne povzroča tako hudih posledic kot ogroženo MSN in se take konstrukcije po odpravi napak še lahko uporabljajo.

MSU obravnava:

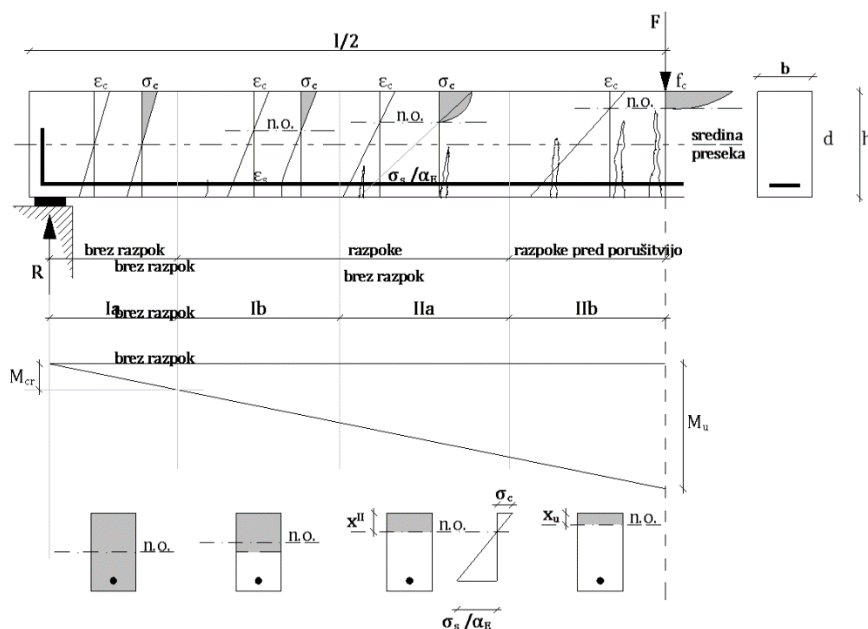
- deformacije (povesi, zasuki) in spremembo oblike, ki vplivajo na izgled konstrukcije;

- nihanja (vibracije) konstrukcije, ki povzročajo nelagodja pri uporabnikih, s čimer je omejena funkcionalnost objekta;
- razpoke betona, ki vplivajo na izgled, trajnost in vodotesnost betona.

5.2 Metoda mejnega stanja nosilnosti (porušitve) – MSN

Ta metoda odgovarja namenu, da se čim bolj prilagodimo lastnostim materialov (delovni diagram betona – DDB in delovni diagram armature – DDA). MSN obravnava mejno nosilnost preseka ali konstrukcije, kar je v nasprotju z metodo dopustnih napetosti, ki podaja samo varnost med trdnostjo in dejansko napetostjo betona oziroma armature. MSN obravnava napetosti (σ_{ij}) in deformacije (ε_{ij}) »tik« pred porušitvijo. Mnoge preiskave potrjujejo pravilnost MSN, saj lahko tudi ocenimo duktilnost elementa (preseka).

Opazimo različne faze napetostnega in deformacijskega stanja ($\sigma - \varepsilon$) ter izkoriščenost nosilca v različnih območjih. Opazujemo armiranobetonski nosilec konstantnega prereza in znane armature, obtežene s koncentrirano silo na sredini nosilca. Zanimajo nas napetosti in dilatacije v različnih prerezih.



Slika 5.1: Prikaz napetostnih stanj v pravokotnem nosilcu AB, obremenjenem s centrično silo

– Napetostno in deformacijsko stanje Ia

Območje je brez razpok, tlačne in natezne napetosti so majhne in linearne, beton je nosilen tudi v natezni coni, kjer je σ_{ct} manjši od f_{ct} . Dilatacije betona v natezni coni ne presežejo 0,1–0,15 %. Upogibna togost v fazi Ia je bila podana z (4.39) in (4.40). Izkoriščenost prereza je tu najmanjša.

– Napetostno in deformacijsko stanje Ib

Opozarja, da je beton v zaščitni plasti armature dosegel natezno trdnost. Diagram napetosti v natezni coni poteka krivočrtno, v tlačni coni pa linearno. Upogibna togost v fazi Ib je približno enaka upogibni togosti v fazi Ia.

– Napetostno in deformacijsko stanje IIa

Z večjo obremenitvijo se razpoke v natezni coni »odpirajo« in širijo v notranjost prereza. Tlačne napetosti niso več linearne, ampak so lahko ukrivljene, saj sledijo DDB. Za izračun nevtralne osi in napetosti zadostuje linearni raznos tlačnih napetosti. Maksimalne tlačne napetosti ne presegajo $(0,45–0,50) f_{ct}$ tlačnih trdnosti $\sigma_c = (0,45–0,50) f_{ct}$. Beton v natezni coni več ne nosi in ga izločimo. Upogibna togost armiranobetonskega pravokotnega prereza za fazo IIa je bila podana z (4.43), (4.44) in (4.45). Izkoriščenost prereza je večja kot v fazi I. To stanje je značilno za MSU.

– Napetostno in deformacijsko stanje IIb

Značilno za stanje pred porušitvijo. Razpoke so se še bolj poglobile in odprle. Diagram tlačnih napetosti poteka krivočrtno in sledi DDB. V krajnem vlaknu betona (zgornji rob nosilca AB) napetosti več ne naraščajo, pač pa samo specifične deformacije (ϵ_c). Tlačna cona betona se manjša. V vseh stanjih (fazah) velja Bernoulli-Eulerjeva hipoteza o ravnih – planih prerezih, ki tudi po deformaciji ostanejo ravninski (*diagram* ϵ je linearen).

Na sliki 5.2 je prikazano obnašanje betona in armature v vseh fazah obremenitve.

– Območje 0-a

Deformacije in napetosti potekajo linearno, beton ni razpokal, obnaša se elastično v tlačni in tegnjeni coni.

– Območje a–b

Pojavijo se razpoke v natezni coni, kjer nosi vse natezne napetosti v razpoki samo armatura, ki se elastično obnaša do meje plastičnosti f_y . Razpoka se širi in pogloblja, s čimer pada upogibna togost armiranobetonskega prereza, večja pa se ukrivljenost $M / EI = \kappa$.

– Območje b–c

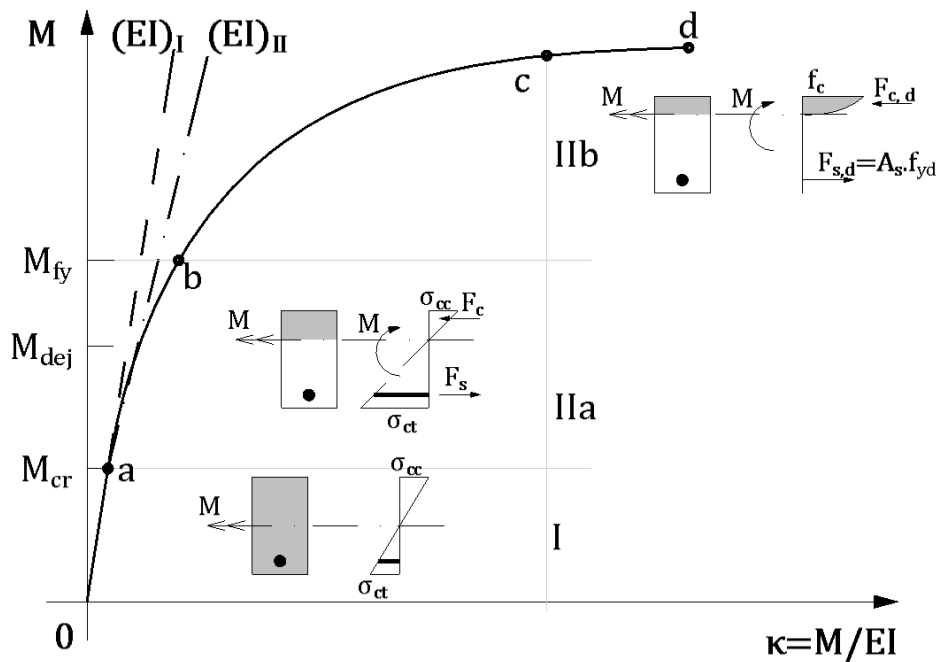
V tej fazi se plastificirata beton in armatura, lahko po tudi samo beton (pri močno armiranih prerezih) ali samo armatura (pri »slabo« armiranih oziroma duktilnih prerezih). Pri nosilcih se pojavijo plastični členki, pri ploščah pa črte loma. Pri obojestransko vpetem nosilcu bodo nastali plastični členki ob podporah (M_{max}), s čimer bo v tem vozlišču nastal majhen zasuk nosilca. Zaradi tega se bosta povečala povos in upogibni moment v polju. Ob podpori pa se bo vpetostni moment zmanjšal. V tem primeru govorimo o tako imenovani redistribuciji vplivov (upogibnih momentov), kar prikazuje črtkana črta na Slika 5.3.

– Območje c–d

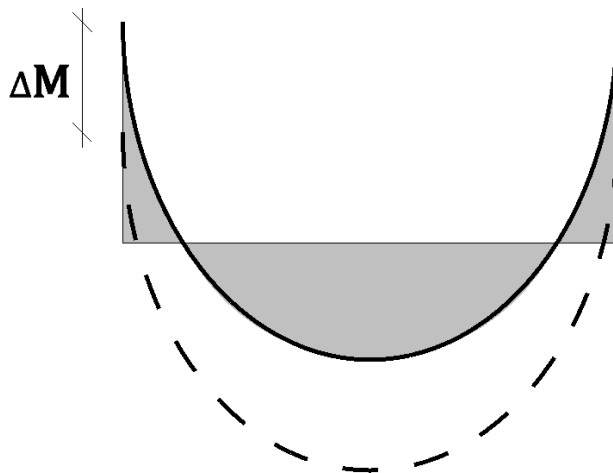
To je območje porušitve, ko napetosti betona v krajnih vlaknih ne naraščajo, naraščajo samo specifične deformacije (ϵ_c).

Porušitev lahko nastopi po:

- betonu, kjer pride do drobljenja betona v tlačni coni, deformacije in razpoke so neznatne;
- armaturi, ko se razpoke pojavijo po skoraj celotni višini nosilca;
- betonu in armaturi, in sicer pri istočasnem izčrpanju nosilnosti natezne armature in betona. To porušitev imenujemo tudi balansirani zlom, ki nastane ob predhodnih vidnih deformacijah in razpokah.



Slika 5.2: Diagram: upogibni moment/ukrivljenost za različne obremenitve nosilca AB



Slika 5.3: Redistribucija upogibnega momenta zaradi nastanka plastičnih členkov v podporah

Katera od zgoraj naštetih možnosti je odločilna za porušitev, je odvisno od:

- kakovosti betona in armature;
- oblike in velikosti betonskega prereza;
- količine armature;
- vrste obremenitve (M , $M \mp N$, N).

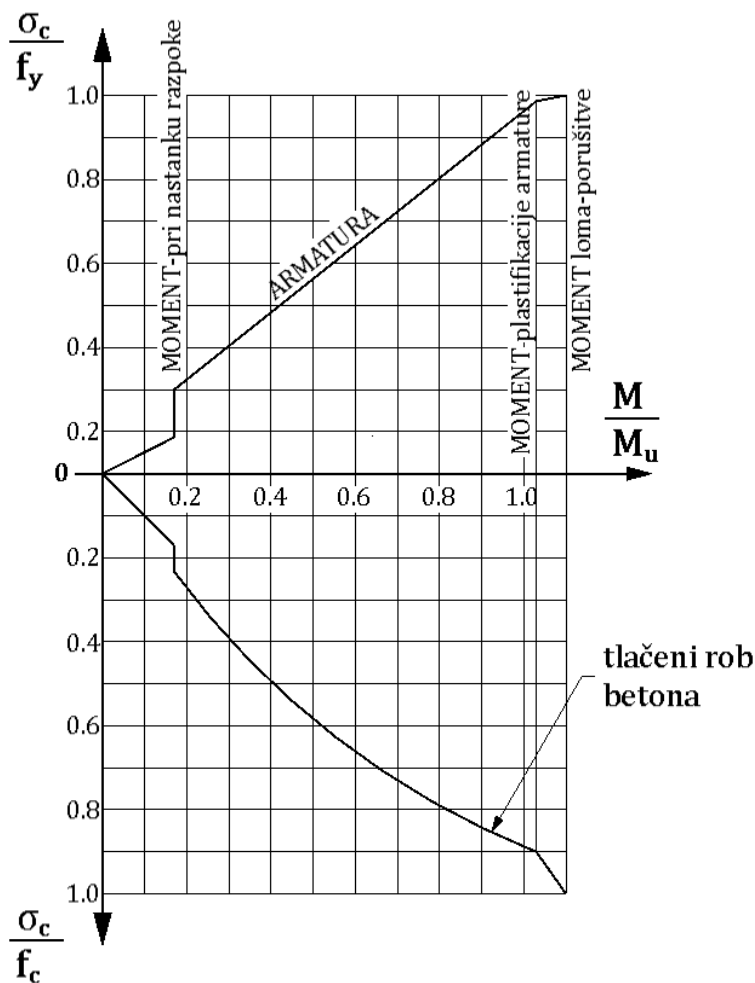
Porušitev po armaturi lahko nastane iz dveh razlogov:

- a) količina armature je nezadostna ($\rho < \rho_{min}$), da lahko prevzame natezne napetosti ob nastanku prvih razpok. Porušitev je trenutna, in da to preprečimo, moramo presek armirati vsaj z minimalnim prerezom armature;
- b) v drugem primeru nastane porušitev zaradi »izčrpanosti« armature – prevelikih napetosti oziroma dilatacij. Vedeti pa moramo, da porušitev ne nastopi ob nastanku prvih razpok, temveč pri višjih obremenitvah, ko so se razpoke »formirale« (razpoke so širše in globlje, novih razpok pa praviloma več ni). Povesi nosilca »počasi« naraščajo. Ta porušitev je duktilna in ni nevarna, saj je relativno počasna in jo lahko preprečimo.

Porušitev po betonu (neduktilna porušitev) nastane pri močno armiranih presekih, zaradi česar armatura ne doseže niti meje plastičnosti, ali pri ekscentričnem tlaku, ko je pretežni del betonskega prereza tlačni. Taka porušitev je trenutna, brez vidnih razpok in večjih povesov. Zato je nevarna. Tako porušitev imenujemo krhki lom po betonu.

Priporočamo takšno dimenzioniranje, da sta »istočasno« izčrpana beton in armatura ali samo armatura. Za armiranobetonski nosilec, kjer istočasno nastane porušitev po betonu in armaturi, z omejeno dilatacijo armature, je to odvisno od razmerja $M < M_u$. Napetosti v armaturi in betonu tlačnega roba prikazuje Slika 5.4.

Ko nastane prva razpoka ($M = M_{cr}$), skokovito narastejo napetosti v armaturi in betonu. Napetosti v armaturi linearno naraščajo do plastifikacije le-te, medtem ko v betonu tlačne napetosti naraščajo nelinearno. Ko armatura doseže mejo plastičnosti, napetosti betona »hitro« narastejo do porušitve.



Slika 5.4: Obnašanje betona in armature v odvisnosti od razmerja M/M_u

5.3 Problem in koncept varnosti inženirskih konstrukcij

Projektanti in izvajalci inženirskih konstrukcij ne poznajo do potankosti vseh dejavnikov, ki vplivajo na varnost konstrukcij. Evropske norme temeljijo na tako imenovanem semiprobabilističnem konceptu varnosti, kar pomeni, da tako dolgo upoštevamo verjetne teoretične metode, dokler niso potrjeni tako imenovani delni faktorji varnosti obtežb in materiala. Teoretične rezultate mora potrditi eksperiment.

Primeri, ki izhajajo iz nezadostnega poznavanja odločilnih faktorjev za varnost konstrukcije, so:

- fizikalno-mehanske lastnosti materialov;
- velikost in način delovanja obtežb in njihovih kombinacij;
- sprememba fizikalnih lastnosti materialov;
- nepredvidene spremembe in napake med gradnjo;
- geometrijske netočnosti;
- netočnosti računskega modela v primerjavi z dejanskim obnašanjem konstrukcije;
- nivo usposobljenosti projektantov in izvajalcev, opremljenost in organizacija gradnje.

5.4 Faktorji varnosti

Račun po mejni nosilnosti obravnava nosilnost preseka konstrukcije, kjer morajo biti izpolnjene:

- zadostna varnost napram porušitvi za »mejno« obtežbo in trdnost materiala;
- zadostna varnost nosilnosti za dejanske obtežbe v življenjski dobi objekta z omejitvijo razpok;
- omejitve deformacij zaradi vseh obtežb, upoštevajoč tudi temperaturo, krčenje in lezenje betona.

Faktorji varnosti morajo »pokriti«:

- netočne ocene stalne in spremenljive (koristne) obtežbe. Spremembe stalne obtežbe lahko nastanejo zaradi spremembe dimenzij elementov in gostote (volumenske teže) betona. Spremenljive obtežbe pa lahko še bolj odstopajo od privzetih, s predpisi podanih obtežb;
- netočnosti ocen trdnosti in deformacij betona in armature, saj so raznosi rezultatov vzorcev lahko različni;
- odstopanja privzetega statičnega sistema z ozirom na dejanski statični sistem;
- odstopanja trdnosti materiala v vzorcu od materiala v konstrukciji;

- vpliv lezenja in krčenja (betona) na končne trdnosti betona;
- netočnosti pri izvedbi, tolerantna odstopanja od vertikalne, netočnosti dimenzij preseka;
- možne razlike položaja armature od zahtevanega položaja le-te;
- korozijo betona in armature, ki zmanjšuje nosilnost elementa;
- omejitve statičnega računa na ravninske sisteme, z neupoštevanjem prostorskega delovanja konstrukcij.

5.5 Projektiranje armiranobetonskih konstrukcij

5.5.1 Uvod

Projektiranje armiranobetonskih konstrukcij mora biti v skladu s pravili, podanimi v SIST EN 1990, 1991, 1998 (EC0, EC1, EC8). Konstrukcijo je treba projektirati in izvesti tako, da bo v predvideni življenjski dobi s primerno zanesljivostjo in ob primernih stroških:

- prenašala vse vplive med gradnjo in uporabo;
- služila svojemu namenu;
- odporna, uporabna in trajna.

Projektiranje na mejna stanja mora temeljiti na uporabi računskih modelov konstrukcije in obtežbe za ustrezna mejna stanja. Preveriti moramo, ali ni katero od mejnih stanj preseženo, ko so v modelih uporabljene ustrezne projektne ali računske vrednosti:

- vplivov (stalnih, spremenljivih, nezgodnih itd.);
- lastnosti materialov ali proizvodov;
- geometrije konstrukcije.

Vplive razvrščamo glede na časovno spremenljivost:

- stalni vplivi (G): lastna teža, pritrjena oprema, zgornji ustroj cest, vplivi zaradi krčenja in relativnih posedkov temeljev;
- spremenljivi vplivi (Q): koristna obtežba stropov, mostov, streh, veter, sneg;

- nezgodni vplivi (A): eksplozije, trčenje vozil v stebre nadvozov;
- potres in sneg sta lahko razvrščena kot nezgodna ali spremenljiva vpliva, odvisno od kraja gradnje;
- voda: hidrostatični in hidrodinamični pritisk ter vzgon (predvsem »vodnik« objekti) so lahko obravnavani kot stalni ali spremenljivi;
- aktivni in pasivni zemeljski pritisk;
- žled.

5.6 Mejno stanje nosilnosti – MSN

5.6.1 Uvod

EC0 navaja štiri mejna stanja, ki jih je ali ni smiselno preveriti:

EQU (equilibrium): izguba statičnega ravnotežja konstrukcije ali katerega njenega dela kot togega telesa, pri čemer so pomembne majhne spremembe velikosti ali položaja vplivov posameznega izvora in na splošno niso odločilne trdnosti materiala in tal.

$$E_{d,dst} \leq E_{d,stab} \quad (5.1)$$

$E_{d,dst}$... projektna vrednost učinkov, ki zmanjšujejo stabilnost

$E_{d,stab}$... projektna vrednost učinkov, ki povečujejo stabilnost

STR (structure): notranja odpoved ali pretirana deformacija konstrukcije ali konstrukcijskega elementa, vključno s temelji, piloti, kletnimi stenami itd., pri čemer je odločilna trdnost materiala.

GEO (geomehanika): za izračun temeljev oziroma porušitev ali pretirano deformacijo tal, pri čemer sta za zagotavljanje odpornosti pomembni trdnost in deformabilnost zemljine ali skale. STR in GEO moramo preveriti, če je:

$$E_d \leq R_d \quad (5.2)$$

E_d ... projektna vrednost učinkov obremenitve (momenti, sile)

R_d ... projektna vrednost pripadajoče odpornosti

FAT (fatigue): odpoved zaradi utrujenosti (izmenične ali dinamične obremenitve) konstrukcije ali konstrukcijskega elementa.

V tem učbeniku bo obdelano MSN STR, kjer bodo predhodno navedene zahteve, izpolnjene po metodi delnih faktorjev varnosti. To lahko zapišemo kot:

$$E_d = \gamma_F \cdot F_{rep} \leq X_d = \eta \frac{X_k}{\gamma_m} = R_d \quad (5.3)$$

Ali kot:

$$E_d = \gamma_F \cdot F_{rep} \leq R \left[\eta_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c}; \eta_s \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \right] \quad (5.4)$$

5.6.2 Kombinacija vplivov za stalna in spremenljiva projektna stanja

Osnovne kombinacije obremenitev:

$$E_d = \sum_{ij} \gamma_{gi} \cdot G_j + \gamma_{Q1} \cdot Q_{K1} + \sum_{i>1} \gamma_{Qi} \cdot \psi_{0i} \cdot Q_{Ki} + \gamma_P \cdot P \quad (5.5)$$

Kombinacija vplivov za nezgodna stanja:

$$E_d = \sum_{ij} G_j + A_d + (\psi_{11} \text{ ali } \psi_{21}) \cdot Q_{K1} + \sum_{i>1} \psi_{2i} \cdot Q_{Ki} + P \quad (5.6)$$

$\psi_{11}, \psi_{21} \dots$ povezana sta z ustreznim nezgodnim projektnim stanjem (trk, ogenj, eksplozija)

Kombinacija vplivov za potresna projektna stanja:

$$E_d = \sum_{j>1} G_{kj} + A_{Ed} + \sum_{i>1} \psi_{2i} \cdot Q_{Ki} + P \quad (5.7)$$

$$A_{Ed} = S_d \cdot m \cdot \lambda$$

$$m = \sum g_i + \psi_{Ei} \cdot p_i$$

$$\psi_{Ei} = \varphi \cdot \psi_{2i}$$

A_{Ed} ... projektna potresna obremenitev

A_{EK} ... karakteristična potresna obremenitev

$$A_{Ed} = \gamma_1 \cdot A_{EK} \quad (5.8)$$

γ_1 ... faktor pomembnosti objektov za potresno obremenitev, ki ga podaja SIST EN 1998-1: 2006 na strani 45

Preglednica 5.1: Faktor pomembnosti [21]

4.2.5 Kategorije pomembnosti in faktorji pomembnosti

- (1)P Stavbe so razdeljene v štiri kategorije pomembnosti glede na posledice, ki jih ima porušitev za življenja ljudi, glede na njihovo pomembnost za varnost ljudi in na civilno zaščito v obdobju neposredno po potresu ter glede na socialne in ekonomske posledice porušitve.
- (2)P Kategorijam pomembnosti ustrezajo faktorji pomembnosti γ_1 , kot je to opisano v 2.1(3).
- (3) Faktor pomembnosti $\gamma_1 = 1,0$ ustreza potresnemu dogodku, ki ima referenčno povratno dobo, navedeno v 3.2.1(3).
- (4) Definicije kategorij pomembnosti so navedene v preglednici 4.3.

Preglednica 4.3: Kategorije pomembnosti za stavbe

Kategorija pomembnosti	Stavbe
I	Stavbe manjše pomembnosti za varnost ljudi, npr. kmetijski objekti in podobno
II	Običajne stavbe, ki ne sodijo v druge kategorije
III	Stavbe, katerih potresna odpornost je pomembna glede na posledice porušitve, npr. šole, dvorane za srečanja, kulturne ustanove in podobno
IV	Stavbe, katerih integriteta med potresi je življenjskega pomena za civilno zaščito, npr. bolnišnice, gasilske postaje, elektrarne in podobno

OPOMBA: Kategorije pomembnosti I, II in III ali IV približno ustrezajo razredom glede na posledice CC1, CC2 in CC3, ki so opredeljene v EN 1990:2002, Dodatek B.

- (5)P Vrednost γ_1 za kategorijo pomembnosti II mora biti po definiciji enaka 1,0.

OPOMBA: Vrednosti, ki se uporabljajo v državi za γ_1 , je mogoče najti v njenem nacionalnem dodatku. Vrednosti γ_1 so v različnih potresnih območjih v državi glede na pogoje potresne nevarnosti in vidike javne varnosti (glej opombo k 2.1(4)) lahko različne. Priporočene vrednosti γ_1 za kategorije pomembnosti I, III in IV znašajo 0,8, 1,2 in 1,4.

- (6) Za stavbe, ki vsebujejo nevarne inštalacije ali materiale, je treba določiti faktor pomembnosti v skladu z merili, navedenimi v EN 1998-4.

Faktorji varnosti vplivov za MSN STR so podani v spodnji preglednici v odvisnosti od ugodnega ali neugodnega delovanja obremenitve.

Preglednica 5.2: Faktorji varnosti obremenitev γ_F

Vpliv delovanja	OBREMENTIVE		
	Stalna G_j	Spremenljiva Q_k	Prednapetje P_k
Neugodno	1,35	1,5	1,0 ali 1,2
Ugodno	1,0	0	0,9 ali 1,0

Preglednica 5.3: Projektne vrednosti vplivov [21]

SIST EN 1990 : 2004

Preglednica A.1.2(B): Projektne vrednosti vplivov (STR/GEO) (nabor B)

Stalna in začasna projektna stanja	Stalni vplivi		Prevladujoči spremenljivi vpliv*	Spremljajoči spremenljivi vplivi*	
	Neugodni	Ugodni		Glavni (če je)	Drugi
Enačba (6.10)	$\gamma_{G,j,sup} G_{k,j,sup}$	$\gamma_{G,j,inf} G_{k,j,inf}$	$\gamma_{Q,1} Q_{k,1}$		$\gamma_{D,i} \psi_{D,i} Q_{k,i}$
Enačba (6.10.a)	$\gamma_{G,j,sup} G_{k,j,sup}$	$\gamma_{G,j,inf} G_{k,j,inf}$		$\gamma_{D,1} \psi_{D,1} Q_{k,1}$	$\gamma_{D,i} \psi_{D,i} Q_{k,i}$
Enačba (6.10.b)	$\xi \gamma_{G,j,sup} G_{k,j,sup}$	$\gamma_{G,j,inf} G_{k,j,inf}$	$\gamma_{D,1} Q_{k,1}$		$\gamma_{D,i} \psi_{D,i} Q_{k,i}$
*) Spremenljivi vplivi so navedeni v preglednici A.1.1.					
OPOMBA 1: Izбира med enačbami (6.10) ali (6.10.a) in (6.10.b) je določena v nacionalnem dodatku. V primeru (6.10.a) in (6.10.b) je lahko (6.10.a) spremenjena tako, da vsebuje le stalne vplive.					
OPOMBA 2: Vrednosti γ in ξ so lahko določene v nacionalnem dodatku. Priporočene vrednosti γ in ξ so ne glede na izbiro: $\gamma_{G,j,sup} = 1,35$ $\gamma_{G,j,inf} = 1,00$ $\gamma_{D,1} = 1,50$, če je neugodno, sicer 0,00. $\gamma_{D,i} = 1,50$, če je neugodno, sicer 0,00. $\xi = 0,85$ (tako, da je $\xi \gamma_{G,j,sup} = 0,85 \times 1,35 \approx 1,15$) Glej tudi EN 1991 do EN 1999 za vrednosti γ pri vsiljenih premikih.					
OPOMBA 3: Karakteristične vrednosti vseh stalnih vplivov enakega izvora se množi s faktorjem $\gamma_{D,sup}$, če je rezultirajoči vpliv neugoden, in z $\gamma_{D,inf}$, če je rezultirajoči vpliv ugoden. Taki so npr. vsi vplivi, ki izvirajo iz lastne teže konstrukcije, tudi če gre za več materialov.					
OPOMBA 4: Za posamezna preverjanja se lahko vrednosti γ_D in γ_D razčlenita v γ_D in γ_D in v faktor negotovosti modela γ_{M} . Vrednost γ_{M} med 1,05 in 1,15 je primerna za večino primerov, lahko pa je spremenjena v nacionalnem dodatku.					

Preglednica A.1.2(C): Projektne vrednosti vplivov (STR/GEO) (nabor C)

Stalna in začasna projektna stanja	Stalni vplivi		Prevladujoči spremenljivi vpliv*	Spremljajoči spremenljivi vplivi*	
	Neugodni	Ugodni		Glavni (če je)	Drugi
Enačba (6.10)	$\gamma_{G,j,sup} G_{k,j,sup}$	$\gamma_{G,j,inf} G_{k,j,inf}$	$\gamma_{D,1} Q_{k,1}$		$\gamma_{D,i} \psi_{D,i} Q_{k,i}$
*) Spremenljivi vplivi so navedeni v preglednici A.1.1.					
OPOMBA: Vrednosti γ so lahko določene v nacionalnem dodatku. Priporočene vrednosti γ so: $\gamma_{G,j,sup} = 1,00$ $\gamma_{G,j,inf} = 1,00$ $\gamma_{D,1} = 1,30$, če je neugodno, sicer 0,00. $\gamma_{D,i} = 1,30$, če je neugodno, sicer 0,00.					

Preglednica A.1.3: Projektne vrednosti vplivov v neugodnih in potresnih projektih stanjih

Projektno stanje	Stalni vplivi		Prevladujoči spremenljivi vpliv*	Spremljajoči spremenljivi vplivi*	
	Neugodni	Ugodni		Glavni (če je)	Drugi
Neugodno ** En. (6.11. a/b)	$G_{k,j,sup}$	$G_{k,j,inf}$	A_d	$\Psi_{1,1}$ ali $\Psi_{2,1} Q_{k,1}$	$\Psi_{2,i} Q_{k,i}$
Potresno En. (6.12. a/b)	$G_{k,j,sup}$	$G_{k,j,inf}$	$\gamma_1 A_{Ek}$ ali A_{Ed}		$\Psi_{2,i} Q_{k,i}$

*) Spremenljivi vplivi so navedeni v preglednici A.1.1.
 **) Pri neugodnih projektih stanjih se sme glavni spremenljivi vpliv upoštevati s pogosto ali, kot v potresnem projektih stanju, z navidezno stalno vrednostjo. Izbira mora biti določena v nacionalnem dodatku glede na neugodni vpliv. Glej tudi EN 1991-1-2.

A.1.4 Mejna stanja uporabnosti

A.1.4.1 Delni faktorji vplivov

- (1) Za mejna stanja uporabnosti so delni faktorji enaki 1,00, razen če so v EN 1991 do EN 1999 določeni drugače.

Preglednica A.1.4: Projektne vrednosti vplivov v kombinacijah vplivov pri mejnih stanjih uporabnosti

Kombinacija	Stalni vplivi G_d		Spremenljivi vplivi Q_d	
	Neugodni	Ugodni	Glavni	Drugi
Karakteristična	$G_{k,j,sup}$	$G_{k,j,inf}$	$Q_{k,1}$	$\Psi_{0,i} Q_{k,i}$
Pogosta	$G_{k,j,sup}$	$G_{k,j,inf}$	$\Psi_{1,1} Q_{k,1}$	$\Psi_{2,i} Q_{k,i}$
Navidezno stalna	$G_{k,j,sup}$	$G_{k,j,inf}$	$\Psi_{2,1} Q_{k,1}$	$\Psi_{2,i} Q_{k,i}$

Preglednica 5.4: Faktorji ψ za izračun vplivov za MSN STR

Vpliv	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Koristna obtežba v stavbah (glej EN 1991-1-1)			
Kategorija A: bivalni prostori	0,7	0,5	0,3
Kategorija B: pisarne	0,7	0,5	0,3
Kategorija C: stavbe, kjer se zbirajo ljudje	0,7	0,7	0,6
Kategorija D: trgovine	0,7	0,7	0,6
Kategorija E: skladišča	1,0	0,9	0,8
Kategorija F: prometne površine vozilo s težo ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
Kategorija G: prometne površine 30 kN < teža vozila ≤ 160 kN	0,7	0,5	0,3
Kategorija H: strehe	0	0	0
Obtežba snega na stavbah (glej EN 1991-1-3)*			
Finska, Islandija, Norveška, Švedska	0,7	0,5	0,2
Druge članice CEN, za kraje z nadmorsko višino nad 1.000 m	0,7	0,5	0,2
Druge članice CEN, za kraje z nadmorsko višino pod 1.000 m	0,5	0,2	0
Obtežba vetra na stavbah (glej EN 1991-1-4)	0,6	0,2	0
Spremembe temperature (ne pri požaru) v stavbah (glej EN 1991-1-5)	0,6	0,5	0

OPOMBA: Vrednosti faktorjev ψ so lahko določene v nacionalnem dodatku.
 *) Za države, ki niso omenjene v nadaljevanju, glej ustrezne krajevne pogoje.

Faktorji ψ obravnavajo oziroma podajajo zmanjševanje spremenljivih obtežb, saj je minimalna verjetnost, da bi več spremenljivih obtežb nastopilo istočasno z maksimalnimi intenzitetami.

5.6.3 Delni faktorji varnosti za materiale

Iz (5.3) in (5.4) je razvidno, da dobimo projektne vrednosti tlačne trdnosti betona, tako da karakteristično trdnost betona delimo s faktorjem varnosti γ_c in pomnožimo s faktorjem η_c (projektna ali računsko tlačna trdnost betona (f_{cd})). Identično dobimo projektno ali računsko mejo plastičnosti armature f_{yd} tako, da karakteristično mejo plastičnosti armature delimo s faktorjem varnosti γ_s in pomnožimo s faktorjem η_s .

Priporočene vrednosti za stalno, spremenljivo in nezgodno projektno stanje prikazuje spodnja preglednica. Te vrednosti ne veljajo za projektiranje požarno varnih konstrukcij.

Preglednica 5.5: Delni faktorji varnosti za materiale za projektiranje v MSN

Projektna stanja	γ_c	γ_s (mehka armatura)	γ_s (jeklo za prednapetje)
Stalna in spremenljiva	1,5	1,15	1,15
Nezgodna, potres	1,2	1,0	1,0

Količnika η_c in η_s se privzameta z vrednostjo 1,0 (pred leti smo upoštevali $\eta_c = 0,85$, kar je bilo upravičeno) iz razloga, da se tlačna trdnost zaradi trajne obtežbe zmanjša za približno 30 %, medtem ko se tlačna trdnost »starega« betona poveča za 20–50 %, odvisno od marke betona (podpodpoglavje 2.3.3).

5.7 Mejno stanje uporabnosti – MSU

Preveriti je treba:

$$E_d \leq C_d \quad (5.9)$$

E_d ... projektna vrednost učinkov oziroma vplivov (projektne poves, pomik, odprtina razpoke, mejna frekvenca, napetost)

C_d ... projektna vrednost pripadajoče trdnosti (»dovoljeni« poves ali pomik, odprtina razpoke, frekvenca nihanja, meja plastičnosti)

Kombinacije vplivov:

- karakteristična oziroma redka kombinacija:

$$E_d = \sum_{j>1} G_{k,j} + Q_{K,1} + \sum_{i>1} \psi_{0i} \cdot Q_{Ki} + P \quad (5.10)$$

- pogosta kombinacija:

$$E_d = \sum_{j>1} G_{k??j} + \psi_{1,1} \cdot Q_{K??1} + \sum_{i>1} \psi_{2i} \cdot Q_{Ki} + P \quad (5.11)$$

- navidezno stalna (kvazipermanentna) kombinacija:

$$E_d = \sum_{j>1} G_{kj} + \sum_{i>1} \psi_{2i} \cdot Q_{Ki} + P \quad (5.12)$$

Iz enačb (5.10), (5.11) in (5.12) je razvidno, koliko znašajo faktorji varnosti za MSU ($\gamma_i = 1,0$; $\psi_{1i} \leq 1$), kar pomeni, da bodo »deformacije« in napetosti računane za dejansko obtežbo. To pomeni, da se konstrukcija nahaja v fazi IIa, napetosti betona so skoraj linearne. Za izračun deformacij, razpok in frekvence pa uporabimo za modul elastičnosti betona in armature vrednosti E_{cm} in E_s , ki so bile podane v podpoglavju 2.5.

Da preprečimo vzdolžne razpoke in pretirane deformacije zaradi lezenja betona, moramo tlačne napetosti betona omejiti.

Karakteristične (redke) kombinacije obtežbe dosežejo »kritično« vrednost, zaradi česar se zmanjša trajnost konstrukcije. Zato moramo povečati krovni sloj armature v tlačni coni ali tlačno cono »objeti« s prečno (stremensko) armaturo.

V okolju izpostavljenosti razredov XD, XF in XS mora biti izpolnjeno:

$$\sigma_{c,max} = \frac{M^{Kar.obt.}}{z \cdot I_{id}^{II}} \cdot X_{II} \leq 0,6 f_{ck} \quad (5.13)$$

Ker je $0,6f_{ck} > 0,4f_{cm}$ (razen za C12/16), bi morali napetost betona podati za MSN:

$$m = \frac{M^{Kar.obt.}}{B \cdot d^2 \cdot I^{II}} \Rightarrow \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} \Rightarrow \varphi'; \sigma_{c,max} = \varphi' \cdot f_{cd} = \varphi' \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \leq 0,6f_{ck} = \frac{\varphi'}{\gamma_c} \leq 0,6$$

$$\varphi' \leq 0,9$$

Napetost v armaturi pa moramo omejiti:

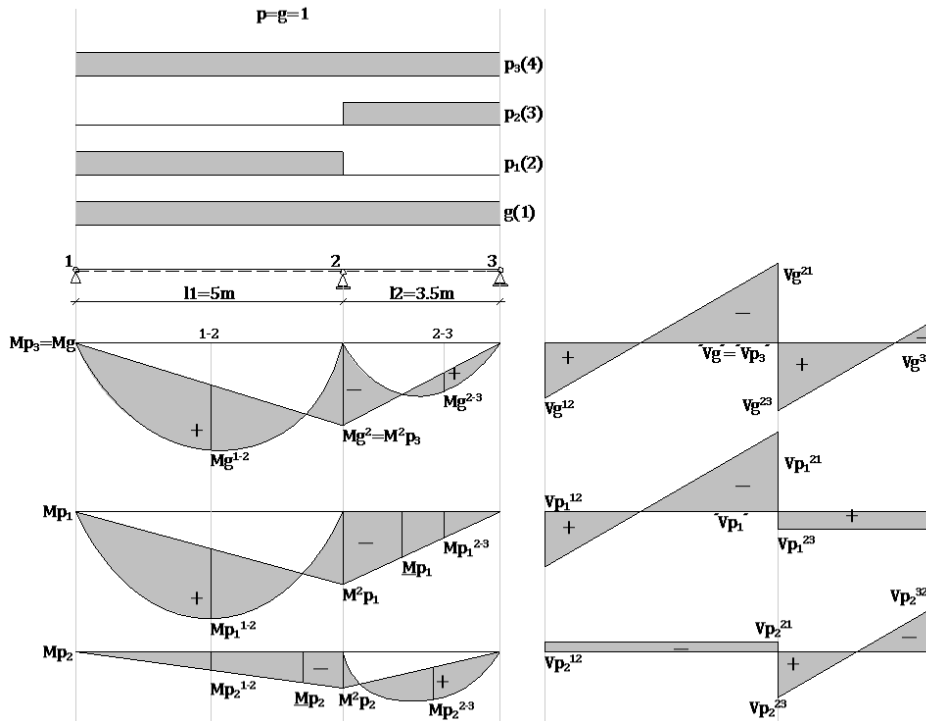
$$\sigma_s = \frac{M^{Kar.obt.}}{z \cdot A_s} \leq 0,8f_{yk} \quad (5.14)$$

Na ta način se preprečijo vzdolžne razpoke in pretirane deformacije. Pogosta kombinacija se upošteva pri računu razpok v prednapetih konstrukcijah. Navidezno stalna (kvazipermanentna) obtežba je merodajna za izračun povosov in odprtih razpok za klimatske razrede izpostavljenosti X0, XC1 (0,4 mm), za ostale razrede izpostavljenosti XC2-HS3 pa 0,3 mm.

Pri navidezno stalni obtežbi moramo za izračun razpok in povosov upoštevati tudi vplive lezenja in krčenja betona:

$$E_{c,ef} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{t_0-\infty}} \quad (5.15)$$

Primer kombinacije stalne in spremenljive obtežbe na kontinuiranem nosilcu konstantnega prereza z različnimi razponi: nastopa samo ena spremenljiva obtežba p , ki pa jo razvrstimo v treh različnih položajih. Za MSN izračunamo ekstremne vrednosti upogibnih momentov v poljih in nad podporo 2, pri čemer upoštevamo neugodno in ugodno delovanje spremenljive obtežbe p (sile prednapetja ni). Za MSU pa izračunamo odprtine razpok nad podporo 2 in povos v prvem polju zaradi navidezno stalne obtežbe. Za MSU moramo še dodatno zadostiti enačbama (5.13) in (5.14), za kateri upoštevamo karakteristično kombinacijo obtežb.



Slika 5.5: Upogibni momenti in prečne sile neprekinjenega nosilca zaradi osnovnih obtežnih slučajev

MSN

$$\begin{aligned}
 N.D \quad M_{12}^{max} &= 1,35 M_g^{1-2} + 1,5 M_{p1}^{1-2} > 0; \quad V_{12}^{max} \\
 &= 1,35 V_g^{12} + 1,5 V_{p1}^{12} > 0 \\
 U.D \quad M_{12}^{min} &= 1,00 M_g^{1-2} + 1,5 M_{p2}^{1-2} \geq 0; \quad V_{12}^{min} \\
 &= 1,00 V_g^{12} + 1,5 V_{p2}^{12} \geq 0 \\
 N.D \quad M_{23}^{max} &= 1,35 M_g^{2-3} + 1,5 M_{p2}^{2-3} > 0; \quad V_{21}^{min} = \\
 &1,35 V_g^{21} + 1,5 V_{p1}^{21} < 0 \\
 U.D \quad M_{23}^{min} &= 1,00 M_g^{2-3} + 1,5 M_{p2}^{2-3} \geq 0; \quad V_{23}^{max} \\
 &= 1,35 V_g^{23} + 1,5 V_{p2}^{23} > 0 \\
 N.D \quad M_2^{min} &= 1,35 M_g^2 + 1,5 M_{p3}^2 < 0 = |M^{max}|; \quad V_{32}^{min} \\
 &= 1,35 V_g^{32} + 1,5 V_{p2}^{32} < 0
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

Mejno stanje uporabnosti – MSU

Maksimalna razpoka bo nastala v prerezu 2 in jo bomo določili zaradi navidezno stalne obtežbe.

$$w_{k,max} = w_k^g + \psi_{2,p3} \cdot w_k^{p3} \quad (5.17)$$

Maksimalni povos pa bo nastal v poljih 0–1 in ga bomo določili zaradi navidezno stalne obtežbe.

$$\begin{aligned} w_{max}^{1-2} &= w_g^{1-2} + \psi_{2,p1} \cdot w_{p1}^{1-2} + w_{cr} + w_s \\ &= \frac{1 + \varphi}{(E_{cm}I)_{ef}} \left[\int_0^{l_1+l_2} M_g \cdot \bar{M} dx \right. \\ &\quad \left. + \psi_{2,p1} \int_0^{l_1+l_2} M_{p1} \cdot \bar{M} dx \right] + w_{cr} + w_s \end{aligned} \quad (5.18)$$

w_{cr}, w_s ... povesa zaradi lezenja in krčenja betona (podana v poglavju 14)

Enačbi (5.13) in (5.14) bosta morali zadostiti karakteristični kombinaciji obremenitve in tako bomo napetostni izračun podali za prerez 2 z vrednostjo:

$$M_{kar.obt.}^2 = M_g^2 + M_{p3}^2 \quad (5.19)$$

Iz Slika 5.5 je razvidno, da nastopajo štirje osnovni obtežni slučaji. Kombinacij pa je pet za MSN in tri za MSU. Na podoben način kot upogibni momenti bodo izračunane tudi (ustrezne) prečne sile. V praksi lahko sicer tudi iz vrednotimo manj kombinacij (brez M_{min} v poljih), pri tem pa se moramo zavedati, da je lahko območje negativnih momentov pri manjši vrednosti M_2 daljše kot pri ekstremni vrednosti M_2 .

min.

5.8 Analiza možnih deformacij in pripadajočih tlačnih napetosti betona pri mejnem stanju nosilnosti – MSN

V tem poglavju bodo obdelana območja nosilcev, plošč in podobnih elementov pri osnih oziroma osno-upogibnih obremenitvah, pri katerih prerezi ostanejo ravni tudi po deformaciji (Bernoulli-Eulerjeva hipoteza). Ta hipoteza pa ne velja za stene. Tlačne deformacije betona moramo omejiti z ϵ_{cu2} oziroma ϵ_{cu3} in ϵ_{c2} (glej poglavje 2).

Projektne natezne deformacije armature moramo omejiti z vrednostjo 10 ‰, kar pa zadnji SIST EN 1992 omejuje celo z vrednostjo 20 ‰, ki je navedena v EN 1992-4-1.

Slika 5.6 prikazuje diagrame dilatacij armature in betona za različne kombinacije obremenitev ($M_d \mp N_d$) ter pripadajočih dilatacij diagramov d, e, f, g, h in i tlačnih napetosti betona.

Beton:

$$\epsilon_{c2} \geq 2 \text{ ‰}; \epsilon_{c3} \geq 1,5 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{cu2} \leq 3,5 \text{ ‰}; \epsilon_{cu3} \leq 1,5 \text{ ‰} - \text{ZA BILINEARNI DIAGRAM}$$

Neenačaji veljajo za $C > 55 \text{ MPa}$, enačaji pa za $C \leq 55 \text{ MPa}$.

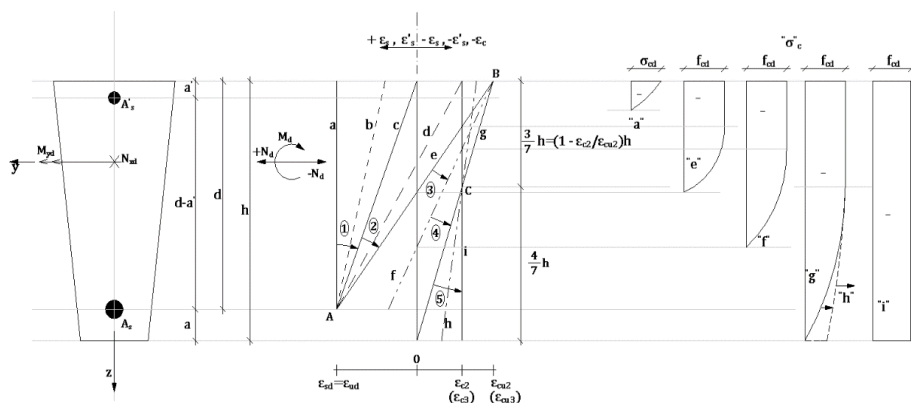
Armatura:

$$\epsilon_{ud} \leq 10 \text{ ‰} (20 \text{ ‰})$$

Pomen premic:

- a: odgovarja centričnemu nategu – izčrpana armatura (beton razpokan);
- b, c: odgovarjata ekscentričnemu nategu z malo ekscentriteto ($e \leq j$) – izčrpana »spodnja« armatura;
- d: odgovarja ekscentričnemu nategu z veliko ekscentriteto ($e > j$) – izčrpana »spodnja« armatura;

- e: odgovarja upogibu, ekscentričnemu nategu in tlaku, ko sta izčrpana armatura in beton;
- f: odgovarja ekscentričnemu tlaku velike ekscentritete ($e > j$) in upogibu, ko je izčrpan beton;
- g, h: odgovarjata ekscentričnemu tlaku male ekscentritete ($e < j$), ko je izčrpan beton;
- i: odgovarja centričnemu tlaku, ko je dilatacija betona omejena na **2 ‰** – izčrpan beton.



Slika 5.6: Diagrami dilatacij in pripadajoče tlačne napetosti betona

Pomen območij v diagramu

Točka rotacije A:

- (1) odgovarja centričnemu nategu oziroma ekscentričnemu nategu z malo ekscentriteto ($e < j$);
- (2) odgovarja upogibu z ali brez osne sile, ko je izčrpana armatura ali ko sta izčrpana armatura in beton.

Točka rotacije B:

- (3) odgovarja upogibu z ali brez osne sile, ko sta izčrpana armatura in beton ali samo beton;
- (4) odgovarja upogibu z osno silo ali samo čistemu upogibu ($A_s \infty$, hipotetično), ko je izčrpan beton.

Točka rotacije C:

- (5) odgovarja ekscentričnemu tlaku male ekscentritete ($e < j$) ali centričnemu tlaku, ko je izčrpan beton.

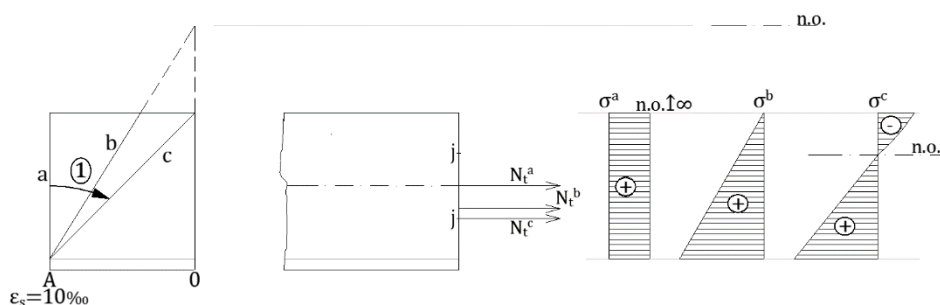
Za območji (1) in (2) predstavlja točko rotacije dilatacij točka A.

Za območji (3) in (4) predstavlja točko rotacije dilatacij točka B.

Za območje (5) predstavlja točko rotacije dilatacij točka C.

Diagrami dilatacij in nevtralne osi so prikazani na spodnjih slikah.

a) Diagram dilatacij za centrični in ekscentrični nateg z majhno ekscentriteto

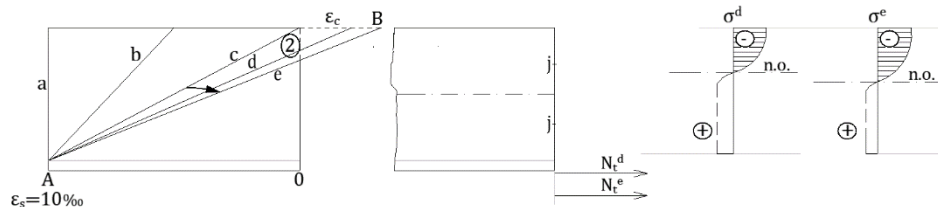


Slika 5.7: Napetosti pri centričnem in ekscentričnem nategu

Področje (1) odgovarja diagramu dilatacij pri centričnem in ekscentričnem nategu, premica a, kjer natezna osna sila deluje v težišču prereza, pa ekscentričnemu nategu z malo ekscentriteto ($e \leq j$).

Beton sledi dilataciji armature do 0,1 ‰, nato pa počí. Celotno natezno silo prevzame armatura, katere deformacije omejimo na $\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$, da razpoke niso prevelike. Iz tega sledi, da damo več tankih palic za manjše razpoke in na krajših medsebojnih razdaljah oziroma manj debelih palic, kar rezultira v širših razpokah in daljših medsebojnih razdaljah.

b) Diagram dilatacij za ekscentrični nateg z veliko ekscentriteto in čisti upogib

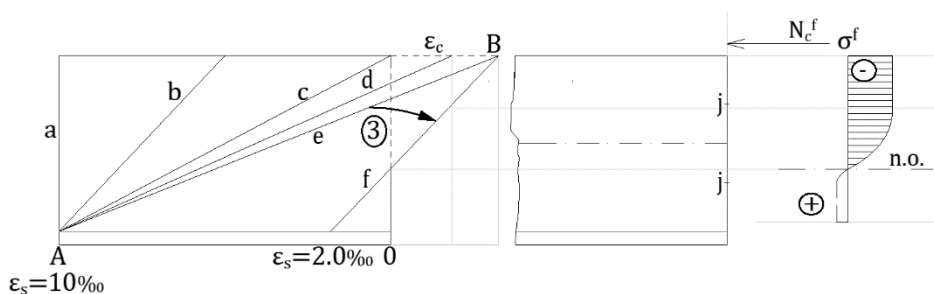


Slika 5.8: Napetosti pri osno-upogibni obremenitvi

Področje (2) odgovarja osno-upogibni obremenitvi. Ekscentrični nateg ustreza po diagramu dilatacij premici d, premici e pa ustrezajo upogib ter tlak in nateg z veliko ekscentriteto. Tu izčrpamo obe komponenti notranje dvojice. Beton odpove pri dilataciji 3,5 ‰, zaradi razpok pa je tudi dilatacija armature $\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$ izčrpana.

Če gre prijemališče natezne sile še bolj proti nateznemu robu, torej spodnjemu delu prereza, gre nevtralna os še bolj proti težišču jedra prereza. Premica d odgovarja dilatacija betona v krajnem vlaknu in je enaka 2,0 ‰. Diagram napetosti σ^d bo v tlačni coni potekal po rahlo ukrivljeni krivulji – paraboli, pri čemer je samo v krajnem vlaknu dosežena tlačna trdnost $\alpha \cdot f_{cd}$. Beton doseže tlačno trdnost f_{cd} pri dilataciji 2,0 ‰, ampak tu še ni izčrpan, šele pri dilataciji 3,5 ‰ nastopi porušitev. Dilatacija premic d in e odgovarja osno-upogibni obremenitvi – ekscentrični nateg in tlak velike ekscentritete – ter upogibu, pri katerem dosežemo v zgornjem vlaknu betona dilatacijo $\varepsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$, v spodnji armaturi pa $\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$.

c) Diagram dilatacij za upogib in ekscentrični tlak velike ekscentritete

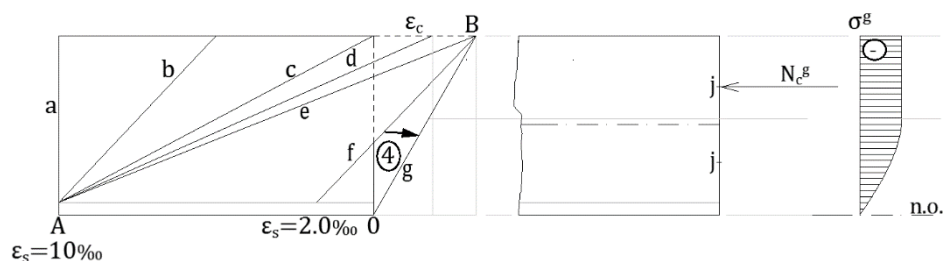


Slika 5.9: Napetosti pri upogibu z ali brez osne sile

Področje (3) ustreza upogibu z ali brez osne sile. Če povečamo prerez spodnje armature, bodo dilatacije armature pri isti upogibni obremenitvi kot pri e manjše od $\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$ in bo še večji del betonskega prereza tlaččen. Ker smo povečali prerez spodnje armature, smo zmanjšali dilatacijo iz $\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$ na približno $\varepsilon_s = 2,0 \text{ ‰}$, povečali pa tlačno napetost.

Če v natezno cono damo še več armature, potem bo še večji del betonskega prereza tlaččen, tako kot na dilatacijski črti f. Dilatacije armature $\leq 2,0 \text{ ‰}$ namreč pomenijo, da se armatura že nahaja v elastičnem območju (veljavnost Hookovega zakona, linearni odnos). Pri teh malih dilatacijah smo praktično že pri čistem upogibu, izčrpan je samo beton, zatorej tudi porušitev nastopi samo po betonu.

d) Diagram dilatacij za upogib z osno silo ali čisti upogib in ekscentrični tlak z majhno ekscentriteto

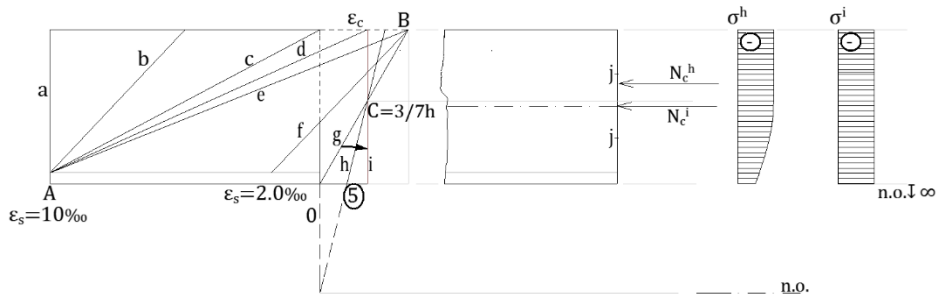


Slika 5.10: Napetosti pri upogibu z osno silo ali samo čistem upogibu

Področje (4) ustreza upogibu z osno silo ali samo čistemu upogibu. Ko nastopi dilatacija armature $\varepsilon_s \cong 0,0 \text{ ‰}$, postane cel betonski prerez tlaččen. V betonu ni razpok. Porušitev nastopi po betonu in nenadno, torej v trenutku, brez opozoril.

Dilatacijska premica g pa odgovarja tudi diagramu dilatacije pri ekscentričnem tlaku z majhno ekscentriteto ($e \leq j$), ko je prijemališče tlačne osne sile v zgornji točki jedra prereza, nevtralna os pa na njegovem spodnjem delu.

e) Diagram dilatacij za ekscentrični tlak z majhno ekscentriteto in centrični tlak



Slika 5.11: Napetosti pri ekscentričnem tlaku male ekscentritete ($e < j$) ali centričnem tlaku, ko je izčrpan beton

Področje (5) ustreza ekscentričnemu tlaku male ekscentritete ($e < j$) ali centričnemu tlaku, ko je izčrpan beton. Če se sedaj prijemališče tlačne osne sile približa težišču jedra prereza, bodo dilatacije armature potekale po dilatacijski premici h . Spodnja armatura bo tlačna, kar predstavlja nevarnost porušitve po betonu – nevarnost krhkega loma. V zgornjem delu prereza nastopi ekscentrični tlak. Točko rotacije prereza predstavlja točka $C = \frac{3}{7}h$ od zgornjega roba prereza. Nevtralna os poteka izven prereza.

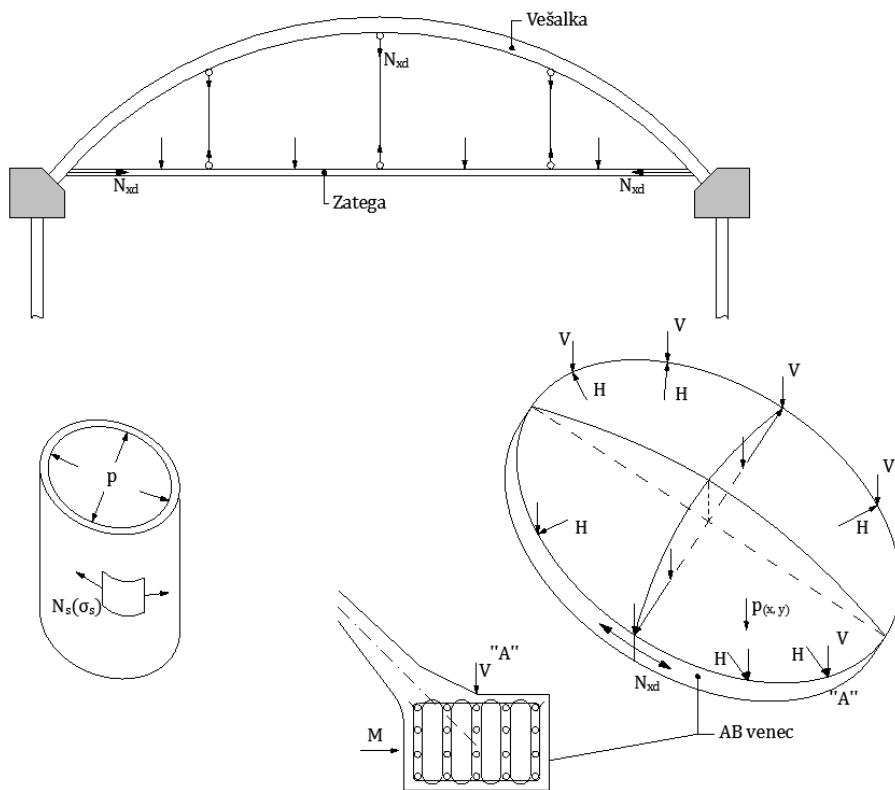
Če tlačna sila deluje v težišču prereza, diagram dilatacije predstavlja dilatacijska črta i . Nevtralna os je v neskončnosti. Nastopi centrični tlak, torej je napetost po celotnem prerezu konstantna. Pri centričnem tlaku so dilatacije betona omejene na $\varepsilon_{c,max} = 2,0 \text{ ‰}$. Točko rotacije tudi pri dilatacijski črti i predstavlja točka $C = \frac{3}{7}h$ od zgornjega roba prereza.

Najprej je bila točka rotacije prereza točka A, nato točka B, ko je šla tlačna osna sila v jedro prereza, pa je postala z omejitvijo dilatacije betona na $\varepsilon_{c,max} = 2,0 \text{ ‰}$ točka rotacije prereza točka C.

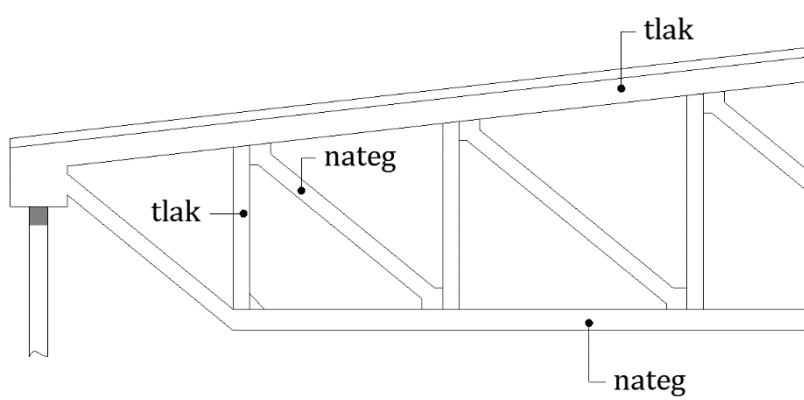
6 Dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij s centrično natezno osno silo in ekscentrično natezno silo male ekscentritete

Dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij zajema določitev betonskega prereza, prereza armature, dokaz napetostnega stanja, specifičnih deformacij za MSN ter razpok in povesov kot deformacij za MSU.

Centrični nateg nastopa v vešalkah, ločenih konstrukcijah, zategah, krožnem vencu krogelne lupine, cilindričnih lupinah zbiralnikov, silosov in rezervoarjev ter nateznih palicah predalčnih nosilcev. Te primere prikazuje spodnja slika.



Slika 6.1: Primeri nateznih obremenitev

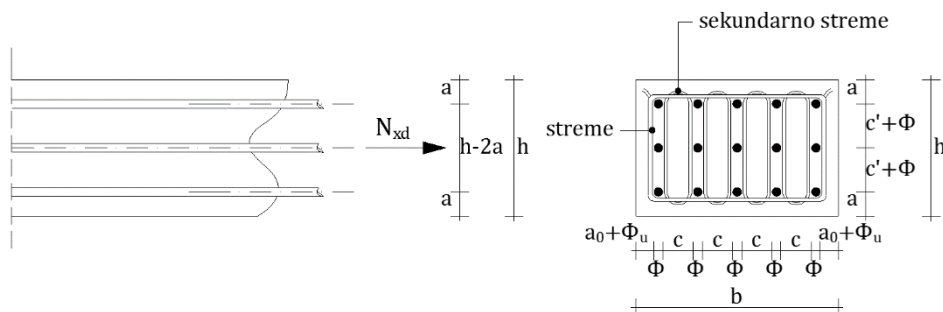


Slika 6.2: Primeri nateznih in tlačnih obremenitev v paličju

Natezne palice predalčnega nosilca so pretežno obremenjene s centrično natežno silo z malim deležem upogibnih momentov, ki nastanejo zaradi pomikov vozlišč.

6.1 Centrični nateg

Centrično tegnjeni elementi se po mejnem stanju nosilnosti (MSN) računajo tako, da vso natežno silo prevzame armatura, ki se po prerezu simetrično namesti. To je primer, ki pripada premici a na Slika 5.7.



Slika 6.3: Centrični nateg in detajl armiranja preseka

Projektna napetost v armaturi v razpoki znaša:

$$\sigma_{sd} = \frac{N_{xd}}{A_s} \leq f_{yd} \quad (6.1)$$

Potreben prerez armature znaša:

$$A_{s,potr.} \geq \frac{N_{xd}}{f_{yd}} \quad (6.2)$$

Če želimo preprečiti nastanek razpok, postopamo na zapisan način, zaradi česar pa bo prerez betona večji.

$$\sigma_{ctd} = \frac{N_{Ed}}{A_{id}} = \frac{N_{Ed}}{A_c + \alpha_E \cdot A_s} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho)} < f_{ctd}$$

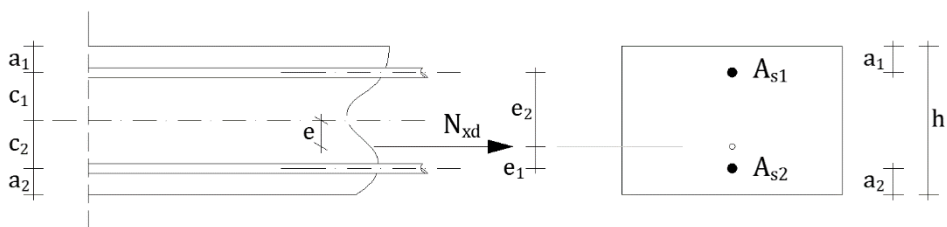
$$A_c \geq \frac{N_{Ed}}{f_{ctd} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho)}; \rho = \frac{A_s}{A_c} \quad (6.3)$$

6.2 Ekscentrični nateg male ekscentričnosti

Iz nauka o trdnosti vemo, da bo mala ekscentriteta nastopila, ko bo ekscentriteta osne sile v jedru prereza (premica b na Slika 5.7) ali na robu jedra prereza (premica c na Slika 5.7). Za armiranobetonske konstrukcije, ki v natezni coni razpokajo, pa velja, da se ekscentrično tegnjeni elementi z malo ekscentriteto računajo, dokler je sila »znotraj« armature.

$$e = \frac{M_d}{N_{xd}} \leq \frac{h}{2} - a \text{ oziroma } \left(\frac{b}{2} - a \right) \quad (6.4)$$

Prerez armature v bolj in manj obremenjenem delu prereza izračunamo po (6.5) in (6.6).



Slika 6.4: Ekscentrični nateg pravokotnega prereza

$$A_{s,max} = A_{s2} = \frac{N_{xd} \cdot (c_1 + e)}{f_{yd} \cdot (c_1 + c_2)} = \frac{N_{xd} \cdot e_2}{f_{yd} \cdot (c_1 + c_2)} \quad (6.5)$$

$$A_{s1} = \frac{N_{xd} \cdot (c_2 - e)}{f_{yd} \cdot (c_1 + c_2)} = \frac{N_{xd} \cdot e_1}{f_{yd} \cdot (c_1 + c_2)} \quad (6.6)$$

Da odprtine razpok čim bolj minimiziramo, bomo izbrali (pri centričnem in ekscentričnem nategu) čim več tanjših armaturnih palic, saj bodo zaradi tega tudi razmiki med razpokami krajši (glej poglavje 4).

Dimenzije preseka natezanih elementov določimo na osnovi spodaj zapisanih alinej:

- običajne konstrukcije v suhem okolju;
- konstrukcije v agresivnem in vlažnem okolju;
- »vodotesne« konstrukcije (bele kadi).

Račun razpok bo podan pri MSU.

6.3 Priključek vešalke na nosilec z zanko in preklpom (izvedba armaturnega členka)

Pozicija 1: premer vzdolžne armature \varnothing_1

Pozicija 2: premer zanke \varnothing_2

n ... število zank (v našem primeru $n = 5$)

Sila na vertikalni krak zanke:

$$S_{1,d} = \frac{N_{xd}}{2 \cdot n} \quad (6.7)$$

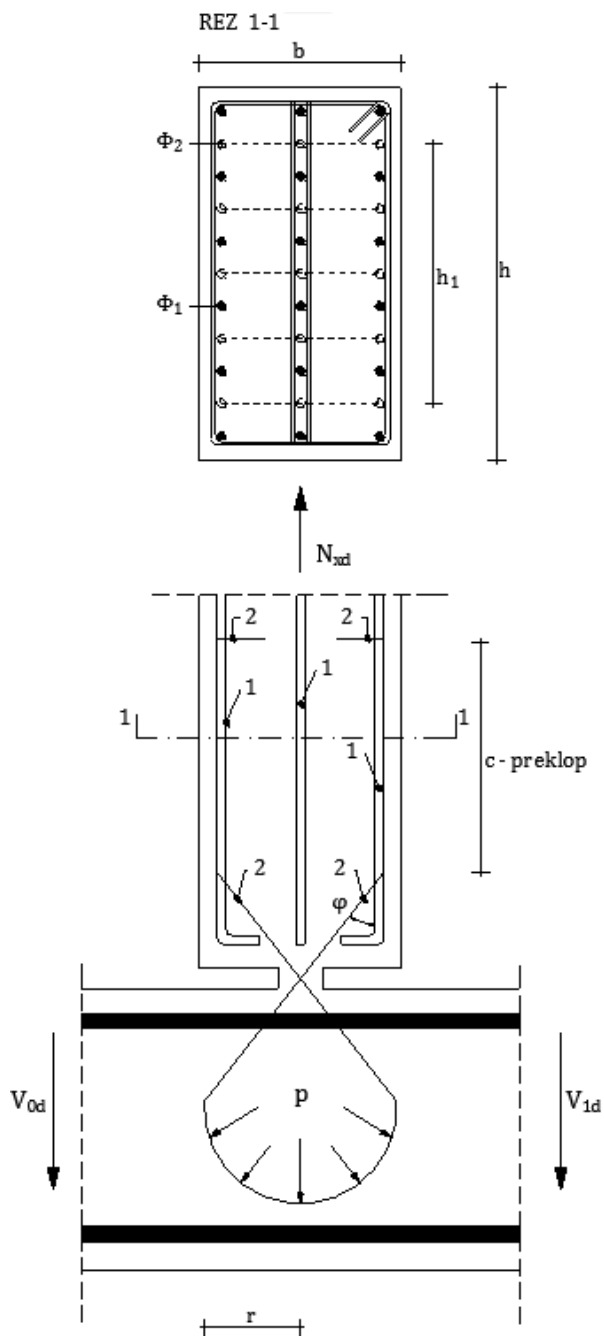
Pritisk na beton pod zanko izračunamo po kotelni formuli:

$$p_{1,d} = \frac{S_{1,d}}{r}; \left[\frac{kN}{cm} \right] \quad (6.8)$$

Napetost na beton pod zanko znaša:

$$\sigma_{ctd} = \frac{p_{1,d}}{\varnothing_2} = \frac{S_{1,d}}{r \cdot \varnothing_2} \leq f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,0 \cdot f_{cd} \quad (6.9)$$

Opomba: zaradi boljše preglednosti na Slika 6.5 stremena niso prikazana!



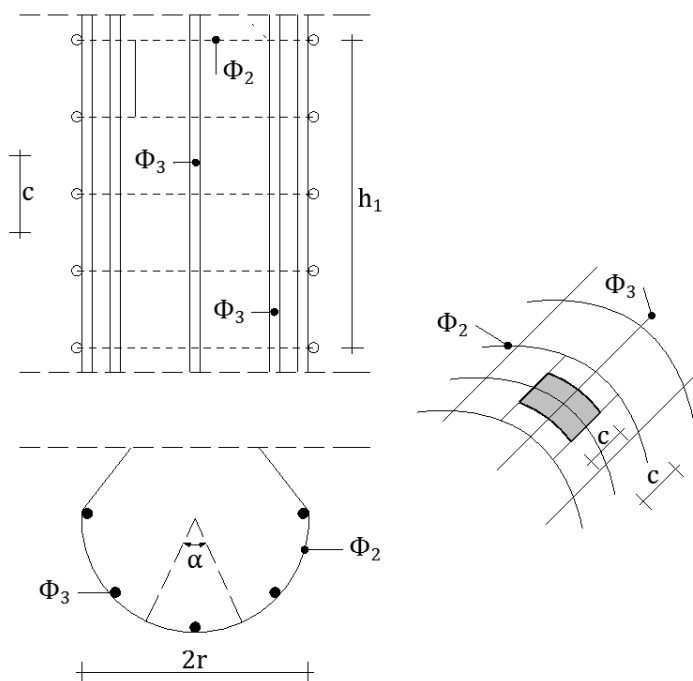
Slika 6.5: Armaturni členek in priključek vešalke na nosilec

$A_{c0} = n \cdot r \cdot \pi \cdot \Phi_2$... konkretna površina med betonom in zanko (reducirna površina), ki ima isto težišče kot nereducirna površina

$A_{c1} = r \cdot \pi \cdot h_1$... nereducirna površina (plašč valja)

V primeru, da (6.9) ni izpolnjena, moramo povečati premer r (če je možno) ali \emptyset zanke. Možna pa je tudi povečava konkretne površine A_{c0} s prečno armaturo Φ_3 in dolžino h_1 , kar prikazuje Slika 6.6.

Kontaktne napetosti pod delom zanke (kotom α) in prečno armaturo Φ_3 pa izračunamo po enačbah (6.10) in (6.11), kjer sta $c = \frac{h_1}{n}$ in Φ_3 premer ravne armature pod zanko.



Slika 6.6: Prikaz povečave konkretne površine A_{c0} s prečno armaturo

$$\sigma_{ctd} = \frac{\frac{p_{1,d} \cdot 2\pi \cdot \alpha}{180}}{\frac{2\pi \cdot \alpha}{180} \cdot \phi_2 + c \cdot \phi_3} \leq f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,0 \cdot f_{cd} \quad (6.10)$$

$$A_{c0} = r \cdot \pi \cdot \phi_2 + n_1 \cdot c \cdot \phi_3 \quad (6.11)$$

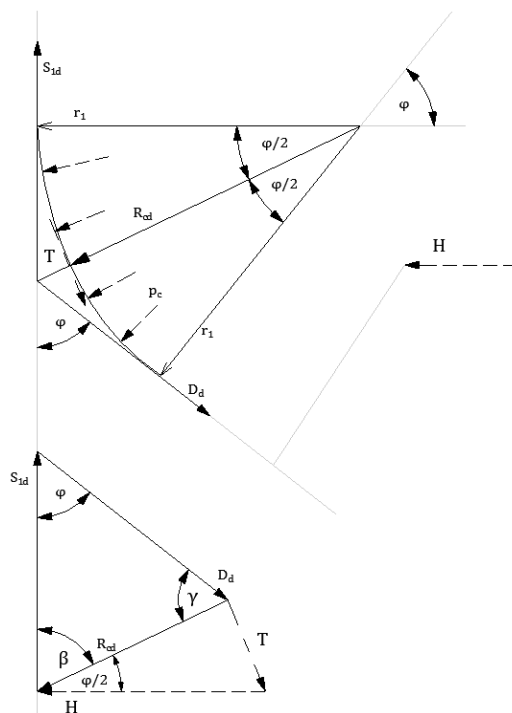
n_1 ... število ravnih palic (ϕ_3) pod zanko

$$A_{c1} = r \cdot \pi \cdot c$$

Kontrolirati moramo še kontaktne napetosti betona na »prelomu« poševnih palic (v stebru in nosilcu), ki morajo prav tako zadoščati vrednostim, podanim v (6.9).

Opomba:

$$\sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,0$$



$$\hat{l} = \frac{r_1 \cdot \pi \cdot \varphi}{180}; \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}; \gamma = \pi - \varphi - \frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2} = \beta$$

$$\frac{R_{cd}}{\sin\varphi} = \frac{S_{1d}}{\sin\gamma} = \frac{D_d}{\sin\beta}; R_{cd} = \frac{\sin\varphi}{\sin\gamma} \cdot S_{1d}; D_d = S_{1d} \quad (6.12)$$

za $\varphi = 45^\circ$; $\gamma = \beta = 67,5^\circ$

$$R_{cd} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 67,5^\circ} \cdot S_{1d} = 0,765 \cdot S_{1d}$$

$$\sigma_{cd} = \frac{R_{cd} \cdot 180^\circ}{r_1 \cdot \pi \cdot \varphi \cdot \varnothing_2} \quad (6.13)$$

$$\sigma_{cd} = \frac{0,765 \cdot S_{1d}}{r_1 \cdot \varnothing_2 \cdot 0,785} = \frac{0,974 \cdot S_{1d}}{r_1 \cdot \varnothing_2}$$

$$\sigma_{cd} \leq f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,0 \cdot f_{cd}$$

Projektna sidrna dolžina znaša:

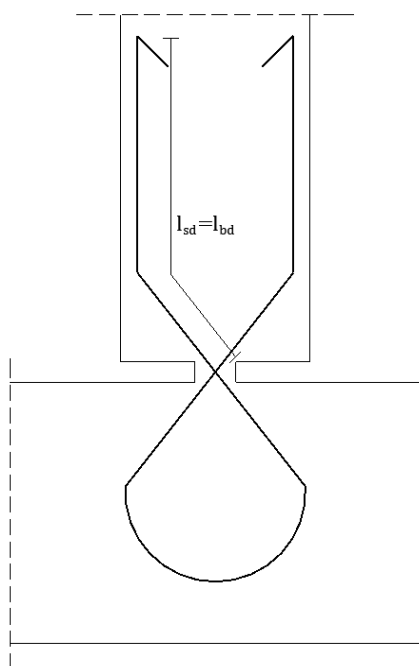
$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{b,min}$$

Osnovna zahtevana dolžina sidranja znaša:

$$l_{b,rqd} = \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}}$$

Najmanjša sidrna dolžina $l_{b,min}$ pri sidranju nateznih palic znaša:

$$l_{b,min} > (0,3 \cdot l_{b,rqd}; 10 \varnothing; 100 \text{ mm})$$



Slika 6.7: Dolžina sidranja

Veljati mora: $(\alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_5) \geq 0,7$

α_1 ... koeficient, ki upošteva vpliv oblike krivljenja palice pri zagotovljenem zadostnem krovnem sloju betona

α_2 ... koeficient, ki upošteva vpliv minimalnega krovnega sloja betona

α_3 ... koeficient za upoštevanje vpliva objetja s prečno armaturo

α_4 ... koeficient za upoštevanje vpliva ene ali več privarjenih palic vzdolž projektne sidrne dolžine

α_5 ... koeficient za upoštevanje tlačnih napetosti prečno na ravnino cepitve vzdolž projektne sidrne dolžine

$$A_{c0} = \hat{l} \cdot \phi_2 = \frac{r_1 \cdot \pi \cdot \phi}{180^\circ} \cdot \phi_2$$

$$A_{c1} = \hat{l} \cdot \frac{h_1}{n} = \frac{r_1 \cdot \pi \cdot \varphi}{180^\circ} \cdot \frac{h_1}{n}$$

$$\frac{A_{c1}}{A_{c0}} = \frac{h_1}{n \cdot \varnothing_2} = \frac{h_1}{5 \cdot \varnothing_2}$$

$$\frac{R_{cd} \cdot 180^\circ}{r \cdot \pi \cdot \varphi \cdot \varnothing_2} \leq f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{h_1}{n \cdot \varnothing_2}} \leq 3,0 \cdot f_{cd}$$

$$r_{potr.} \geq \frac{R_{cd} \cdot 180^\circ}{\pi \cdot \varphi^\circ \cdot \varnothing_2 \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{h_1}{n \cdot \varnothing_2}}} \text{ ali } r_{potr.} \geq \frac{R_{cd} \cdot 180^\circ}{\pi \cdot \varphi^\circ \cdot \varnothing_2 \cdot 3f_{cd}}$$

(6.14)

7 Upogib

7.1 Uvod

Elementi, obremenjeni z upogibom, so nosilci in plošče. Nosilce lahko dovolj natančno izračunamo kot linijske elemente, če je $\frac{h}{l} \leq 0,4$.

V armiranobetonskih konstrukcijah se razmerje višine nosilca v primerjavi z razponom nahaja v »območju« $\frac{h}{l} = \frac{1}{8} - \frac{1}{20}$, kar je odvisno od statičnega sistema konstrukcije in obtežbe.

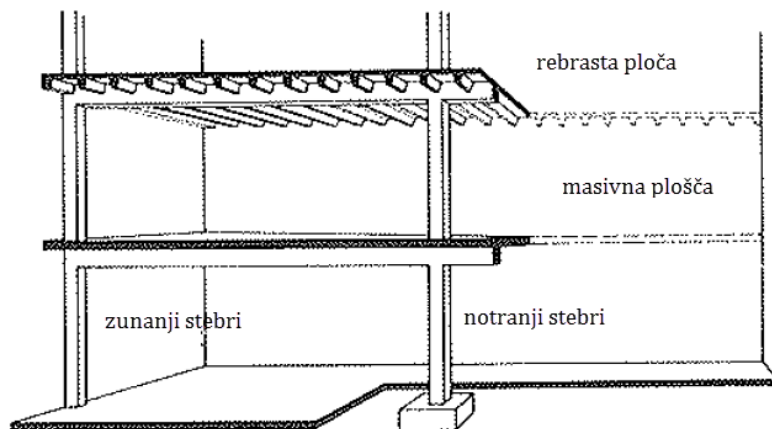
Prečni prerezi upogibnih nosilcev so lahko: pravokotni, trikotni, okrogli prerezi T in I itd.

Pri upogibno obremenjenih nosilcih se v natezni coni polaga armatura, ki jo s stremeni povežemo z montažno armaturo v armaturni skelet, ki ga položimo prek betonskih podstavkov na opaz. Tudi montažna armatura se lahko uporabi kot nosilna (statična) armatura. Vzdolžna armatura se praviloma razporedi simetrično po širini prereza.

Tudi stebri v armiranobetonskih konstrukcijah so upogibno obremenjeni, vendar je delež osne sile pri teh elementih neprimerno večji kot pri nosilcih.

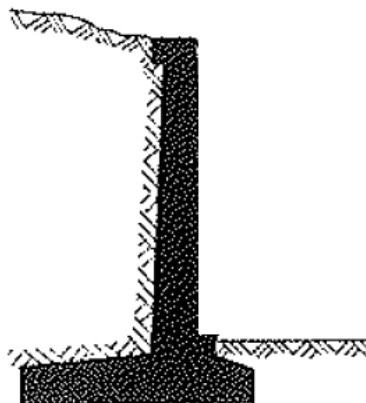
Enako velja za stene, ki so lahko upogibno obremenjene kot plošče, vendar je delež osne sile neprimerno večji kot pri ploščah.

a) Večetažni okvir s stropnimi ploščami



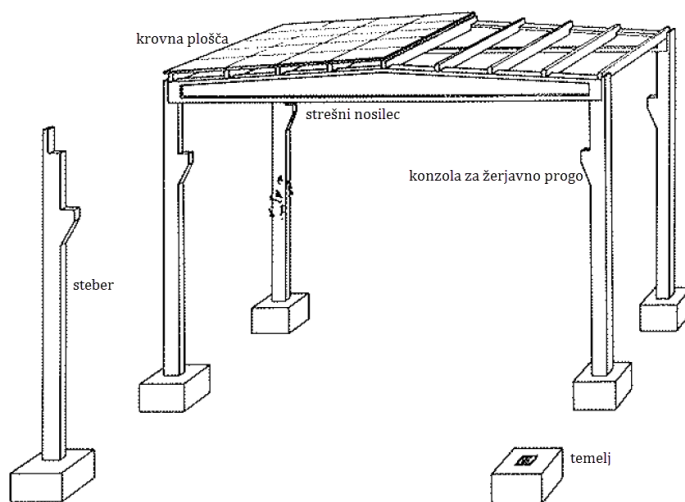
Slika 7.1: Večetažni okvir s stropnimi ploščami [5]

b) Oporna stena



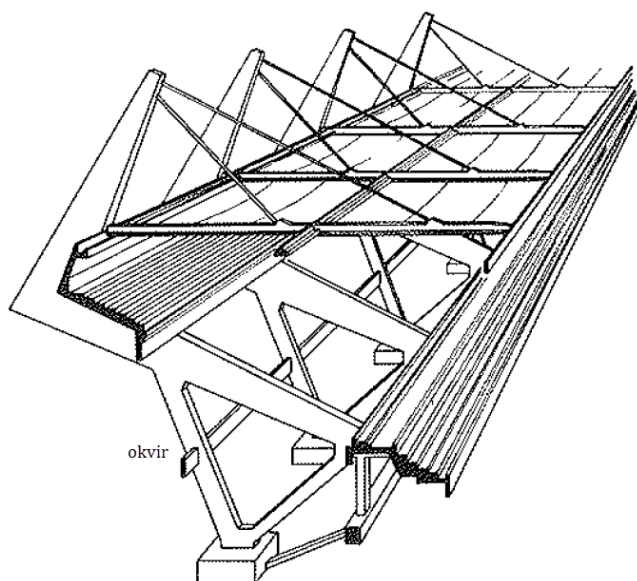
Slika 7.2: Oporna stena [5]

c) Montažna hala

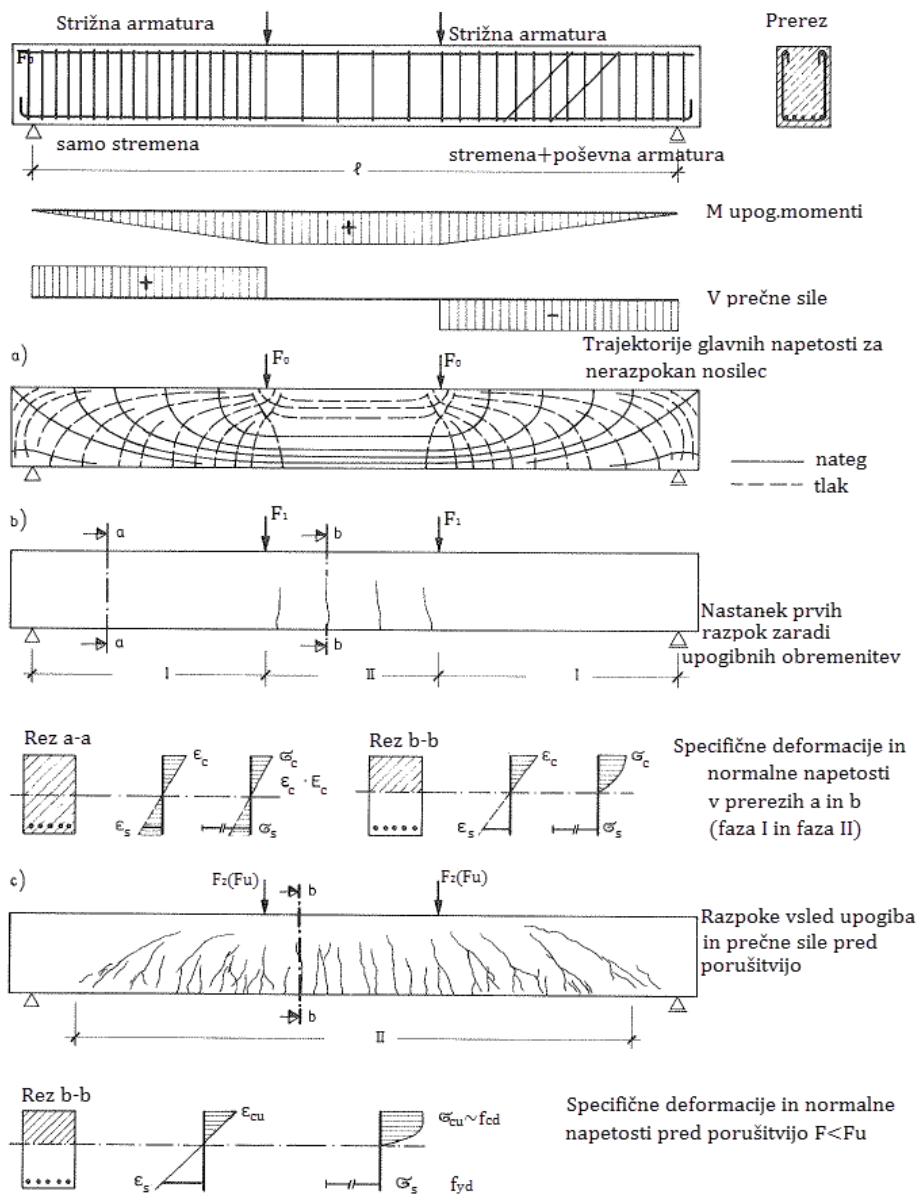


Slika 7.3: Montažna hala [5]

d) Prostorska konstrukcija



Slika 7.4: Prostorska konstrukcija [5]



Slika 7.5: Nosilnost in faze prostoležčega armiranobetonskega nosilca pri obtežbah od $F_0 \rightarrow F_u$ [5]

Slika 7.5 prikazuje armiranobetonski nosilec pravokotnega in konstantnega prereza, obtežen z dvema simetričnima silama ter armiran z vzdolžno in stremensko oziroma poševno armaturo.

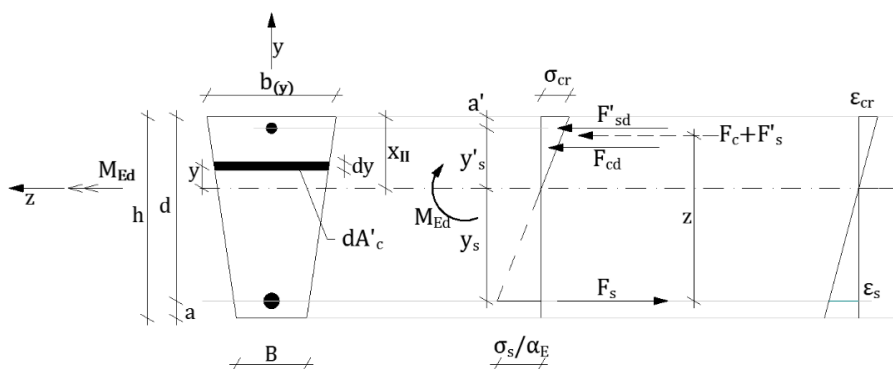
Pri majhnih silah F_0 , ko še ne nastopijo razpoke ($F < F_{cr}$; $M < M_{cr}$), so po celotnem nosilcu natezne napetosti nižje od nateznih trdnosti ($\sigma_{ct} < f_{ctm}$). Govorimo o fazi I, pri kateri se »pojavi« trajektorije glavnih napetosti (Slika 7.5a). S porastom obtežbe $F_1 > F_0$ se pojavijo prve razpoke v odseku med silama F_1 ($\sigma_{ct} \geq f_{ctm}$), kar prikazuje Slika 7.5b. To območje se nahaja v fazi II. Območje proti podporam pa se nahaja v fazi I, kjer ni bilo opaziti razpok.

Na Slika 7.5b so tudi prikazani diagrami specifičnih deformacij ($\varepsilon_c, \varepsilon_s$) in normalnih napetosti $\sigma_c, \sigma_{ct}, \sigma_s$ oziroma $\frac{\sigma_s}{\alpha_E}$ za območji I in II.

S ponovnim porastom obtežbe $F_2 > F_1$ se pojavijo tudi razpoke proti podporam, med silama F_2 pa prav tako nastanejo nove razpoke. Razpoke proti podporam so vse bolj nagnjene, to pa zato, ker so tudi glavne natezne napetosti σ_1 (Slika 7.5a), ki jih je povzročila prečna sila, nagnjene k osi nosilca. Pri visoki obtežbi F_n je skoraj ves nosilec v fazi II, samo prerezi v neposredni bližini podpor ostanejo v fazi I.

7.2 Teoretične osnove dimenzioniranja armiranobetonskih nosilcev pri upogibni obremenitvi brez osne sile (delovni diagram betona (DDB) – kvadratna parabola + premica)

Mejno stanje uporabnosti (MSU) – faza IIa



Slika 7.6: Diagram napetosti in dilatacij za MSU

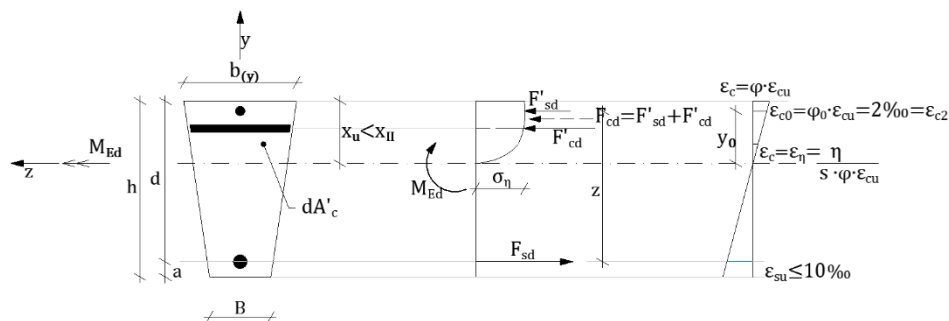
Nevtralna os ... $x_{II} \rightarrow S'_c + S'_c - \alpha_E \cdot S_s = 0$

Idealni vztrajnostni moment ... $I_{II d} = I'_c + \alpha_E \cdot I_s = \int_{A'_c} y^2 dA + \alpha_E (A_s \cdot y_s^2 + A'_s \cdot I_s'^2)$

$$\begin{aligned} M_{Ed}^{IIa} &= \sum_i M_i \text{ oziroma } M_{Ed} \\ &= M_g + M_{Q1} + \sum_{i>0} \Psi_{0i} \cdot M_i \text{ ali} \end{aligned}$$

$$M_{Ed} = M_g + \sum_{i>0} \Psi_{2i} \cdot M_i$$

Mejno stanje nosilnosti (MSN) – faza IIb



Slika 7.7: Diagram napetosti in dilatacij za MSN

$$\begin{aligned} M_{Ed}^{IIb} &= \sum_i \gamma_i \cdot M_i \text{ oziroma } M_{Ed} \\ &= \gamma_g \cdot M_g + \gamma_{Q1} \cdot M_{Q1} + \sum_{i>1}^n \Psi_{0i} \cdot \gamma_{Qi} \cdot M_i \end{aligned}$$

Predpostavke, ki jih upoštevamo za določitev potrebnih obremenitev za MSN (z uporabo delovnega diagrama betona (DDB) – kvadratna parabola in premica):

- a) Velja Bernoulli-Eulerjeva hipoteza (ϵ -diagram je linearen). Enačbi napetosti betona: dokaz bo podan za $C < 50$ MPa ($n = 2$).

$$\text{b) } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} = 2 \text{ ‰}$$

$$\sigma_c = \sigma_\eta = f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (7.1)$$

$$\text{c) } \varepsilon_{cu2} \geq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}; \sigma_c = f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

V natezni coni prevzame v razpoki vse natezne napetosti armatura.

$$\text{d) } \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s, \text{ ko je } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{fyd}$$

$$\text{Glej DDA.} \quad (7.2)$$

$$\text{e) } \sigma_s = f_{yd} \text{ ko je } \varepsilon_s > \varepsilon_{fyd}$$

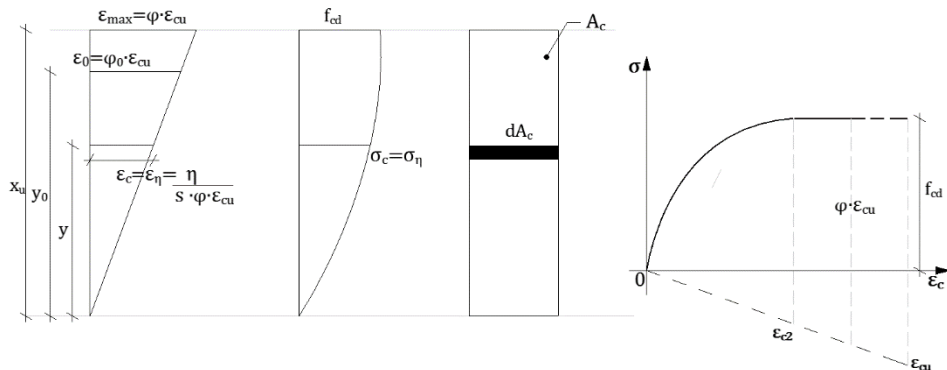
f) Statična širina betona je funkcija oddaljenosti vlakna $y_{(\eta)}$ od nevtralne osi.

B ... privzeta statična širina (primerjalna statična širina); $b = \beta_{(\eta)} \cdot B$

Robno dilatacijo betona označimo z $\varphi \cdot \varepsilon_{cu}$, kar pomeni, da beton ni izčrpal svoje nosilnosti, čeprav je ali ni dosegel projektne tlačne trdnosti f_{cd} . Za izračun napetosti in specifičnih deformacij v območju parabole bomo (7.2) pisali v nekoliko drugačni obliki. Pri tem bomo računali z brezdimenzijskima ordinatama η in s :

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{y}{d} \\ s &= \frac{x_u}{d} \end{aligned} \quad (7.3)$$

Upoštevali bomo tudi spodnjo sliko in enačbe (7.4)–(7.6).



Slika 7.8: Diagrami dilatacije in napetosti betona za MS

Za $y < y_0$:

$$\frac{y}{x_u} = \frac{\varepsilon_c}{\varphi \cdot \varepsilon_{cu}} \rightarrow \varepsilon_c = \frac{y}{x_u} \cdot \varphi \cdot \varepsilon_{cu} = \frac{\eta}{s} \cdot \varphi \cdot \varepsilon_{cu} = \varepsilon_{\eta} \quad (7.4)$$

$$\varphi_0 = \frac{4}{7} \rightarrow \varepsilon_0 = \varepsilon_{c2} = \varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu} \quad (7.5)$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon_{c,max}}{\varepsilon_{cu}}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{\varphi \cdot \varepsilon_{cu}} = \frac{\varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu}}{\varphi \cdot \varepsilon_{cu}} = \frac{y_0}{x} \rightarrow y_0 = \frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot x_u \quad (7.6)$$

$$\eta_0 = \frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s$$

$$\sigma_c = \sigma_{\eta} = 2 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2} \cdot \frac{\eta}{s^2} \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s - \frac{\varphi}{2} \right] \cdot f_{cd} \quad (7.7)$$

Za $\varphi_0 = \frac{4}{7}$ in $\varphi < \frac{4}{7}$ normalne napetosti tlačnega vlakna betona izračunamo po (7.8):

$$\sigma_c = \sigma_{\eta} = 2 \cdot \frac{\varphi^2}{\left(\frac{4}{7}\right)^2} \cdot \frac{\eta}{s^2} \cdot \left[\frac{4}{7 \cdot \varphi} \cdot s - \frac{\eta}{2} \right] \cdot f_{cd}$$

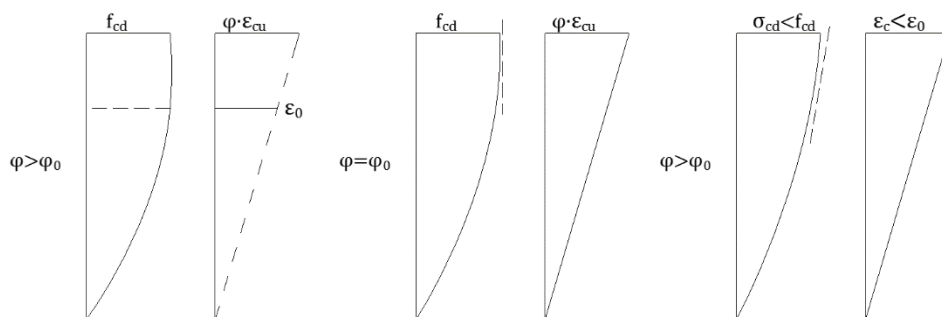
$$= \left[\frac{8 \cdot \varphi^2 \cdot s \cdot 49}{16 \cdot 7 \cdot \varphi \cdot s^2} - \frac{\varphi^2 \cdot \eta^2 \cdot 49}{16 \cdot s^2} \right] \cdot f_{cd}$$

$$\sigma_c = \left[\frac{7}{2} \cdot \varphi \cdot \frac{\eta}{s} - \frac{49}{16} \cdot \varphi^2 \cdot \left(\frac{\eta}{s} \right)^2 \right] \cdot f_{cd} = \varphi' \cdot f_{cd} \quad (7.8)$$

$\varphi' \leq 1$... količnik robnih napetosti betona, ko je robna dilatacija $\varepsilon_c^2 < \varepsilon_{c2} = 2 \text{ ‰}$

Deformacije najbolj tlačnega roba $\varepsilon_{c,max}$ so lahko:

$$\varepsilon_{c,max} \lesseqgtr \varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu}$$



Primerjava (7.1) in (7.7):

$$\sigma_c = \sigma_\eta = \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] \cdot f_{cd} = \frac{2}{\varepsilon_{c2}} \cdot \left[\varepsilon_c - \frac{\varepsilon_c^2}{2\varepsilon_{c2}} \right] \cdot f_{cd} \quad (7.9)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_\eta; \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_{c2}$$

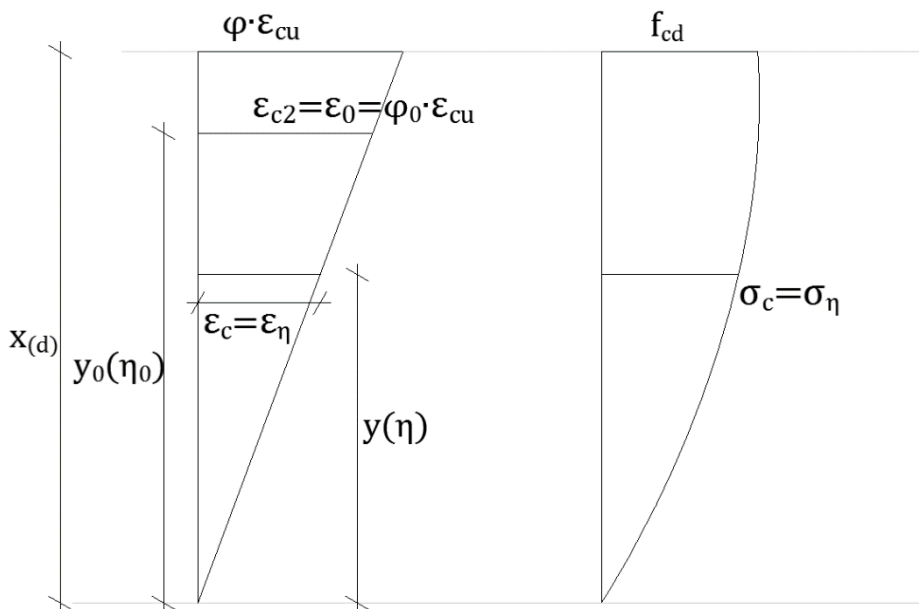
$$\sigma_c = \sigma_\eta = \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \cdot \left[1 - \frac{\varepsilon_c}{2\varepsilon_{c2}} \right] \cdot f_{cd} \quad (7.10)$$

$$\frac{y}{x} = \frac{\varepsilon_c}{\varphi \cdot \varepsilon_{cu}} \rightarrow \varepsilon_c = \frac{y}{x} \cdot \varphi \cdot \varepsilon_{cu} = \frac{\eta}{s} \cdot \varphi \cdot \varepsilon_{cu} \quad (7.11)$$

$$\varphi_0 = \frac{4}{7} \rightarrow \varepsilon_0 = \varepsilon_{c2} = \varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu} = \frac{4}{7} \cdot 3,5 \text{ ‰} = 2 \text{ ‰}$$

$$\eta = \frac{y}{d}; s = \frac{x}{d}; \varepsilon_{c2} = \varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu}$$

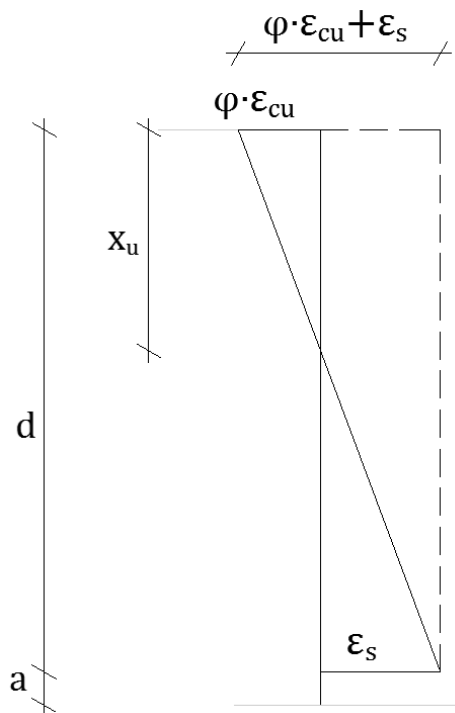
$$\frac{\varepsilon_0}{\varphi \cdot \varepsilon_{cu}} = \frac{\varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu}}{\varphi \cdot \varepsilon_{cu}} = \frac{y_0}{x} \rightarrow y_0 = \frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot x_u; \eta_0 = \frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s \quad (7.12)$$



Ko vrednosti iz (7.11) in (7.12) vstavimo v (7.10), dobimo:

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \frac{2 \cdot \frac{\eta}{s} \cdot \varphi \cdot \varepsilon_{cu}}{\varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu}} \cdot \left[1 - \frac{\eta}{s} \cdot \frac{\varphi \cdot \varepsilon_{cu}}{2 \cdot \varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu}} \right] \cdot f_{cd} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{\eta}{s} \cdot \varphi}{\varphi_0} \cdot \left[1 - \frac{\eta}{s} \cdot \frac{\varphi}{\varphi_0} \cdot \frac{1}{2} \right] \cdot f_{cd} \\ &= 2 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2} \cdot \frac{\eta}{s^2} \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s - \frac{\eta}{s} \cdot \frac{\varphi}{\varphi_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s \right] \\ &\quad \cdot f_{cd} \\ \sigma_c = \sigma_\eta &= 2 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2} \cdot \frac{\eta}{s^2} \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s - \frac{\eta}{2} \right] \cdot f \end{aligned}$$

Določitev lege nevtralne osi x_u : nevtralno os določata dilataciji betona in armature.

Slika 7.9: Potek dilatacij (ϵ -diagram)

$$\frac{x}{\varphi \cdot \epsilon_{cu}} = \frac{d}{\varphi \cdot \epsilon_{cu} + \epsilon_s}$$

$$x = \frac{1}{1 + \frac{\epsilon_s}{\varphi \cdot \epsilon_{cu}}} \cdot d = s \cdot d \quad (7.13)$$

$$s = \frac{1}{1 + \frac{\epsilon_s}{\varphi \cdot \epsilon_{cu}}} \quad (7.14)$$

Ko sta beton in armatura istočasno izcprana, znaša:

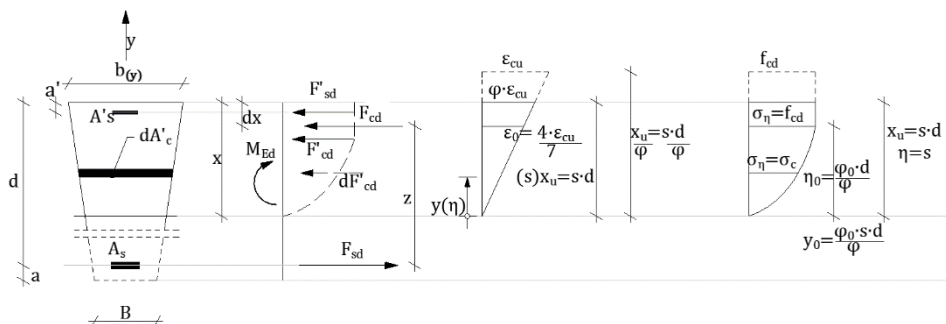
$$\varphi = 1; \epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}; \epsilon_s = 10 \text{ ‰}$$

in

$$s = \frac{1}{1 + \frac{10}{3,5}} = 0,259 \cong 0,26$$

To pomeni, da je dobra četrtina statične višine nosilca tlačena.

Določitev statične višine $d = (h - a)$



Slika 7.10: Prikaz dilatacij in napetosti »pred porušitvijo« rezultant tlačnih napetosti betona armature ter natezne armature in diferenciala tlačnih napetosti dF'_{cd}

Diferencial tlačne napetosti betona Tlačna rezultanta betona

$$dF'_c = \sigma_\eta \cdot dA'_c \quad \rightarrow \quad F'_c = \int_{A'_c} \sigma_\eta \cdot dA'_c \quad (7.15)$$

$$dA'_c = b_{(y)} \cdot dy = \beta_{(y)} \cdot B \cdot d d_\eta$$

$\beta_{(y)}$... funkcija statične širine tlačnega betona

$$y = \eta \cdot d$$

$$\frac{dy}{d_\eta} = d \rightarrow dy = d \cdot d_\eta$$

$$\sigma'_s = f_{yd} \text{ če je } \varepsilon'_s \geq \varepsilon_{fyd}; \quad \sigma'_s = \varepsilon'_s \cdot E_s, \text{ če je } \varepsilon'_s < \varepsilon_{fyd}$$

$$\text{Za: } \eta \leq \frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s \rightarrow \sigma_\eta = 2 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2} \cdot \frac{\eta}{s^2} \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s - \frac{\eta}{2} \right] \cdot f_{cd}$$

$$\eta \geq \frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s \rightarrow \sigma_\eta = f_{cd}$$

$$\sigma_\eta = \varphi' \cdot f_{cd}, \text{ če je } \varphi < \varphi_0 = \frac{4}{7}$$

$$F_c = \int dF'_c = \int_{A'_c} \sigma_\eta \cdot dA'_c$$

Iz momentnega ravnotežja na težišče natezne armature dobimo:

$$\int_{A'_c} F'_{cd} \cdot (d - x + y) + f_{yd} \cdot A'_s \cdot (d - a') \geq M_{ds}$$

$$\int_{A'_c}^{\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s} 2 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2} \cdot \frac{\eta}{s^2} \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s - \frac{\eta}{2} \right] \cdot f_{cd} \cdot \beta_{(y)} \cdot B \cdot d^2 \cdot (1 - s + \eta) \cdot d_\eta$$

$$+ \int_{\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s}^s f_{cd} \cdot \beta_{(y)} \cdot B \cdot d^2 \cdot (1 - s + \eta) \cdot d_\eta + f_{yd} \cdot A'_s$$

$$\cdot (d - a') \geq M_{ds}$$

Po ureditvi predhodne enačbe in upoštevanju, da je $\bar{u}' \equiv \bar{\rho}'_2 = \frac{A'_s}{b \cdot d} = \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$ ali $\frac{\sigma'_s}{f_{cd}}$, dobimo:

$$M_{ds} \leq B \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \frac{\varphi^2}{s^2}$$

$$\cdot \left\{ \frac{2}{\varphi_0^2} \cdot \int_0^{\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s} \eta^2 \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s - \frac{\eta}{2} \right] \beta_{(y)} \cdot B \cdot d_\eta + (1 - s) \cdot \frac{2}{\varphi_0^2} \right.$$

$$\cdot \int_0^{\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s} \eta^2 \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s - \frac{\eta}{2} \right] \beta_{(y)} \cdot B \cdot d_\eta + \frac{s^2}{\varphi^2}$$

$$\cdot \int_{\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s}^s \eta \cdot \beta_{(y)} \cdot d_\eta + (1 - s) \cdot \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \int_{\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s}^s \eta \cdot \beta_{(y)} \cdot d_\eta + \bar{\rho}'_r \cdot \frac{s^2}{\varphi^2}$$

$$\left. \cdot \left(1 - \frac{a'}{d} \right) \right\}$$

$$M_{ds} \leq B \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot \left[I_{IIc}^{(1)} + (1-s) \cdot I_{Ic}^{(1)} + I_{IIc}^{(2)} + (1-s) \cdot I_{Ic}^{(2)} + I'_{IIIs} \right] \quad (7.16)$$

Opomba:

$f_{yd} = \sigma'_s$ – ko so dilatacije tlačne armature manjše kot dilatacije pri doseženi meji plastičnosti tlačne armature $\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$, upoštevamo namesto $f_{yd} \sigma'_s = E_s \cdot \varepsilon_s$.

Pri tem sta $I_{IIc}^{(1)}$ in $I_{Ic}^{(1)}$ oblikovni funkciji betona na območju parabole, $I_{IIc}^{(2)}$ in $I_{Ic}^{(2)}$ sta oblikovni funkciji na območju premice ter $I_{IIc}^{(1)}$ in $I_{Ic}^{(1)}$ in I'_{IIIs} so oblikovne funkcije tlačne armature. Vsoto vseh petih sumandov označimo z I_{II} .

$$M_{ds} \leq B \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_{II} \quad (7.17)$$

Statična višina:

$$d \geq \sqrt{\frac{s^2}{\varphi^2 \cdot I_{II}}} \cdot \sqrt{\frac{M_{Ed}}{B \cdot f_{cd}}} = k_b \cdot \sqrt{\frac{M_{Ed}}{B \cdot f_{cd}}} \quad (7.18)$$

Količnik nosilnosti oziroma normirani moment znaša:

$$\frac{M_{ds}}{B \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_{II} = m \quad (7.19)$$

$$I_{II} = I_{IIc}^{(1)} + (1-s) \cdot I_{Ic}^{(1)} + I_{IIc}^{(2)} + (1-s) \cdot I_{Ic}^{(2)} + I'_{IIIs} \quad (7.20)$$

Oblikovna funkcija betona $I_{IIc}^{(1)}$ na območju parabole znaša:

$$I_{IIc}^{(1)} = \frac{2}{\varphi_0^2} \cdot \int_0^{\frac{\varphi_0 \cdot s}{\varphi}} \eta^2 \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s - \frac{\eta}{2} \right] \beta_{(y)} \cdot d\eta \quad (7.21)$$

Oblikovna funkcija betona $I_I^{(1)}$ na območju parabole znaša:

$$I_{Ic}^{(1)} = \frac{2}{\varphi_0^2} \cdot \int_0^{\frac{\varphi_0 \cdot s}{\varphi}} \eta^2 \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s - \frac{\eta}{2} \right] \beta_{(y)} \cdot d_\eta \quad (7.22)$$

Oblikovna funkcija betona $I_{Ic}^{(2)}$ na območju premice znaša:

$$I_{Ic}^{(2)} = \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \int_{\frac{\varphi_0 \cdot s}{\varphi}}^s \eta \cdot \beta_{(y)} \cdot d_\eta \quad (7.23)$$

Oblikovna funkcija betona $I_{Ic}^{(2)}$ na območju premice znaša:

$$I_{Ic}^{(2)} = \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \int_{\frac{\varphi_0 \cdot s}{\varphi}}^s c \cdot \beta_{(y)} \cdot d_\eta \quad (7.24)$$

Oblikovni količnik tlačne armature znaša:

$$I'_{IIs} = \overline{\rho}'_r \cdot \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \left(1 - \frac{a'}{d} \right) \quad (7.25)$$

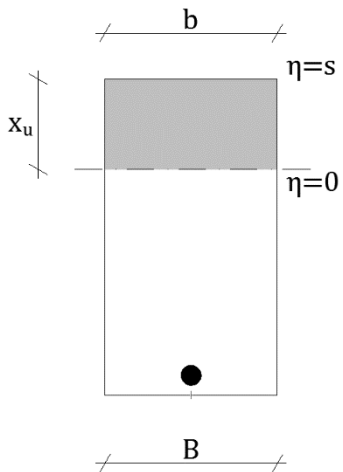
Količnik, ki je odvisen od nevtralne osi, statične širine b ter dilatacij betona in armature:

$$k_b = \sqrt{\frac{s^2}{\varphi^2 \cdot I_{II}}} \quad (7.26)$$

Opomba: izraz za I_{II} lahko vsebuje le 2 (3) sumanda, ko je mejna dilatacija betona $\varepsilon'_c \leq \varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu}$ in $I_{Ic}^{(1)} = I_{Ic}^{(2)} = 0$.

Nekaj zgledov za določitev »funkcij« statične širine $\beta_{(\eta)}$ oziroma $\beta_{(y)}$ je prikazanih na Slika 7.11, Slika 7.12, Slika 7.13 in Slika 7.14.

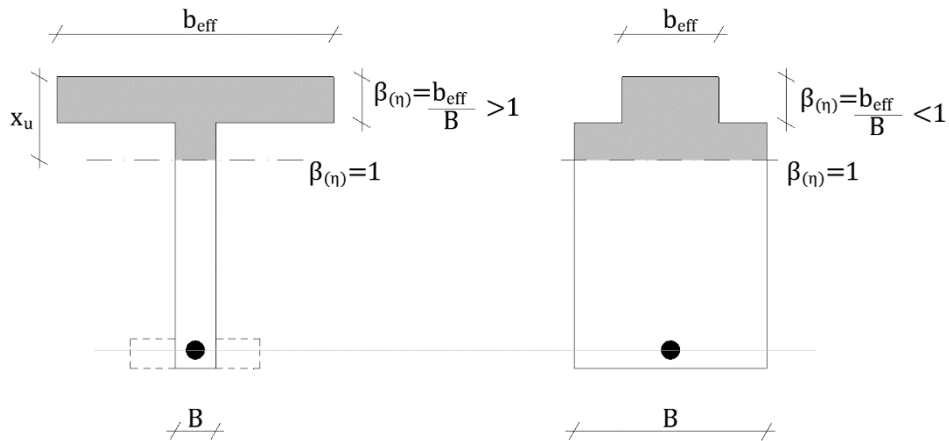
a) Pravokotni prerez:



Slika 7.11: Pravokotni prerez

$$b = \beta_{(\eta)} \cdot B; \beta_{(\eta)} = 1 \quad (7.27)$$

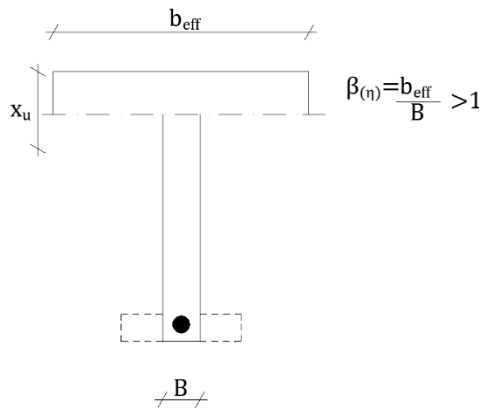
b) Prerez T (nevtralna os v rebru):



$$\beta_{(\eta)} = \frac{b_{eff}}{B} > 1; b = \frac{b_{eff}}{B} \cdot B = b_{eff} \quad (7.28)$$

$$\beta_{(\eta)} = 1; b = 1 \cdot B$$

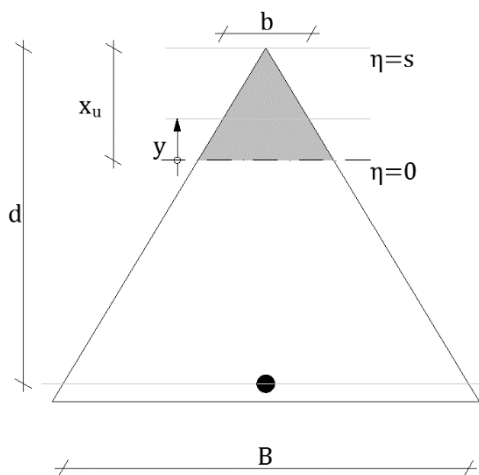
c) Prerez T (nevtralna os v plošči):



Slika 7.13: Prerez T

$$\beta_{(\eta)} = \frac{b_{eff}}{B} > 1; \quad b = \frac{b_{eff}}{B} \cdot B = b_{eff} \quad (7.29)$$

d) Trikotni prerez (neracionalni prerez):



Slika 7.14: Trikotni prerez

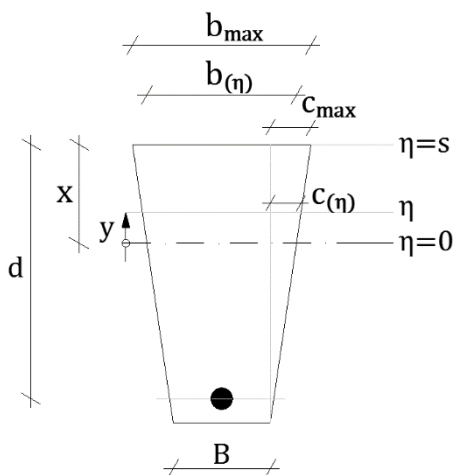
$$\frac{b}{B} = \frac{x_u - y}{d}$$

$$b = \frac{x_u - y}{d} \cdot B = (s - \eta) \cdot B \quad (7.30)$$

$$\beta_{(\eta)} = (s - \eta); \eta = 0 \rightarrow \beta_{(\eta)} = s; b = s \cdot B$$

$$\eta = s \rightarrow \beta_{(\eta)} = 0; b = 0$$

e) Trapezni prerez:



Slika 7.15: Trapezni prerez

$$\left(\frac{b}{2}\right)_{\eta} = \frac{B}{2} + c_{(\eta)}$$

$$c_{(\eta)} = \frac{d - x + y}{d} \cdot \left(\frac{b_{max}}{2} - \frac{B}{2}\right)$$

$$c_{(\eta)} = (1 - s + \eta) \cdot \frac{1}{2}(b_{max} - B)$$

$$b_{(\eta)} = B + 2 \cdot c_{(\eta)} = B + (1 - s + \eta) \cdot \frac{1}{2}(b_{max} - B)$$

$$b_{(\eta)} = (s - \eta) \cdot B + b_{max} \cdot (1 - s + \eta) \quad (7.31)$$

$$\beta_{(\eta)} = \frac{b_{(\eta)}}{B} = s - \eta + \frac{b_{max}}{B} \cdot (1 - s + \eta) \quad (7.32)$$

Velja, ko je:

$$\begin{aligned} \eta = 0 &\rightarrow \beta_{(\eta)} = s + \frac{b_{max}}{B} \cdot (1 - s) = s \left(1 - \frac{b_{max}}{B}\right) + \frac{b_{max}}{B} \\ \eta = s &\rightarrow \beta_{(\eta)} = \frac{b_{max}}{B} \cdot (1) \rightarrow b = \frac{b_{max}}{B} \cdot B = b_{max} \end{aligned}$$

Izračun potrebne natezne armature

Projektno natezno silo armature dobimo iz momentnega ravnotežja na učinkovalnico tlačnih napetosti (F_{cd}).

$$\sum M_{(F'_s + F_c)} = 0 \rightarrow F_{sd} \cdot z - M_{sd} = 0 \quad (7.33)$$

$$F'_d = F_{sd} = \frac{M_{sd}}{z} \quad (7.34)$$

$$A_{s,potr} = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} = \frac{M_{sd}}{z \cdot f_{yd}} \quad (7.35)$$

z ... ročica notranje dvojice

$$z = \frac{M_{sd}}{F_{cd}} = \frac{M_{sd}}{F'_s + F_c} \quad (7.36)$$

$$\begin{aligned} F_{cd} = F_{cd} + F'_{sd} &= \int_{A'_c} \sigma_{\eta} \cdot dA + f_{yd} \cdot A'_s \\ &= \int_0^{\frac{\varphi_0 \cdot s}{\varphi}} 2 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2} \cdot \frac{\eta}{s^2} \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s - \frac{\eta}{2} \right] \cdot f_{cd} \cdot \beta_{(\zeta)} \cdot B \cdot d \cdot d_{\eta} \\ &\quad + \int_{\frac{\varphi_0 \cdot s}{\varphi}}^s f_{cd} \cdot \beta_{(\zeta)} \cdot B \cdot d \cdot d_{\eta} + f_{yd} \cdot A'_s \end{aligned}$$

$$F_{cd} + F'_{s,d} = B \cdot d \cdot \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot f_{cd} \cdot \left[\int_0^{\frac{\varphi_0}{\varphi} s} 2 \cdot \frac{\eta}{\varphi_0^2} \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot s - \frac{\eta}{2} \right] \cdot \beta_{(\eta)} \cdot d_{\eta} + \int_{\frac{\varphi_0}{\varphi} s}^s \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \beta_{(\eta)} \cdot d_{\eta} + \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \frac{A'_s}{B \cdot d} \cdot \frac{s^2}{\varphi^2} \right]$$

$$f_{yd} = \sigma'_s \text{ (glej opombo pri (7.16))}$$

Rezultanta tlačnih napetosti znaša:

$$\begin{aligned} F_{cd} + F'_{s,d} &= B \cdot d \cdot \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot f_{cd} \cdot (I_{Ic}^{(1)} + I_{Ic}^{(2)} + I'_{Is}) \\ &= B \cdot d \cdot \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot f_{cd} \cdot I_I \end{aligned} \quad (7.37)$$

Če enačbo 7.43 vstavimo v enačbo 7.42 in upoštevamo enačbo 7.13, dobimo:

$$z = \frac{B \cdot d^2 \cdot \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot f_{cd} \cdot I_{II}}{B \cdot d \cdot \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot f_{cd} \cdot I_I} = \frac{I_{II}}{I_I} \cdot d = \zeta \cdot d \quad (7.38)$$

Količnik notranje dvojice ζ znaša:

$$\zeta = \frac{I_{II}}{I_I} = \frac{z}{d} < 1 \quad (7.39)$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = \frac{B \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_{II}}{\frac{I_{II}}{I_I} \cdot d \cdot f_{yd}} = B \cdot d \cdot \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_I \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_s = B \cdot d \cdot \bar{\rho} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (7.40)$$

Mehanski količnik armature znaša:

$$\bar{\rho} = \bar{\mu} = \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_I = \frac{A_s}{B \cdot d} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (7.41)$$

Količnik armature znaša:

$$\rho = \mu = \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_I \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{A_s}{B \cdot d} = \frac{A_s}{A_c} \quad (7.42)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_I$$

$$m = \frac{1}{k_b^2} = \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_{II} = \zeta \cdot \bar{\mu} = \frac{I_{II}}{I_I} \cdot \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_I = \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_{II} \quad (7.43)$$

Oddaljenost tlačne rezultante ($F_{cd} + F'_{sd}$) od krajnega tlačnega roba pa dobimo tako:

$$\alpha \cdot x = \alpha \cdot s \cdot d = d - z = d - \zeta \cdot d = (1 - \zeta) \cdot d$$

$$\alpha = \frac{(1 - \zeta) \cdot d}{x} = \frac{(1 - \zeta) \cdot d}{s \cdot d} = \frac{(1 - \zeta)}{s} \quad (7.44)$$

Z (7.33)–(7.44) lahko določimo oblikovne funkcije I_I in I_{II} ter količnike k_b , m , $\bar{\rho}$, α za različne prereze. Za pravokotni prerez [$\beta_{(\eta)} = 1$] podajajo njihove vrednosti enačbe (7.45)–(7.49) in so prikazane v literaturi [22]. Vse našete vrednosti so odvisne od razmerja $\frac{\varphi \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_s}$ oziroma od vrednosti s .

Oblikovni funkciji I_I in I_{II} ter ustrezni količniki za ustrezne primere robnih dilatacij betona $\varphi \cdot \varepsilon_{cu}$ znašajo:

- a) Robna dilatacija ne preseže ε_0 :

$$\varepsilon_{c,max} = \varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu2} = \varepsilon_0; \quad \varphi \leq \varphi_0 \text{ (napetosti samo v obliki kvadratne parabole)}$$

$$I_I = \frac{s^3}{\varphi_0^2} \cdot \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{1}{2} \right] + \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \bar{\mu}' \quad (7.45)$$

$$I_{II} = \frac{s^3}{\varphi_0^2} \cdot \left[\frac{s}{12} + \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{s}{3} \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{1}{3} \right] + \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \bar{\mu}' \cdot \left(1 - \frac{a'}{d} \right) \quad (7.46)$$

$$m = \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2} \cdot s \left[\frac{s}{12} + \frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot \left(1 - \frac{s}{3} \right) - \frac{1}{3} \right]; \bar{\mu}' = 0 \quad (7.47)$$

$$k_b = \sqrt{\frac{1}{m}}$$

$$\zeta = \frac{I_{II}}{I_I} = \frac{\left(\frac{s}{12} + \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{s}{3} \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{1}{3} \right)}{\frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{1}{3}} = \frac{m}{\bar{\mu}}; \bar{\mu}' = 0 \quad (7.48)$$

$$\bar{\rho} = \bar{\mu} = \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_I = \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2} \cdot s \left[\frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{1}{3} \right]; \bar{\mu}' = 0 \quad (7.49)$$

$$\alpha = \frac{(1 - \zeta)}{s}$$

Takšni prerezi, ko ni izčrpana dilatacija betona, so neekonomični. Nosilci so »visoki«.

- b) Robna dilatacija preseže ε_0 , ne preseže pa ε_{cu2} :

$$\varepsilon_0 < \varepsilon_{c,max} \leq \varepsilon_{cu2}; \varphi_0 < \varphi < 1$$

$$I_I = \frac{s^3}{\varphi^2} \cdot \left[1 - \frac{\varphi_0}{3\varphi} \right] + \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \bar{\mu}' \quad (7.50)$$

$$I_{II} = \frac{s^3}{\varphi^2} \cdot \left[1 - \frac{s}{2} - \frac{\varphi_0}{3\varphi} \cdot (1-s) - \frac{s \cdot \varphi_0^2}{12 \cdot \varphi^2} \right] + \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \bar{\mu}' \cdot \left(1 - \frac{a'}{d} \right) \quad (7.51)$$

$$m = s \left[1 - \frac{s}{2} - \frac{\varphi_0}{3\varphi} \cdot \left(1 - \frac{s}{3} \right) - \frac{s \cdot \varphi_0^2}{12 \cdot \varphi^2} \right]; \bar{\mu}' = 0 \quad (7.52)$$

$$\bar{\mu}' = \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_I = s \left[1 - \frac{\varphi_0}{3\varphi} \right]; \bar{\mu}' = 0 \quad (7.53)$$

$$\zeta = \frac{I_{II}}{I_I} = \frac{\left(1 - \frac{s}{2} - \frac{\varphi_0}{3\varphi} \cdot (1-s) - \frac{s \cdot \varphi_0^2}{12 \cdot \varphi^2} \right)}{1 - \frac{\varphi_0}{3\varphi}}; \bar{\mu}' = 0 \quad (7.54)$$

Dilatacija betona znaša $\varepsilon_{cu2} = \varepsilon_{c,max} = 3,5 \text{ ‰}$:

$$I_I = \frac{s^3}{1} \cdot \left[1 - \frac{4}{3 \cdot 7} \right] = \frac{17}{21} \cdot s^3; \bar{\mu}' = 0 \quad (7.55)$$

$$I_{II} = \frac{17}{21} \cdot s^3 - \frac{33}{98} \cdot s^4; \bar{\mu}' = 0 \quad (7.56)$$

$$s = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_s}{3,5}}; \varepsilon_s \neq \text{const.} \quad (7.57)$$

$$k_b = \sqrt{\frac{1}{\frac{17}{21} \cdot s - \frac{33}{98} \cdot s^2}}; \bar{\mu}' = 0 \quad (7.58)$$

$$m = \frac{1}{k_b^2} = \frac{17}{21} \cdot s - \frac{33}{98} \cdot s^2; \bar{\mu}' = 0 \quad (7.59)$$

Za prakso so pripravljene tabele za izračun parametrov v odvisnosti od $\varphi \cdot \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_s}$ [3], [23], [24].

Običajno dimenzioniramo nosilce z uporabo tabel, diagramov in nomogramov tako, da v prerezu maksimalnega momenta (nosilci konstantnega prereza) izčrpamo dilatacije betona in armature ($\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{su}}$) ter izberemo ustrezen količnik k_b ali m , da izračunamo statično višino d .

Za ustrezen »mehanski« količnik armiranja $\bar{\mu}(\bar{\rho})$ izračunamo potrebno vzdolžno armaturo A_s (MSN po betonu in armaturi). V vseh ostalih prerezih nosilca lahko izčrpamo dilatacijo armature $\varepsilon_s = \varepsilon_{su}$, dilatacije betona pa ne bodo izčrpane (MSN po armaturi). Če položimo enako natezno armaturo po vsej dolžini nosilca, upogibni momenti pa se manjšajo, v teh prerezih nimamo MSN ($\varepsilon_{c,max} < \varepsilon_{cu}$; $\varepsilon_s < \varepsilon_{su}$).

7.3 Načini dimenzioniranja nosilcev konstantnega prereza

V tem podpoglavju bo obdelan pravokotni prerez z enojno armaturo ($A'_s = 0$), obremenjen z upogibnim momentom M_d . Uporabljene bodo tabele [25].

7.3.1 Prosto dimenzioniranje

Poznamo: $M_d, b = B, f_{cd}, f_{yd}$

Izračunati moramo: d, A_s

Za izbrano $\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{su}} = \frac{3,5}{10}$ odčitamo količnike $k_b, m, \bar{\mu}, s, \zeta$ in izračunamo:

$$d = k_b \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b \cdot f_{cd}}}$$

$$A_s = \bar{\mu} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$x = s \cdot d$$

$$z = \zeta \cdot d$$

7.3.2 Vezano dimenzioniranje

Poznamo: $M_d, b, d, f_{cd}, f_{yd}$.

Izračunati moramo A_s in določiti (lahko odčitamo $\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s}$) ter nato izračunamo količnik m :

$$m = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

Za dobljeni m odčitamo $\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s}, \bar{\mu}(\bar{\rho}), s, \zeta$. Če je izčrpan beton, bosta $\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{su}} = \frac{3,5}{\varepsilon_s} < 10 \text{ ‰}$ in mejni moment odpornosti $M_{RC} \geq M_d$, če bo izčrpana armatura, pa znašata $\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{\varphi \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_s} = \frac{\varphi \cdot 3,5}{10}$ in mejni moment odpornosti prereza $M_{RS} \geq M_d$.

$$A_s = \bar{\mu} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

7.3.3 Vezano dimenzioniranje

Poznamo: $M_d, b, d, A_s, f_{cd}, f_{yd}$

Izračunati moramo projektni (mejni) moment odpora armiranobetonskega prereza, ki mora biti enak ali večji od projektnega (mejnega) momenta obremenitve M_d .

Izračunamo: $\bar{\mu} = \frac{A_s}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$

Zopet se lahko pojavita dva primera, ko sta beton ali armatura izčrpana.

Ko je:

$\bar{\mu} > \bar{\mu}_{\frac{10}{3,5}} = 20,988 \text{ ‰}$ – je izčrpan beton;

$\bar{\mu} < \bar{\mu}_{\frac{10}{3,5}}$ – je izčrpana armatura.

$$M_{RC}(M_{RS}) = b \cdot d^2 \cdot m \cdot f_{cd}$$

$$A_s = \bar{\mu} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Če projektni moment obremenitve M_d presega projektni moment odpora M_{Rd} , moramo omejiti koristno obtežbo tako, da bo doseženo $M_{Rd} = M_d$.

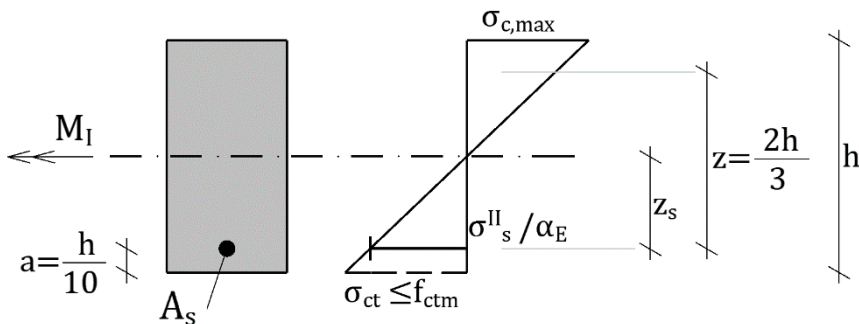
7.4 Minimalni količnik natezne armature

Pri nastanku 1. razpoke naj natezne napetosti armature ne dosežejo meje plastičnosti f_{yk} .

V tem primeru bo armatura sposobna prevzeti natezne obremenitve v razpoki. Če armatura tega ni sposobna prevzeti, bo nastal krhki lom.

Pravokotni prerez – čisti upogib:

$$M_{RS} \geq M_{cr} \quad (7.60)$$



Slika 7.16: Diagram napetosti za fazo I

$$A_{s,min} \cdot z \cdot f_{yk} \geq f_{ctm} \cdot W_{id}^I$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot h; \quad z_s = \frac{h}{2} - a = \frac{h}{2} - \frac{h}{10} = 0,4h$$

$$I_{id}^I = I_c + \alpha_E \cdot A_s \cdot z_s^2$$

$$I_{id}^I = \frac{b \cdot h^3}{12} + \alpha_E \cdot \mu \cdot b \cdot h \cdot 0,16h^2 = \frac{b \cdot h^3}{12} \cdot (1 + 12 \cdot \alpha_E \cdot 0,16 \cdot \mu)$$

Za: C30/37; $E_{cm} = 32 \text{ GPa}$; $E_s = 200 \text{ GPa}$; $\alpha_E = 6,25$

Pri: $\mu = 0,15 \%$

$$\begin{aligned} I_{id}^I &= \frac{b \cdot h^3}{12} \cdot (1 + 0,018) \cong 1,02 \cdot I_c \rightarrow W_{id}^I \\ &= 1,02 \cdot W_c = 1,02 \cdot \frac{b \cdot h^2}{12} \end{aligned} \quad (7.61)$$

Pri: $\mu = 1,0 \%$

$$I_{id}^I \cong 1,12 \cdot I_c \rightarrow W_c^I = 1,12 \cdot W_c$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{s,min} \cdot 6}{1,02 \cdot b \cdot h^2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h &\geq \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \\ \mu_{min} &\geq \frac{1,02 \cdot 3,0}{12} \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} = 0,255 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \end{aligned} \quad (7.62)$$

Po SIST EN 1992-1-1:2005: $\mu_{min} \geq 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}}$

Centrični nateg:

$$A_{s,min} \cdot f_{yk} \geq f_{ctm} \cdot A_{id} \quad (7.63)$$

$$A_{id} = A_c + \alpha_E \cdot A_s = b \cdot h + \alpha_E \cdot \mu \cdot b \cdot h = b \cdot h \cdot (1 + \alpha_E \cdot \mu)$$

Pri: $\mu = 0,15 \%$

$$A_{id} = b \cdot h \cdot (1 + 6,25 \cdot 0,0015) \cong 1,01 \cdot A_c$$

$$\frac{A_{s,min}}{A_{cd}} = \frac{A_{s,min}}{b \cdot h \cdot 1,01} = \frac{\mu_{min}}{1,01} \geq \frac{f_{ctm}}{f_{yk}}$$

$$\mu_{min} \geq 1,01 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cong \frac{f_{ctm}}{f_{yk}}; \left[\frac{1,01}{0,26} = 3,86 \right] \quad (7.64)$$

μ_{min} za čisti upogib pravokotnega prereza

Preglednica 7.1: μ_{min} pravokotnega prereza

C; S	16/20	20/25	25/30	30/37	35/45	40/50	45/55	50/60	
f_{ctm}/f_{yk}	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	%
240	0,21	0,24	0,28	0,314	0,35	0,38	0,41	0,44	
400	0,12	0,14	0,17	0,19	0,21	0,23	0,25	0,27	
500	0,1	0,11	0,13	0,15	0,17	0,18	0,20	0,21	

7.5 Maksimalni količnik natezne armature

$$\mu_{max} = \mu_{lim}$$

Limitni količnik armature nam določa pogoj, da se plastifikacija natezne armature izvrši »pred« izčrpanjem tlačne nosilnosti betona. Nevtralno os omejimo z $x = 0,5 \cdot d$; $\varphi = 1$.

Za enojno armirani pravokotni prerez pri čistem upogibu z upoštevanjem delovnega diagrama betona (DDB) – parabola + premica) lahko zapišemo:

$$F_{S(y)} \leq F_{ck} \quad (7.65)$$

$$A_{s,max} \cdot f_{yk} \leq b \cdot d \cdot f_{ck} \cdot \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_{Ic}; I'_{Is} = 0; \varphi_0 = \frac{4}{7}$$

$$\frac{A_{s,max}}{b \cdot d} = \mu_{max} = \frac{f_{ck}}{f_{yk}} \cdot \frac{s^3 \cdot \left(1 - \frac{\varphi_0}{3}\right)}{s^2}$$

$$\mu_{max} = \frac{17 \cdot s}{21} \cdot \frac{f_{ck}}{f_{yk}} = \frac{17}{42} \cdot \frac{f_{ck}}{f_{yk}} = 0,405 \cdot \frac{f_{ck}}{f_{yk}} \quad (7.66)$$

$$\bar{\mu}_{max} = \mu_{max} \cdot \frac{f_{ck}}{f_{yk}} = 0,405 = 40,5 \% \quad (7.67)$$

μ_{max} za čisti upogib pravokotnega prereza

Preglednica 7.2: μ_{max} za pravokotni prerez

f_{ctm}/f_{yk}	18	20	25	30	35	40	45	50	
240	2,7	3,38	4,22	5,06	5,91	6,75	7,6	8,44	
400	1,62	2,03	2,53	3,04	3,54	4,05	4,56	5,06	%
500	1,3	1,62	2,02	2,43	2,83	3,24	3,65	4,05	

Za osenčena polja velja, da je v teh primerih 4 % armature preveč, kar pomeni, da vrednost, ki je v osenčenih poljih, pomeni »še« plastifikacijo armature, prekoračitev te pa že porušitev po betonu.

Po SIST EN 1992-1-1:2005 znaša maksimalni količnik armiranja $\mu_{max} = 4\%$. Če to vrednost primerjamo s Preglednica 7.2: μ_{max} za pravokotni prerez, opazimo, da je za:

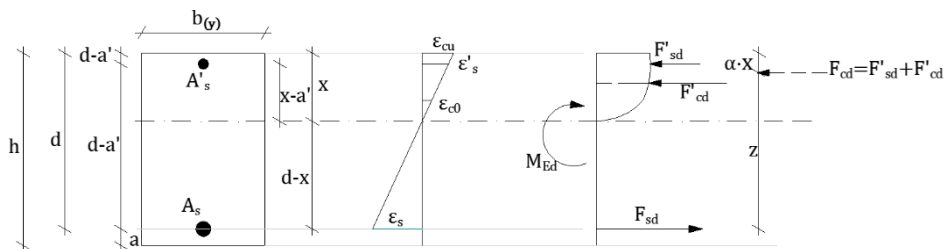
- armaturo 240/360 ogrožen beton $C < C25$;
- armaturo 400/500 ogrožen beton $C < C40$;
- armaturo 500/560 ogrožen beton $C < C45$.

V teh primerih mora biti maksimalni količnik natezne armature nižji od 4 %, sicer pri 4 % ne pride do plastifikacije armature.

7.6 Dvojno armirani prerezi

V podpoglavju 7.3 smo spoznali, da lahko nastopa mejno stanje po betonu ali armaturi. Zaradi neprimerno nižje duktilnosti je porušitev po betonu nevarnejša, zato se praviloma izogibamo »mejnega stanja po betonu«, ki je značilno za nizke nosilce (oziroma za ekscentrični tlak). To »nevarnost« odstranimo tako, da tudi tlačni del betonskega prereza ustrezno armiramo – tako del tlačnih napetosti prevzame tudi tlačna armatura, prerez pa postane bolj duktilen. Zaradi tega omejitev maksimalnega prereza natezne armature, podane v podpoglavju 7.5, z mehanskim količnikom $\bar{\mu}_{max} = 0,405$ ni več merodajna.

Če se omejimo na pravokotni prerez, bomo upoštevali tudi nosilnost tlačne armature F'_{sd} takrat, ko bo dilatacija tlačne armature ϵ'_s večja od dilatacije $\epsilon_{\sigma'_s=f_{yd}}$, torej dilatacije, pri kateri je napetost tlačne armature dosegla projektno »tlačno« mejo plastičnosti armature, ki jo privzamemo enako kot pri natezni obremenitvi, čeprav se jeklo nekoliko drugače obnaša pri tlačni obremenitvi. Delovni diagram armature je bilinearen in je podan v podpoglavju 3.4.



Slika 7.17: Diagrama dilatacij in napetosti v pravokotnem prerezu

Oblikovni funkciji I_I in I_{II} z upoštevanjem deleža tlačne armature in količnika $\varphi = 1$ (izčrpan beton $\epsilon_c = \epsilon_{cm}$) izrazimo s pomočjo (7.50) in (7.51) ter vrednosti $\bar{\mu}' = \frac{A'_s}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$, $f_{yd} = \sigma'_s$, ko je $\epsilon'_s \geq \epsilon_{f_{yd}}$.

Za pravokotni prerez ($\beta_{(n)} = 1$) in izčrpan beton ($\varphi = 1$) zapišemo oblikovni funkciji I_I in I_{II} kot:

$$I_I = s^3 \cdot \left[1 - \frac{\varphi_0}{3} \right] + s^2 \cdot \bar{\mu}'$$

$$I_{II} = s^3 \cdot \left[1 - \frac{s}{2} - \frac{\varphi_0}{3} \cdot (1 - s) - \frac{s \cdot \varphi_0^2}{12} \right] + s^2 \cdot \bar{\mu}' \cdot \left(1 - \frac{a'}{d} \right)$$

Z upoštevanjem (7.42):

$$\bar{\mu} = \frac{\varphi^2}{s^2} \cdot I_I = \frac{s^3 \cdot \left[1 - \frac{\varphi_0}{3\varphi} \right] + s^2 \cdot \bar{\mu}'}{s^2}$$

dobimo:

$$\bar{\rho} = \bar{\mu} = s \cdot \left[1 - \frac{\varphi_0}{3} \right] + \bar{\mu}' \rightarrow \rho = \mu = \bar{\mu} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (7.68)$$

Za izbrano razmerje $k = \frac{A'_s}{A_s}$ in z uporabo (7.68) dobimo:

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= s \cdot \left[1 - \frac{\varphi_0}{3} \right] + \bar{\mu}' \cdot \frac{f_{yd}^-}{f_{cd}} = s \cdot \left[1 - \frac{\varphi_0}{3} \right] + \frac{A'_s}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}^-}{f_{cd}} \\ \mu \cdot \frac{f_{yd}^+}{f_{cd}} &= s \cdot \left[1 - \frac{\varphi_0}{3} \right] + \frac{k \cdot A_s}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}^-}{f_{cd}} = s \cdot \left[1 - \frac{\varphi_0}{3} \right] + k \cdot \mu \cdot \frac{f_{yd}^-}{f_{cd}} \\ \mu \cdot \frac{f_{yd}^+}{f_{cd}} - k \cdot \mu \cdot \frac{f_{yd}^-}{f_{cd}} &= s \cdot \left[1 - \frac{\varphi_0}{3} \right] \\ \mu \cdot \frac{f_{yd}^+}{f_{cd}} \cdot \left(1 - k \cdot \frac{f_{yd}^-}{f_{cd}} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}^+} \right) &= s \cdot \left[1 - \frac{\varphi_0}{3} \right] \\ \bar{\mu} &= \frac{s \cdot \left[1 - \frac{\varphi_0}{3} \right]}{1 - k \cdot \frac{f_{yd}^-}{f_{yd}^+}} \quad (7.69) \end{aligned}$$

f_{yd}^- ... projektna meja plastičnosti jekla pri tlačni obremenitvi

f_{yd}^+ ... projektna meja plastičnosti jekla pri natezni obremenitvi

Enačba (7.69) nam pove, da je z uporabo tlačne armature A'_s limitni mehanski količnik armiranja $\bar{\mu}$ višji od 40,5 %, kar je bilo obdelano v podpoglavju 7.5.

Hipotetično je $\bar{\mu}$ lahko neskončno velika, če je $k = 1$ in $f_{yd}^- = f_{yd}^+$. Pri simetrično armiranih presekih torej ne velja omejitev maksimalnega mehanskega odstotka armature z vrednostjo 40,5 %.

Iz predhodno izračunanih izrazov lahko določimo še vse ostale količine, potrebne za dimenzioniranje.

Ko upoštevamo $\varphi_0 = \frac{4}{7}$, preide (7.66) v naslednjo obliko:

$$\bar{\mu} = \frac{17}{21} \cdot \frac{s}{1 - k \cdot \frac{f_{yd}^-}{f_{cd}}}$$

Z uporabo (7.14) in upoštevanjem $\varphi = 1$ in $f_{yd}^- = f_{yd}^+$ dobimo:

$$\bar{\mu} = \frac{17}{21} \cdot \frac{1 + \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{cu}}}{1 - k} = \frac{17}{21} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\varepsilon_s}{3,5}\right) \cdot (1 - k)}$$

Pri čistem upogibu in upoštevanju $\bar{\mu}_{lim} = 0,405 = \frac{17}{42}$ in $s = 0,5$ dobimo:

$$\frac{17}{42} \cdot (1 - k) = \frac{17}{21} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\varepsilon_s}{3,5}\right)}$$

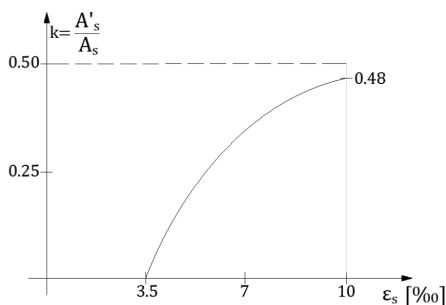
$$1 - k = \frac{2}{\left(1 + \frac{\varepsilon_s}{3,5}\right)} \rightarrow$$

$$k = 1 - \frac{7}{(3,5 + \varepsilon_s)} \quad (7.70)$$

Ko je $\varepsilon_s = 3,5 \rightarrow k = 0$

Ko je $\varepsilon_s = 10 \rightarrow k = 0,48$

Ko je $\varepsilon_s = 20 \rightarrow k = 0,7$



Slika 7.18: Razmerje tlačne in natezne armature pri upogibu pravokotnega prereza

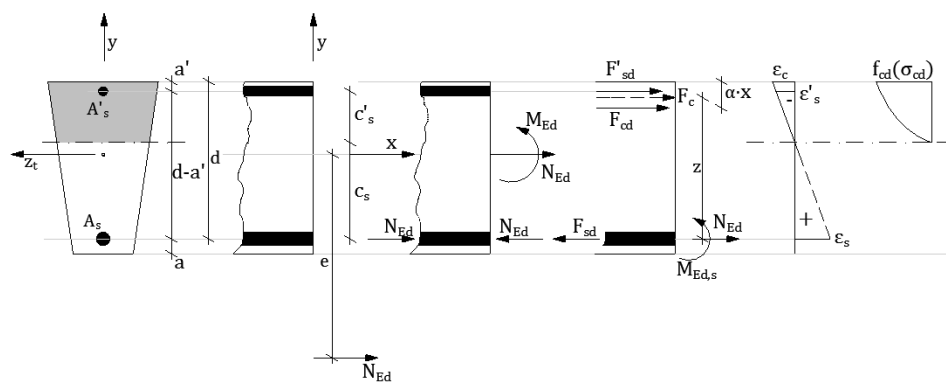
Pri ekscentričnem tlaku, ko se sila bliža jedru prereza, je prerez tlačne armature vse višji, mejna vrednost količnika k pa bo 1, kar ustreza centrični tlačni obremenitvi.

7.7 Ekscentrični nateg in ekscentrični tlak (brez upoštevanje stabilnosti) – enoosni upogib za $C \leq 50/60$

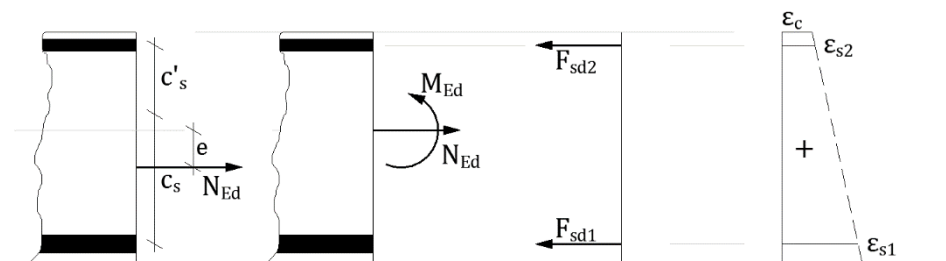
V tem pod poglavju ne bodo podane podrobne teoretične rešitve kot pri čistem upogibu, temveč samo uporaba tabel in diagramov, ki smo jih že analizirali pri upogibu brez osne sile.

Enoosni upogib in ustrezne količine obremenitev (za dimenzioniranje) prikazujeta Slika 7.19 in Slika 7.20.

7.7.1 Ekscentrični nateg – velika in mala ekscentričnost



Slika 7.19: Ekscentrični nateg z veliko ekscentriteto



Slika 7.20: Ekscentrični nateg z malo ekscentriteto

a) Veliko ekscentričnost po Slika 7.19 podamo kot $e > c_s$

Upogibni moment na težišče nerazpokanega prereza:

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e; e = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} > c_s \quad (7.71)$$

Upogibni moment na težišče natezne armature:

$$M_{Ed,s} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot c_s \quad (7.72)$$

Rezultanta tlačne napetosti:

$$F_c = F_{cd} + F'_{sd} \quad (7.73)$$

Rezultanta nateznih napetosti:

$$F_{sd} = \frac{M_{Ed,s}}{z} + N_{Ed} \quad (7.74)$$

$$A_{s,potr.} \geq \frac{F_{sd}}{f_{xd}}$$

Upogibni moment na težišče tlačne armature:

$$M'_{Ed,s} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot c'_s \quad (7.75)$$

b) Malo ekscentričnost po Slika 7.20 podamo kot $e \leq c_s$,

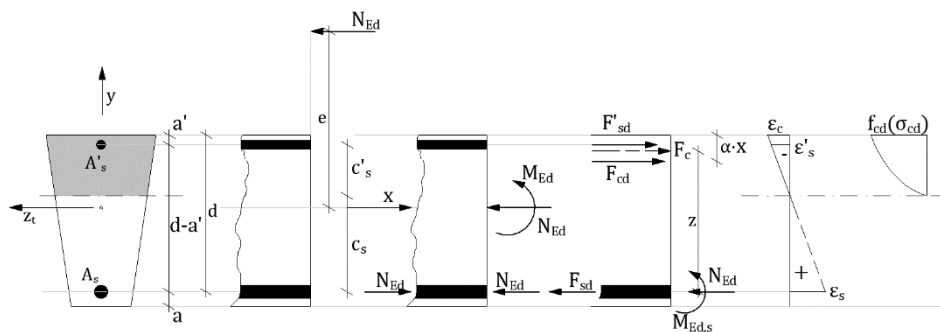
Problem je bil obdelan v poglavju 6!

7.7.2 Ekscentrični tlak – velika in mala ekscentričnost

Veliko ekscentričnost po Slika 7.21 podamo kot $e > c_s$

Upogibni moment na težišče nerazpokanega prereza:

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e; e = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} > c'_s \quad (7.76)$$



Slika 7.21: Ekscentrični tlak z veliko ekscentriteto

Upogibni moment na težišče natezne armature:

$$M_{Ed,s} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot c_s \quad (7.77)$$

Rezultanta tlačne napetosti:

$$F_c = F_{cd} + F'_{sd}$$

Rezultanta nateznih napetosti:

$$F_{sd} = \frac{M_{Ed,s}}{z} - N_{Ed} \quad (7.78)$$

Upogibni moment na težišče tlačne armature:

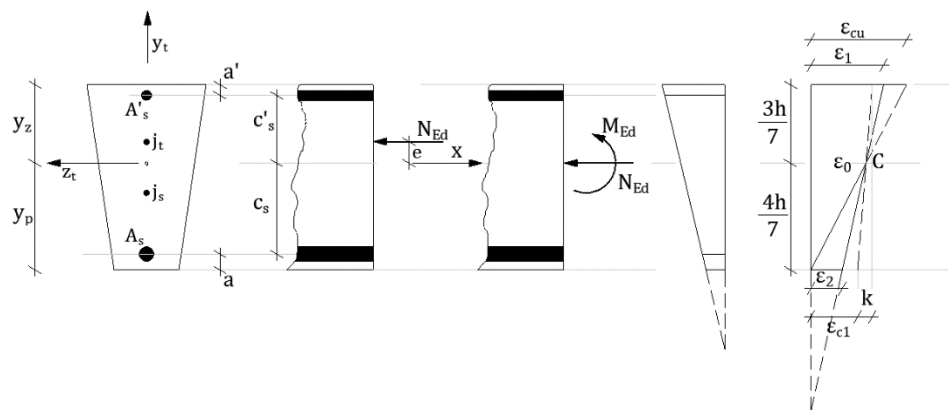
$$M'_{Ed,s} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot c'_s \quad (7.79)$$

Mala ekscentričnost

O »mali ekscentričnosti« govorimo takrat, ko je dilatacija natezne armature $\varepsilon_s \leq 0$, torej ko ekscentrična sila N_{Ed} deluje blizu ali v jedru prereza.

Z bližanjem ekscentrične tlačne sile proti težišču nerazpokanega prereza sta ves prerez betona in z njim vsa armatura tlačena.

Ker je beton manj duktilen kot armatura, moramo zmanjšati »dovoljene« dilatacije betona, od $\varepsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$ do $\varepsilon_{c1} = -2,0 \text{ ‰}$. V diagramu na Slika 7.18 je točka rotacije dilatacij točka C.



Slika 7.22: Ekscentrični tlak z malo ekscentriteto

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e; e = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} \leq j_{(z),(s)}$$

$$|\varepsilon_1| > |\varepsilon_2|; \varepsilon_{c1} = \varepsilon_0 = \varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu} = \frac{4 \cdot \varepsilon_{cu}}{7} = \frac{4}{7} \cdot 3,5 \text{ ‰} = 2,0 \text{ ‰} \quad (7.80)$$

Maksimalna dilatacija ε_1 :

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 = \varepsilon_{c1} = \varepsilon_0 + k &= \varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu} + \frac{3 \cdot \varepsilon_{cu}}{4} \cdot (\varphi_0 - \varphi_2) \\ &= \varepsilon_{cu} \cdot \left(\varphi_0 + \frac{3}{4} \varphi_0 - \frac{3}{4} \varphi_2 \right) \\ &= \varepsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \varphi_2 \right) \end{aligned} \quad (7.81)$$

$$\frac{k}{\frac{3h}{7}} = \frac{\varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu} - \varepsilon_2}{\frac{4h}{7}} \rightarrow k = \frac{3}{4} \cdot (\varphi_0 \cdot \varepsilon_{cu} - \varepsilon_2) \quad (7.82)$$

$$= \frac{3}{4} \varepsilon_{cu} \cdot (\varphi_0 - \varphi_2)$$

$$\varepsilon_1 = \varphi_1 \cdot \varepsilon_{cu}; \quad \varphi_1 = 1 - \frac{3}{4} \cdot \varphi_2 = 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{cu}} \quad (7.83)$$

Za $\varepsilon_{cu} = -3,5\%$:

$$\varphi_1 = 1 - \frac{3}{14} \cdot \varepsilon_2 \quad (7.84)$$

Minimalna dilatacija:

$$\varepsilon_2 = \varphi_2 \cdot \varepsilon_{cu}; \quad \varepsilon_2 = 0; \quad \varphi_1 = 1 \rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_{cu}; \quad e = j$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 = \varepsilon_0; \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_0 = \frac{4}{7}; \quad e$$

= 0, kar predstavlja centrični tlak

Uporaba teh enačb je podana v knjigi Armirani beton 2 [25].

Pri mali ekscentričnosti običajno armiramo simetrične prereze (I, □) s simetrično armaturo $A_s = A'_s$ oziroma $\frac{A'_s}{A_s} = 0,5$, prereze T pa s tlačno armaturo, ki je za polovico manjša od natezne armature $\frac{A'_s}{A_s} = 0,5$.

Tu pa podajamo dimenzioniranje na ekscentrični nateg in ekscentrični tlak z grafikoni iz Priročnika za dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj [24].

Prikaz uporabe tabel in grafikonov za dimenzioniranje armiranobetonskih prevezov

Pri preverjanju nosilnih elementov v mejnih stanjih nosilnosti (MSN) lahko uporabimo linearno analizo z omejeno prerazporeditvijo učinkov vplivov, torej notranjega napetostnega stanja.

Koncept metode mejnih stanj je osnovan na večji »izkoriščenosti« materiala – konstrukcije – prereza. Torej mora priti do prerazporeditve notranjega napetostnega stanja oziroma do prerazporeditve notranjih sil. Temeljni pogoj, da v konstrukciji sploh lahko pride do prerazporeditve notranjih sil, je, da so kritična območja dovolj duktilna oziroma imajo dovolj veliko rotacijsko sposobnost, da lahko na teh kritičnih območjih pride do znatne plastifikacije natezne armature, preden je izčrpana nosilnost tlačne cone betona, oziroma da preprečimo nastanek krhkega loma betona [26].

Pri linearni elastični analizi z omejeno prerazporeditvijo notranjih sil je treba za neprekinjene nosilce in plošče prek več polj upoštevati, da so:

- pretežno upogibno obremenjeni;
- imajo razmerje priležnih razpetin med 0,5 in 2,0.

Preglednica 7.3: Omejitve vrednosti koeficienta redukcije upogibnih momentov δ v primeru, da rotacijska sposobnost kritičnega prereza ni posebej dokazana

Trdnostni razred betona	
$\leq C50/60$	$\geq C55/67$
$\delta \geq 0,44 + 1,25 \frac{x_u}{d}$	$\delta \geq 0,54 + \left(0,75 + \frac{1,75}{\varepsilon_{cu2}}\right) \cdot \frac{x_u}{d}$
$\delta \geq 0,80$ – pri armaturi duktilnosti A	$\delta \geq 0,80$ – pri armaturi duktilnosti A
$\delta \geq 0,70$ – pri armaturi duktilnosti B ali C	$\delta \geq 0,70$ – pri armaturi duktilnosti B ali C Pri tem je $\varepsilon_{cu2} = 2,6 + 35 \cdot \left[\frac{(90-f_{ck})}{100}\right]^4$; [%o]
δ ... razmerje med momentom po prerazporeditvi in momentom, dobljenim po teoriji elastičnosti ($\delta \leq 1$) x_u ... višina tlačne cone v MSN po prerazporeditvi d ... statična višina prereza $\frac{x_u}{d}$... koeficient višine tlačne cone	

Pri tem lahko prerazporeditev upogibnih momentov izvedemo brez posebnega dokazovanja rotacijske sposobnosti elementa, če koeficient redukcije upogibnih momentov δ ustreza pogojem iz Preglednica 7.3.

Ker je za ugotavljanja najmanjšega možnega koeficienta redukcije upogibnih momentov δ pri prereзах brez tlačne armature v splošnem potreben iteracijski postopek, lahko uporabimo postopek, ki omogoča neposredno določanje najmanjše vrednosti koeficienta δ v odvisnosti od koeficienta izkoriščenosti betona (prereza)

k_d , določenega pri izhodiščni obremenitvi iz elastične obremenitve brez razporeditve.

Za pretežno upogibno obremenitev, kjer je osna sila nič oziroma zanemarljivo majhna:

$M_{Ed}; N_{Ed} \approx 0$, kot sledi:

$$M_{Ed,s} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot z_s \rightarrow k_d \rightarrow \delta.$$

$M_{Ed,s}$... upogibni moment po prerazporeditvi

Reducirani upogibni moment k težišču armature po prerazporeditvi znaša:

$$M_{Ed,s,red} = \delta \cdot M_{Ed,s}; M_{Ed,s,red} < M_{Ed,s}; \delta < 1 \text{ (velja za } M^-)$$

Če še upoštevamo, da je osna sila tudi po prerazporeditvi enaka, pa znaša reducirani upogibni moment:

$$M_{Ed,s,red} = \delta \cdot M_{Ed,s} + (1 - \delta) \cdot N_{Ed} \cdot z_s \text{ oziroma } M_{Ed,s,red} = \delta \cdot M_{Ed,s} \rightarrow$$

$N_{Ed} = 0$ za čisti upogib

$N_{Ed} < 0$ za tlak

$N_{Ed} > 0$ za nateg

Prerazporeditev upogibnih momentov brez dokazovanja rotacijske sposobnosti kritičnega prereza lahko dosežemo tudi z zmanjšanjem višine tlačne cone prereza, kjer vzamemo v »zakup« namestitvev tlačne armature po naslednjem postopku:

- izberemo takšen koeficient redukcije upogibnih momentov δ , ki izpolnjuje absolutne omejitve glede armature v odvisnosti od razreda duktilnosti ($\delta \geq 0,80$ ali $\delta \geq 0,70$);
- upoštevajoč še pogoj za beton, ki nam poda koeficient globine nevtralne osi po prerazporeditvi $k_{x,u}$ glede na deformacijo betona $\varepsilon_1 = \varepsilon_{cu2}$, pripadajočo deformacijo jekla ε_s in tem deformacijam pripadajoči koeficient izkoriščenosti betona $k_{d,u}$;
- če je koeficient izkoriščenosti betona, ki pripada obremenitvi po izbrani prerazporeditvi $k_{d,red} = \frac{M_{Ed,s,red}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$, manjši od $k_{d,u}$, je prerazporeditev upogibnih

momentov z izbranim koeficientom redukcije δ mogoča brez namestitve tlačne armature, v nasprotnem primeru pa se z upoštevanjem ravnotežnih pogojev in odpornosti betona, ki jo določa koeficient $k_{d,u}$, izračunata potrebna natezna in tlačna armatura. Rezultati, pri katerih je prerez tlačne armature večji od prereza natezne armature ($A'_s \geq A_s$), niso primerni.

Preglednica 7.4: Parametri za dimenzioniranje enojno ali dvojno armiranih pravokotnih prereзов pri prerazporeditvi upogibnih momentov brez posebnega dokazovanja rotacijske sposobnosti kritičnega prereza; ε_1 in ε_s ; [%o]

δ	Beton C50/60				Beton C55/67			
	$k_{x,u}$	$k_{d,u}$	$k_{s,u}$	$-\varepsilon_1/\varepsilon_s$	$k_{x,u}$	$k_{d,u}$	$k_{s,u}$	$-\varepsilon_1/\varepsilon_s$
1,00	0,448	0,295	1,229	3,5/4,31	0,350	0,224	1,159	3,1/5,76
0,95	0,408	0,274	1,204	3,5/5,08	0,312	0,203	1,139	3,1/6,84
0,90	0,368	0,252	1,181	3,5/6,01	0,274	0,181	1,120	3,1/8,22
0,85	0,328	0,229	1,158	3,5/7,17	0,236	0,159	1,102	3,1/10,05
0,80	0,288	0,205	1,136	3,5/8,65	0,198	0,135	1,084	3,1/12,57
0,75	0,248	0,180	1,115	3,5/10,61	0,160	0,111	1,067	3,1/16,30
0,70	0,208	0,154	1,095	3,5/13,33	0,122	0,086	1,050	3,1/22,376

δ	Beton C60/75				Beton C70/85			
	$k_{x,u}$	$k_{d,u}$	$k_{s,u}$	$-\varepsilon_1/\varepsilon_s$	$k_{x,u}$	$k_{d,u}$	$k_{s,u}$	$-\varepsilon_1/\varepsilon_s$
1,00	0,340	0,206	1,147	2,9/5,63	0,329	0,185	1,135	2,7/5,51
0,95	0,303	0,186	1,129	2,9/6,67	0,293	0,167	1,119	2,7/6,51
0,90	0,266	0,166	1,112	2,9/8,00	0,257	0,149	1,103	2,7/7,79
0,85	0,229	0,145	1,059	2,9/9,76	0,222	0,130	1,087	2,7/9,48
0,80	0,192	0,124	1,078	2,9/12,20	0,186	0,111	1,072	2,7/11,82
0,75	0,155	0,102	1,062	2,9/15,79	0,150	0,091	1,058	2,7/15,28
0,70	0,118	0,078	1,047	2,9/21,63	0,114	0,070	1,043	2,7/20,89

δ	Beton C80/75				Beton C90/105			
	$k_{x,u}$	$k_{d,u}$	$k_{s,u}$	$-\varepsilon_1/\varepsilon_s$	$k_{x,u}$	$k_{d,u}$	$k_{s,u}$	$-\varepsilon_1/\varepsilon_s$
1,00	0,323	0,172	1,130	2,6/5,44	0,323	0,167	1,129	2,6/5,44
0,95	0,288	0,155	1,114	2,6/6,42	0,288	0,151	1,113	2,6/6,42
0,90	0,253	0,138	1,099	2,6/7,68	0,253	0,134	1,098	2,6/7,68
0,85	0,218	0,120	1,084	2,6/9,34	0,218	0,117	1,083	2,6/9,34
0,80	0,183	0,102	1,069	2,6/11,63	0,183	0,100	1,069	2,6/11,63
0,75	0,148	0,084	1,055	2,6/15,02	0,148	0,082	1,055	2,6/15,02
0,70	0,112	0,065	1,042	2,6/20,52	0,112	0,063	1,041	2,6/20,52
	Najnižja dovoljena vrednost koeficienta δ za armaturo razreda duktilnosti A							
	Najnižja dovoljena vrednost koeficienta δ za armaturo razreda duktilnosti B ali C							

$k_{x,u} = \frac{x_u}{d}$... koeficient globine nevtralne osi

$k_{d,red} = \frac{M_{Eds,red}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} < k_{d,u}$... koeficient izkoriščenosti betona, ki pripada obremenitvi po izbrani prerazporeditvi oziroma »redukciji«

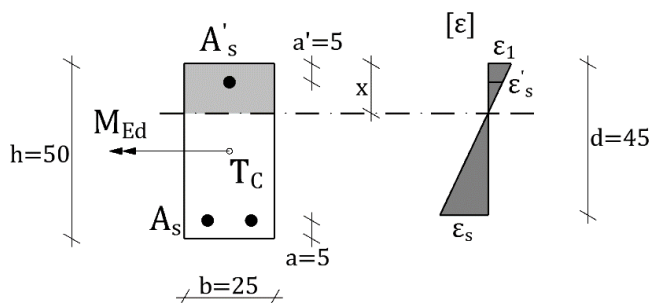
$k_{s,u} = \frac{A_{s,potr} \cdot d^2 \cdot f_{cd}}{M_{Ed,s}}$... koeficient zahtevane oziroma »potrebne« stopnje armiranja

V Preglednica 7.4 so podane vrednosti koeficientov za dimenzioniranje enojno ali dvojno armiranih pravokotnih prereзов, upoštevajoč izbran koeficient redukcije δ , ki ne zahteva dokazovanja rotacijske sposobnosti prereза.

Podali bomo primera dimenzioniranja pravokotnega prečnega prereза, kot je prikazano v Priročniku za projektiranje gradbenih konstrukcij po standardih Evrokod [26].

Primer I: dimenzioniranje pravokotnega prečnega prereза pri izbranem koeficientu redukcije upogibnih momentov δ

Na spodnji sliki imamo pravokotni presez, ki je obremenjen s projektnim upogibnim momentom $M_{Ed} = 285 \text{ kNm}$ (po elastični analizi). Določili bomo potrebno armaturo za presez, ki omogoča uporabo izbranega koeficienta redukcije upogibnega momenta δ , ki ne zahteva dokazovanja rotacijske sposobnosti.



Slika 7.23: Geometrija pravokotnega prereза z oznakami

Obremenitev: $M_{Ed} =$; $N_{Ed} = 0$

Materiali:

$$C \frac{30}{37}; \rightarrow f_{ck} = 3,00 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}; f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_c}; \frac{1,0 \cdot 3,0}{1,5}; f_{cd} = 2,00 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$S 500 - B; \rightarrow f_{yk} = 50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}; f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \frac{50}{1,15}; f_{yd} = 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$E_s = 20.000 \frac{kN}{cm^2}; \rightarrow \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}; \frac{43,48}{20.000}; \varepsilon_{yd} = 2,17 \text{ ‰}$$

Za duktilnost razreda B je dovoljen najmanjši koeficient redukcije $\delta_{min} = 0,70 \rightarrow \delta \geq \delta_{min} \rightarrow 0,75 > 0,7$.

Izberemo koeficient redukcije $\delta = 0,75$.

Projektni moment k težišču armature po prerazporeditvi:

$$N_{Ed} = 0 \rightarrow M_{Ed,s,red} = M_{Ed,red}$$

$$M_{Ed,s,red} = M_{Ed,red} = M_{Ed} \cdot \delta; 0,285; M_{Ed,s,red} = 213,75 \text{ kNm}$$

Za lažjo ponazoritev teh enačb si lahko pomagamo s Slika 7.19–Slika 7.22.

Iz Preglednica 7.4 za betone do C 50/60 ob $\delta = 0,75$ odčitamo:

$$k_{x,u} = 0,248; k_{d,u} = 0,180; k_{s,u} = 1,115; -\varepsilon_1/\varepsilon_s = 3,5/10,61 \rightarrow \sigma_s = f_{yd} = 43,48 \frac{kN}{cm^2}$$

$$k_{d,red} = \frac{M_{Eds,red}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}; \frac{285 \cdot 100}{25 \cdot 45^2 \cdot 2,0}; k_{d,red} = 0,281 > k_{d,u} = 0,180$$

potrebna je tlačna armatura

Upogibni moment, ki ga glede na odčitane deformacije lahko prevzame enojno armirani prerez:

$$M_{Ed,s,u} = k_{du} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}; 0,180 \cdot 25 \cdot 45^2 \cdot 2,0; M_{Eds,u} = 18,225 \text{ kNcm} = 182,25 \text{ kNm}$$

Neuravnoteženi del momenta pri enojni armaturi:

$$\Delta M_{Ed,s,red} = M_{Ed,s,red} - M_{Eds,u}; 213,75 - 182,25; \Delta M_{Eds,red} = 31,50 \text{ kNm}$$

Napetost v tlačni armaturi:

$$x_u = k_{x,u} \cdot d; 0,248 \cdot 45; x_u = 11,10 \text{ cm}$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_1 \cdot \frac{x - a'}{x}; -3,5 \cdot \frac{11,10 - 5}{11,10}; \varepsilon'_s = -1,92 \text{ ‰} < \varepsilon_{yd} = 2,17 \text{ ‰}$$

$$|\varepsilon'_s| = 1,92 \text{ ‰} \rightarrow |\sigma'_s| = E_s \cdot |\varepsilon'_s|; 20.000 \cdot 1,92 \cdot 10^{-3}; |\sigma'_s| = 38,40 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Potreben prerez armature:

$$A'_{s,potr} = \frac{\Delta M_{Ed,s,red}}{(d - a') \cdot |\sigma'_s|}; \frac{31,5 \cdot 100}{(45 - 5) \cdot 38,40}; A'_{s,potr} = 2,05 \text{ cm}^2$$

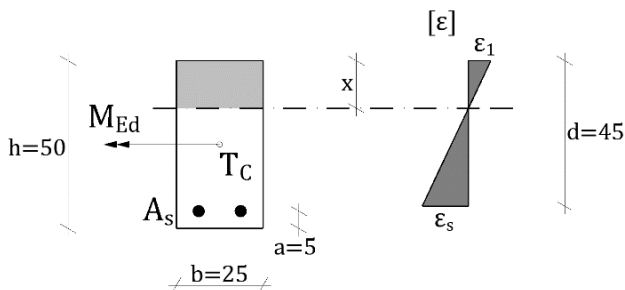
$$A_{s,potr} = k_{s,u} \cdot \frac{M_{Ed,s,u}}{d \cdot f_{yd}} + \frac{\Delta M_{Ed,s,red}}{(d - a') \cdot f_{yd}}; 1,115 \cdot \frac{182,25 \cdot 100}{45 \cdot 43,48} + \frac{31,5 \cdot 100}{(45 - 5) \cdot 43,48};$$

$$A_{s,potr} = 12,2 \text{ cm}^2$$

Pri tej armaturi je možna redukcija upogibnega momenta na $M_{Ed,red} = M_{Ed} \cdot \delta$ brez dokazovanja rotacijskih sposobnosti.

Primer II: določanje največje možne redukcije upogibnega momenta δ enojno armiranega pravokotnega prečnega prereza

Na Slika 7.24: Geometrija pravokotnega prereza z oznakami imamo pravokotni prerez, ki je obremenjen s projektnim upogibnim momentom $M_{Ed} = 285 \text{ kNm}$ (po elastični analizi). Ugotoviti bo treba največje možno zmanjšanje upogibnega momenta, ki ga lahko izvedemo brez nameščanja tlačne armature in brez dokazovanja rotacijske sposobnosti prereza.



Slika 7.24: Geometrija pravokotnega prereza z oznakami

Materiali:

$$C \frac{30}{37}; \rightarrow f_{ck} = 3,00 \frac{kN}{cm^2}; f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_c}; \frac{1,0 \cdot 3,0}{1,5}; f_{cd} = 2,00 \frac{kN}{cm^2}$$

$$S 500 - B; \rightarrow f_{yk} = 50 \frac{kN}{cm^2}; f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \frac{50}{1,15}; f_{yd} = 43,48 \frac{kN}{cm^2}$$

Obremenitev, določena z elastično analizo:

$$M_{Ed} = 285 \text{ kNm}; N_{Ed} = 0 \rightarrow M_{Ed,s} = M_{Ed} = 285 \text{ kNm}$$

Koeficient izkoriščenosti tlačne cone betona pri obremenitvi brez prerazporeditve:

$$k_d = \frac{M_{Ed,s}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}; \frac{285 \cdot 100}{25 \cdot 45^2 \cdot 2,0}; k_d = 0,281$$

Določitev najmanjšega dovoljenega koeficienta redukcije δ

Iz **Error! Reference source not found.** pri $k_d = 0,281$ z upoštevanjem krivulje za normalne betone $\leq C50/60$ in linije za jeklo duktilnosti B odčitamo vrednost najmanjšega dovoljenega koeficienta redukcije δ :

$\delta(k_d = 0,281; \text{beton} \leq C50/60; S500 - B); \delta = 0,90$ (merodajna je krivulja betonov)

Najmanjši dovoljeni moment enojno armiranega pravokotnega prereza po prerazporeditvi, ki ne zahteva dokazovanja rotacijskih sposobnosti, znaša:

$$M_{Ed,s,red} = M_{Ed,s} \cdot \delta; 0,90 \cdot 285; M_{Ed,s,red} = 256,50 \text{ kNm}$$

Potrebna armatura za prevzem momenta po razporeditvi:

$k_{d,red} = \frac{M_{Ed,s,red}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}; \frac{256,5 \cdot 100}{25 \cdot 45^2 \cdot 2,0}; k_{d,red} = 0,253 \rightarrow$ iz Preglednica 2-10 na strani 2-26 Priročnika za projektiranje gradbenih konstrukcij po standardih Evrokod [26] za vrednost $k_d \approx k_{d,red} = 0,253$ nato odčitamo naslednje koeficiente:

$$k_{x,u} = 0,368; k_{s,u} = 1,181; -\varepsilon_1/\varepsilon_s = -3,5/6 \text{ ‰}$$

$$A_{s,potr} = k_{s,u} \cdot \frac{M_{Ed,s,red}}{d \cdot f_{yd}}; 1,181 \cdot \frac{256,50 \cdot 100}{45 \cdot 43,48}; A_{s,potr} = 15,48 \text{ cm}^2$$

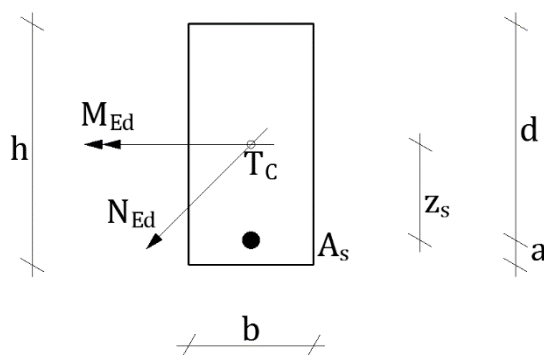
Preverimo, ali je izpolnjen pogoj glede višine tlačne cone betona iz Preglednica 7.3:

$$\text{za } \frac{x_u}{d} = k_{x,u} = 0,368 \rightarrow \delta \geq 0,44 + 1,25 \frac{x_u}{d}; 0,44 + 1,25 \cdot 0,368$$

$\delta = 0,90$, kar je enako vrednosti, ob upoštevanju obremenitev pred prerazporeditvijo.

Dimenzioniranje po MSN z metodami, kot so plastična analiza, plastična analiza z uporabo modelov z razporami in vezmi ter nelinearno analizo in poenostavljen postopek preverjanja rotacijske sposobnosti, si lahko bralec pogleda v Priročniku za projektiranje gradbenih konstrukcij po standardih Evrokod ali v dotični strokovni literaturi oziroma na svetovnem spletu [26].

Podali bomo primer določitve potrebnega prereza natezne armature za pravokotni prečni prerez iz betona visoke trdnosti, kjer bo opisan vpliv konstitutivnega zakona betona na osno-upogibno odpornost prereza, kot je prikazano v Priročniku za projektiranje gradbenih konstrukcij po standardih Evrokod [26].



Materiali:

$$C \frac{80}{95}; \rightarrow f_{ck} = 8,00 \frac{kN}{cm^2}; f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_c}; \frac{1,0 \cdot 8,0}{1,5}; f_{cd} = 5,33 \frac{kN}{cm^2}$$

S 500 – za razred duktilnosti A

Obremenitev, določena z elastično analizo:

$$\begin{aligned} M_{Ed} &= 2600 \text{ kNm}; N_{Ed} = -1500 \text{ kN} \\ b &= 0,40 \text{ m}; h = 1,00 \text{ m}; a = 0,09 \text{ m} \\ d &= h - a; 1,00 - 0,09; d = 0,91 \text{ m} \end{aligned}$$

$$c_s = \frac{h}{2} - a; \frac{1,00}{2} - 0,09; c_s = 0,41 \text{ m}$$

$$M_{Ed,s} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot z_s; 2600 + 1500 \cdot 0,41; M_{Ed,s} = 3215 \text{ kNm}$$

Koeficient izkoriščenosti tlačne cone betona:

$$k_d = \frac{M_{Ed,s}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}; \frac{3215 \cdot 100}{40 \cdot 91^2 \cdot 5,33}; k_d = 0,182$$

Iz Preglednica P1-1 na strani 2-100 Priročnika za projektiranje gradbenih konstrukcij po standardih Evrokod [26] izberemo za beton C 80/95 pri $k_d = 0,182 \approx 0,180$, nato sledi:

$$\begin{aligned} -\varepsilon_1/\varepsilon_s &= \frac{-2,6}{5} \%_00; k_s = 1,138; k_x = 0,342; x = k_x \cdot d; 0,342 \cdot 91 \\ x &= 31,12 \text{ cm} \end{aligned}$$

Za jeklo S 500 – A odčitamo napetost $\sigma_{s(\varepsilon_s = 5 \%_00)} = 43,75 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$.

Potrebna natezna armatura:

$$A_{s,potr} = k_s \cdot \frac{M_{Ed,s}}{d \cdot \sigma_s} + \frac{N_{Ed}}{\sigma_s}; 1,138 \cdot \frac{3215}{0,91 \cdot 43,75} - \frac{1500}{43,75}; A_{s,potr} = 57,61 \text{ cm}^2$$

Če bi napačno uporabili stolpec za betone trdnostnega razreda, na primer $\leq C 50/60$ oziroma starejše pripomočke za dimenzioniranje, bi pri $k_d = 0,182 \approx 0,187$ dobili:

$$\begin{aligned} -\varepsilon_1/\varepsilon_s &= -3,5 \%_00 - 10 \%_00; k_s = 1,121; k_x = 0,259; x = k_x \cdot d = \\ &0,259 \cdot 91; x = 23,57 \text{ cm} \end{aligned}$$

Za jeklo S 500 – A odčitamo napetost $\sigma_s(\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}) = 44,22 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$.

Potrebna natezna armatura:

$$A_{s,\text{potr}} = k_s \cdot \frac{M_{Eds}}{d \cdot \sigma_s} + \frac{N_{Ed}}{\sigma_s}, \mathbf{1,121} \frac{3215}{0,91 \cdot 44,22} - \frac{1500}{44,22}, A_{s,\text{potr}} = \mathbf{55,64 \text{ cm}^2}$$

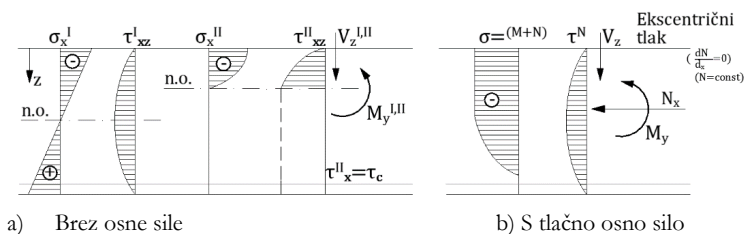
Napačno izračunan prerez armature sicer bistveno ne odstopa od pravilnega potrebnega prereza armature in je približno 3 % premajhen, je pa ocenjeno deformacijsko stanje precej različno (5 ‰ → 10 ‰). Še očitneje kot v tem primeru bi se vpliv uporabe napačnih podatkov pokazal pri večji obremenitvi, ko bi dobili na primer $k_d = 0,276$. Ta vrednost koeficienta k_d pri betonih običajne trdnost ($\leq C 50/60$) pripada deformaciji armature $\varepsilon_s = 5 \text{ ‰}$, pri betonu C 90/105 pa deformaciji jekla približno $\varepsilon_s = 1,84 \text{ ‰}$, ki je manjša od deformacije na meji elastičnosti $\varepsilon_{yd} = 2,17 \text{ ‰}$, kar je za upogibno obremenjeni element neprimerno. V tem primeru bi bila tudi precej večja napaka pri izračunanem prerezu armature, saj je napetost armature pri uporabi napačnih diagramov znatno prevelika, izračunan prerez armature pa posledično občutno premajhen.

Poznavanje pravega deformacijskega stanja prereza s hkratno pravilno uporabo konstitutivnih zakonov betona in armature (pravilno odčitavanje podatkov iz diagramov) je pomembno za zagotavljanje duktilnosti, ki je bistvo standarda SIST EN 1992-1-1 in je zahtevana zlasti takrat, kadar uporabljamo linearno elastično analizo z omejeno prerazporeditvijo upogibnih momentov ali plastično analizo, v splošnem pa je bistvenega pomena pri zagotavljanju primerne odziva armiranobetonskih konstrukcij v primeru potresa.

8 Dimenzioniranje armiranobetonskih elementov na prečno silo

8.1 Uvod

Na Slika 7.5 so bile prikazane trajektorije tlačnih in nateznih napetosti, ki so jih povzročili upogibni momenti in prečne sile. Če analiziramo armiranobetonski prerez, v posameznih točkah prereza opazimo, da se vrednosti glavnih tlačnih in nateznih napetosti spreminjajo po smeri in velikosti. Podan bo primer za fazo brez razpok (faza I) in fazo z razpokami (faza II).



Slika 8.1: Normalne tangencialne napetosti v armiranobetonskem prerezu za fazi I in I

Analizirajmo primer enoosnega upogiba brez osne sile. Fazo I bomo obdelali v petih točkah prereza, in sicer $z = 0$, $z = h/4$, $z = h/2$, $z = 3h/4$, $z = h$. Iz nauka o trdnosti vemo, da glavne napetosti izračunamo po znanih enačbah iz trdnosti.

Glavne napetosti za enoosno napetostno stanje:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xz}^2}$$

Ravnine glavnih napetosti:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{\tau_{xz}}{\frac{\sigma_x}{2}} = -\frac{2\tau_{xz}}{\sigma_x}$$

Točke prereza:

$$z = 0; \quad \sigma_x = \sigma_{\min} \cong \frac{M}{W_c} = -\frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2}; \quad \tau_{xz} = 0$$

$$\sigma_2 = -\frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2}; \quad \sigma_1 = 0$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = 0$$

$$z = \frac{h}{4}; \quad \sigma_x = \frac{1}{2} \sigma_{\min} = -\frac{3 \cdot M}{b \cdot h^2}$$

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \cdot S_y}{I_y \cdot b} = \frac{3 \cdot b \cdot h^2}{32 \cdot \frac{b \cdot h^3}{12} \cdot b} \cdot V_z = \frac{9 \cdot V_z}{8 \cdot A_x}$$

$$S_y = b \frac{h}{4} \cdot \left(\frac{h}{4} + \frac{h}{8}\right) = \frac{3b \cdot h^2}{32}; \quad I_y = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$\sigma_{1,2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot M}{b \cdot h^2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{3 \cdot M}{b \cdot h^2}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{9 \cdot V_z}{8 \cdot bh}\right)^2}; \sigma_2 < 0; \sigma_1 > 0; |\sigma_1| > |\sigma_2|$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{2 \cdot 9 \cdot V_z \cdot (-b \cdot h^2)}{8 \cdot bh \cdot 3M} = \frac{18 \cdot h}{24} \left(\frac{V_z}{M_y}\right) = \frac{3 \cdot h}{4} \cdot \left(\frac{V_z}{M_y}\right) > 0$$

$$z = \frac{h}{2}; \sigma_x = 0; \tau_{xz} = \frac{3 \cdot V_z}{2 \cdot bh}$$

$$S_y = \frac{h}{2} \cdot b \left(\frac{h}{4}\right) = \frac{b \cdot h^2}{8}; I_y = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$\sigma_2 = -\tau_{xz}; \sigma_2 = +\tau_{xz}$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \infty \rightarrow 2\varphi = 90^\circ \rightarrow \varphi = 45^\circ$$

$$z = \frac{3 \cdot h}{4}; \sigma_x = \frac{3 \cdot M}{b \cdot h^2}; \tau_{xz} = \frac{9 \cdot V_z}{8 \cdot A_x}$$

$$\sigma_1 = +\frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot M}{b \cdot h^2} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{3 \cdot M}{b \cdot h^2}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{9 \cdot V_z}{8 \cdot bh}\right)^2}; \sigma_2 < 0; \sigma_1 > 0; |\sigma_1| > |\sigma_2|$$

$$\sigma_2 < 0; \sigma_1 > 0; |\sigma_1| > |\sigma_2|$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{-2 \cdot \tau_{xz} \cdot b \cdot h^2}{3M} < 0$$

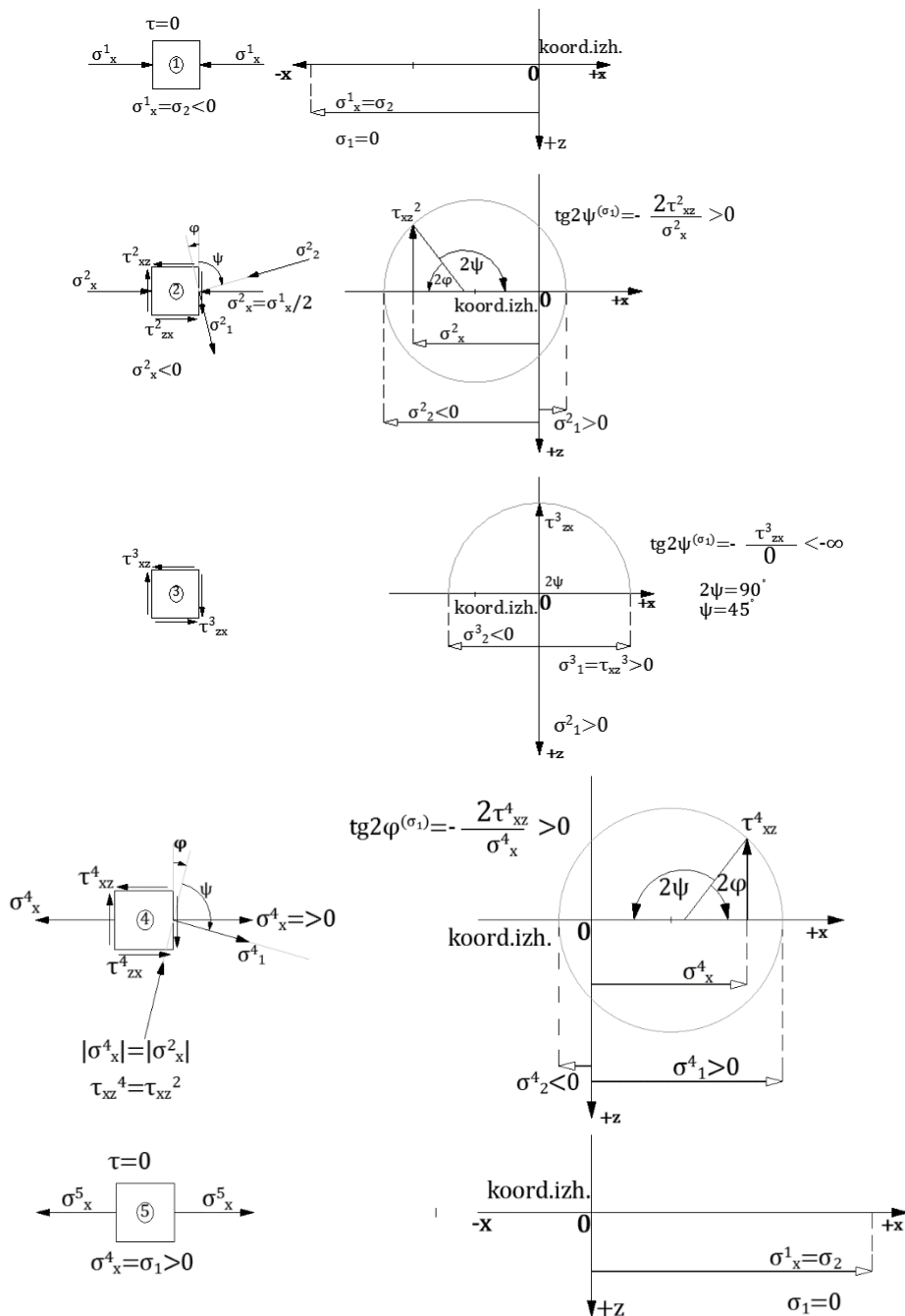
$$z = h; \sigma_x = +\frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2}; \tau_{xz} = 0$$

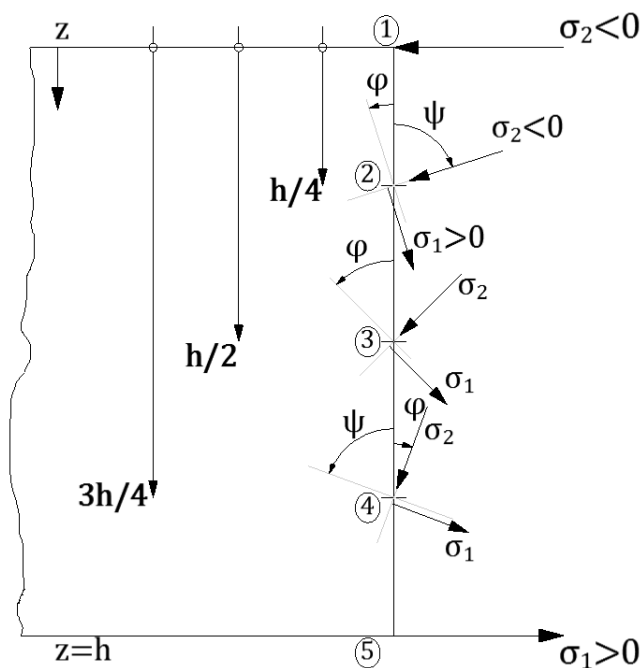
$$\sigma_1 = +\sigma_x = +\frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2}$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = 0$$

Iz predhodnih enačb bralec opazi, da v armiranobetonskem prerezu ni bila upoštevana armatura, kar za prerez brez razpok ni bistveno.





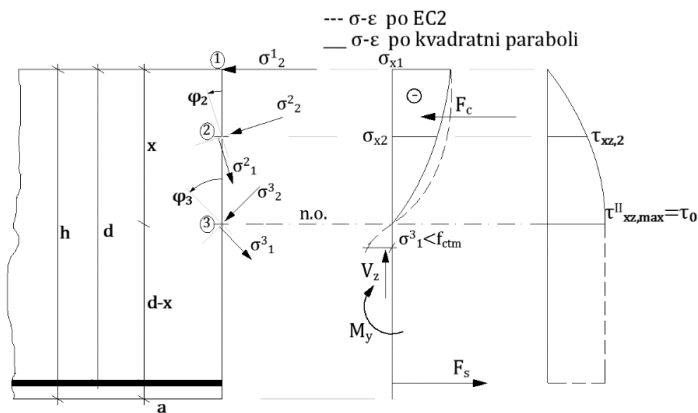
Slika 8.2: Trajektorije glavnih napetosti za fazo I armiranobetonskega prereza

Trajektorije glavnih napetosti za nerazpokan prerez, fazo I, so že bile prikazane na Slika 7.5.

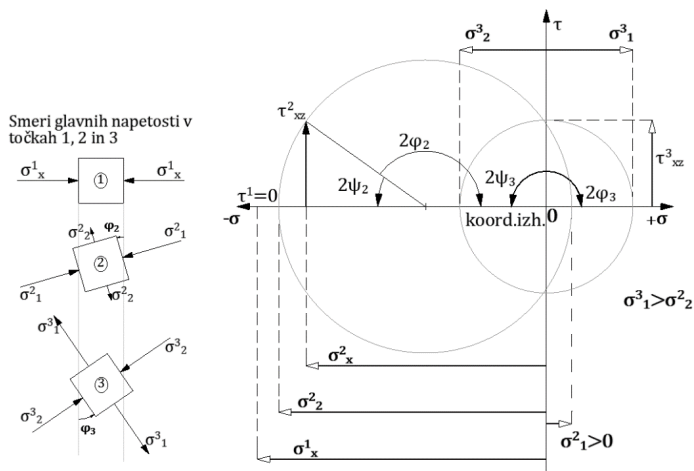
Ko doseže glavna natezna napetost σ_1 natezno trdnost betona, se pojavijo poševne razpoke v smeri glavnih tlačnih napetosti σ_2 , torej pravokotno na smer trajektorij nateznih napetosti σ_1 . Glavne tlačne napetosti σ_2 bo beton med razpokami lahko prenašal le, če bo natezne napetosti σ_1 prevzela tako imenovana poševna armatura, ki mora praviloma biti položena v smeri glavnih nateznih napetosti σ_1 , kar pa ni nujno. Iz Slika 8.3 je razvidno, da se smeri teh napetosti po višini nosilca spreminjajo, kakor se tudi spreminjajo smeri trajektorij glavnih tlačnih napetosti σ_2 . Iz Slika 8.2, Slika 8.3 in Slika 8.4 je razvidno, da se v armiranobetonskih nosilcih tvori krivočrtna palična konstrukcija (diagonale) z »ravnima« pasovoma, ki ju ponazarjata tlačni pas betona in tlačna armatura (F_c), ter nateznim pasom, ki ga predstavlja natezna vzdolžna armatura. Nekateri avtorji (Rüsch) so predlagali predalčje s križnimi diagonalami, ki pa je notranje statično nedoločeno. Danes uporabljamo predlog Mörscha v obliki trikotnega paličja, ki je notranje statično določeno. Natezne

diagonale pod kotom 45° se najbolj prilegajo smerem glavnih nateznih napetosti (Slika 8.4), zaradi praktičnega vidika pa lahko natezne diagonale tudi položimo vertikalno (stremena) – poševna stremena, kar se odraža na velikosti tlačnih sil v diagonalah in nateznih sil v stremenih.

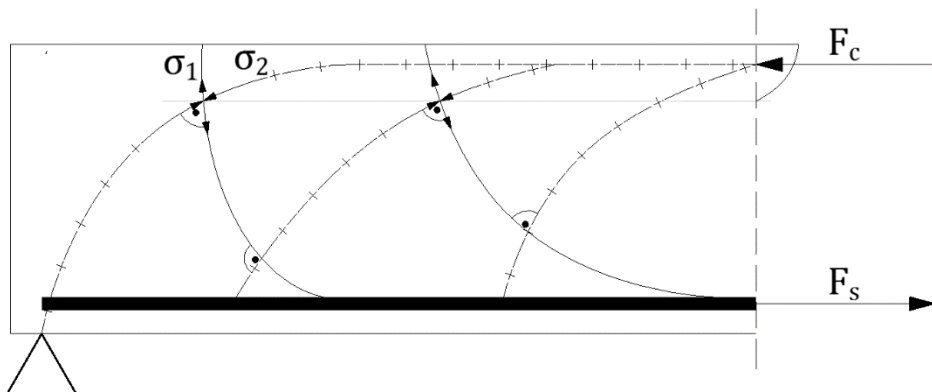
Za fazo II bo obdelan le »tlačni del prereza, ker v razpokah« prenaša vse natezne napetosti le armatura. »Strižne« razpoke v smeri glavnih tlačnih napetosti σ_2^3 se pojavijo po vsej natezni coni betona.



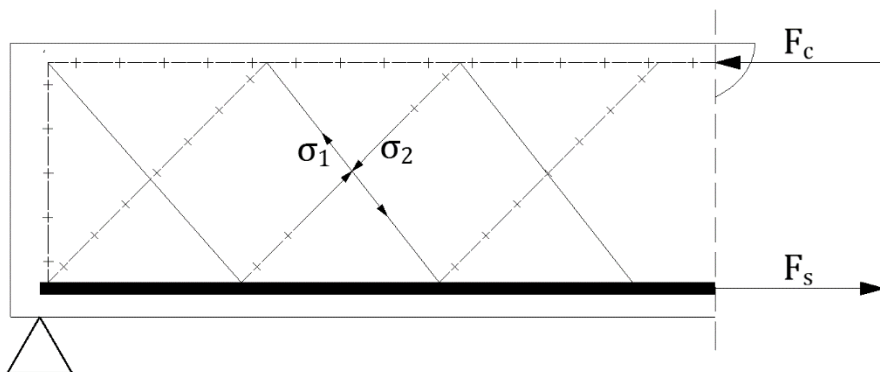
Slika 8.3: Prikaz tlačnih normalnih napetosti ter strižnih in glavnih napetosti s pripadajočimi smermi (trajektorijami)



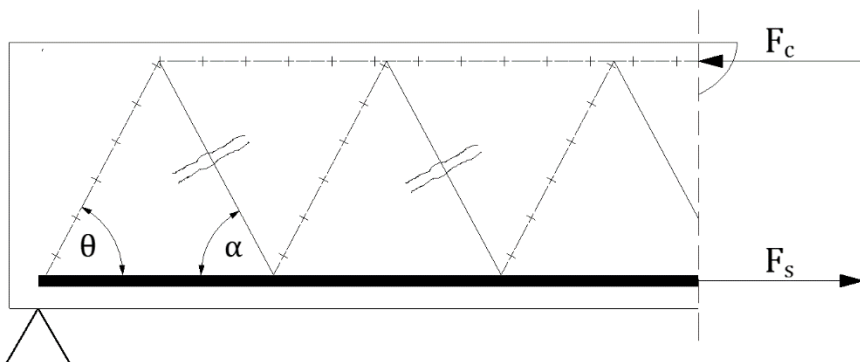
Slika 8.4: Möhrovi napetostni krogi za točke 1, 2 in 3 ter določitev glavnih napetosti in naklona ravnin glavnih napetosti $tg 2\varphi_i$



Slika 8.5: »Krivočrtno« paličje

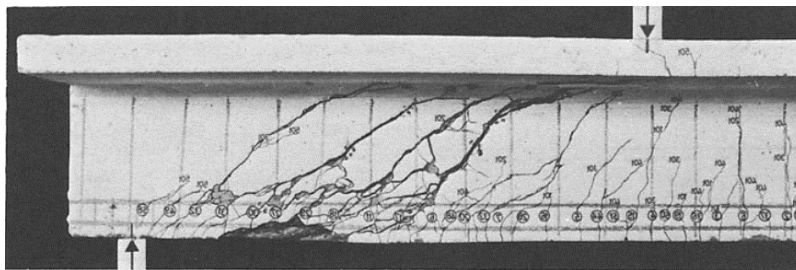


Slika 8.6: Paličje s križnimi diagonalami (Rüsch)

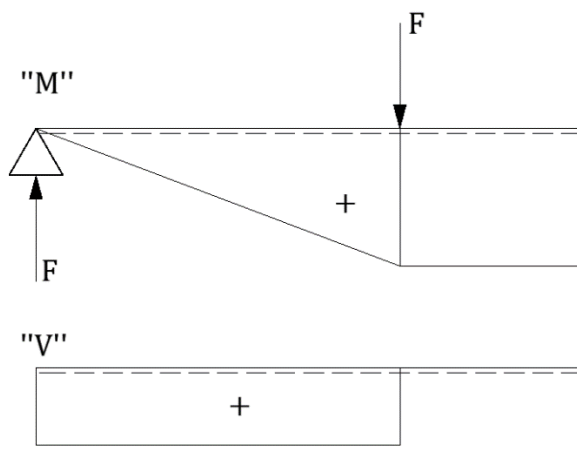


Slika 8.7: Mörschevo »trikotno« paličje

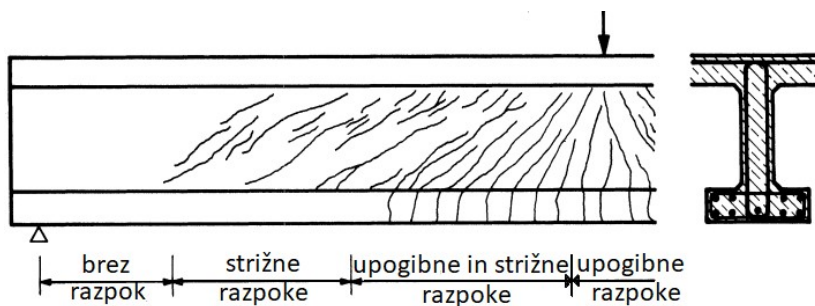
Prikaz prostoležečega nosilca I, obteženega z dvema koncentriranima silama F , je na spodnjih slikah.



Slika 8.8: Upogibne in strižne razpoke prostoležečega nosilca I [5]



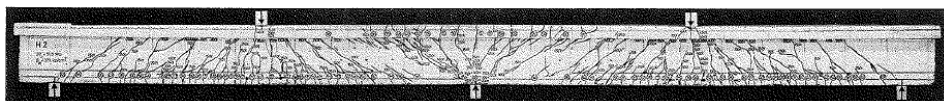
Slika 8.9: Diagrama momentov in prečnih sil za prostoležeči nosilec I



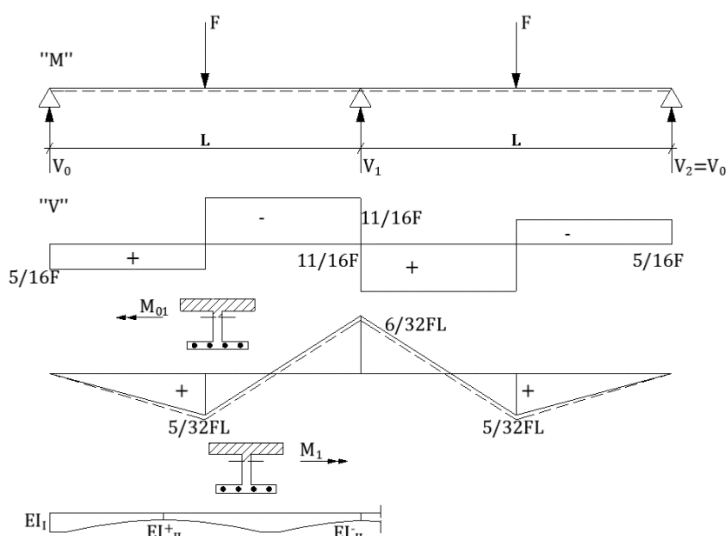
Slika 8.10: Razvrstitev razpok v stojini in pasnici nosilca I zaradi simetrične obtežbe

V »srednjem« delu prostoležečega nosilca ($V = 0$) opazimo na preizkušancu samo vertikalne razpoke (razpoke od upogibnega momenta). Na predelu nosilca, kjer upogibni momenti padajo, prečne sile pa so konstantne, opazimo v spodnji pasnici vertikalne razpoke, v stojini pa poševne razpoke (razpoke od V oziroma σ_1). Na območju, kjer so vrednosti M že zelo nizke, vertikalnih razpok več ni, so pa opazne samo še poševne razpoke od σ_1 . Preiskave potrjujejo predhodna teoretična dognanja.

Tlačne diagonale Mörschevega paličja so opazne med poševnimi razpokami. Zanimiv je vzorec kontinuirnega nosilca, obteženega s koncentrirano silo F v vsakem polju. V tem primeru nastopajo »pozitivni« in »negativni« upogibni momenti, prečne sile pa so večje v poljih proti srednji podpori. Prve vertikalne razpoke so se pojavile v zgornji pasnici ob srednji podpori.



Slika 8.11: Razpoke v armiranobetonskem kontinuirnem nosilcu I prek dveh polj, obteženem s koncentriranimi silama F [5]



Slika 8.12: Prečne sile in momenti v armiranobetonskem kontinuirnem nosilcu I prek dveh polj

Ker je »negativnik« upogibni moment večji od »pozitivnega« upogibnega momenta, prej »pade« (se zmanjša) upogibna togost na območju negativnih momentov kot v polju, kjer je nosilec še v fazi I. Tako se tudi zmanjšajo negativni upogibni momenti, istočasno pa se povečajo pozitivni upogibni momenti (črtkana črta v diagramu M). To je pojav, ki ga v praksi uporabimo pri tako imenovani prerazdelitvi upogibnih momentov.

Zaradi tega se v nosilcu sicer konstantnega prereza pojavijo različne upogibne togosti (I_{II} ni več konstanten in deformacij oziroma povosov takega nosilca ni več enostavno izračunati).

Poševne razpoke ob srednji podpori so širše kot ob končnih podporah ($|V_{01}| < |V_{10}|$ oz. $|V_{12}| > |V_{21}|$).

8.2 Dimenzioniranje armiranobetonskih nosilcev s konstantno višino in širino za fazo II

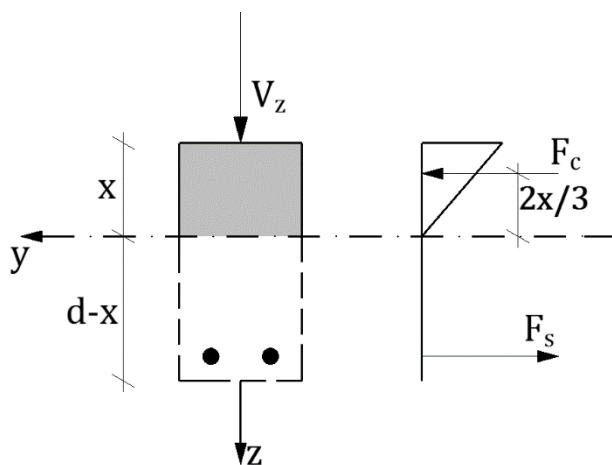
8.2.1 Mörschevo paličje

Mörschevo paličje je zasnovano kot paličje s paralelnima pasovoma ($I_y = const.$), tlačnimi diagonalami pod kotom θ in nateznimi diagonalami pod kotom α ($45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$) glede na os nosilca. Temelji na fazi II, to je na razpokanem prerezu, kjer se maksimalne strižne napetosti τ_{xy} pojavijo na prehodu tlačne v natezno cono in jih izračunamo s pomočjo spodnje enačbe.

$$\tau_0 = \frac{V_z \cdot S_y}{I_{y,id} \cdot b_0} = \frac{V_z}{z \cdot b_0} \quad (8.1)$$

$$z = \frac{I_{y,id}}{S_y} \quad (8.2)$$

Primer za pravokotni prerez:



$$S_c = \frac{b \cdot x^2}{2}$$

$$\alpha_E \cdot S_s = \alpha_E \cdot A_s(d - x) = S_s$$

$$I_{y,id} = \frac{b \cdot x^3}{3} + \alpha_E \cdot A_s(d - x)^2$$

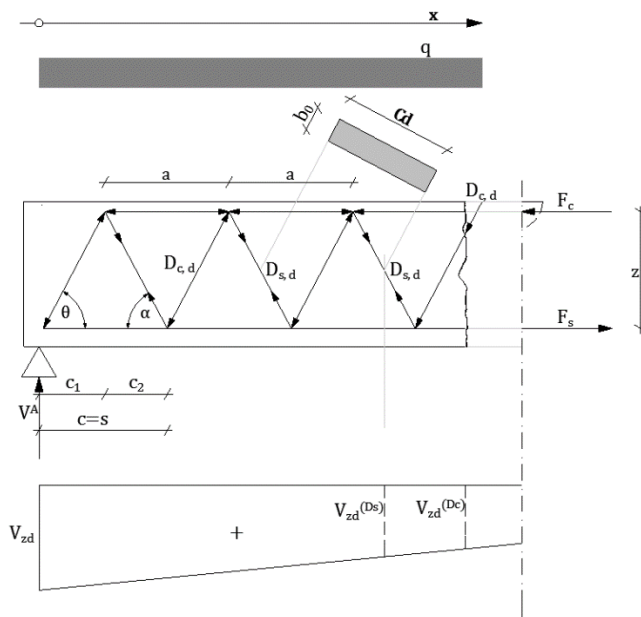
$$\frac{I_{y,id}}{S_y} = \frac{b \cdot x^3}{3 \cdot \frac{b \cdot x^2}{2}} + \frac{\alpha_E \cdot A_s(d - x)^2}{\alpha_E \cdot A_s(d - x)} = \frac{2}{3}x + (d - x) = z$$

$b_n = b_0 \dots$ statična širina prereza v višini nevtralne osi

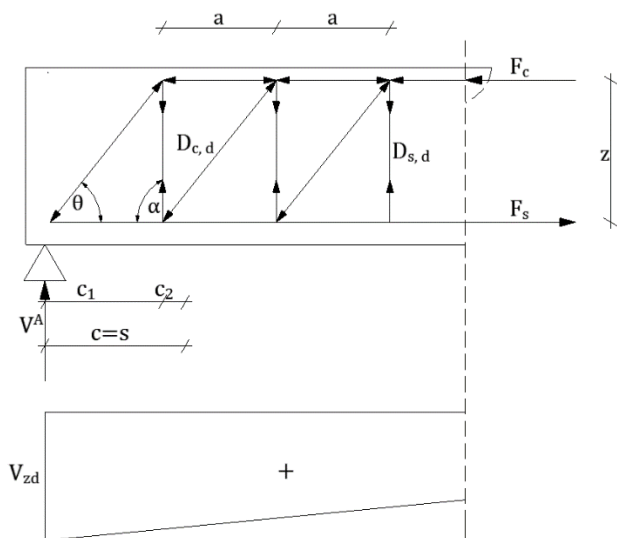
Natezne diagonale pod kotom $\alpha = 45^\circ$ so najugodnejše, saj pod tem kotom delujejo maksimalne glavne natezne napetosti σ_1 . Te diagonale lahko izvedemo s krivljenjem vzdolžne natezne armature oziroma s »poševnimi«
stremeni.

Stremena polagamo praviloma pod kotom $\alpha = 90^\circ$, s čimer dobimo paličje z nateznimi in tlačnimi diagonalami (Slika 8.14).

Pri izvedbi s poševnimi diagonalami moramo paziti, da te niso medsebojno zelo oddaljene, ker se med dvema palicama lahko pojavi poševna razpoka.



Slika 8.13: Paličje s poševnimi nateznimi diagonalami ($\alpha = 45^\circ$)



Slika 8.14: Paličje z vertikalnimi nateznimi diagonalami ($\alpha = 90^\circ$)

$$c_1 = z \cdot ctg\theta \quad (8.3)$$

$$c_2 = z \cdot ctg\alpha \quad (8.4)$$

$$c = c_1 + c_2 = z(ctg\theta + ctg\alpha) \quad (8.5)$$

$$c_d = c \cdot \sin\theta = z(ctg\theta + ctg\alpha) \cdot \sin\theta \quad (8.6)$$

8.2.2 Analiza tlačne diagonale

Iz $\Sigma V = 0$ dobimo:

$$V^A - q \cdot x - D_c \cdot \sin\theta = 0$$

$$D_c = \frac{V_d^A \cdot q_d \cdot x}{\sin\theta} = \frac{V_{d(x)}}{\sin\theta} \text{ oziroma } D_c = \frac{V_{z,d(x)}}{\sin\theta} \quad (8.7)$$

Tlačna projektna napetost v tlačni diagonali:

$$\sigma_c = \frac{D_{c,d}}{A_{cd}} = \frac{V_{z,d(x)}}{\sin\theta \cdot c_d \cdot b_0} = \frac{V_{z,d}}{\sin^2\theta \cdot z(ctg\theta + ctg\alpha) \cdot b_0}$$

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \frac{V_{z,d}}{\sin^2\theta(ctg\theta + ctg\alpha) \cdot z \cdot b_0} \\ &= \frac{\tau_0}{\sin^2\theta(ctg\theta + ctg\alpha)} \end{aligned}$$

Z upoštevanjem, da je:

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - ctg^2\theta \sin^2\theta \rightarrow \frac{\sin^2\theta}{1 + ctg^2\theta} = 1$$

$$\sin^2\theta = \frac{1}{1 + ctg^2\theta}; \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = ctg^2\theta \rightarrow$$

$$\cos^2\theta = ctg^2\theta \cdot \sin^2\theta, \quad (8.8)$$

dobimo:

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \frac{\tau_0}{(\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha) \cdot \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2\theta}} \\ &= \frac{V_{z,d}(1 + \operatorname{ctg}^2\theta)}{\sin^2\theta(\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha) \cdot z \cdot b_0}\end{aligned}\quad (8.9)$$

Tlačna napetost ne sme presegati projektne tlačne trdnosti betona, ki jo moramo še reducirati s faktorjema v in α_{cw} , saj je lahko v »položni« diagonali (glej Slika 16 in Slika 17) glavna tlačna napetost σ_2^2 večja kot σ_2^1 , ker se v točki 2 pojavijo poleg normalnih napetosti σ_x^2 tudi strižne napetosti τ_{xy}^2 .

Iz enačbe 8.9 lahko izračunamo strižno nosilnost (odpornost) tlačne diagonale $V_{Rd,max}$ po enačbi 8.9.

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \frac{V_{z,d}(1 + \operatorname{ctg}^2\theta)}{z \cdot b_0 \cdot (\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha)} \leq \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \\ V_{zd} \leq V_{Rd,max} &= \frac{\alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot z \cdot b_0 \cdot f_{cd}(\operatorname{ctg}\theta)}{(1 + \operatorname{ctg}^2\theta)}\end{aligned}\quad (8.10)$$

Po EC2: če je projektna napetost »poševne« armature manjša od $0,8f_{yk}$, se lahko vzame za:

$$v_1 = 0,6; (f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}) \quad (8.11)$$

$$v_1 = 0,9 \frac{f_{ck}}{200} > 0,5; (f_{ck} > 60 \text{ MPa}) \quad (8.12)$$

Za α_{cw} nacionalni dokument priporoča vrednosti:

$$\alpha_{cw} = 1 \text{ za konstrukcije brez prednapetja} \quad (8.13)$$

$$\alpha_{cw} = 1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \text{ za } \sigma_{cp} \leq 0,25f_{cd} \quad (8.14)$$

$$\alpha_{cw} = 1,25 \text{ za } 0,25f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,50f_{cd} \quad (8.15)$$

$$\alpha_{cw} = 2,5 \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) \text{ za } 0,50f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1,00f_{cd} \quad (8.16)$$

σ_{cp} ... srednja tlačna napetost betona zaradi prednapenjanja $\sigma_{cp} > 0$, ki pripada projektni osni sili (N_{Ed})

Priporočene mejne vrednosti naklona tlačne diagonale so podane z enačbo 8.12:

$$\begin{aligned} 1,0 < ctg\theta &\leq 2,5 \\ 21,8^\circ &\leq \theta \leq 45^\circ \end{aligned} \quad (8.17)$$

8.2.3 Analiza natezne diagonale

Sila v natezni diagonali:

$$D_{s,d} = \frac{V_{z,d(x)}}{\sin\alpha}$$

Natezna sila v diagonali na »enoto« dolžine nosilca:

$$D'_{s,d} = \frac{D_{s,d}}{c} = \frac{V_{z,d(x)}}{\sin\alpha \cdot z(ctg\theta + ctg\alpha)} \quad (8.18)$$

Natezna napetost v natezni diagonali:

$$\sigma_{s,d} = \frac{D_{s,d}}{A_{sw}} \leq f_{ywd} \quad (8.19)$$

Projektna meja plastičnosti poševne armature:

$$f_{ywd} \dots [MPa]$$

Natezna napetost v diagonali na enoto dolžine nosilca:

$$\sigma'_{s,d} = \frac{\sigma_{s,d}}{c} = \frac{D'_{s,d}}{A_{sw}} \leq \frac{f_{ywd}}{s_w} \quad (8.20)$$

Prerez natezne diagonale:

$$A_{sw} = m \cdot A_{s1} < \frac{f_{ywd}}{s_w} \quad (8.21)$$

Prerez ene poševne palice:

$A_{s1} \dots [cm^2]$

$$D'_{s,d} = \frac{V_{z,d}}{\sin\alpha \cdot z(ctg\theta + tg\alpha)} \leq \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s_w} \quad (8.22)$$

$s_w = c \dots$ razmik poševne armature

»Mejna« projektna nosilnost natezne diagonale:

$$V_{z,d(x)} < V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z \cdot \sin\alpha(ctg\theta + ctg\alpha)}{s_w} \quad (8.23)$$

$$s_w = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z \cdot \sin\alpha(ctg\theta + ctg\alpha)}{V_{z,d(x)}} \quad (8.24)$$

Prerez natezne diagonale:

$$A_{sw} = m \cdot A_{s1}$$

$A_{s1} \dots$ prerez ene palice

Sečnost natezne diagonale:

$m = (1, 2, 3, 4 \dots)$ – število sečnosti stremen v prerezu. Sečnost predstavlja število palic stremen v smeri delovanja sile.

8.2.4 Mejna prečna sila, pri kateri doseže beton »poševne« diagonale in natezno trdnost

Za orientacijo, če statično potrebujemo poševno armaturo, moramo določiti mejno prečno silo $V_{Rd,c}$, pri kateri doseže natezna diagonala natezno trdnost $f_{ct} = C_{Rd,c}$. Vsekakor pa moramo tudi na teh odsekih zagotoviti minimalni odstotek poševne armature $\rho_{w,min}$.

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \cdot k(100 \cdot \rho_L \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (8.25)$$

$$b_w = b_0$$

in

$$V_{Rd,c} \geq [\vartheta_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (8.26)$$

$$f_{ck} - [MPa]$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2, 0; d \dots [mm]$$

$$\rho_L = \frac{A_{sL}}{b_w \cdot d} \leq 0, 02$$

A_{sL} ... presez vzdolžne armature, ki jo moramo voditi najmanj $\geq (l_{ba} + d)$ prek obravnavanega prečnega prereza (Slika 8.16)

b_w ... širina stojine (na mestu nevtralne osi)

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0, 2f_{cd} \dots [MPa]$$

N_{Ed} ... projektna osna sila v prerezu, ki ga povzroča obtežba oziroma sila prednapetja v [N]

A_c ... ploščina prečnega prereza betona

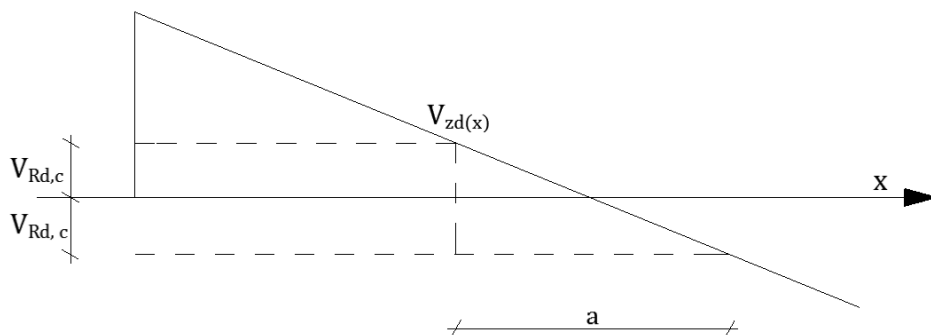
$$\vartheta_{min} = 0,035 \cdot k^2 \cdot f_{ck}^{\frac{3}{2}} = 0,035 \sqrt{k^3} \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

$$k_1 = 0,15$$

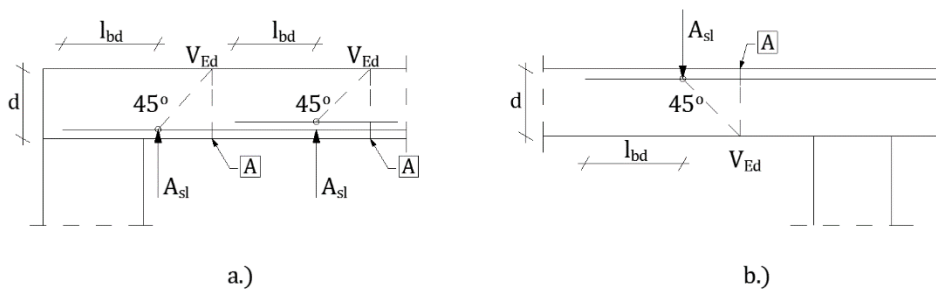
$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$$

$$\gamma_c = 1,5$$

a ... odsek, kjer je $V_{z,d(x)} < V_{Rd,c}$, poševna armatura statično ni potrebna

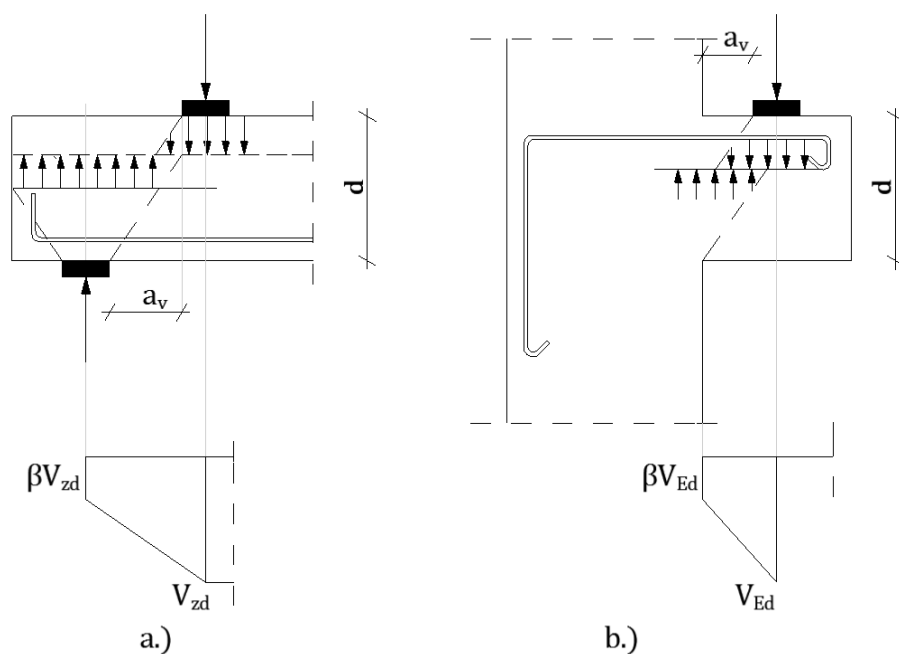


Slika 8.15: Prikaz območja a, kjer poševna armatura statično ni potrebna



Slika 8.16: Definicija A_{sL} v izrazu (8.25)

EC2: pri nosilcih in kratkih konzolah, kjer je obtežba na zgornji strani nosilca, blizu roba podpore $0,5d < a_v < 2d$, in ko so uporabljena podajna (npr. neopren) ležišča, lahko $V_{Ed} = V_{zd}$ reduciramo s faktorjem $\beta = \frac{a_v}{2d} \geq 0,5$, kar lahko uporabimo za kontrolo $V_{Rd,c}$. Seveda mora biti vzdolžna armatura nad podporo polno zasidrana.



Slika 8.17: Redukcija prečne sile

Prečna sila V_{Ed} , izračunana brez redukcije (zmanjšanja) s faktorjem β , pa mora zadoščati pogoju:

$$V_{Ed} \leq 0,5 \cdot b_w \cdot d \cdot \vartheta \cdot f_{cd} \quad (8.27)$$

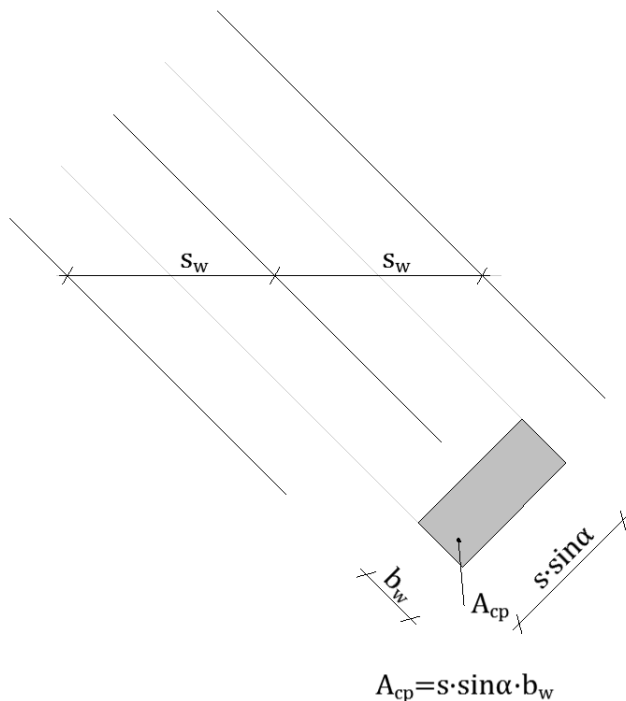
$$\vartheta = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right); f_{ck} [MPa] \quad (8.28)$$

Preglednica 8.1: »Strižna« odpornost tlačnih in nateznih diagonal pri različnih kotih θ in α

α θ	$V_{Rd,max}$ (tlačna diagonala)	V_{Rds} (natezna diagonala)
$\alpha = \alpha$ $\theta = \theta$	$V_{Ed} \leq \frac{\alpha_{cw} v_1 \cdot z \cdot b_w \cdot f_{cd} (ctg\theta + ctg\alpha)}{(1 + ctg^2\theta)}$	$V_{Ed} \leq \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z (ctg\theta + ctg\alpha) \sin\alpha}{s}$
$\alpha = 90^\circ$ $\theta = \theta$	$V_{Ed} \leq \frac{\alpha_{cw} v_1 \cdot z \cdot b_w \cdot f_{cd}}{ctg\theta + tg\theta}$	$V_{Ed} \leq \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z \cdot ctg\theta}{s}$
$\alpha = \alpha$ $\theta = 45^\circ$	$V_{Ed} \leq \frac{\alpha_{cw} v_1 \cdot z \cdot b_w \cdot f_{cd} (1 + ctg\alpha)}{2}$	$V_{Ed} \leq \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z}{s} (\cos\alpha + \sin\alpha)$
$\alpha = 90^\circ$ $\theta = 45^\circ$	$V_{Ed} \leq \frac{\alpha_{cw} v_1 \cdot z \cdot b_w \cdot f_{cd}}{2}$	$V_{Ed} \leq \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z}{s}$

8.2.5 Minimalni količnik poševne armature $\rho_{w,min}$

Na delu nosilca, kjer so prečne sile V_{Ed} manjše kot $V_{Rd,c}$, moramo položiti minimalni prerez poševne armature $A_{sp,min} = \rho_{w,min} \cdot A_{poš}$.



Slika 8.18: »Prerez betona«, ki pripada poševni armaturi

Podobno kot pri minimalnem količniku vzdolžne armature mora biti tudi za poševno armaturo izpolnjen pogoj ob nastanku »poševne« razpoke (zaradi σ_1).

$$F_{sw} \geq F_{ct}$$

$$A_{sw} \cdot f_{yk} \geq A_{c,poš} \cdot C_{Rd,c} [k \cdot (100 \cdot \rho_L \cdot f_{ck})^{1/3}]$$

$$\frac{A_{sw}}{A_{c,poš}} = \rho_{w,min} \geq \frac{C_{Rd,c} [k \cdot (100 \cdot \rho_L \cdot f_{ck})^{1/3}]}{f_{yk}} \quad (8.29)$$

Enačba (8.29) za prakso ni primerna, zato SIST EN 1992-1-1:2005 navaja poenostavljen izraz, ki je odvisen samo od marke betona in kakovosti armature:

$$\rho_{w,min} \geq 0,08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (8.30)$$

8.2.6 »Stopničenje« vzdolžne natezne armature

Vzdolžno armaturo smo dimenzionirali po tako imenovani teoriji nosilca, predhodna spoznanja in določevanja strižnih odpornosti po metodi Mörschevega paličja pa nas opozorijo, da so natezne sile vzdolžne armature, izračunane za palične nosilce, nekoliko večje kot natezne sile vzdolžne armature, izračunane po metodi nosilca. To velja tedaj, ko kota θ in α nista enaka.

$$c + c_1 = c_1 + c_2 + c_1 = 2c_1 + c_2$$

$$c_1 = z \cdot ctg\theta$$

$$c_2 = z \cdot ctg\alpha$$

$$c + c_1 = z \cdot (2ctg\theta + ctg\alpha)$$

$$2c + c_1 = 3c_1 + 2c_2 = z \cdot (3ctg\theta + 2ctg\alpha)$$

Teorija paličja:

Teorija nosilca:

$$S_2 = \frac{M'_2}{z} = \frac{V^A(c + c_1)}{z} \quad S_2 = \frac{M_2}{z} = V^A \frac{3}{2} c$$

$$S_2 = \frac{V^A(2ctg\theta + ctg\alpha) \cdot z}{z} \quad S_2$$

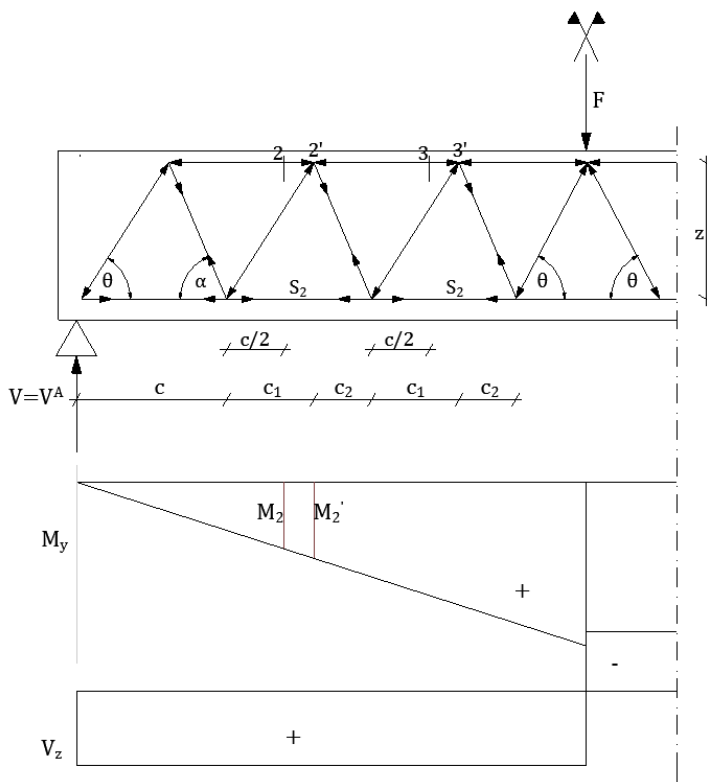
$$= \frac{V^A}{z} \cdot \frac{3}{2} \cdot z \cdot (ctg\theta + ctg\alpha)$$

$$S_3 = \frac{M'_3}{z} = \frac{V^A(2c + c_1)}{z} \cdot z \quad S_3 = \frac{M_3}{z} = V^A \frac{(2c + c/2)}{z}$$

$$= \frac{5}{2} \cdot V^A \frac{c}{z}$$

$$S_3 = \frac{V^A}{z} \cdot (3ctg\theta + 2ctg\alpha) \quad S_3$$

$$= \frac{V^A}{z} \cdot (3 - 1/2) \cdot (ctg\theta + ctg\alpha)$$



Slika 8.19: Mörschevo paličje, obremenjeno z upogibnimi momenti in prečnimi silami

Sila v n-ti palici nateznega pasu:

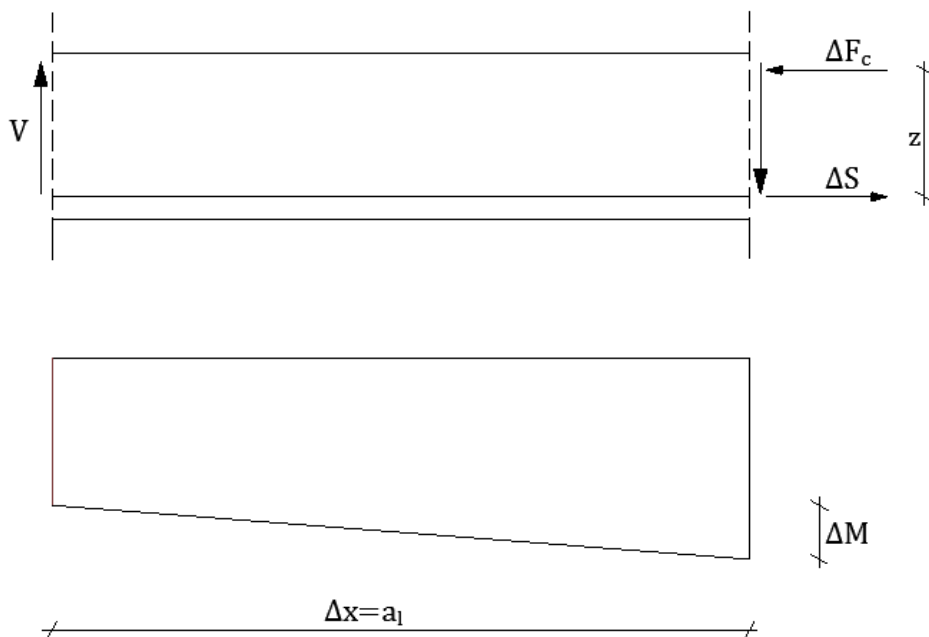
$$S_n = \frac{V}{z} \cdot (n \cdot ctg\theta + (n + 1)ctg\alpha) \quad S_n \\ = (n - 1/2) \cdot (ctg\theta + ctg\alpha) \cdot V$$

$$\Delta S_n = S_n^{tp} - S_n^{tn} = \frac{V}{2} \cdot (ctg\theta - ctg\alpha); |\theta| > |\alpha| \quad (8.31)$$

Sila v n-ti palici natezne armature se razlikuje, če jo izračunamo po teoriji paličja za vrednost, dano v enačbi (8.31). Enačba velja za konstantno oziroma spreminjajočo se prečno silo.

Sila v zgornjem pasu po teoriji paličja:

$$Z = \frac{M}{z} - \frac{V}{2} (ctg\theta - ctg\alpha)$$



Slika 8.20: Določitev a_l

$$\Delta M = V \cdot \Delta x = V \cdot a_l$$

$$a_l = \frac{\Delta M}{V} = \frac{\Delta S \cdot z}{V}$$

$$a_2 = \frac{V}{2} \cdot \frac{(ctg\theta - ctg\alpha) \cdot z}{V}$$

$$a_l = \frac{z}{2} \cdot (ctg\theta - ctg\alpha) \quad (8.32)$$

$$\text{Za } \theta = \alpha \rightarrow a_l = 0$$

$$\alpha = 90^\circ; \theta = 45^\circ \rightarrow a_{lmin} = z/2$$

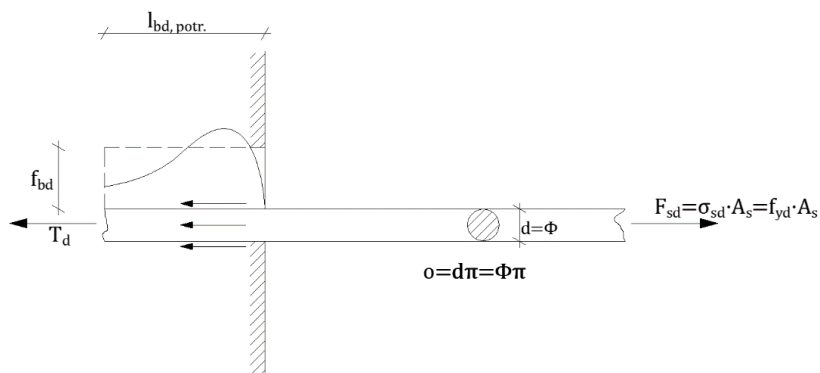
$$\begin{aligned} \alpha = 90^\circ; \theta_{min} = 21,8^\circ &\rightarrow a_{lmax} = 1,25 \cdot z \\ &= 1,25 \cdot 0,9d = 1,125d \end{aligned}$$

SIST EN 1992-1-1:2005 predlaga $a_2 = d$.

d ... statična višina nosilca

Od točke a_l naprej moramo računati projektno sidrno dolžino ustrezne palice (l_{bd}).

Osnovna potrebna sidrna dolžina:



Slika 8.21: Ravnotežje adhezijske sil T_d in izravnne sile F_{sd}

Osnovno potrebno sidrno dolžino pri predpostavljeni povprečni sprjemni projektni trdnosti f_{bd} določimo na osnovi ravnotežja adhezijske sile T_d in izravnne sile F_{sd} (sile v armaturi).

$$F_{sd} = T_d$$

$$\sigma_{sd} \cdot A_s = f_{bd} \cdot o \cdot l_{b,potr.}$$

$$o = \Phi \pi$$

$$A_s = \frac{o \cdot \Phi}{4} = \frac{\Phi^2 \cdot \pi}{4}$$

$$l_{b,potr.} \geq \frac{\sigma_{sd} \cdot A_s}{f_{bd} \cdot o}$$

$$l_{b,potr.} = \frac{\sigma_{sd} \cdot \Phi}{f_{bd} \cdot 4} \quad (8.33)$$

$$\sigma_{sd} = \frac{F_{sd}}{A_s}$$

f_{bd} (glej (4.4))

Projektna sidrna dolžina

Odvisna je od različnih konstant α_i in potrebne sidrne dolžine $l_{b,potr.}$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,potr.} \geq l_{b,min} \quad (8.34)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ in α_5 so podani v Preglednica 8.2 SIST EN 1992-1-1:2005.

Bralec naj si ogleda zahteve o:

- sidranju vzdolžne, stremenske in poševne armature ter armature s privarjenimi palicami v SIST EN 1992-1-1:2005, točke 8.4.4, 8.5 in 8.6;

- stikovanju s prekrivanjem, varjenjem in mehanskimi spojkami v SIST EN 1992-1-1:2005, točka 8.7;
- dodatnih pravilih za palice velikih premerov v SIST EN 1992-1-1:2005, točka 8.8;
- palicah v svežnju SIST EN 1992-1-1:2005, točka 8.9.

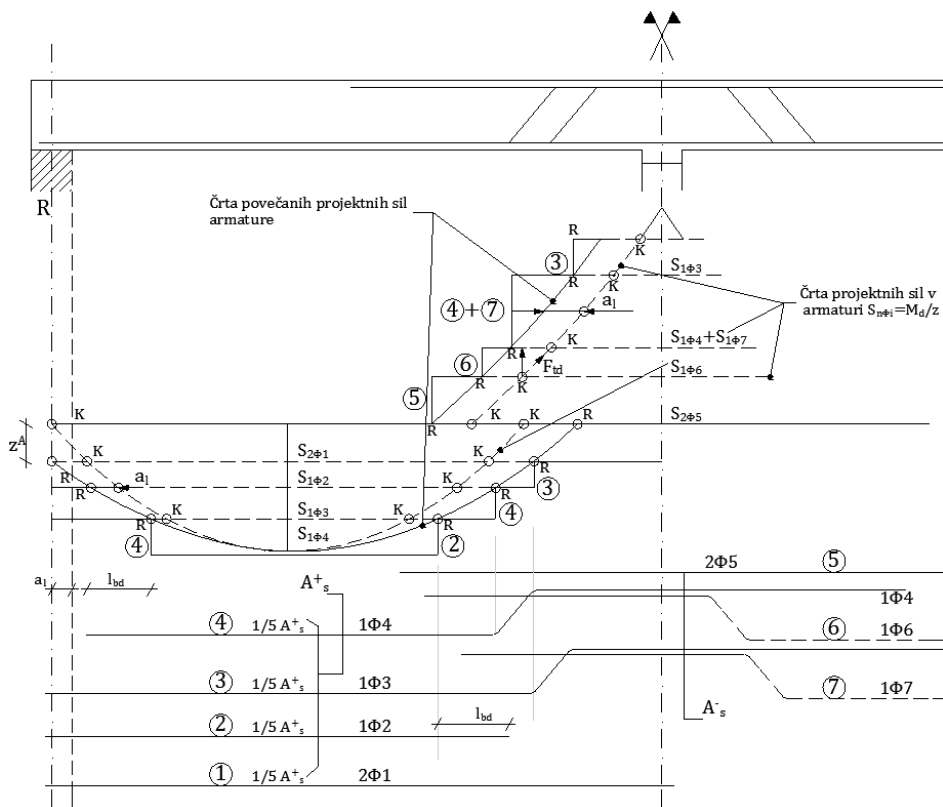
Nesmiselno bi bilo namreč ta poglavja prikazati v učbeniku.

Iz predhodnih razlag smo ugotovili, da moramo v natezni armaturi pri elementih z in brez strižne armature uporabiti dodatno silo v natezni vzdolžni armaturi $\Delta S_t = \Delta F_{td}$, ki jo lahko ocenimo na podlagi premika črte (nateznih sil v armaturi) za razdaljo $\Delta x = a_l$. Tako dobimo »polno« črto nateznih sil armature, pri kateri opazimo, da ima vzdolžna armature večjo silo za vrednost $\Delta S_t = \Delta F_{td}$ (glej Slika 8.21).

Ovojnico nateznih sil vzdolžne armature pri osno-upogibni obremenitvi $F_{sd} = \frac{M_{Ed}}{z} + N_{Ed}$ predstavlja prekinjena črta na Slika 8.22.

Vrednosti nateznih (projektnih) sil posamezne armature $S_{1\phi i}$, podanih z (8.39), nanašamo v ovojnico nateznih sil, da dobimo območja, do katerih mora statično potekati ustrezna armatura, ki jo ponazarjajo točke K na prekinjeni črti. Od točke K podaljšamo ustrezne palice za vrednost a_l in dolžino točke R, ki jih povežemo in dobimo črto povečanih nateznih sil vzdolžne armature (R). Od točke R naprej v neugodno smer podaljšamo ustrezne palice za vrednost projektne sidrne dolžine l_{bd} ! Posamezne palice prav tako sidramo pod kotom α (45°) ter jih namestimo v zgornjo natezno cono »negativnih« momentov in prekrivamo tudi potrebno območje v sosednjem polju. Identično to napravimo, ko iz drugega polja vodimo armature iz spodnje v zgornjo cono in prekrivno potrebno območje v prvo polje. S tem lahko istočasno hkrati prevzemamo tudi del »nateznih diagonal« Mörschevega paličja. Tako prikazovanje je sicer »šolski primer«, danes pa v »praksi« polagamo le vzdolžno armature. Za prevzem prečnih sil uporabimo stremena.

Polna črta že predstavlja povečano silo v natezni armaturi, izračunano po metodi paličja. To povečanje se izraža z vrednostjo ΔF_{td} .



Slika 8.22: Stopničenje vzdolžne armature [27]

8.2.7 Določitev območja, do kod mora segati natezna vzdolžna armatura

Za določitev območij, do kod mora segati ustrezna vzdolžna armatura, moramo izračunati natezno silo, ki jo ta armatura prenese.

Upogibni moment, ki ga prenaša ena palica ϕ_i (A_i [cm^2]), znaša:

$$M_{1\phi_i} = \frac{A_i}{A_{s,potr.}} \cdot M_d \quad (8.35)$$

Natezna sila v armaturi zaradi upogibnega momenta, ki ga prenaša ena palica $\Phi_i(A_i[\text{cm}^2])$, znaša:

$$S_{1\Phi_i}^{M_{yd}} = \frac{M_{1\Phi_i}}{z} = \frac{A_i}{A_{s,potr.}} \cdot \frac{M_d}{z} \quad (8.36)$$

Natezna sila v armaturi zaradi osne sile N_{Ed} , ki jo prenaša ena palica $1\Phi_i(A_i[\text{cm}^2])$, znaša:

$$S_{1\Phi_i}^{N_{Ed}} = \frac{A_i}{A_{s,potr.}} \cdot N_{Ed} \quad (8.37)$$

$$A_{s,potr.} = A_{s,potr.}^{N_{Ed}} + A_{s,potr.}^{M_{yd}} \quad (8.38)$$

Natezna sila v armaturi, ki jo prenaša ena palica $1\Phi_i(A_i[\text{cm}^2])$, zaradi osne sile N in upogibnega momenta M_{yd} znaša:

$$S_{1\Phi_i}^{(M_{yd}+N_{Ed})} = \frac{A_i}{A_{s,potr.}} \cdot \left(\frac{M_d}{z} + N_{Ed} \right) \quad (8.39)$$

8.2.8 Redukcija »špice« negativnih momentov nad vmesnimi podporami

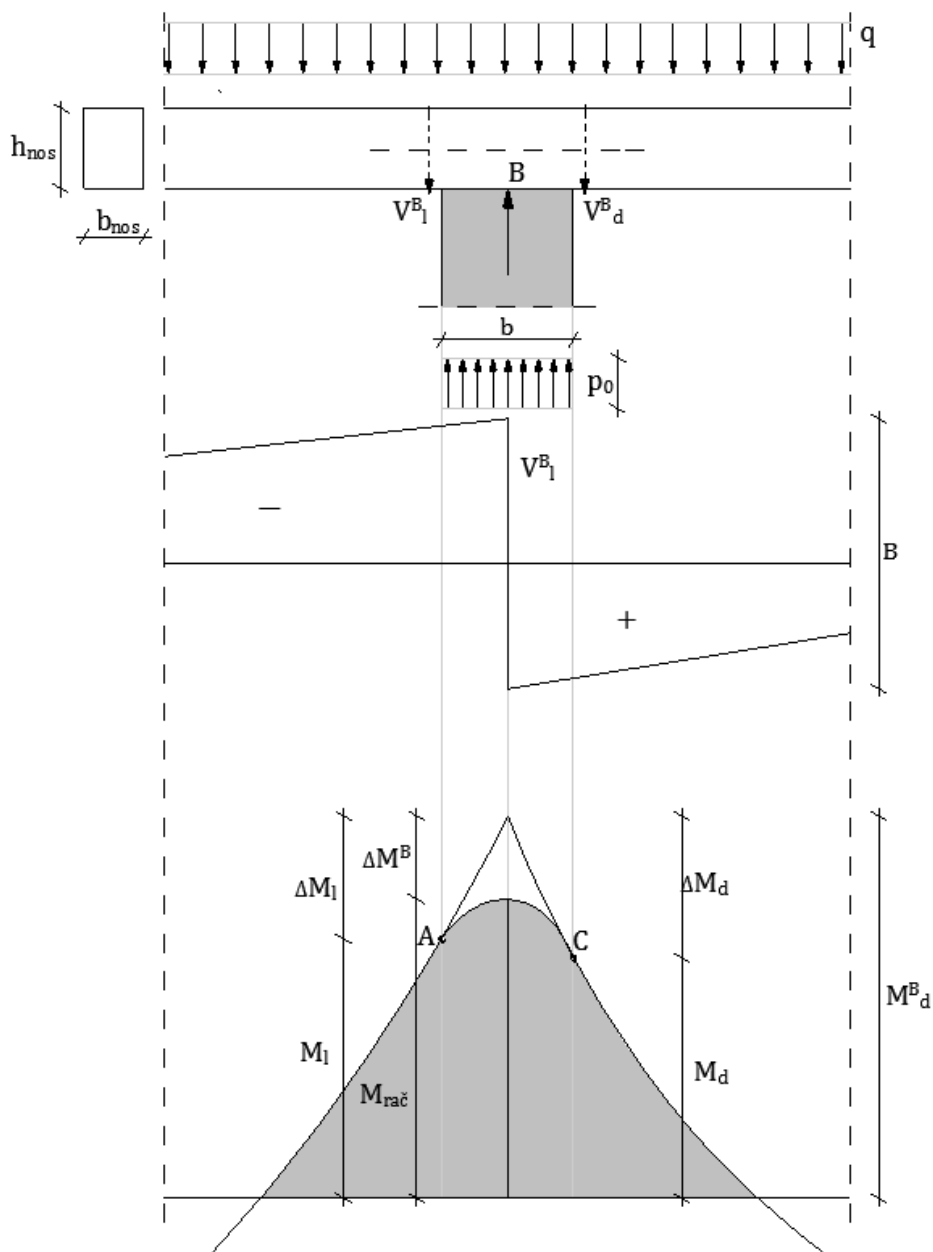
Ker reakcija B ni točkasta, pač pa enakomerno zvezna p_0 ($p_0 = \frac{B}{b \cdot b_{nos}}$), se upogibni momenti na odseku b lahko reducirajo, kot prikazuje spodnja slika.

$$\Delta M^B = V_l^B \cdot \frac{b}{2} - q \cdot \frac{b^2}{8}$$

$$M_{rač} = M_d^B - \Delta M^B \quad (8.40)$$

V praksi običajno odčitamo daljico ΔM_d , jo razpolovimo in potegnemo premico (tangento) vzporedno premici A–C (Slika 8.17).

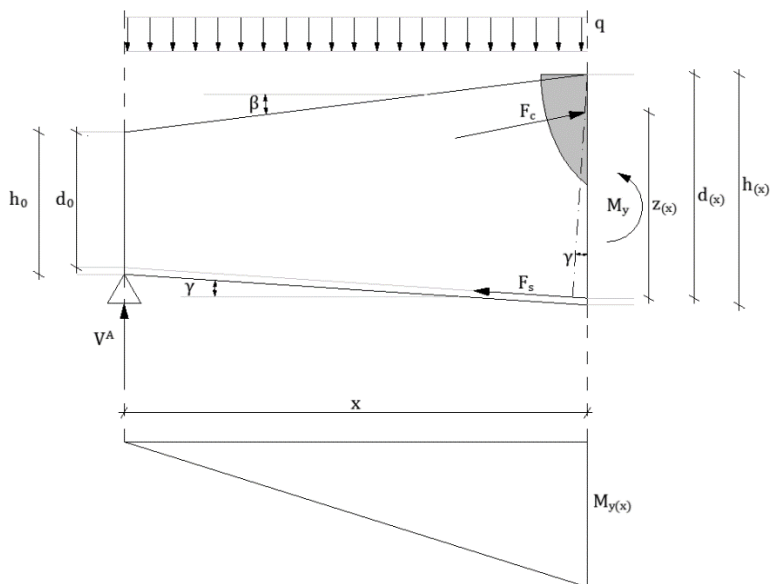
$$M_d^B \cong M_d^B - \frac{\Delta M_d}{2}$$

Slika 8.23: Zaokrožitev (redukcija) upogibnih momentov nad podpora širine b

8.3 Armiranobetonski nosilci s spremenljivo višino in konstantno širino – faza II

8.3.1 Kritični prerez

To je prerez, v katerem se pojavi maksimalna natezna sila v armaturi. V tem podpodpoglavju bo obdelan primer brez osne sile ($N_{Ed} = 0$). Obtežba g , p in q je konstantno enakomerno zvezna.



Slika 8.24: Določitev natezne sile v armaturi v prerezu x

Natezna sila v armaturi znaša:

$$F_s(x) = \frac{M_{y(x)}}{z(x) \cdot \cos \gamma} \quad (8.41)$$

$$M_{y(x)} = \frac{ql}{2} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = \frac{q}{2} (lx - x^2) \quad (8.42)$$

$$V_{z(x)} = \frac{ql}{2} - q \cdot x = q \cdot \left(\frac{l}{2} - x \right) \quad (8.43)$$

$$z(x) = \varsigma \cdot d_x = \varsigma \cdot [d_0 + x \cdot (tg\beta + tg\gamma)] \quad (8.44)$$

Maksimalna natezna sila v armaturi F_{smax} se pojavi v prerezu, kjer bo izpolnjen pogoj $\frac{dF_s}{dx} = 0$.

$$\frac{dF_s}{dx} = \frac{dM}{dx} \cdot \frac{1}{z(x) \cdot \cos\gamma} - \frac{M_{y(x)}}{z(x)^2 \cdot \cos\gamma} \cdot \frac{dz}{dx}$$

$$\frac{dM}{dx} = V_z$$

$$\frac{dz}{dx} = \varsigma \cdot (tg\beta + tg\gamma)$$

$$\frac{1}{z(x)^2 \cdot \cos\gamma} \cdot [V_z \cdot z(x) - M_y \cdot v \cdot (tg\beta + tg\gamma)] = 0$$

$$\frac{q}{2\cos\gamma} \cdot \left\{ \frac{1}{z(x)^2} \cdot [(l - 2x) \cdot z(x) - (lx - x^2) \cdot \varsigma \cdot (tg\beta + tg\gamma)] \right\} = 0$$

$$(l - 2x) \cdot \varsigma \cdot [d_0 + x \cdot (tg\beta + tg\gamma)] - (lx - x^2) \cdot \varsigma \cdot (tg\beta + tg\gamma) = 0$$

$$x^2 \cdot (tg\beta + tg\gamma) + 2 \cdot d_0 \cdot x - l \cdot d_0 = 0$$

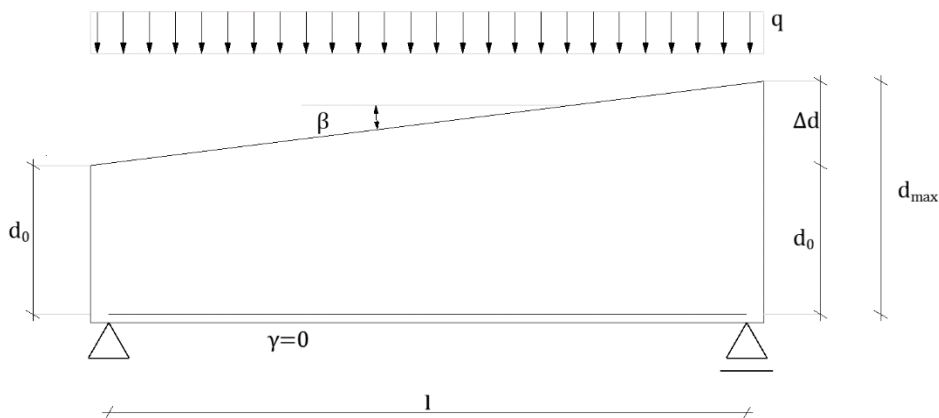
$$x_{1,2} = \frac{-d_0 \pm \sqrt{d_0^2 + l \cdot d_0 \cdot (tg\beta + tg\gamma)}}{(tg\beta + tg\gamma)} \quad (8.45)$$

$$F_{smax} = \frac{M_{y(x)kr}}{z(x)_{kr} \cdot \cos\gamma}$$

Enokapni nosilec

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\Delta d}{l} = \frac{d_{\max} - d_0}{l}$$

$$x_{kr} = \frac{l}{\Delta d} \cdot \left(-d_0 + \sqrt{d_0 \cdot (d_0 + \Delta d)} \right) < \frac{l}{2} \quad (8.46)$$



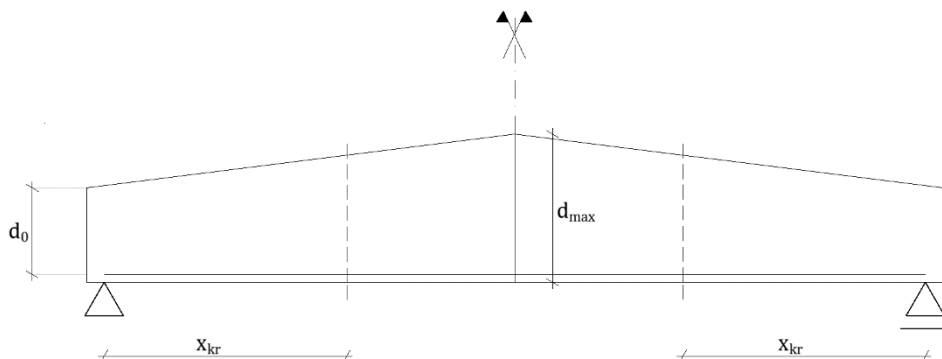
Slika 8.25: Geometrija enokapnega nosilca

Dvokapni simetrični nosilec

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{2 \cdot \Delta d}{l} = \frac{d_{\max} - d_0}{l}$$

$$\Delta d = d_{\max} - d_0$$

$$x_{kr} = \frac{l}{2 \cdot \Delta d} \cdot \left(-d_0 + \sqrt{d_0 \cdot (d_0 + 2 \cdot \Delta d)} \right) < \frac{l}{2} \quad (8.47)$$



Slika 8.26: Geometrija dvokapnega simetričnega nosilca

Tudi v teh primerih lahko izvedemo stopničenje črte nateznih sil v armaturi.

Primer za nosilec (enokapni in dvokapni simetrični nosilec) z merami:

$$l = 14,00 \text{ m}; q = 0,85; d_0 = 50 \text{ cm}; \Delta d = 70 \text{ cm}; d_{max} = 120 \text{ cm};$$

$$\gamma = 0; tg\beta = \frac{0,7}{7,0} = 0,1$$

in konstantno enakomerno obtežbo q znaša:

$$x_{kr} = 0,33ql$$

$$F_{s,max} = 26,5q; m \cdot \frac{kN}{m} \rightarrow [kN]$$

$$F_{s,L/2} = 27,02q; m \cdot \frac{kN}{m} \rightarrow [kN]$$

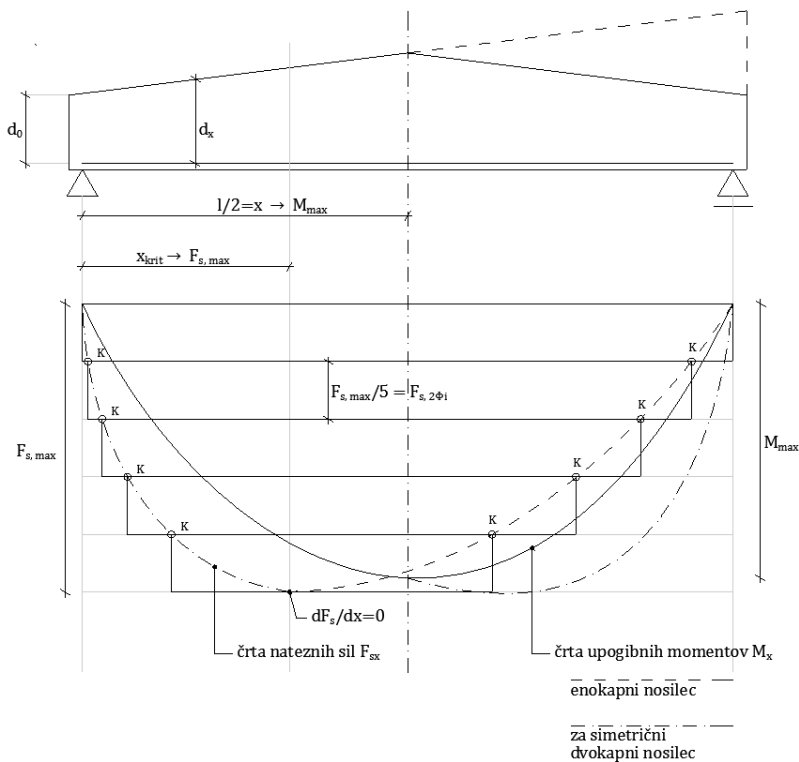
$$M_{max} = 24,5q; m^2 \cdot \frac{kN}{m} \rightarrow [kNm]$$

Vzdolžna armatura:

$$5 \cdot 2\phi_i = A_{s,dej}$$

$$A_{s,potr} = \frac{F_{s,max}}{f_{yd}} = \frac{M_{z,d}^{kr}}{z_{kr} \cdot f_{yd}}$$

$$z_{krit} = \zeta \cdot d_{kt}$$



Slika 8.27: Stopničenje črte enakapnega oziroma dvokapnega nosilca

Na zgornji sliki so nakazane črte nateznih sil (točke K), ne pa premaknjene črte nateznih sil (točke R).

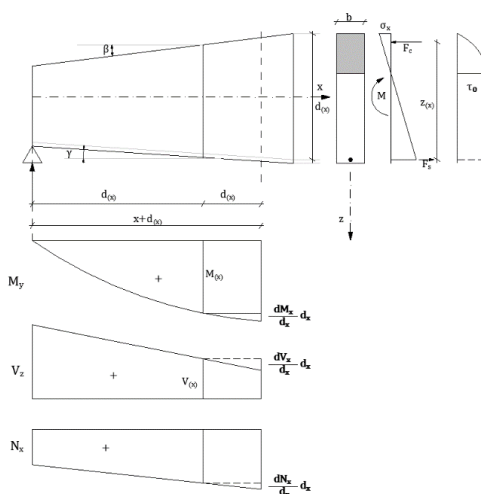
Natezna sila v i -tem prerezu znaša glede na (8.41):

$$\begin{aligned}
 F_{s(x)} &= \frac{q}{2} \cdot (l \cdot x - x^2) \\
 &= \frac{q}{\zeta \cdot (d_0 + tg\beta)} = q \frac{l \cdot x - x^2}{2\zeta \cdot (d_0 + tg\beta)} \\
 &= q \frac{x \cdot (l - x)}{1.7 \cdot (0,5 + 0,1x)}
 \end{aligned}$$

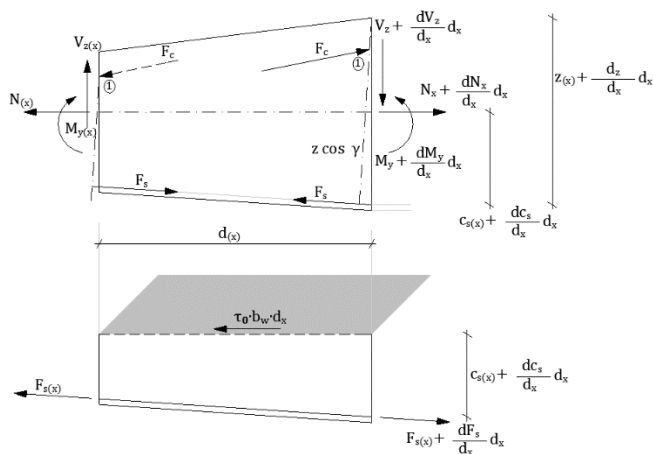
8.3.2 Reducirana prečna sila

Za splošno obremenitev z M_y, V_z, N_x in linearno spreminjajočo se statično višino $d(x)$ velja:

Reducirno prečno silo V_{red} bomo izračunali s pomočjo maksimalne strižne napetosti $\tau_{xy} = \tau_0$, ki nastane v katerem koli prerezu na prehodu tlačne v natezno cono. Iz nosilca izrežemo natezno cono in uravnotežimo sile, ki nanjo delujejo (Slika 8.29).



Slika 8.28: Prikaz nosilca nekonstantnega prereza in nateznih obremenitev



Slika 8.29: »Izrez« dela nosilca $d(x)$ (a) in nateznega dela tega nosilca (b)

Na izrezanem delu $d_{(x)}$ nosilca uravnotežimo horizontalne komponente sile v natezni coni, kjer ne upoštevamo natezne nosilnosti betona (faza II).

$$\begin{aligned} \sum H &= 0 \\ \left(-F_{s(x)} + F_{s(x)} + \frac{dF_s}{d_x} \cdot d_x\right) \cdot \cos\gamma &= T \\ \frac{dF_s}{d_x} \cdot d_x \cdot \cos\gamma &= \tau_0 \cdot b_w \cdot d_x \end{aligned}$$

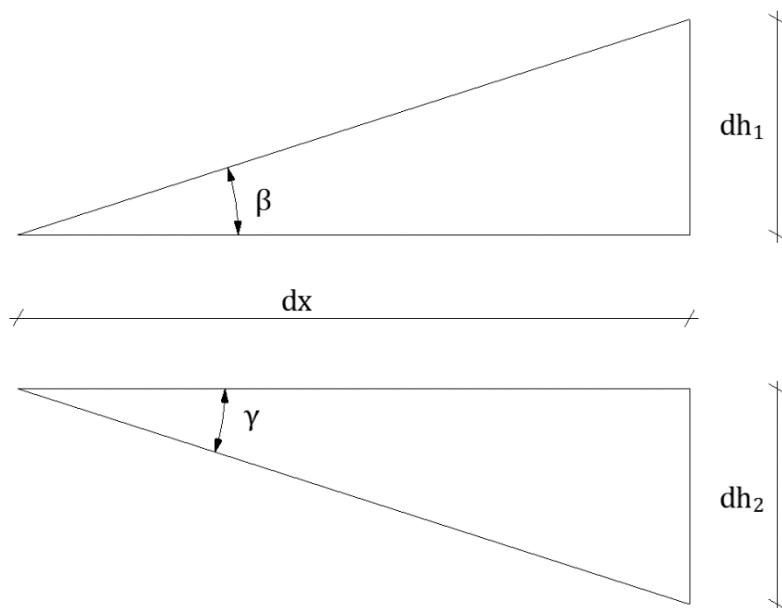
Maksimalna strižna napetost:

$$\tau_0 = \frac{1}{b_w} \cdot \frac{dF_s}{d_x} \cdot \cos\gamma = \frac{1}{b_w} \cdot \frac{d}{d_x} \cdot \left(\frac{M_{Fc(x)}}{z_x \cdot \cos\gamma} \cdot \cos\gamma\right) \quad (8.48)$$

Iz momentnega ravnotežja na točko 1 dobimo natezno silo v armaturi (Slika 8.29a).

$$\begin{aligned} \sum M_{Fc} &= \sum M_1 = 0 \\ F_s \cdot z \cdot \cos\gamma - N(z - c_s) - M &= 0 \\ F_{s(x)} &= \frac{M(x) + N(x) \cdot (z(x) + c_{s(x)})}{z_x \cdot \cos\gamma} = \frac{M_{Fc(x)}}{z_x \cdot \cos\gamma} \end{aligned} \quad (8.49)$$

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{1}{b_w} \cdot \frac{d}{d_x} \cdot \left(\frac{M(x) + N(x) \cdot (z(x) + c_{s(x)})}{z_x}\right) \\ &= \frac{1}{b_w} \cdot \frac{d}{d_x} \cdot \left(\frac{M(x)}{z_x} + N(x) - \frac{N(x) \cdot c_{s(x)}}{z_x}\right) \\ &= \frac{1}{b_w} \cdot \left(\frac{dM}{d_x} \cdot \frac{1}{z_x} - \frac{1}{z_x^2} \cdot M(x) \cdot \frac{dz}{d_x} + \frac{dN(x)}{d_x} - \frac{1}{z_x}\right) \\ &\quad \cdot \left(\frac{dN(x)}{d_x} \cdot c_{s(x)} + N(x) \cdot \frac{dc_{s(x)}}{d_x}\right) + \frac{1}{z_x^2} \cdot N(x) \\ &\quad \cdot c_{s(x)} \cdot \frac{dz}{d_x} \end{aligned} \quad (8.50)$$



$$z(x) = \zeta \cdot d(x) \quad (8.51)$$

$$\zeta = \frac{z(x)}{d(x)}$$

$$\frac{dz}{d(x)} = \zeta \cdot \frac{d(d(x))}{d(x)} = \zeta \cdot (tg\beta + tg\gamma)$$

$$\frac{dz(x)}{d(x)} = \frac{z(x)}{d(x)} \cdot (tg\beta + tg\gamma) \quad (8.52)$$

$$\frac{dc_s}{d(x)} = tg\gamma \quad (8.53)$$

Prečna sila zaradi obtežbe pri danih robnih pogojih znaša:

$$\frac{dM}{d(x)} = V(x) \quad (8.54)$$

Z upoštevanjem enačb (8.51), (8.52), (8.53) in (8.54) ter po ureditvi enačbe (8.50) dobimo izraz za strižne napetosti na prehodu tlačne v natezno cono:

$$\tau_{0(x)} = \frac{1}{b \cdot z_x} \cdot \left(V_{(x)} - \frac{M_{(x)}}{d_x} \cdot (tg\beta + tg\gamma) - N_{(x)} \cdot \left[tg\gamma - \frac{c_s(x)}{d_{(x)}} \cdot (tg\beta + tg\gamma) \right] + \frac{dN_{(x)}}{d_x} \cdot (z_{(x)} - c_s(x)) \right) \quad (8.55)$$

Izraz na začetku oklepaja imenujemo tako imenovana reducirna prečna silo V_{red} in je odvisna od $V_{(x)}, M_{(x)}, N_{(x)}, d_{(x)}, z_{(x)}, c_s(x), \frac{dN_{(x)}}{d_x}, \beta$ in γ , kar se praviloma pojavi pri okvirnih in ločenih sistemih s spremenljivimi prerezi elementov. Za tlačno osno silo upoštevamo $-N_{(x)}$.

$$\tau_{0(x)} = \frac{V_{red(x)}}{b_w \cdot z_x} \quad (8.56)$$

Če se statična širina stojine spreminja, se (8.56) lahko »razširi« v (8.57).

$$\tau_{0(x)} = \frac{V_{red(x)}}{b_{w(x)} \cdot z_x} \quad (8.57)$$

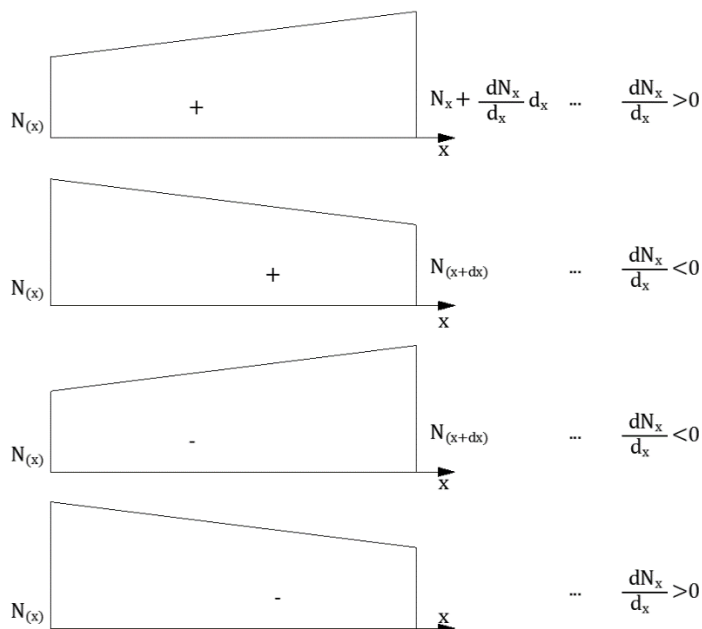
Predznak $\frac{dN}{d_x}$:

Za MSN pišemo:

$$V_{0(x)} \dots V_{zd} = V_{Ed} - \text{»osnovna« projektna prečna sila}$$

$$M_{y(x)} \dots M_{yd} = M_{Ed}$$

$$N_{(x)} \dots N_{xd} = N_{Ed}$$



Slika 8.30: Prikaz »prirastka« osnih sil in ustrezne vrednosti $\frac{dN}{dx}$

PRIMERI

Določitev $V_{red(x)}$ za isti primer, kot je bil podan na Slika 8.21 (enokapni in dvokapni simetrični prostoležeči nosilec).

Obremenitev:

$$V_{z(x)} = V_{zd}; \quad M_{y(x)} = M_{yd}; \quad \gamma = 0; \quad N_x = 0$$

$$V_{red(x)} = \left(V_{zd} - \frac{M_{yd}}{d_x} \cdot tg\beta \right) \quad (8.58)$$

$$x < \frac{l}{2}$$

$$M_{yd} > 0$$

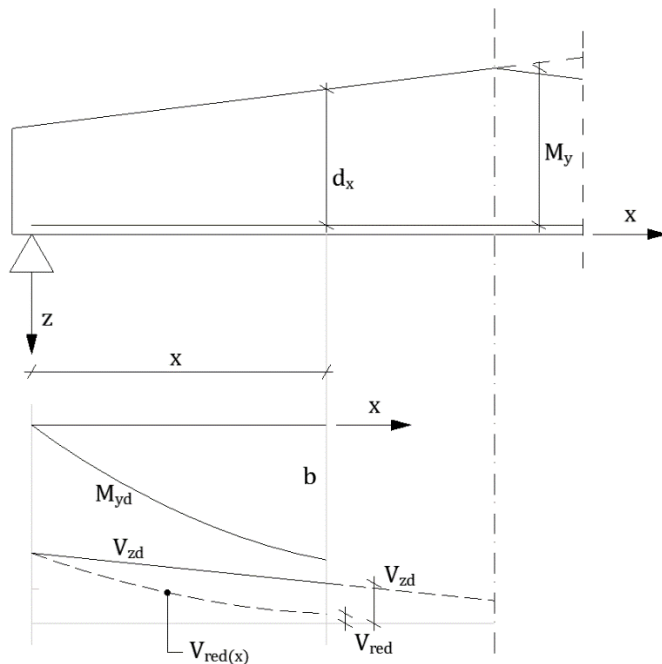
$$V_{zd} > 0$$

$$d_x > 0$$

$$\operatorname{tg}\beta > 0 = 0,1$$

$$x < \frac{l}{2}$$

$$V_{red(x)} = V_{zd} - \frac{M_{yd}}{d_{(x)}} \cdot \operatorname{tg}\beta$$



Slika 8.31: Določitev reducirne prečne sile V_{red}

Dvokapni nosilec

Pravilo:

$\operatorname{tg}\beta > 0 \rightarrow$ višina nosilca narašča s pozitivno osjo X

$M_{yd} > 0 \rightarrow$ moment narašča s pozitivno osjo X

$V_{zd} > 0$

$$x = \frac{l}{2} \text{ levo:}$$

$$M_{yd} > 0$$

$$V_z = 0 \quad V_{red} = 0 - \frac{M_{yd}}{d_{(l/2)}} \cdot \operatorname{tg}\beta < 0$$

$$\operatorname{tg}\beta > 0$$

$$x = \frac{l}{2} \text{ desno:}$$

$$V_{zd} = 0 - \frac{M_{yd}}{d_{(x)}} \cdot \operatorname{tg}\beta$$

$$M_{yd} > 0$$

$\operatorname{tg}\beta > 0 \rightarrow$ višina nosilca se zmanjšuje s pozitivno osjo X

$$V_{red} = 0 - \frac{M_{yd}}{d_{(l/2)}} \cdot (-\operatorname{tg}\beta) > 0$$

Za skok reducirne prečne sile velja:

$$x > \frac{l}{2}:$$

$$\operatorname{tg}\beta < 0$$

$$M_{yd} > 0$$

$$V_{zd} < 0$$

$$V_{red} = -V_{zd} - \frac{M_{yd}}{d_{(x)}} \cdot (-\operatorname{tg}\beta) = -V_{zd} + \frac{M_{yd}}{d_{(x)}} \cdot \operatorname{tg}\beta$$

Ponovno smo oba sumanda odštevali. Pravilo za odštevanje obeh sumandov velja tudi, če višina nosilca in upogibni moment hkrati padata z rastočo osjo X.

Oba sumanda odštevamo v primeru, če oba padata ali rasteta, medtem ko se oba sumanda seštevata, če višina nosilca raste (pade) in moment pada (raste).

Enokapni nosilec:

$$x < \frac{l}{2}:$$

Veljajo enaka pravila kot za dvokapni simetrični nosilec.

$$x = \frac{l}{2};$$

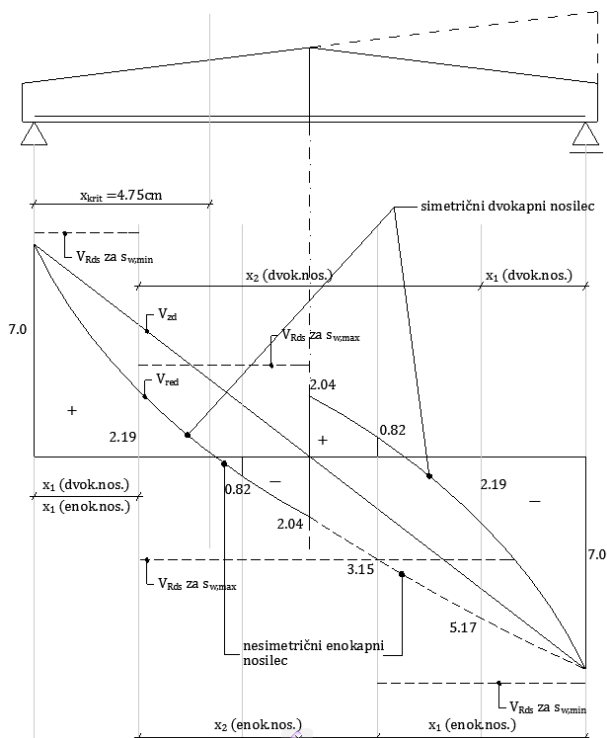
$$tg\beta > 0$$

$$M_{yd} > 0$$

$$V_{zd} = 0$$

$$V_{red} = 0 - \frac{M_{yd(x)}}{d(x)} \cdot tg\beta < 0$$

Slika 8.32 prikazuje diagrama reducirne prečne sile za dvokapni simetrični nosilec in enokapni nosilec. V kritičnem prerezu (maksimalna natezna sila v armaturi) je vrednost V_{red} enaka nič. Nakazani so tudi odseki x_1 za s_w in x_2 za $s_{w,max}$.



Slika 8.32: Določitev reducirne prečne sile V_{red} za dvokapni in enokapni nosilec

Nakazane pa so tudi mejne prečne sile za minimalni razmik stremen s_w in maksimalni razmik stremen $s_{w,max}$.

Evropski standard EC2 navaja enačbo za reducirno prečno silo v obliki:

$$V_{red} = V_{zd} - V_{ccd} - V_{td}$$

$$\gamma_{\bar{F}} = 1$$

$$q = 1 \text{ kN/m}$$

Preglednica 8.2: Ordinate parametrov za določitev reducirne prečne sile

x(m)	d _x (m)	V _{zd} (m)	M _{yd} (m ²)	V _{ccd} (m)	V _{red} (m)	z _x = 0,85 d _x (m)
0	0,5	7,0	0	0	7,0	0,425
2,8	0,78	4,2	15,68	2,01	2,19	0,663
4,75	0,975	2,25	21,97	2,25	0	0,83
5,6	1,06	1,4	23,52	2,22	-0,82	0,90
7,0	1,2	0	24,5	2,04	-2,04	1,02
ENOKAPNI NOSILEC						
8,4	1,34	-1,4	23,52	-1,75	-3,15	1,13
11,2	1,62	-4,2	15,68	-0,97	-5,17	1,38
14	1,9	-7,0	0	0	-7,0	1,615

Vrednosti za V in M iz Preglednica 8.2 še moramo pomnožiti z $\gamma_{\bar{F}} \cdot q!$

Evropski standard EC 1992 navaja enačbo za reducirno prečno silo v prerezu x $V_{red} = V_{sd}$ (upoštevajoč samo prečne sile in upogibne momente), podano v (8.55):

$$\sum v = 0$$

$$V_{sd(x)} = V_{od} - V_{ccd} - V_{td} \quad (8.59)$$

$$V_{red(x)} = V_{zd(x)} - \frac{M_{yd(x)}}{d_{(x)}} \cdot tg\beta - \frac{M_{yd(x)}}{d_{(x)}} \cdot tgy \quad (8.60)$$

Pri tem pomenijo:

$V_{sd(x)} = V_{red(x)}$... reducirna projektna sila

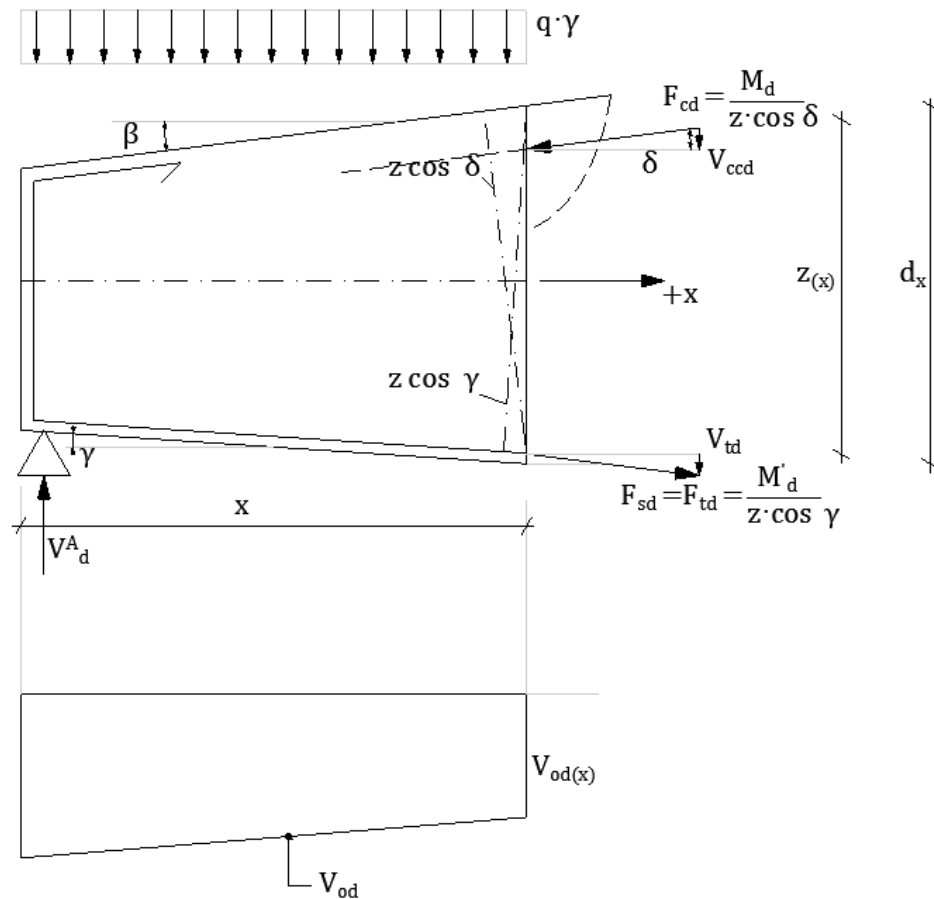
$V_{od(x)} = V_{zd(x)}$ ali $V_{yd(x)}$... projektna prečna sila v smeri z ali y v prerezu x

$V_{ccd(x)} = \frac{M_{yd(x)}}{d(x)} \cdot \operatorname{tg} \beta$... rezultanta tlačnih projektnih napetosti, paralelna z $V_{od(x)}$

$V_{td(x)} = \frac{M_{yd(x)}}{d(x)} \cdot \operatorname{tg} \gamma$... rezultanta natežnih projektnih napetosti (armature),

paralelna z $V_{od(x)}$

δ ... kot med rezultanto tlačnih napetosti in osjo nosilca



Slika 8.33: Analiza enačbe (8.59)

$$\frac{\operatorname{tg} \delta}{z} \cong \frac{\operatorname{tg} \beta}{d}$$

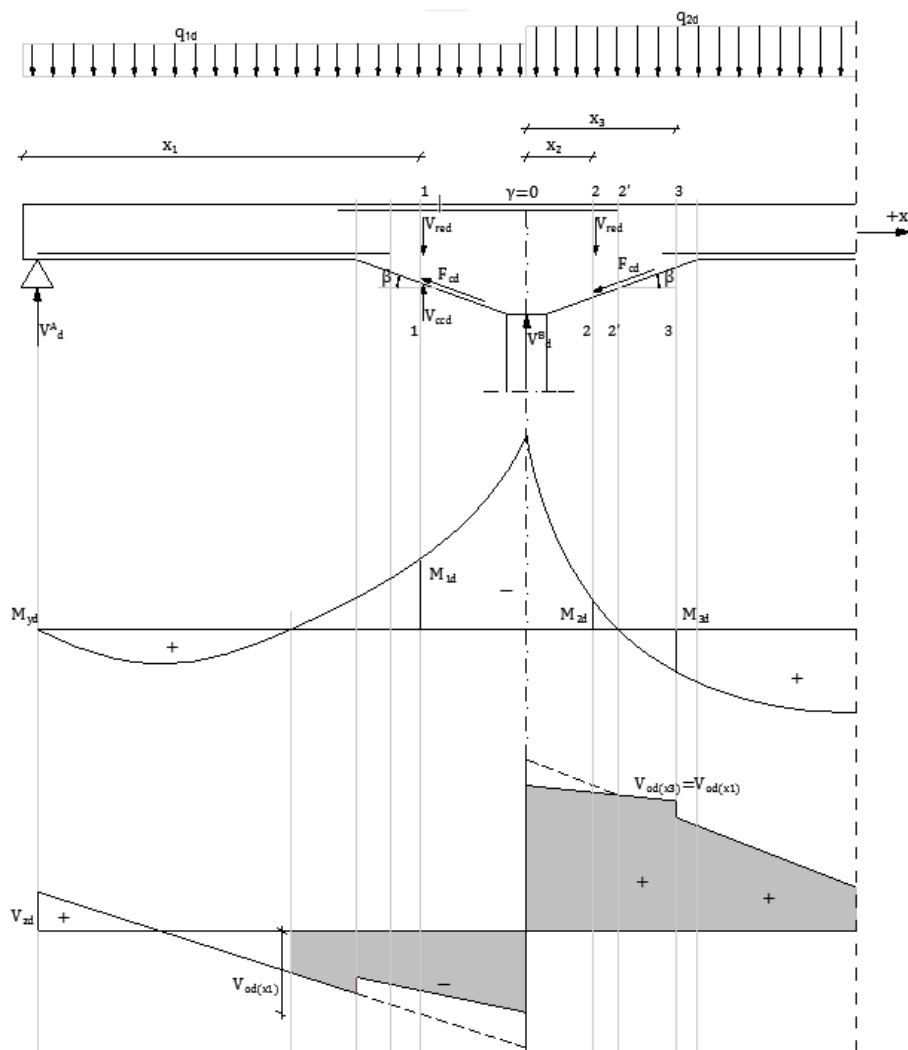
$$\operatorname{tg} \delta = \frac{z}{d} \cdot \operatorname{tg} \beta$$

$$V_{od} = V_d^A - q \cdot \gamma_F \cdot x$$

$$V_{ccd} = \frac{M_d}{z \cdot \cos \delta} \cdot \sin \delta = \frac{M_d}{z} \cdot \operatorname{tg} \delta = \frac{M_d}{z} \cdot \frac{z}{d} \cdot \operatorname{tg} \beta$$

$$= \frac{M_d}{d} \cdot \operatorname{tg} \beta$$

Primer kontinuirnega nosilca z vuto:



Slika 8.34: Reducirna prečna sila V_{red} za kontinuirni nosilec z vuto

Rez 1-1: nosilec raste, upogibni moment absolutno raste – odštevamo oba sumanda.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{tg\beta} &> \mathbf{0} \\
 \mathbf{M}_{yd(x_1)} &< \mathbf{0} \\
 \mathbf{V}_{od(x_1)} &< \mathbf{0} \\
 -\mathbf{V}_{(x)} - \frac{\mathbf{M}_{(x)}}{\mathbf{d}_{(x)}} \cdot \mathbf{tg\beta}
 \end{aligned}$$

Ali po osnovni enačbi:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_{red} = \mathbf{V}_{o(x)} - \frac{\mathbf{M}_d}{\mathbf{d}_x} \cdot \mathbf{tg\beta} &= -\mathbf{V}_{o(x)} - \frac{(-\mathbf{M}_{1d})}{\mathbf{d}_x} \cdot \mathbf{tg\beta} \\
 &= -\mathbf{V}_o + \frac{\mathbf{M}_{1d}}{\mathbf{d}_x} \cdot \mathbf{tg\beta}
 \end{aligned}$$

Rez 2-2: nosilec pada, upogibni moment absolutno pada.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{tg\beta} &< \mathbf{0} \\
 \mathbf{M}_{yd(x_2)} &< \mathbf{0} \\
 \mathbf{V}_{od(x_2)} &> \mathbf{0}
 \end{aligned}$$

Ali po osnovni enačbi:

$$\mathbf{V}_{red} = \mathbf{V}_{od(x_2)} - \frac{(-\mathbf{M}_{2d})}{\mathbf{d}_{x_2}} \cdot (-\mathbf{tg\beta}) = \mathbf{V}_{od(x_2)} - \frac{\mathbf{M}_{2d}}{\mathbf{d}_{x_2}} \cdot \mathbf{tg\beta}$$

Rez 2'-2':

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_{yd}^{2'} &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{V}_{red} &= \mathbf{V}_{od(x_2)}
 \end{aligned}$$

Rez 3–3: nosilec pada, upogibni moment raste – seštevamo oba sumanda.

$$\operatorname{tg} \beta < 0$$

$$M_{3d(x_2)} > 0$$

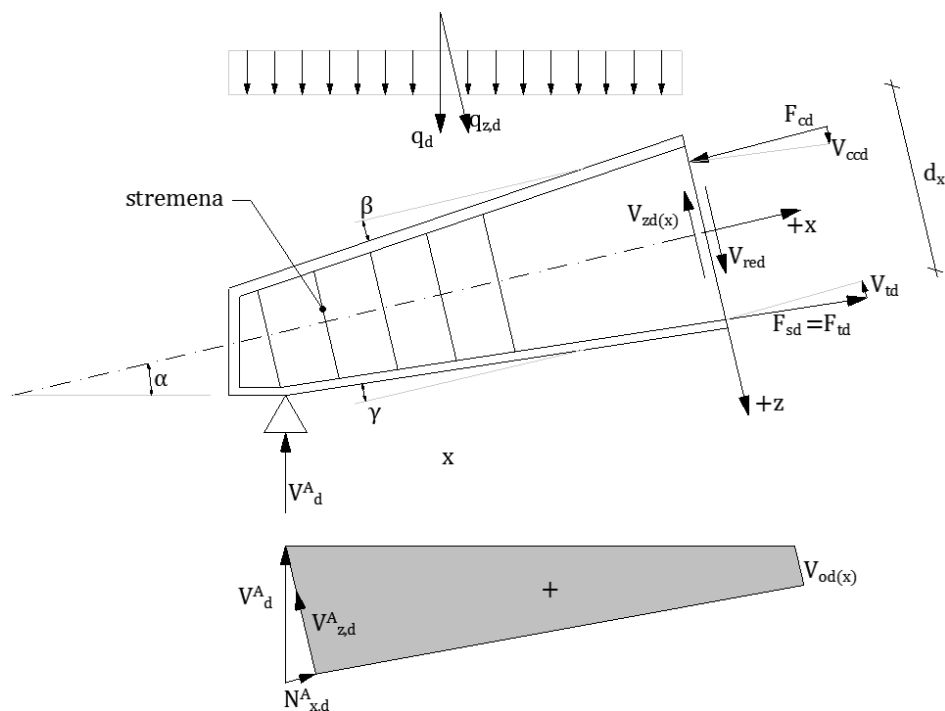
$$V_{od(x_3)} > 0$$

Ali po osnovni enačbi:

$$V_{red} = V_{od(x_3)} - \frac{M_{3d}}{d_{(x_3)}} \cdot (-\operatorname{tg} \beta) = V_{od} + \frac{M_{3d}}{d_{(x_3)}} \cdot \operatorname{tg} \beta$$

Določitev vzdolžne osi nosilca (X)

Za nosilec različnih naklonov tlačne in tegnjene cone določimo os nosilca x in ustrezne sile, kot prikazuje spodnja slika.



Slika 8.35: Prikaz položaja vzdolžne osi x nosilca in ustrezne prečne sile

$$\begin{aligned}
 V_{zd(x)} &= V_{od(x)} = V_{z,d}^A - q_{zd} \cdot x \\
 &= V_d^A \cdot \cos\alpha - q_d \cdot \cos\alpha \cdot x \\
 &= (V_d^A - q_d \cdot x) \cdot \cos\alpha
 \end{aligned}$$

$$V_{ccd} = \frac{M_{d(x)}}{d_{(x)}} \cdot tg\beta$$

$$V_{td} = \frac{M_{d(x)}}{d_{(x)}} \cdot tg\gamma$$

Konzolni nosilec s spremenljivo višino

Pri konzolnem nosilcu, kot ga prikazuje Slika 8.36, se pojavi kritični prerez pri vpetju nosilca.

$$M_{d(x)} = 1,5F \cdot (l - x) + 1,35 \cdot g \cdot \frac{(l - x)^2}{2}$$

$$V_{d(x)} = 1,5 \cdot F + 1,35 \cdot g \cdot (l - x)$$

$$d_{(x)} = d_{max} - x \cdot tg\beta$$

$$z(x) = \zeta \cdot d_x$$

$$tg\beta < 0$$

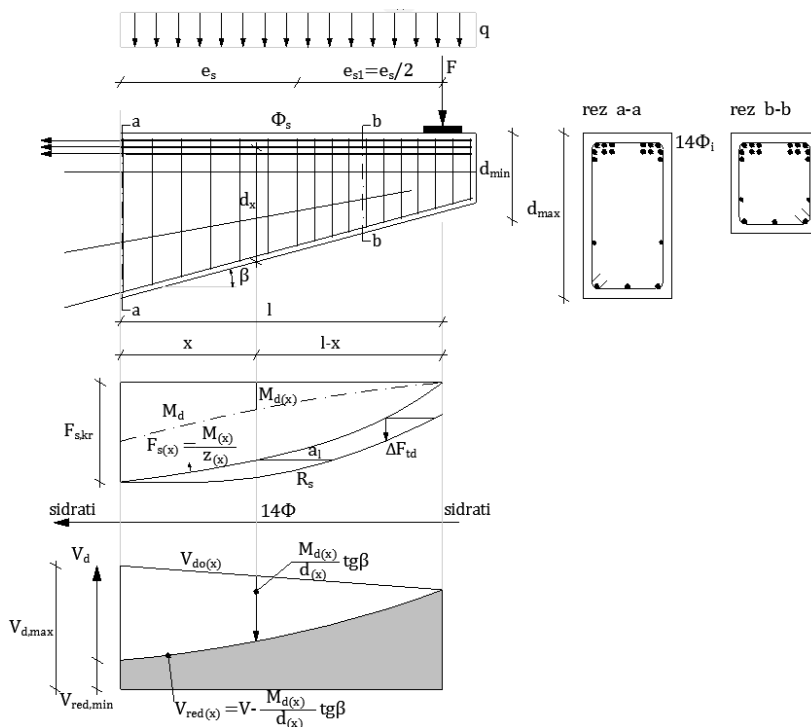
$$a_2 - po \quad (8.35)$$

F_s ... projektna sila v armaturi

R_s ... projektna nosilnost vzdolžne armature

$$V_{red,min} = V_{d,max} - \frac{|M_{d,max}|}{d_{max}} \cdot tg\beta$$

$$s_w \geq \frac{A_{sw} \cdot f_{y,wd} \cdot z(x)}{V_{red(x)}}$$

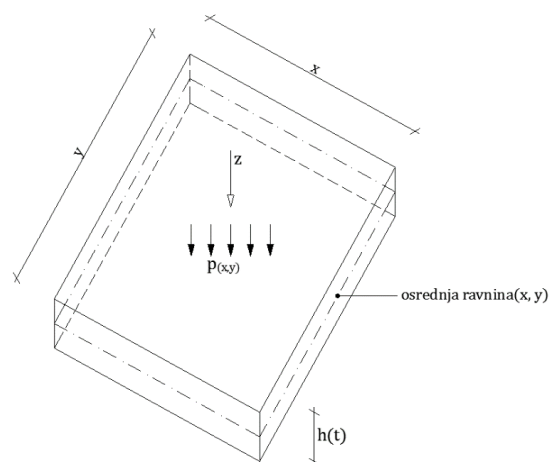


Slika 8.36: Reducirna črta prečnih sil in projektne sile v vzdolžni armaturi konzolnega nosilca s spremenljivo višino

9 Plošče

9.1 Definicija osnovne predpostavke »homogenih« plošč

Plošče imenujemo ravna telesa, katerih debelina je znatno manjša od ostalih dveh dimenzij. Obtežba je usmerjena vedno pravokotno na ravnino xy , kot je prikazana na spodnji sliki.



Slika 9.1: Prikaz geometrije plošče in potek obtežbe plošče

Premiki in napetosti v plošči so v glavnem odvisni od odnosa njene debeline v primerjavi z ostalimi dimenzijami. Razlikujemo tri vrste plošč:

- tanke plošče z malimi upogibi;
- tanke plošče z velikimi upogibi;
- debele plošče.

$\frac{h}{l_x} < 0,2$... tanke plošče

$\frac{h}{l_x} > 0,2$... debele plošče

l_x ... krajša stranica plošče

Pri upogibu obstajajo tudi napetosti v osrednji ravnini, vendar lahko te napetosti zanemarimo, dokler so upogibi plošče majhni v primerjavi z njeno debelino. Če pa upogibi niso majhni, moramo te dodatne napetosti upoštevati v diferencialnih enačbah plošč. V tem primeru postane rešitev problema bolj komplicirana. V primeru velikih upogibov moramo razlikovati tudi med pomičnim in nepomičnim robom v smeri ravnine plošče, kajti obremenitev se lahko prenaša deloma z odpornostjo plošče na upogib, deloma pa z nategi kot pri membrani.

Približne teorije tankih plošč pa postanejo netočne v primeru debelih plošč, še posebej pri koncentriranih obtežbah. Tedaj je treba uporabiti teorijo debelih plošč. Ta teorija obravnava problem plošč kot tridimenzionalni elastični problem ali upošteva tudi strižne deformacije γ_{xz} in γ_{yz} , pri čemer je os z pravokotna na osrednjo ravnino.

Ker se v praksi največkrat uporabljajo tanke plošče z malimi upogibi, je Kirchoffova teorija »tankih« plošč tudi osnova večine računalniških programov.

Reševanje plošč povzroča projektantom že od nekdanj nemajhne težave. Z analitičnimi metodami lahko rešujemo samo močno idealizirane (»enostavne«) plošče, pri čemer je treba rešiti parcialne diferencialne enačbe z raznimi nastavki, kar zahteva ogromno časa.

Računanje plošče s pomočjo tabel je možno za manjše in relativno enostavne plošče, čim je problem obsežnejši in splošnejši, pa se moramo poslužiti približnih poenostavitvev. Zaradi tega so numerične metode, ki so prilagodljive realnim modelom konstrukcij, privlačne za projektante.

V 20. stoletju se je vzporedno z razvojem računalnikov in temu namenjenih aplikacij razvila nova numerična metoda, tako imenovana metoda končnih elementov, ki temelji na uporabi matrične algebre ob diskretizaciji poljubne konstrukcije na ustrezne končne elemente. S to metodo lahko računamo vse vrste inženirskih konstrukcij.

Vse te metode se nanašajo na »homogene« plošče, kar pa v armiranobetonskih ploščah ni naključje, saj so to sovprežni elementi, kjer beton in armatura sodelujeta po že znanih zakonitostih.

9.2 Analiza plošč

Plošče so lahko različnih oblik:

- pravokotnih;
- trikotnih;
- trapeznih;
- krožnih;
- polkrožnih;
- poligonalnih;
- eliptičnih in drugih.

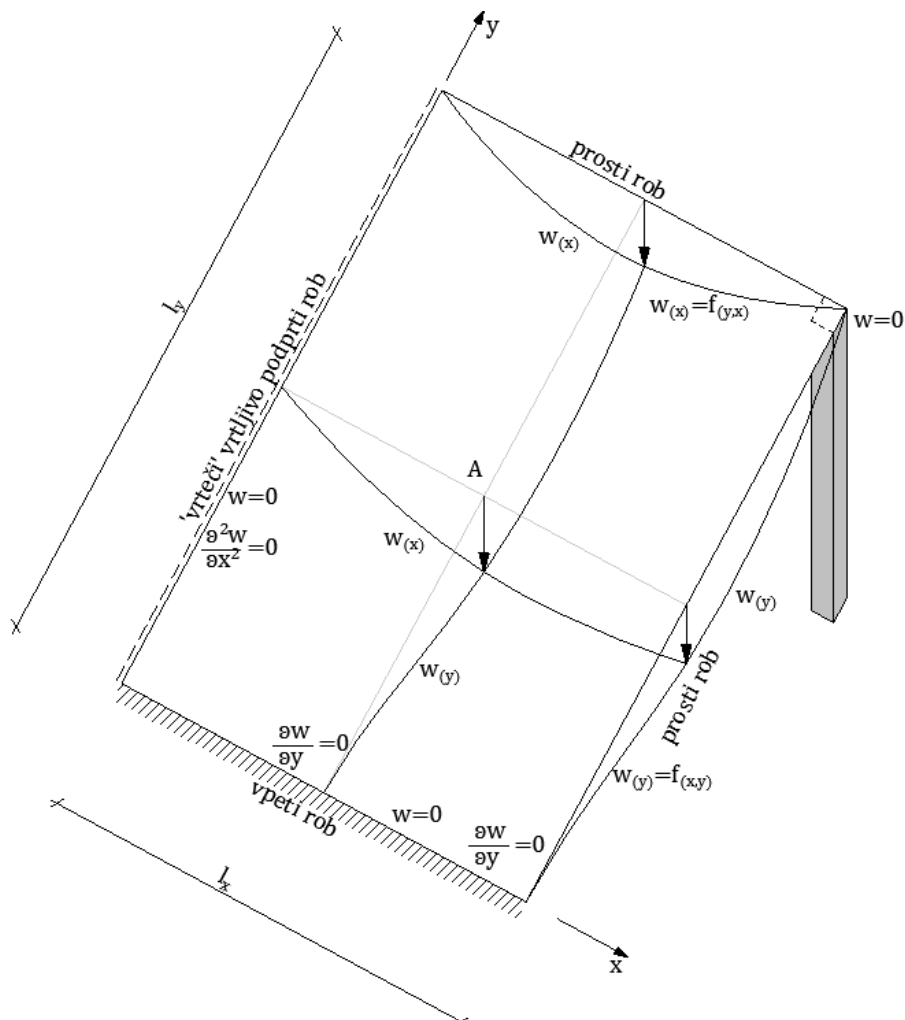
Podprte so lahko na enem robu, dveh nasprotnih ali soležnih robovih, treh in štirih robovih ter točkovno.

Robni pogoji podpor so lahko različni:

- prosti rob;
- prosto podprti rob;
- elastično vpeti rob;

- vpeti rob;
- robovi kontinuiranih plošč;
- plošče, podprte s stebri (gobaste plošče).

Primer pravokotne, različno podprte plošče z deformacijskimi linijami za enakomerno zvezno obtežbo q prikazuje spodnja slika.



Slika 9.2: Prikaz deformacij dvostransko podprte plošče s stebrom

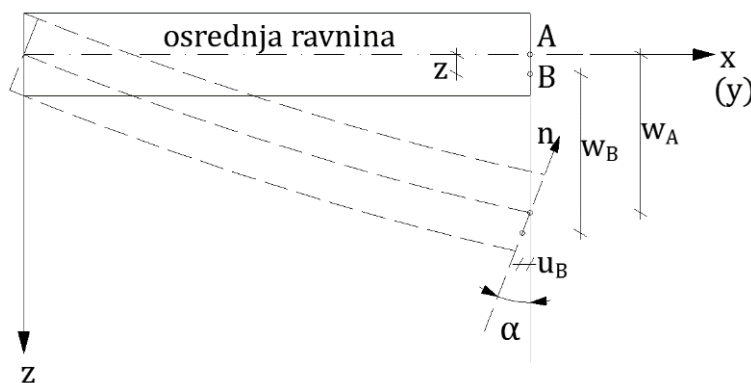
Debeline plošč so omejene. Najmanjše debeline plošč, ki nosijo v eni ali dveh smereh, morajo znašati približno $\frac{1}{35}$ manjšega razpona oziroma razdalje ničelnih točk poteka momentne linije (kar pa ne drži za plošče, ki so točkovno podprte).

Sicer pa razmerje $\frac{l}{d}$ podajajo predpisi, kar bo prikazano v poglavju o MSU. Plošče naj ne bodo tanjše od 7 cm (5 cm) (za statično obtežbo) oziroma od 10 cm za plošče, po katerih vozijo osebna vozila, in od 12 cm za plošče, po katerih vozijo tovorna vozila. Seveda so to samo približne vrednosti (potrebni pogoji), natančne vrednosti določimo s statično in dinamično analizo ter z omejitvijo oziroma kontrolo povosov. Debelina plošč je v osnovi odvisna od razponov, velikosti ter položaja obtežb in robnih pogojev (zadostni pogoji).

9.3 Teorija tankih plošč – Kirchoffova teorija plošč (kratek opis)

Za lažje razumevanje obnašanja plošč bo podana Kirchoffova teorija tankih plošč, ki temelji na naslednjih predpostavkah:

- upogibki plošč so majhni v primerjavi z njihovo debelino;
- ravne linije materialnih delcev, ki so pravokotne na srednjo ravnino plošče, ostanejo ravne in pravokotne tudi po deformaciji;
- dolžina teh linij se ne spremeni (so neraztegljive);
- te linije zarotirajo tako, da tudi po deformaciji ostanejo pravokotne na srednjo ravnino plošče.



Slika 9.3: Deformacija segmenta – infinitezimalnega dela plošče v smeri X

Relativni pomik plošče po debelini je enak 0.

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 0 \rightarrow w_A = w_B \quad (9.1)$$

$$w = w_{(x,y)}$$

$$u_A = v_A = 0$$

$$u_B = -z \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (9.2)$$

$$v_B = -z \cdot \frac{\partial w}{\partial y}$$

Specifične deformacije (enačbe, ki povezujejo specifične deformacije s pomiki $u_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (u_{i,j} + u_{j,i})$):

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(-z \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right) = -z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \cdot \left(-z \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) = -z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (9.3)$$

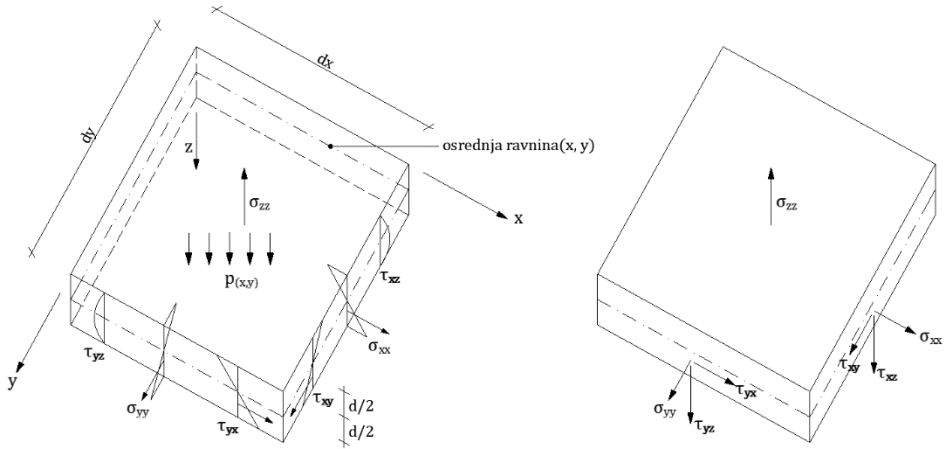
$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\begin{aligned} \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \cdot \left(-z \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(-z \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ &= -2z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (9.4)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \cdot \left(-z \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \cdot \left(-z \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

Napetosti (enačbe, ki povezujejo specifične deformacije z napetostmi):



Slika 9.4: Prikaz napetosti plošče v dveh ortogonalnih ravninah

$$\sigma_z = -p(x,y) = 0$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_y - \nu\sigma_x) / \cdot \nu$$

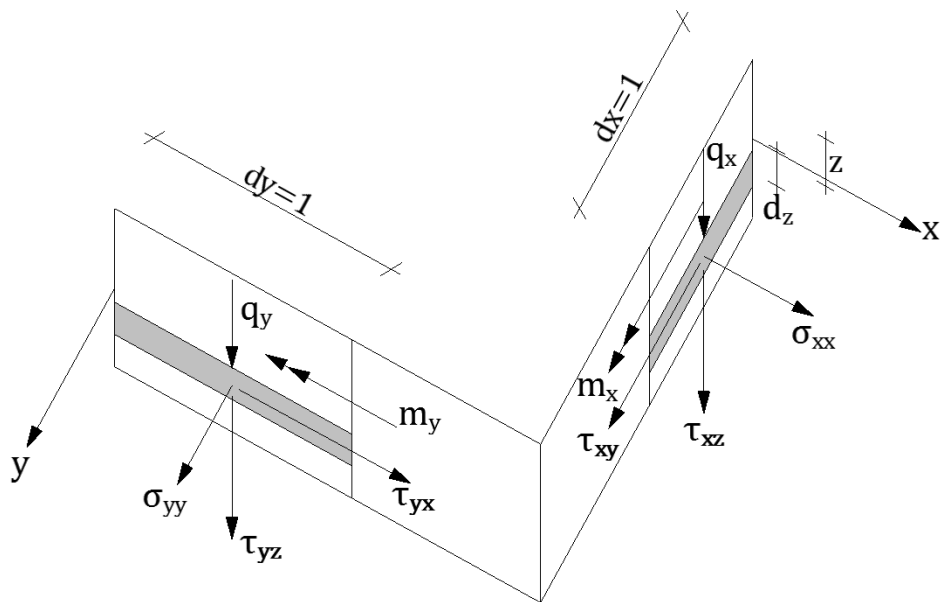
$$\begin{aligned} \varepsilon_x + \nu \cdot \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \cdot [(\sigma_x - \nu\sigma_y) + \nu\sigma_y - \nu^2\sigma_x] \\ &= \frac{\sigma_x}{E} \cdot (1 - \nu^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} \equiv \sigma_x &= \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y \cdot \nu) \\ &= \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot \left[-z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \left(-z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] \\ &= -\frac{E \cdot z}{1 - \nu^2} \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} \equiv \sigma_y &= \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot (\varepsilon_y + \varepsilon_x \cdot \nu) \\ &= -\frac{E \cdot z}{1 - \nu^2} \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \end{aligned} \tag{9.5}$$

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} = -2Gz \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Enotine sile in momenti:



Slika 9.5: Prikaz določitve upogibnih in torzijskih momentov

$$\begin{aligned}
 m_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_x \cdot z dz \\
 &= - \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \left[\frac{E \cdot z}{1 - \nu^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] \cdot dz \\
 &= - \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \\
 m_y &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_x \cdot z dz \\
 &= - \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \left[\frac{E \cdot z}{1 - \nu^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] \cdot dz \quad (9.6) \\
 &= - \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_{xy} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \tau_{xy} \cdot z d_z = -2G \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} z^2 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} d_z \\
 &= -\frac{2G \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
 &= -\frac{2G \cdot h^3}{12 \cdot (1 + \nu)} \cdot \frac{1 - \nu}{2 \cdot (1 - \nu)} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
 &= -\frac{G \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot (1 - \nu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
 \end{aligned}$$

Upogibna togost plošče pri $I = \frac{1 \cdot h^3}{12}$ znaša:

$$K = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (9.7)$$

$\frac{1}{R_x} = \kappa_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$... ukrivljenost plošče v smeri X

$\frac{1}{R_y} = \kappa_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$... ukrivljenost plošče v smeri Y

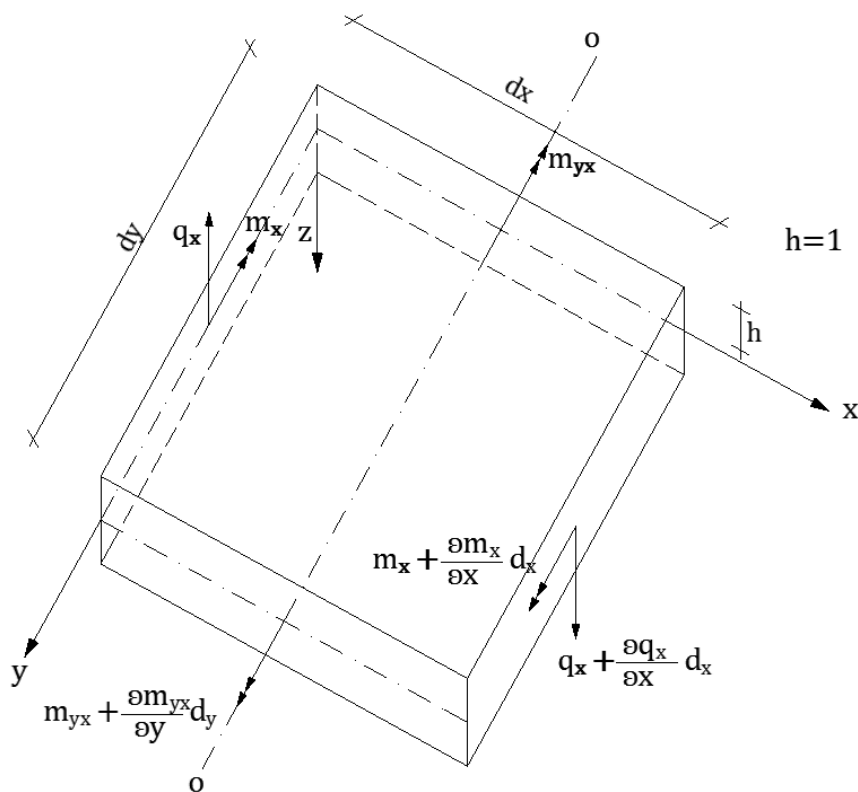
$\kappa_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$... vegavost plošče

$$\begin{aligned}
 m_x &= -K \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \\
 m_y &= -K \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \\
 m_{xy} &= -K \cdot (1 - \nu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
 \end{aligned} \quad (9.8)$$

Prečni sili q_x in q_y ne dobimo neposredno, saj sta napetosti τ_{xz} in τ_{yz} , izraženi z deformacijo w , enaki 0. Že pri nosilcih (linijskih elementih) obstaja zveza med upogibnim momentom in prečno silo, ki jo zapišemo kot:

$$\frac{dM}{dx} = Q_x \equiv Q_{xz}$$

Podobno analogijo zasledimo tudi pri ploščah.

Slika 9.6: Enotine »sile« za izračun prečne sile q_x

$$\sum M_{o-o} = 0$$

$$q_x = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} \quad (9.9)$$

$$q_y = \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x}$$

$$q_x = \frac{\partial}{\partial x} \left[-K \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[-K \cdot (1 - \nu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right]$$

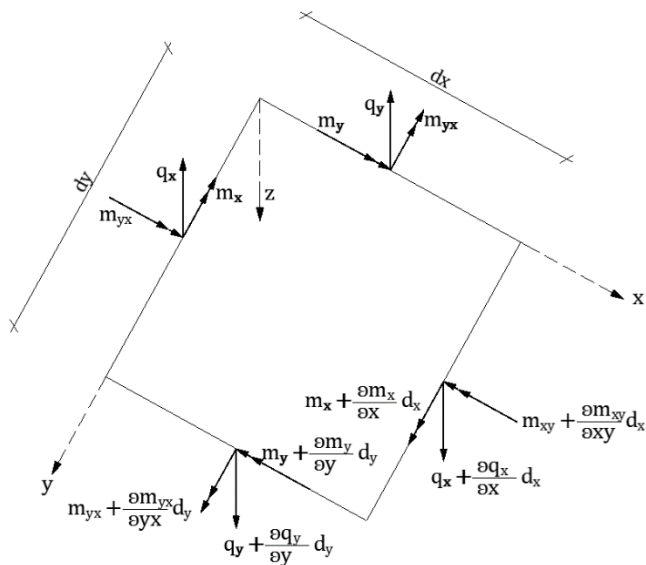
$$\begin{aligned}
 q_x &= -K \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] \\
 q_x &= -K \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] = -K \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\
 &= -K \frac{\partial}{\partial x} \cdot (\Delta' \cdot w)
 \end{aligned}
 \tag{9.10}$$

Analogno sledi za smer y:

$$\begin{aligned}
 q_y &= -K \left[\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} \right] = -K \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\
 &= -K \frac{\partial}{\partial y} \cdot (\Delta' \cdot w)
 \end{aligned}
 \tag{9.11}$$

Ravninski (delni) Laplaceov operator:

$$\Delta' = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)
 \tag{9.12}$$



Slika 9.7: Enotine »sile« na diferencialnem delu plošče

V (9.7), (9.8) in (9.9) nastopa samo ena neznana količina, s katero lahko izračunamo notranje statične količine. To je funkcija pomikov w , ki jo lahko določimo z osnovno enačbo plošče, ki temelji na osnovi enačbe $\Sigma F_z = 0$.

$$\begin{aligned} \sum F_z &= 0 \\ p_{(x,y)} \cdot d_x \cdot d_y - q_x \cdot d_y + \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot d_x \right) \cdot d_y - q_y \cdot d_x \\ &+ \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} \cdot d_y \right) \cdot d_x = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = -p_{(x,y)}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[-K \frac{\partial}{\partial x} \cdot (\Delta' \cdot w) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[-K \frac{\partial}{\partial y} \cdot (\Delta' \cdot w) \right] = -p_{(x,y)}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \frac{p_{(x,y)}}{K}$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{-p_{(x,y)}}{K} \quad (9.13)$$

$$\Delta' \cdot \Delta' \cdot w = \frac{p}{K} \quad (9.14)$$

»Dvojni« Laplaceov operator:

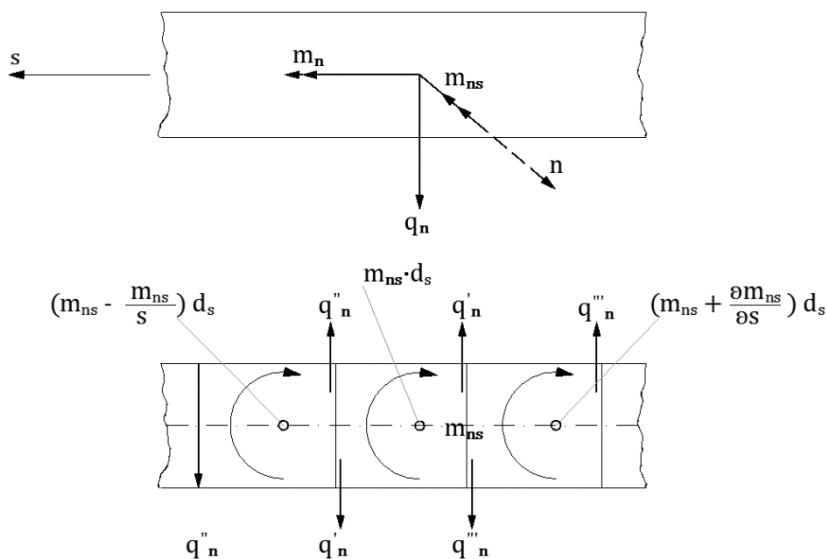
$$\Delta' \cdot \Delta' = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \quad (9.15)$$

Dobljena enačba se imenuje osnovna diferencialna enačba plošče. Ta enačba je podobna Airyjevi napetostni funkciji, s to razliko, da je homogena. Omogoča izračun pomikov w in iz tega vse ostale količine plošče, ki so potrebne za njeno dimenzioniranje (m_{ij}, q_{ij}).

Reducirna prečna sila

Pri plošči v kartezijskih koordinatah je na razpolago največ dvanajst robnih pogojev, diferencialna enačba plošče pa je 4. reda in potrebuje le štiri konstante.

Stroga izpolnitev robnih pogojev zahteva, da so na obodu plošče prečna sila q_n , upogibni moment m_n in torzijski moment m_{ns} v ravnotežju z zunanjo obtežbo.



Slika 9.8: Določitev sil q'_n zaradi torzijskega momenta m_{ns}

$$q'_n \cdot ds = m_{ns} \cdot ds \rightarrow q'_n = m_{ns}$$

$$q''_n \cdot ds = \left(m_{ns} - \frac{\partial m_{ns}}{\partial s} \right) \cdot ds \rightarrow q''_n = m_{ns} - \frac{\partial m_{ns}}{\partial s}$$

$$q'''_n = m_{ns} + \frac{\partial m_{ns}}{\partial s}$$

$$q'_n - q''_n = \frac{\partial m_{ns}}{\partial s}$$

$$q'''_n - q'_n = \frac{\partial m_{ns}}{\partial s}$$

Reducirna prečna sila je:

$$\bar{q}_n = q_n + \frac{\partial m_{ns}}{\partial s} \quad (9.16)$$

Reducirne prečne sile v kartezijskih koordinatah, ki predstavljajo tudi reakcije na podpore, upoštevajoč robne pogoje, zapišemo kot:

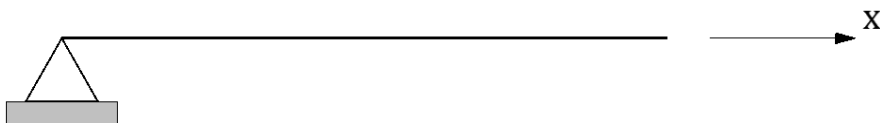
$$\begin{aligned} \bar{q}_x &= q_x + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} \\ &= -K \frac{\partial}{\partial x} \cdot (\Delta' \cdot w) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[-K \cdot (1 - \nu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \\ &= -K \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right. \\ &\quad \left. - \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] \\ &= -K \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (2 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \\ \bar{q}_y &= -K \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + (2 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \end{aligned} \quad (9.17)$$

Robni pogoji – podprtje plošč

S pomočjo reducirane prečne sile smo število robnih pogojev zmanjšali. Za plošče v kartezijskih koordinatah dobimo na vsakem robu le dva robna pogoja.

V praksi nastopajo v glavnem naslednji primeri podprtja plošč:

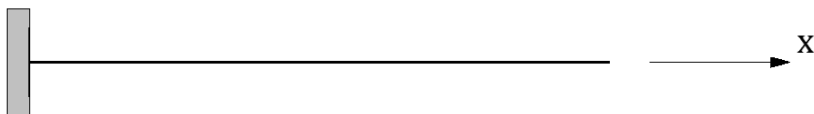
- a) vrtljivo podprti rob (dva robna pogoja)



$$w = 0$$

$$w_k \equiv m_s = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0; \frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

b) vpeti rob plošče (trije robni pogoji)



$$w = 0$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

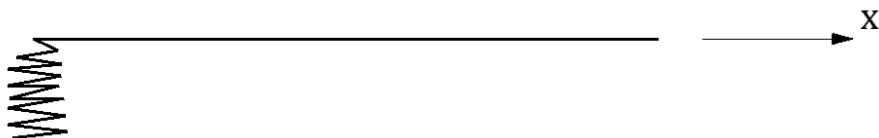
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0 \rightarrow \text{torzijski moment} = 0$$

c) rob plošče je na elastični podlagi (dva robna pogoja)



$$w = f(z)$$

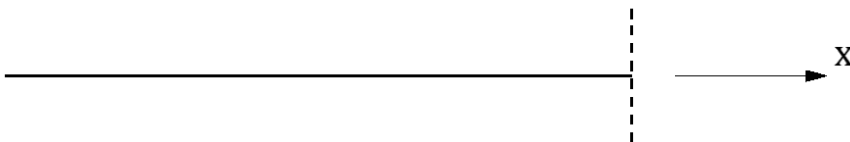
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$



$$w = f(z)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

d) viseči rob (dva robna pogoja)



$$m_n = 0$$

$$\bar{q}_n = 0$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 = m_x$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0 = \bar{q}_x$$

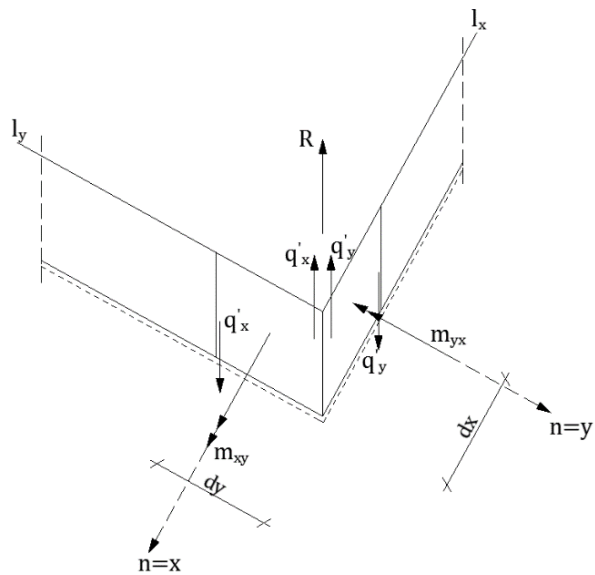
Slika 9.9: Robni pogoji (a, b, c, d) plošč

Pri pravokotnih ploščah nastaja problem vihanja vogalov. V primeru, ko sta soležna roba vrtljivo podprta ($w = 0$; $m_x = 0$; $m_y = 0$), se vogal dvigne. Ta dvig preprečimo s sidranjem vogala v zidni nosilec. Potrebna vogalna armatura bo ortogonalna.

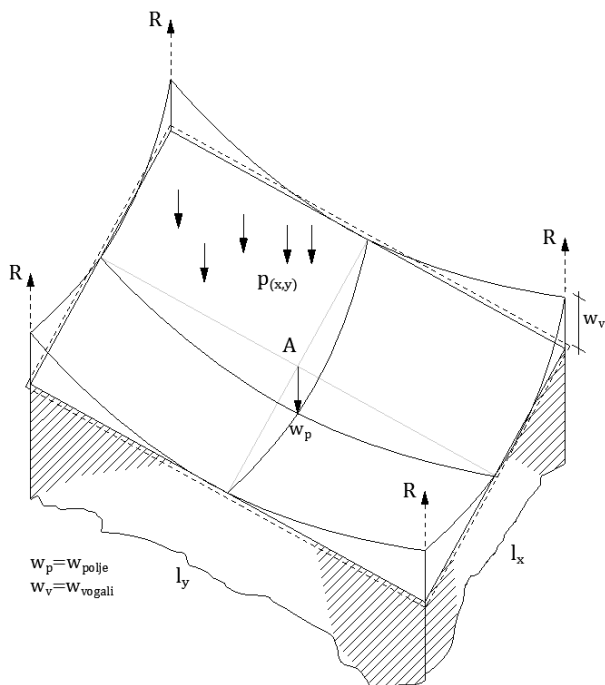
Zaradi sile R se vogal dvigne.

$$q'_x = \frac{\partial m_{xy}}{\partial y}; \quad q'_y = \frac{\partial m_{yx}}{\partial x}$$

$$q'_x + q'_y = R \quad (9.18)$$

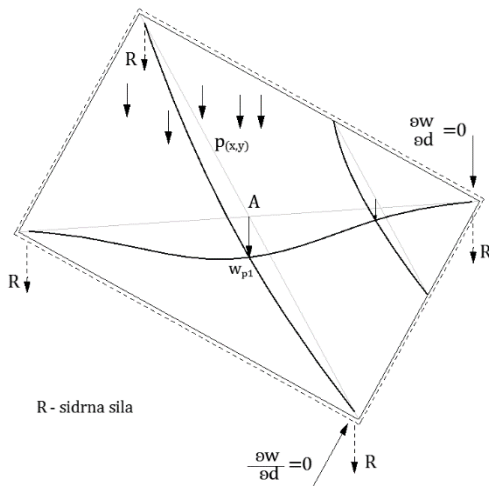


Slika 9.10: Prikaz sile dviga plošče



Slika 9.11: Deformacije plošče, položene na zidove brez sidranja vogalov

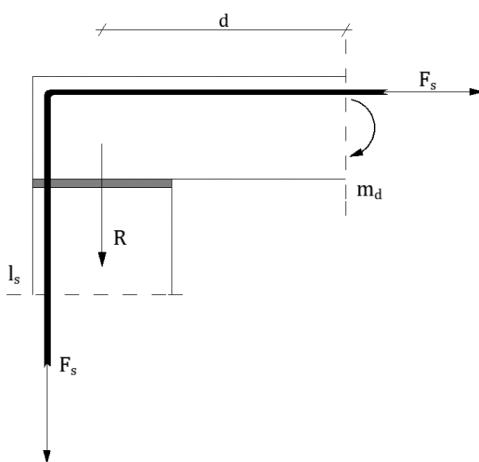
$w^A = w_p^A + w_v$ – skupni pomik plošče



Slika 9.12: Deformacije plošče, položene na zidove s sidranjem vogalov

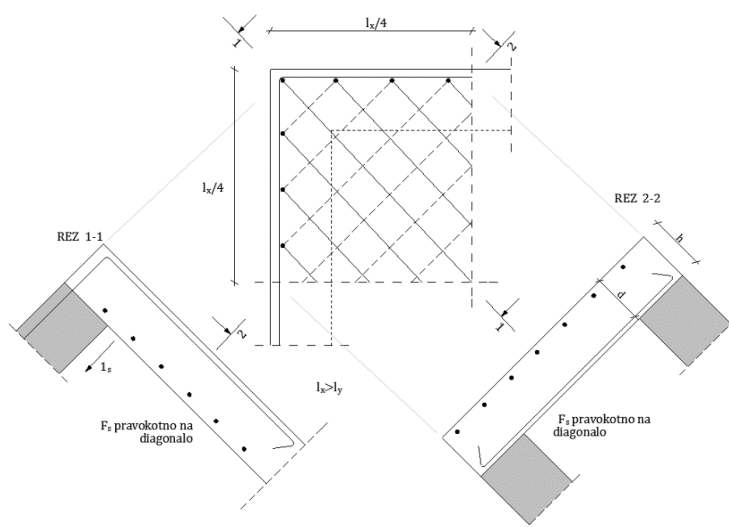
$$w_p^{A(sidrano)} < w_p^{A(ni sidrano)}$$

Natezna armatura v smeri diagonale je za $p_{(x,y)}$, kot ga kaže Slika 9.12, vedno zgoraj. Na sliki pa tudi vidimo, da je deformacijska črta blizu vogala »pravokotna« na smer diagonale, tako da zahteva armaturo v spodnji coni.



Slika 9.13: Natezna armatura v smeri diagonale plošče

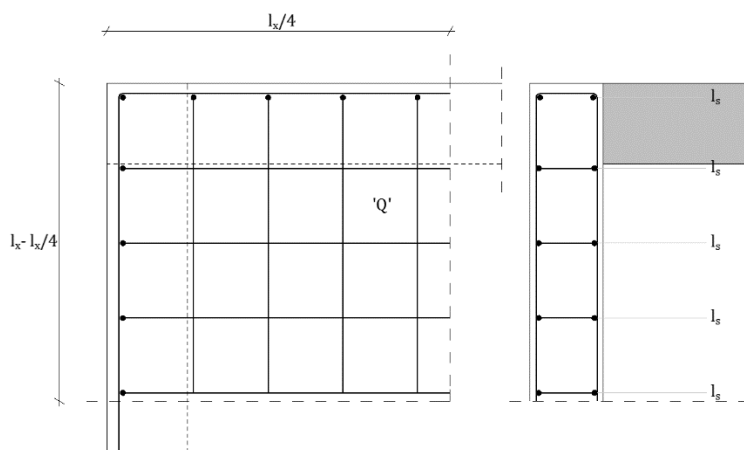
S sidranjem vogalov v zidove bodo upogibni momenti v polju manjši kot v primeru, če tega ne storimo.



Slika 9.14: Natezna vogalna armatura v zgornji in spodnji coni plošče

Z uporabo mrež Q (mreže, ki imajo v ortogonalni smeri enako armaturo na enakih razmikih) pa je položitev enostavnejša, saj imamo zgoraj in spodaj enaki poziciji.

Zgornje palice mreže Q sidramo v zid, spodnje pa položimo na podložke.



Slika 9.15: Ortogonalna »vogalna« armatura v zgornji in spodnji coni plošče

V primeru, ko sta soležna robova različna (polnovpeti in vrtljivo podprti rob – prostoležeči rob), vogalne armature ne potrebujemo, saj vpeti rob preprečuje dvig vogala. Kljub temu položimo zaradi vpetega robu tudi v smeri pravokotno na vrtljivo podprti rob.

Po Kirchoffovi teoriji so se strižne deformacije γ_{xz} in γ_{yz} ($\frac{\partial w}{\partial z} = 0$) zanemarile, kar je vodilo v uporabo »reducirne prečne sile« in povečalo še vrsto drugih nevšečnosti. Za izračun debelih plošč, celičnih plošč in tudi plošč z velikimi upogibki pa so strižne deformacije γ_{xz} in γ_{yz} pomembne.

S tako imenovano Mindlinovo teorijo plošče se izognemo vrsti nevšečnosti, ki smo jih ugotovili pri Kirchoffovi teoriji – ta metoda je uporabna za vse vrste plošč. Teoretične osnove so podane v ustrezni literaturi in v tem učbeniku ne bodo prikazane. So pa teoretične osnove Kirchoffove teorije in tudi Mindlinove teorije osnova za metodo končnih elementov (FEM – MKE), s pomočjo katerih so bili določeni računalniški programi za izračun plošč. Naj omenimo samo nekaj računalniških aplikacij, s katerimi se lahko projektirajo plošče:

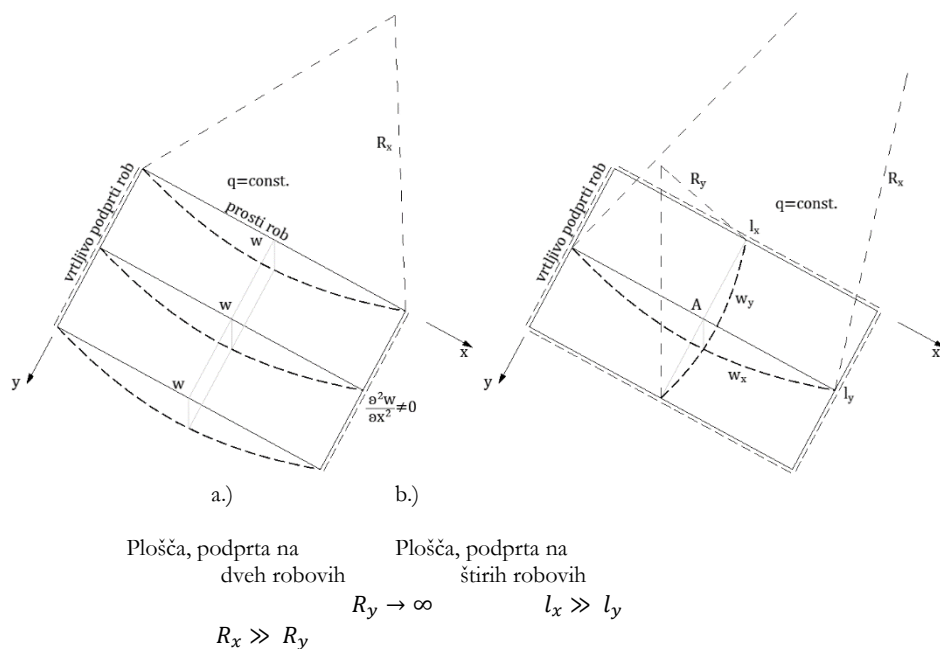
- MORJE (v sklopu programa OCEAN);
- TOWER;
- SAP 2000;
- FRILO (iz podjetja Nemetschek Group);
- SCIA (iz podjetja Nemetschek Group).

9.3.1 Pravokotne plošče

9.3.1.1 Pravokotne plošče, nosilne v eni smeri

Pravokotne plošče, naslonjene – ali tudi ne – po vsem obodu, se lahko računajo kot plošče, nosilne v eni smeri, ali plošče, nosilne v vseh smereh, praviloma v dveh ortogonalnih smereh.

S pomočjo (9.1) in (9.2) lahko hitro in enostavno ugotovimo, ali je plošča nosilna v eni ali dveh smereh. Plošča je nosilna v eni smeri, ko je ukrivljenost v drugi smeri »zelo mala«.



Slika 9.16: Plošče, nosilne v eni smeri

R ... radij ukrivljenosti

- Plošča nosi samo v smeri X, ker je ukrivljenost v smeri Y enaka 0 (plošča, nosilna v eni smeri, glavna armatura poteka v smeri X, razdelilna armatura poteka v smeri Y):

$$\frac{1}{R_y} = \kappa_y = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

$$m_x = -K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (9.19)$$

- Plošča nosi samo v smeri Y, ker je ukrivljenost v smeri X enaka 0 (plošča, nosilna v eni smeri, glavna armatura poteka v smeri Y, razdelilna armatura poteka v smeri X):

$$R_x \gg R_y$$

$$\frac{1}{R_x} = \kappa_x \ll \kappa_y = \frac{1}{R_y}; \kappa_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

$$m_y = -K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (9.20)$$

Ko smo ugotovili, da je ukrivljenost v eni smeri minimalna oziroma gre proti 0, lahko s pomočjo (9.21) izračunamo vrednosti upogibnih momentov v nosilni smeri oziroma »nenosilni« smeri. Če se navežemo na Slika 9.16b in s tem na $\frac{1}{R_y} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \rightarrow 0$, bo znašal moment v smeri Y (krajša stranica plošče):

$$m_y = -K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

Moment v »nenosilni« smeri X (daljša stranica plošče) pa:

$$m_x = -K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = -\nu K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -0,2 \cdot m_y \quad (9.21)$$

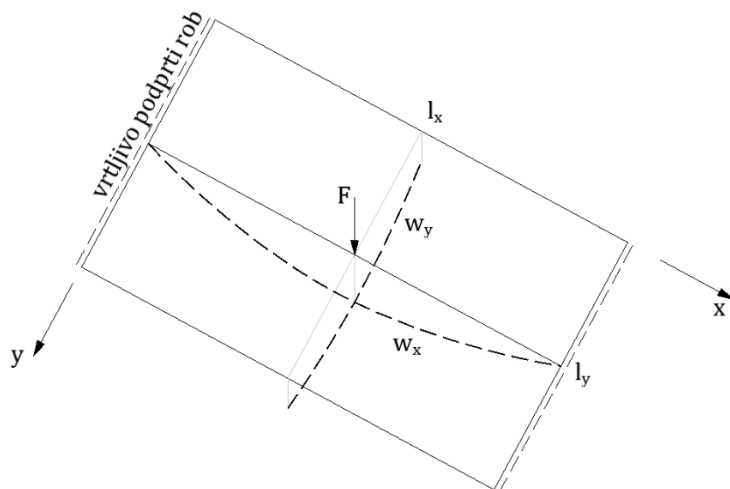
Zgornja enačba velja za enakomerno zvezno obtežbo.

To pomeni, da bomo ploščo armirali s tako imenovanimi mrežami »R« mrežami, ki imajo v nenosilni smeri 5-krat manjši prerez armature kot v nosilni smeri. S tem smo zadostili (9.20) in (9.21).

Na Slika 9.16a se razmere spremenijo pri koncentrirani obtežbi, ker v tem primeru nastopa tudi ukrivljenost v smeri Y: $R_y \neq \infty$.

$$\kappa_y \neq 0$$

Armatura v spodnji coni je potrebna v obeh smereh. Plošča se tudi ukrivi v smeri Y.



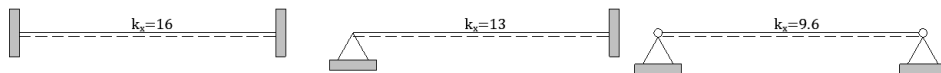
Slika 9.17: Ploščca, nosilna v dveh smereh

Način določitve nosilnosti pravokotne plošče v eni ali dveh smereh podaja razlaga na osnovi računa trakov plošče v dveh ortogonalnih smereh po metodi enakosti pomika w^A v točki A v obeh smereh.

$$w_{(x)}^A = w_{(y)}^A; \text{ glej Slika 9.16b} \quad (9.22)$$

$$\frac{m_{(x)} \cdot l_x^2}{k_x \cdot (EI)_x} = \frac{m_{(y)} \cdot l_y^2}{k_y \cdot (EI)_y}; (EI)_x = (EI)_y \quad (9.23)$$

$$m_x = \frac{k_x}{k_y} \cdot \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2 \cdot m_y \quad (9.24)$$



Če so robni pogoji po obodu plošče enaki $k_x = k_y$, znaša:

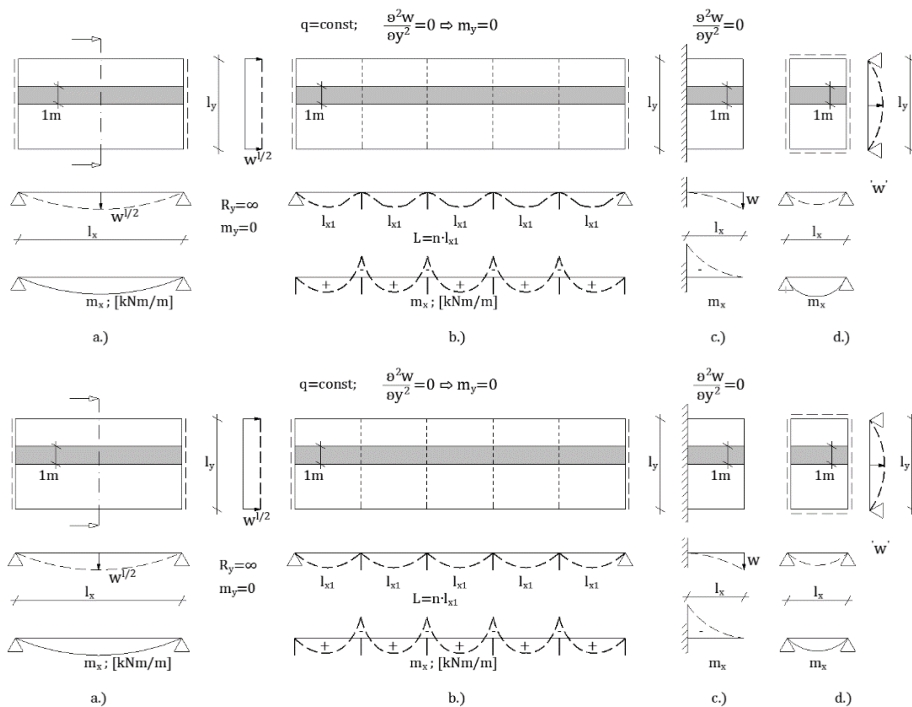
$$m_x = \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2 \cdot m_y \quad (9.25)$$

Za razmerje $\frac{l_y}{l_x} = 2$ dobimo moment v krajši smeri:

$$m_x = 4 \cdot m_y \quad (9.26)$$

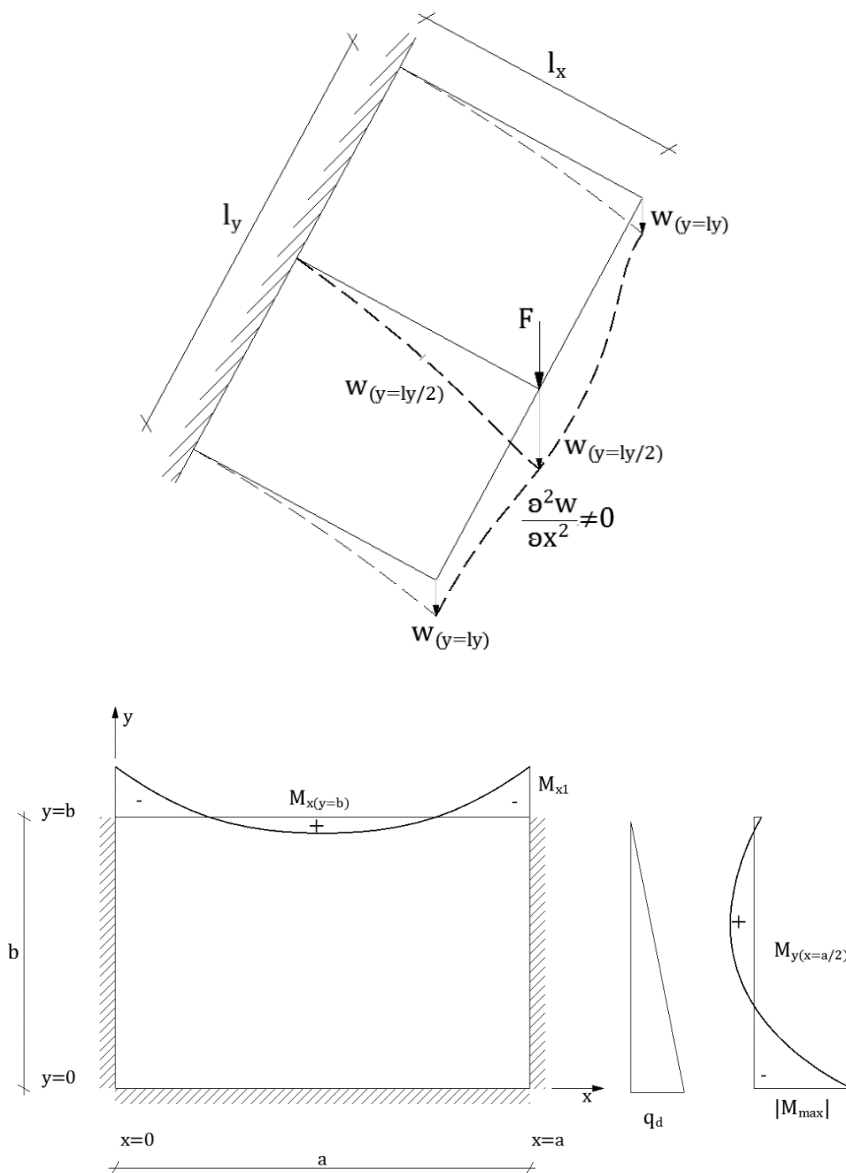
$m_x = 5 \cdot m_y$ pa dobimo pri razmerju $\frac{l_y}{l_x} = 2,236$

Seveda pri tej razlagi ni bil upoštevan Poissonov količnik prečne kontrakcije ν , vendar zopet opažamo, da je pri razmerju stranic večja od 2 plošča, »nosilna« v kratki smeri. Nekaj primerov plošče nosilne v eni smeri prikazuje Slika 9.18.

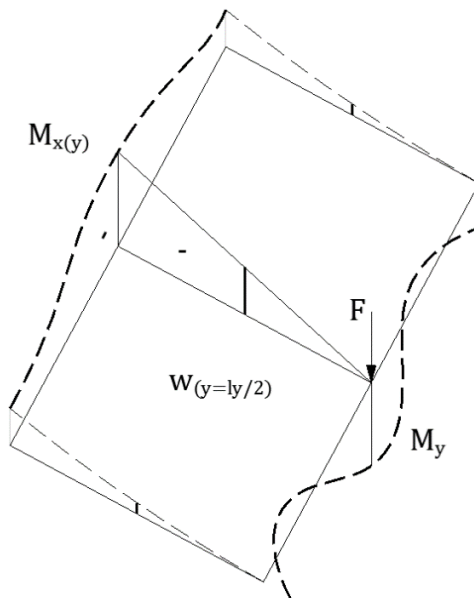


Slika 9.18: Plošče, nosilne v eni (X) smeri

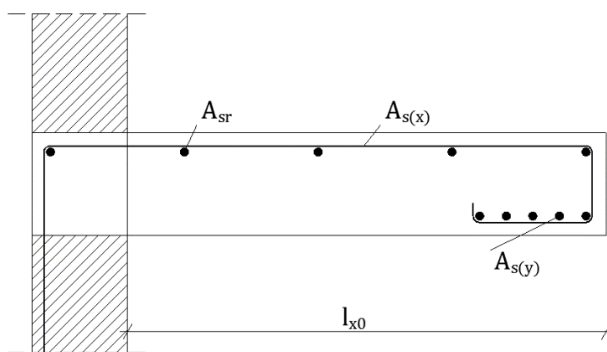
Konzolna plošča, obtežena s koncentrirano silo, na koncu plošče izkazuje drugačne razmere, saj ukrivljenost v smeri Y ($\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$) ni več enaka nič. Zato jo moramo v smeri X armirati z zgornjo armaturo, v smeri Y pa s spodnjo in zgornjo armaturo (glej Slika 9.19, Slika 9.20 in Slika 9.21).



Slika 9.19: Deformacije konzolne plošče, obtežene s koncentrirano silo na sredini $\frac{l_y}{2}$



Slika 9.20: Aksonometrični prikaz momentov M_x ob vpeti podpori in prikaz poteka momentov M_y na prostem robu

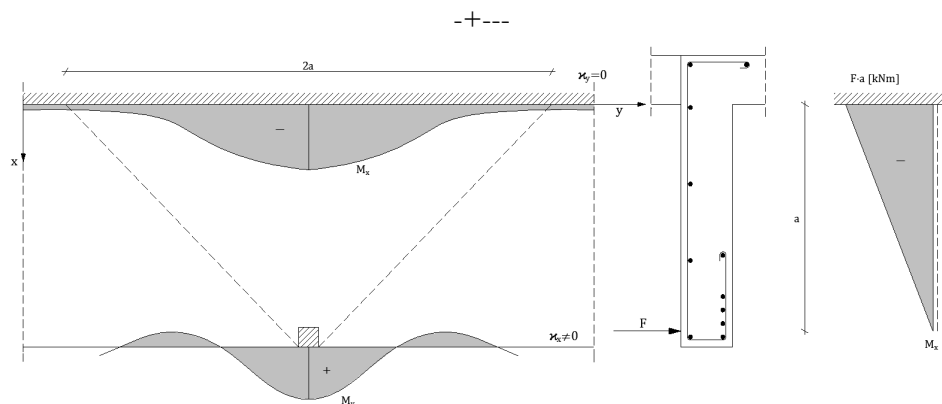


Slika 9.21: Armatura po Slika 9.20 in Slika 9.21

A_{sr} ... razdelilna armatura

$A_{s(x)}$... armatura zaradi obremenitve upogibnega momenta M_x

$A_{s(y)}$... armatura zaradi obremenitve upogibnega momenta M_y



Slika 9.22: »Razširitev« in porazdelitev momentov M_x ob vpeti podpori ter prikaz poteka momentov M_y na prostem robu

Momenti M_x ob vpetem robu plošče se zaradi koncentrirane sile F razširijo oziroma porazdelijo približno na dolžini $2a$.

Vpliv koncentriranih sil za plošče, nosilne v eni smeri, se upošteva prek delnih površin $b_1 \cdot b_2$. Raznos koncentrirane sile upoštevamo na širino plošče b_3 (pravokotno na smer nosilnosti plošče).

$$b_3 = b_2 + \frac{f_s l_x}{f_s} \cdot l_x \quad (9.27)$$

Vpliv koncentrirane sile izven območja b_3 pa je ničen ($m_x = m_{x,g}$).

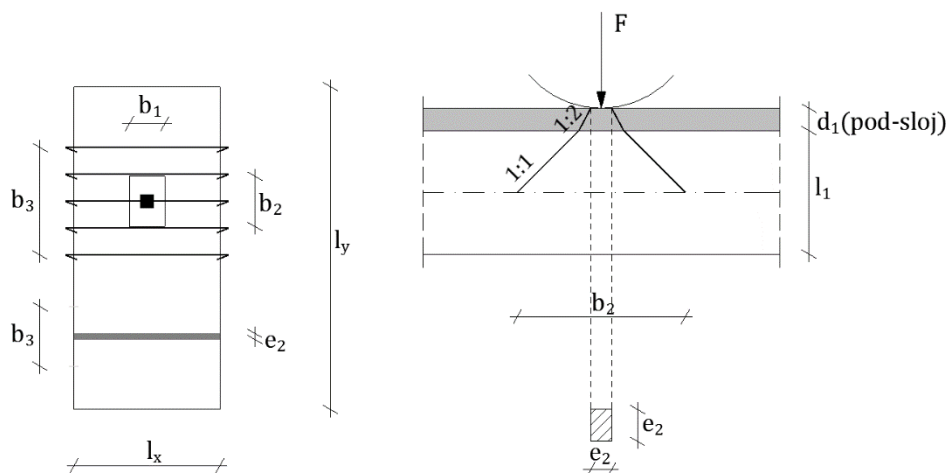
f_s ... prerez nosilne armature

l_x ... razpon plošče v smeri nosilnosti

b_1, b_2 ... razširjena širina, obtežbe v osrednji ravnini plošče (pravokotno na smer nosilne armature)

$$\begin{aligned} b_1 &= e_1 + d_1 + l_1 \\ b_2 &= e_2 + d_1 + l_1 \end{aligned} \quad (9.28)$$

e_2 ... razdalja v smeri vožnje, ki znaša $e_2 \cong 10 \text{ cm}$



Slika 9.23: Raznos koncentrirane sile F na območje pravokotno na smer nosilnosti plošče b_3

Ustrezni upogibni moment m_x od enakomerne zvezne teže (lastne) in koncentrirane obtežbe kolesa na širinski (enotin) meter plošče pa znaša:

$$m_x = m_{x,g} + \frac{M^F}{b_3}; \left[\frac{kNm}{m'} \right] \quad (9.29)$$

Račun notranjih statičnih količin se določa za trak enotine širine (1 m), upoštevajoč ustrezno obtežbo in robne pogoje.

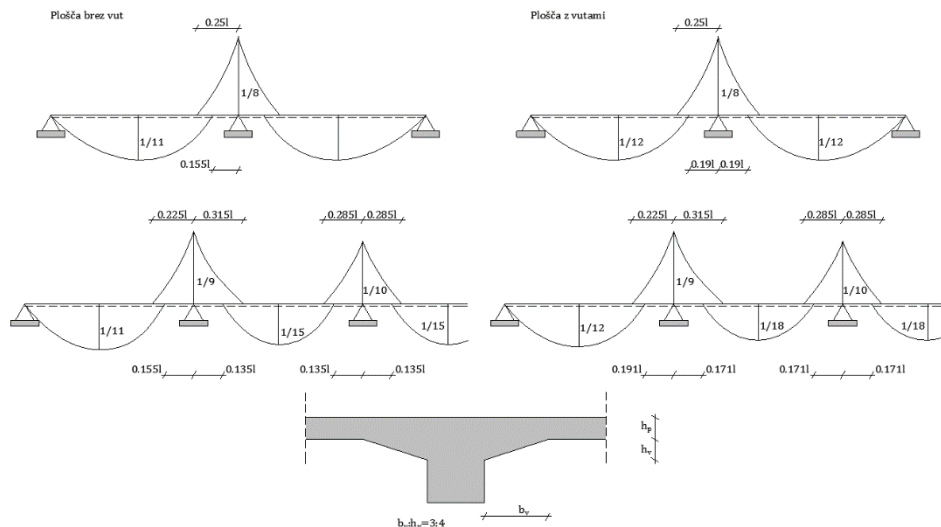
Ko računamo kontinuirne plošče, so te v rebro elastično vpete, kar je odvisno od torzijske togosti rebra, ki podpira ploščo. Pri končnem (začetnem) robu se običajno upošteva vrtljivo podprti rob, s čimer dobimo »večje« pozitivne momente v prvem oziroma zadnjem polju. V resnici pa je plošča »delno« vpete v rebro, kar povzroča v zgornji coni natezne napetosti, ki jih običajno prevzamemo z negativno armaturo ali z ukrivljanjem vsake druge palice iz polja v zgornjo cono (sidranje). Izračun upogibnih momentov kontinuirnih plošč enakih polj ali razmerja $\frac{l_{max}}{l_{min}} < 1,2$ zaradi enakomerne zvezne obtežbe $q = g + p$ lahko določimo po enačbi:

$$M_{max}^{min} = \mp (g + p) \cdot k \cdot l^2$$

$$po\ MSN: M_{max}^{min} = \mp (g \cdot \gamma_g + p \cdot \gamma_p) \cdot k \cdot l^2 \quad (9.30)$$

k ... količnik vrednosti negativnih in pozitivnih vrednosti upogibnih momentov za plošče z ali brez vut.

Količniki k in območja poteka negativnih in pozitivnih upogibnih momentov so prikazani na Slika 9.23 za primere plošče z in brez vut. Dolžina vute naj bo večja od 3-kratnika njene debeline.



Slika 9.24: Količniki k in območja poteka negativnih in pozitivnih upogibnih momentov za kontinuirne plošče z ali brez vut.

Plošče, nosilne v eni smeri, se lahko upoštevajo kot linijski nosilci širine 1 m v naslednjih primerih:

- ko plošča nalega samo na dveh nasprotnih robovih (mostna plošča, podprta z obrežnima podpornikoma);
- ko je plošča podprta na dveh nasprotnih straneh (vmesne »podpore« so toga rebra) ali kontinuirna prek več podpor;
- ko je vpeta na enem robu, ostali robovi pa so prosti;
- ko je podprta na vseh štirih robovih in je razmerje stranic $\frac{l_{max}}{l_{min}} > 2$ oziroma $\frac{l_{min}}{l_{max}} < 0,5$.

Nosilnost plošče v eni ali »dveh« smereh pa v bistvu določa ukrivljenost, ki je podana z izrazoma $\kappa_x = \frac{1}{R_x} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ in $\kappa_y = \frac{1}{R_y} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$, kar je bilo podano v teoretičnih osnovah. Ker pa so ukrivljenosti odvisne od vrste obtežb (koncentrirane sile, zvezna obtežba, momentna obtežba) robnih pogojev, lahko uspešno določimo notranje statične količine m_i, m_{ij}, q_i samo s pomočjo tabel oziroma računalniških aplikacij, ki smo jih na primer že omenili zgoraj.

Z uporabo tabel, ko določimo karakteristične notranje statične količine, pa plošče dimenzioniramo kot pravokotni prerez s statično širino $b = 1 \text{ m}$.

Statična debelina plošče:

$$d = k_b \cdot \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}; \left[\sqrt{\frac{kNm \cdot cm^2}{m \cdot kN}} \right] \rightarrow [cm] \text{ oziroma } \left[\frac{cm}{m'} \right]$$

Prerez glavne (nosilne) armature:

$$A_{s,potr} = \bar{\mu} \cdot d \cdot k \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}; \left[\frac{cm \cdot cm}{m} \right] \rightarrow \left[\frac{cm^2}{m'} \right]$$

$$e_{s,potr} = \frac{A_{s1}}{A_{s,potr}} \cdot 100 \dots \text{razmik armature}$$

A_{s1} ... prerez posamične palice

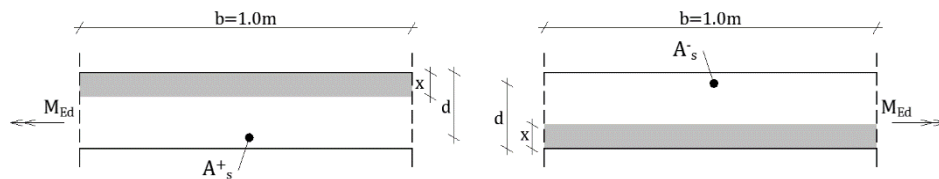
$$A_{s,dej} > A_{s,potr}$$

Razdelilna armatura pri mrežah »R« je že določena, za posamične armaturne palice pa jo izračunamo glede na delujočo obtežbo.

$$\begin{aligned} \text{Za enakomerno zvezno obtežbo: } A_{sr} &\geq 0,2 \cdot A_s \\ \text{Za koncentrirano obtežbo: } A_{sr} &\leq 0,65 \cdot A_s \end{aligned} \quad (9.31)$$

V primeru uporabe posameznih palic naj razmik posameznih palic ne presega $2d$ (enakomerna zvezna obtežba), pri čemer debelina plošče naj ne presega 60 cm .

$$e \leq 2d \text{ (oziroma } 20 \text{ cm)}$$



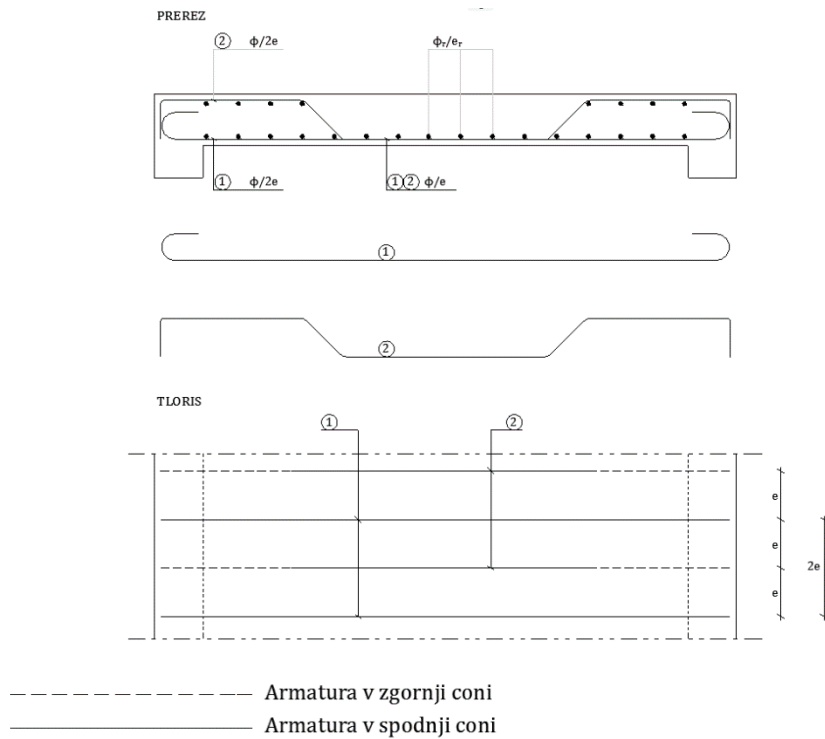
Slika 9.25: Armiranje plošče s pozitivno in negativno armaturo

e_r ... razmik razdelilne armature

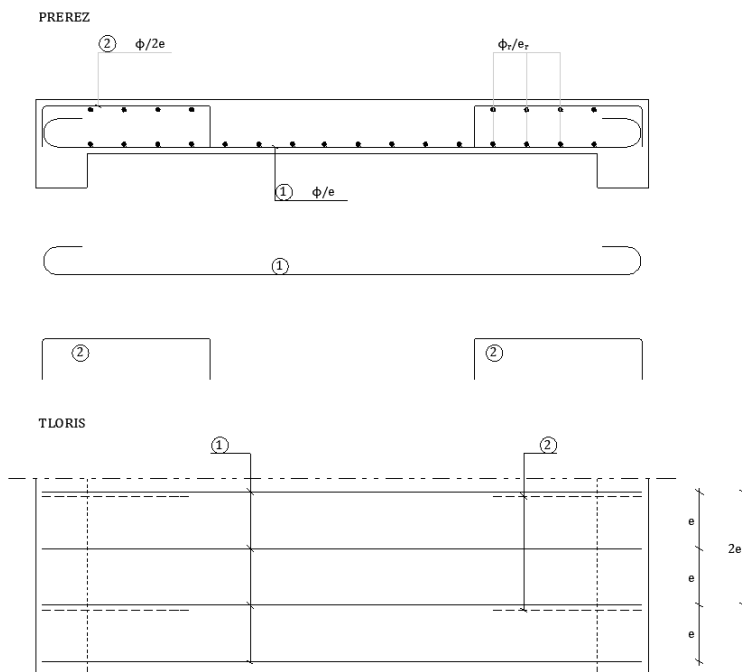
$$e_r \leq 4d; q = \text{const.} \\ \leq 30 \text{ cm}$$

$$e_r \leq 3d; q + F$$

Spodaj prikazujemo nekaj primerov armiranja plošč, nosilnih v eni smeri.



Slika 9.26: Armiranje plošče nosilne v eni smeri s poševnimi palicami



Slika 9.27: Armiranje plošče, nosilne v eni smeri z ravnimi palicami

S krivljenjem vsake druge palice iz polja v zgornjo cono prevzamemo možne negativne momente zaradi elastične vpetosti nad podporo. Istočasno pa poševna armatura tudi prevzema glavne natezne napetosti σ_1 , ki nastanejo zaradi prečnih sil. Možne negativne momente zaradi elastične vpetosti prevzamemo s palicami pozicije 2.

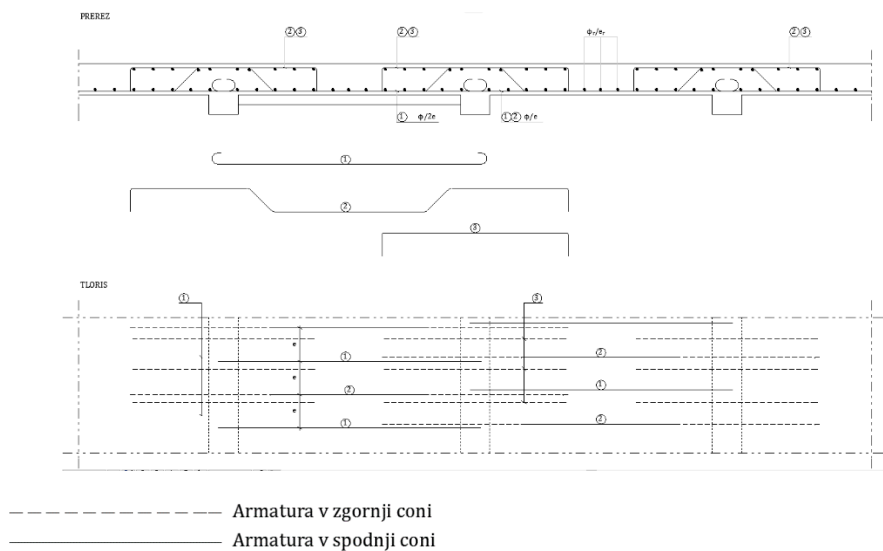
Glavna (nosilna) armatura se polaga tako, da ji pripada večja statična širina.

Kontinuirne plošče:

- a) S krivljenjem »pozitivne« armature iz polja v zgornjo cono in dodatnimi palicami nad rebri

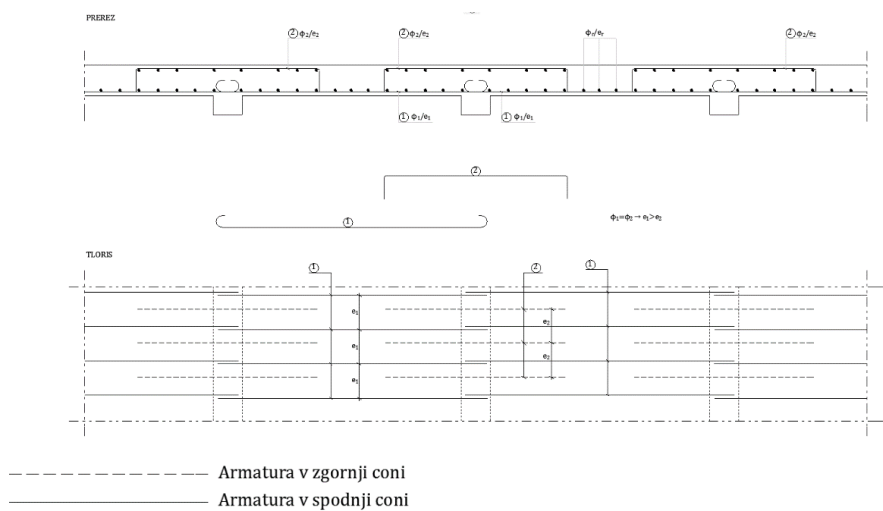
Kot v primeru Slika 9.26 in Slika 9.27 tudi pri kontinuirnih ploščah, nosilnih v eni smeri, vsako drugo palico iz polja (A_s^+) krivimo v zgornjo cono, s čimer že prevzamemo del negativnih upogibnih momentov. Ker pa so negativni upogibni momenti večji kot pozitivni upogibni momenti, moramo nad rebri (podporami) še

dodati ravne palice. Kot je razvidno iz zgornje slike, so to palice s pozicijo 3 – Poz 3.



Slika 9.28: Armatura kontinuirnih plošč z ravnimi in poševnimi palicami

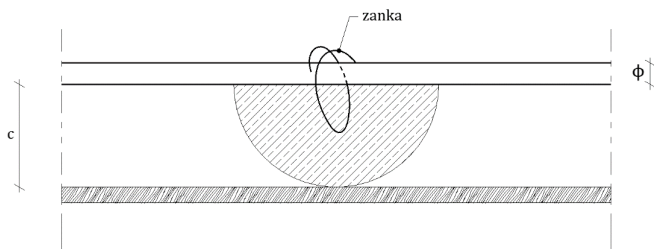
b) Armatura v polju ter nad podporami in rebri z ravnimi palicami



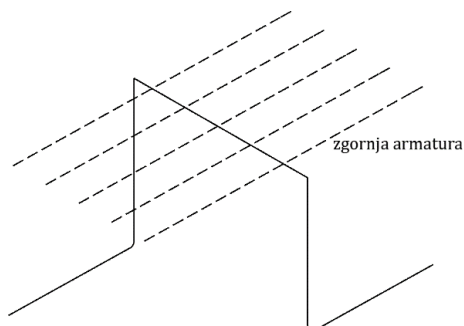
Slika 9.29: Armatura kontinuirnih plošč z ravnimi palicami

c) Kontinuirne plošče z uporabo mrež »R«

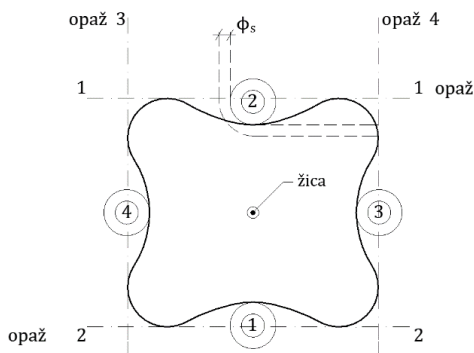
Načine armiranja plošč, prikazanih na Slika 9.26 in Slika 9.28, danes še zelo redko uporabljamo, saj plošče (posamične in kontinuirne) z mrežami »R« naslanjamo na podložke, ki ležijo na opažu (spodnja armatura), in posebej izdelane podložke, na katere nalegajo mreže v zgornji coni.



Slika 9.30: Betonska podložka za spodnjo armaturo

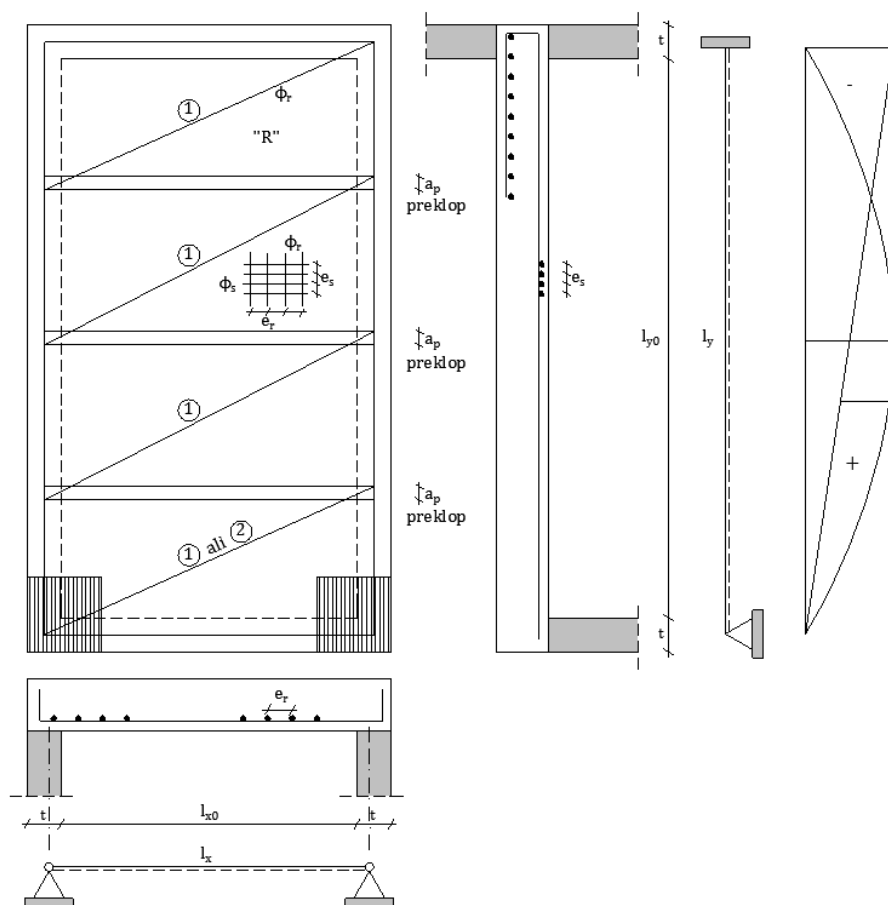


Slika 9.31: Jeklena podložka za zgornjo armaturo



Slika 9.32: Univerzalna podložka za »spodnjo« armaturo nosilcev

Pri proizvajalcih tehnične opreme za armiranje in beton ter tudi na spletu lahko dobimo še več informacij o različnih izdelkih in materialih, ki jih nudi trg.



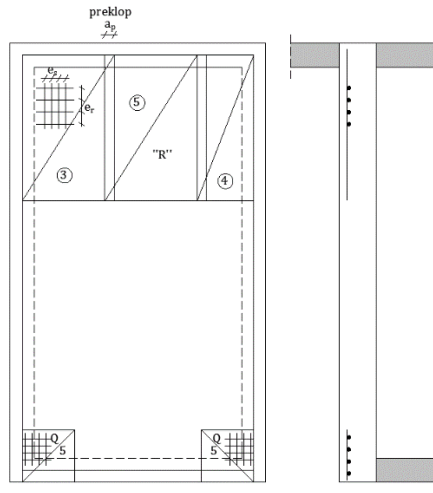
Slika 9.33: Posamična plošča, nosilna v eni smeri in armirana z mrežami »R«
Posamična plošča, podprta po obodu $l_{x0} + 2t \leq l_{mreže}$

Spodnja armatura:

$$l_x = 1,05 \cdot l_{x0}$$

$$l_y = 1,05 \cdot l_{y0}$$

Velja za običajno široke podpore.



Slika 9.34: Prikaz armature v zgornji coni plošče

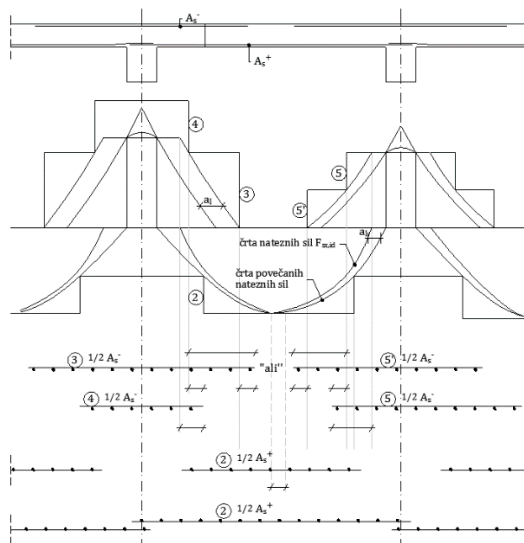
Zgornja armatura:

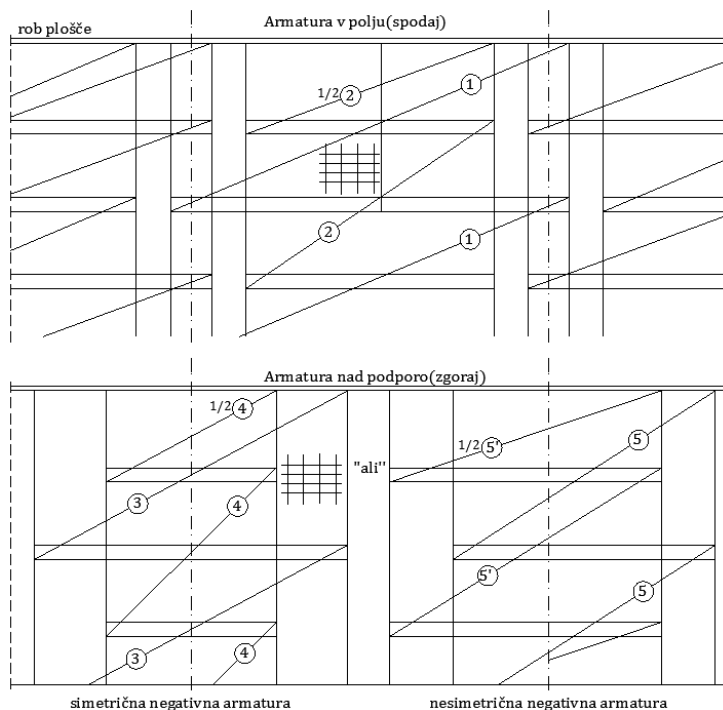
$$l_y = 1,025 \cdot l_{y0} + t/2 \text{ za}$$

a_p ... prekrivanje za razdelilno armaturo

$$a_p = (3 \div 4)e_s$$

Kontinuirne plošče





Slika 9.35: Mreže »R« kontinuirnih plošč, nosilnih v eni smeri

9.3.2 Pravokotne plošče, nosilne v dveh smereh

9.3.2.1 Splošno

V podpodpoglavju 9.3.1 smo spoznali teoretične osnove in pogoje, kdaj plošča nosi v eni ali dveh smereh. Praviloma nosijo plošče večji del obtežbe v krajši smeri, seveda ob upoštevanju robnih pogojev plošče.

Plošče, ki nosijo v dveh smereh, so lahko tanjše kot plošče, nosilne v eni smeri.

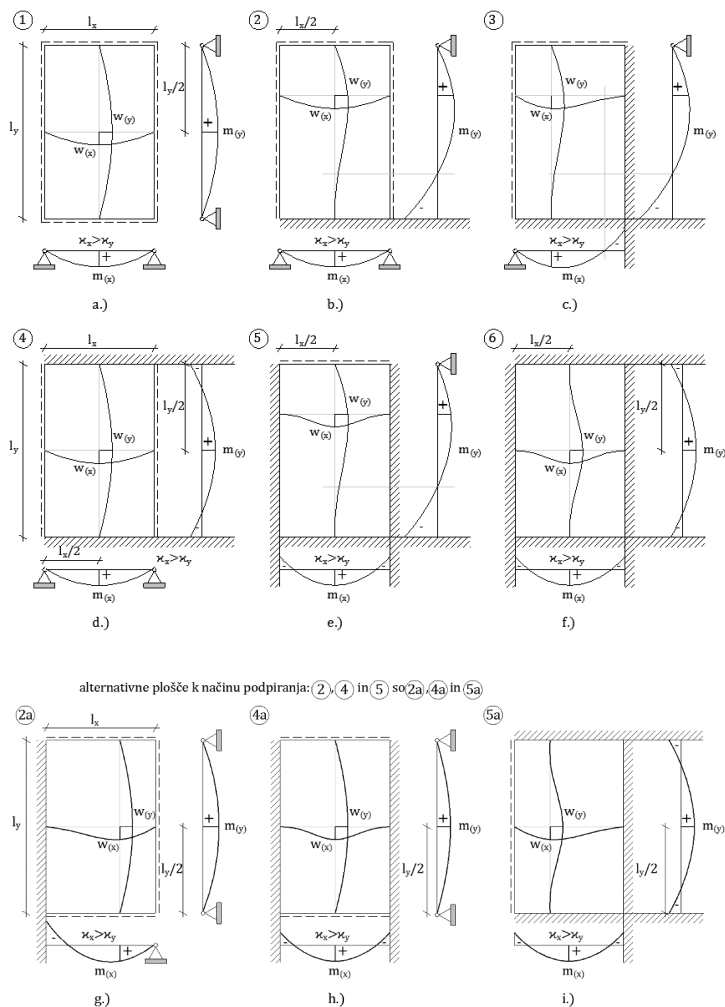
Robni pogoji plošč so lahko različni. Ločimo plošče, ki so podprte po vseh štirih, treh ali dveh robovih ali ki so celo podprte (vpete) samo po enem robu.

Skice robnih pogojev s pripadajočimi deformacijskimi črtami oziroma ustreznimi upogibnimi momenti (ukrivljenosti) prikazuje Slika 9.36a–i. Za ustrezne robne pogoje in različne vrste obtežb so v strokovni »literaturi« (v tiskani obliki in

računalniških aplikacijah) podani izračuni notranjih statičnih količin oziroma napetostnega stanja.

9.3.2.2 Pravokotne plošče, »podprte« na vseh štirih robovih

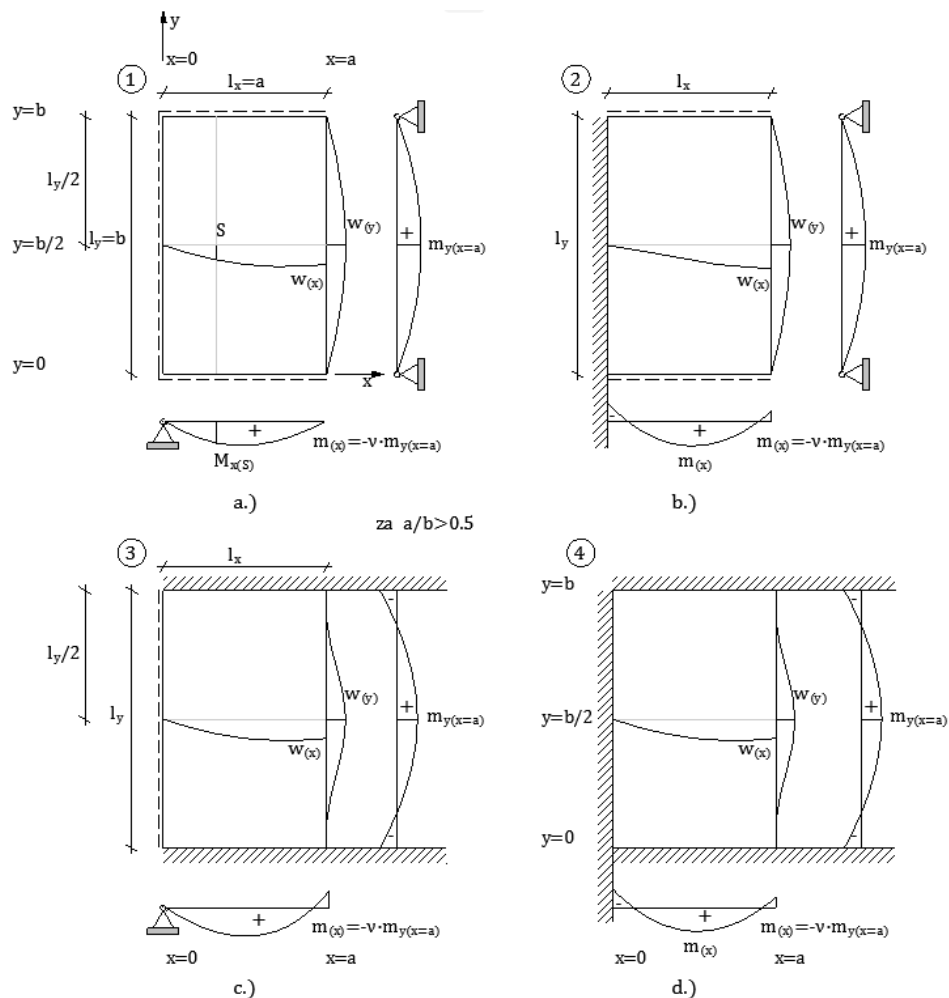
V tem primeru poznamo šest možnih primerov, v katerih bodo prikazani deformacijske črte in upogibni momenti plošče v dveh ortogonalnih smereh, obteženih z enakomerno zvezno obtežbo.



Slika 9.36a–i: Deformacijske črte in upogibni momenti pri štiristransko podprtih ploščah za enakomerno zvezno obtežbo

S pomočjo izračunanih upogibnih momentov posameznih plošč lahko tudi z ustrežno kombinacijo stalne in spremenljive obtežbe določimo ekstremne upogibne momente kontinuirnih plošč, kjer pa morata biti izpolnjena pogoja: $\frac{l_{x,max}}{l_{x,min}} < 1,2$ in $\frac{l_{y,max}}{l_{y,min}} < 1,2$.

9.3.2.3 Pravokotne plošče, »podprte« na treh robovih



Slika 9.37a–d: Diagrami deformacij in upogibnih momentov za tristransko podprte plošče, obtežene z enakomerno zvezno obtežbo

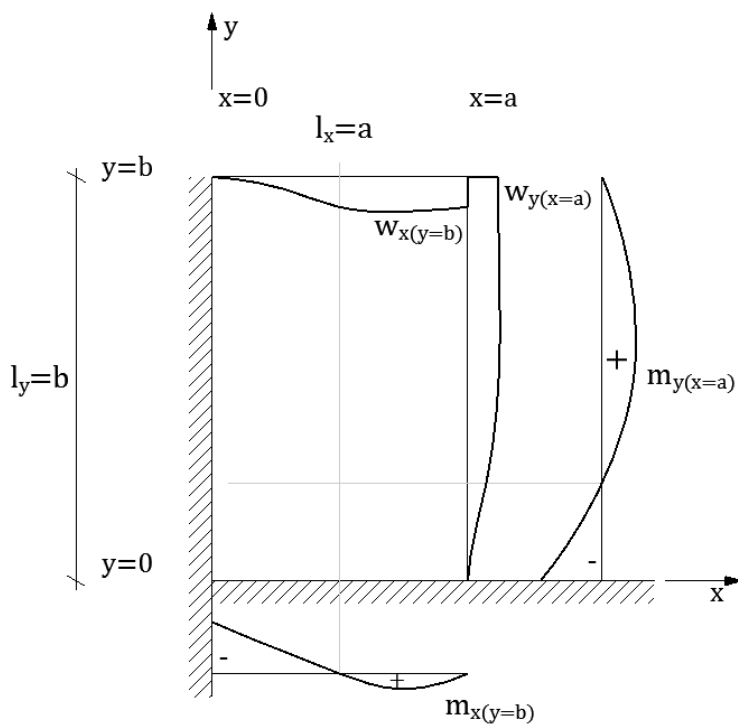
za: $\frac{a}{b}$; $\nu = 0,15 - 0,25$; $0,3 \leq \frac{a}{b} \leq 2$

Za primere a–d so narisani upogibni momenti m_x za $y = \frac{b}{2}$ in upogibni momenti m_y za $x = a$.

Za bazene pravokotne oblike predstavljajo stene plošče, obtežene s trikotno zvezno obtežbo (vodni oziroma zemeljski pritisk). Robni pogoji takih plošč se upoštevajo, kot je prikazano na Slika 9.37d, in se momenti v poljih ustreznih sten »adaptirajo« z ozirom na togosti sosednjih sten.

9.3.2.4 Pravokotne plošče, »podprte« na dveh soležnih robovih

Deformacijski črti $w_{(x)}$ in $w_{(y)}$ sta prikazani za ortogonalni smeri na prostih robovih za ploščo z razmerjem stranic $\frac{a}{b} = 0,5$.



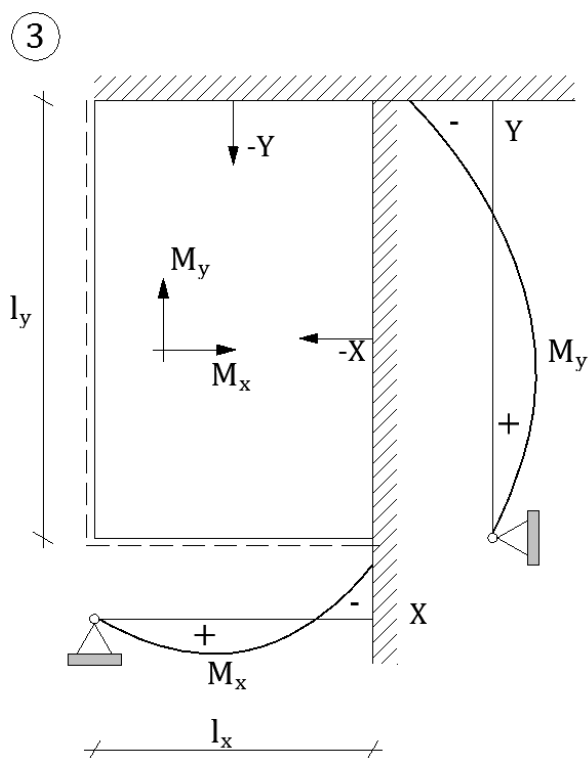
Slika 9.38: Diagrami deformacijskih črt in upogibnih momentov za dvostransko vpete plošče, obtežene z enakomerno zvezno obtežbo

9.3.2.5 Navodila za izračun obremenitev pravokotnih plošč s pomočjo tabel

Za lažje razumevanje nastalih problemov bomo prikazali izračun upogibnih momentov in reakcij za štiristransko »podprto« ploščo, obteženo z enakomerno zvezno obtežbo, in trostransko »podprto« vpeto ploščo, obteženo s trikotno zvezno obtežbo, kot primer stene bazena, obtežene tako z zemeljskim (prazen bazen) kot z vodnim pritiskom (nezasut bazen).

Uporabljene in prikazane so tabele iz literature Armirani beton 3 [28], [29].

Razmerje stranic $l_y : l_x = 1, ; \nu = 0,2$



Iz preglednice v knjigi Armirani beton 3 – priloga 4 [28] odčitamo koeficiente za momente:

$$K_{3x} = 0,032; K_{3y} = 0,017$$

$$K_{3(-x)} = 0,069; K_{3(-y)} = 0,051$$

$$q = g + p; q_d = g_d + p_d$$

Upogibni momenti:

Smer X

Upogibni moment v polju:

$$M_x = q_d \cdot l_x \cdot l_y \cdot 0,032; [kNm/m] \quad (9.32)$$

Upogibni moment nad vpetostnim robom:

$$X = -q_d \cdot l_x \cdot l_y \cdot 0,069; \left[\frac{kNm}{m} \right] \quad (9.33)$$

Smer Y

Upogibni moment v polju:

$$M_x = q_d \cdot l_x \cdot l_y \cdot 0,017; [kNm/m] \quad (9.34)$$

Upogibni moment nad vpetostnim robom:

$$Y = -q_d \cdot l_x \cdot l_y \cdot 0,051; [kNm/m] \quad (9.35)$$

Absolutni maksimalni moment se nahaja na sredini daljšega roba plošče.

$$\text{Smer X: } |M_x| = -X \rightarrow \text{določimo: } d_{(x)} = k_b \left(\frac{10}{3.5} \right) \cdot \sqrt{\frac{X}{f_{cd}}}; \left[\sqrt{\frac{kNm \cdot m^2}{m \cdot kN}} = m \right]$$

$$A_{s(x)}^- = \bar{\mu} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$M_{x,max} \rightarrow k_b = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_x}{f_{cd}}}}; \rightarrow \text{odčitamo } \bar{\eta} \text{ in določimo } A_{s(x)}^+$$

$$A_{s(x)}^+ = \bar{\mu} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$\text{Smer Y: } |M_y| = -Y \rightarrow \text{določimo: } k_b = \frac{d_{(y)}}{\sqrt{\frac{M_x}{f_{cd}}}}; \rightarrow$$

odčitamo $\bar{\mu}$ in določimo $A_{s(x)}^-$

$$A_{s(x)}^- = \bar{\mu} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}; d_{(y)} = d_{(x)} - \emptyset_{(x)}$$

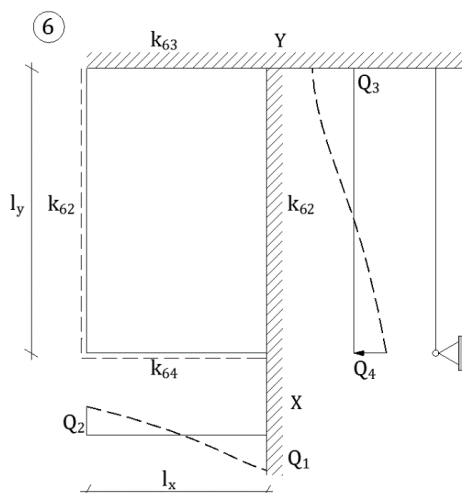
$$M_{y,max} \rightarrow k_b = \frac{d_{(y)}}{\sqrt{\frac{M_{y,max}}{f_{cd}}}}; \rightarrow \text{odčitamo } \bar{\mu} \text{ in določimo } A_{s(x)}^+$$

$$A_{s(x)}^+ = \bar{\mu} \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Opomba: pozitivna armatura v smeri X je pod pozicijo armature v smeri Y.

Reakcije nad robovi

Razmerje stranic $l_y : l_x = 1, ; \nu = 0, 2$



Iz preglednice v knjigi Armirani beton 3 – priloga 4 [28] odčitamo koeficiente za reakcije:

$$k_{61} = 0,37; k_{62} = 0,247; k_{63} = 0,221; k_{64} = 0,162$$

Smer X:

$$Q_1 = q_d \cdot l_x \cdot l_y \cdot 0,37; [kNm/m] \quad (9.36)$$

$$Q_2 = q_d \cdot l_x \cdot l_y \cdot 0,247; [kNm/m] \quad (9.37)$$

Smer Y:

$$Q_3 = q_d \cdot l_x \cdot l_y \cdot 0,221; [kNm/m] \quad (9.38)$$

$$Q_4 = q_d \cdot l_x \cdot l_y \cdot 0,162; [kNm/m] \quad (9.39)$$

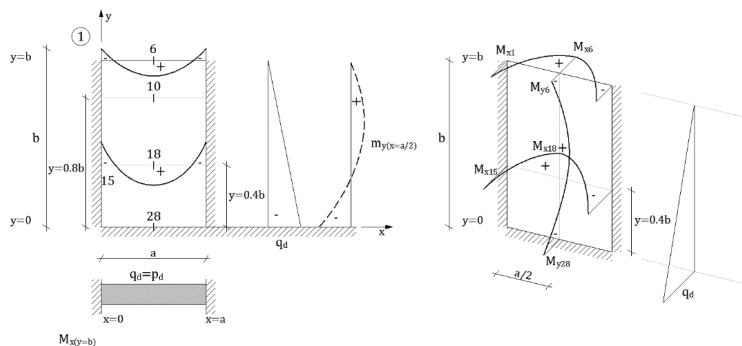
Približna obtežba na robno preklado »2« znaša:

$$q'_2 = \frac{Q_2}{l_y} = \frac{q_d \cdot l_x \cdot l_y \cdot 0,247}{l_y} = q_d \cdot l_x \cdot 0,247; [kN/m] \quad (9.40)$$

Tej obtežbi še moramo prišteti projektno lastno težo rebra (nosilca) $q_{Ed}^{nosilca}$, da lahko statično analiziramo nosilec, ki podpira ploščo na robu »2«.

Izračun upogibnih momentov za tristransko vpeto ploščo s prostim robom, obteženo s trikotno zvezno obtežbo

Za ta primer uporabimo Preglednica 9.1.



Slika 9.39: Tristransko vpeto ploščo s prostim robom, obtežena s trikotno zvezno obtežbo

Smer X

Upogibni moment na prostem robu:

$$M_{x(y=b),max} = M_{x6} = 0,0056 \cdot q_d \cdot a^2; [kNm/m] \quad (9.41)$$

$$M_{x(y=b),min} = M_{x1} = -0,0088 \cdot q_d \cdot a^2; [kNm/m] \quad (9.42)$$

Upogibni moment v polju (armatura poteka v smeri X):

$$M_{x(y=0,4b)} \rightarrow M_{x18} = 0,0228 \cdot q_d \cdot a^2; [kNm/m] \quad (9.43)$$

$$\begin{aligned} M_{x(y=0,4b)} \rightarrow M_{x15} &= |M_{max}| \\ &= -0,0456 \cdot q_d \cdot a^2; [kNm/m] \end{aligned} \quad (9.44)$$

Smer Y za $x = \frac{a}{b}$:

$$\begin{aligned} M_{y(x=a/2)} \rightarrow M_{y28} &= -0,0107 \cdot q_d \cdot b^2 \\ &= -0,0107 \cdot q_d \cdot (0,5a)^2 \\ &= -0,0027 \cdot q_d \cdot a^2 \end{aligned} \quad (9.45)$$

$$M_{y6} = M_{x6} \cdot \nu = -0,2 \cdot q_d \cdot 0,0056 \cdot a^2 \quad (9.46)$$

$$M_{y28} = +0,0031 \cdot q_d \cdot b^2$$

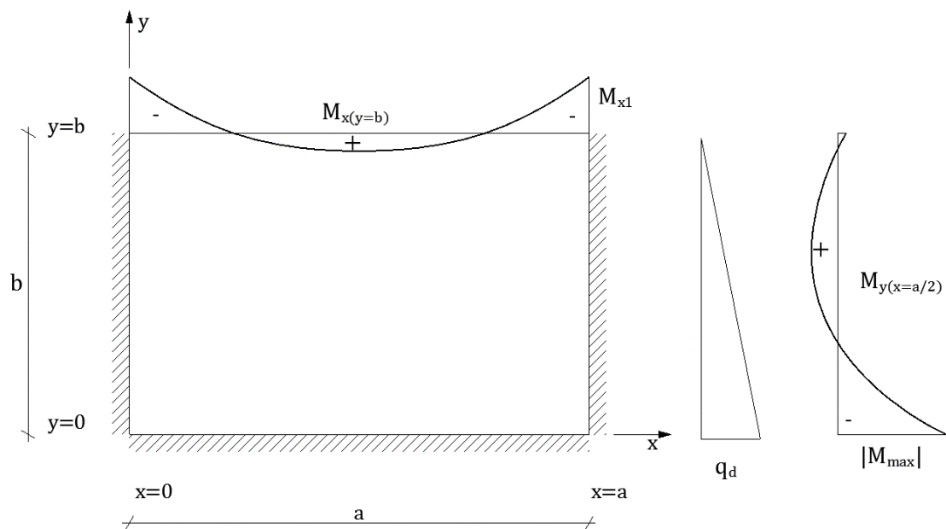
$$M_{y18} = +0,0021 \cdot q_d \cdot b^2$$

$$M_{y14} = +0,001 \cdot q_d \cdot b^2$$

$$M_{y10} = +0,0002 \cdot q_d \cdot b^2$$

Opomba: z upoštevanjem Poissonovega količnika dobimo na prostem robu ($x = \frac{a}{2}; y = b$) v smeri Y ν -kratno vrednost upogibnega momenta M_{x6} .

Spodnja plošča ima razmerje stranic $\gamma = \frac{a}{b} = 3$.



Smer X

Upogibni moment na prostem robu:

$$M_{x(y=b),max} = M_{x6} = 0,00246 \cdot q_d \cdot a^2 > |M_{y14}| \quad (9.47)$$

$$M_{x(y=b),min} = M_{x1} = -0,00952 \cdot q_d \cdot a^2 \quad (9.48)$$

Upogibni moment v polju (armatura poteka v smeri X):

$$M_{x(y=0,8b)} \rightarrow M_{x10} = 0,0022 \cdot q_d \cdot a^2 < M_{x6} \quad (9.49)$$

$$M_{x(y=0,4b)} \rightarrow M_{x15} = -0,00399 \cdot q_d \cdot a^2 < |M_{x1}| \quad (9.50)$$

Smer Y za $x = \frac{a}{2}$:

$$\begin{aligned} M_{y(x=a/2)} \rightarrow M_{y28} &= -0,1262 \cdot q_d \cdot b^2 \\ &= -0,1262 \cdot q_d \cdot \left(\frac{a}{3}\right)^2 q_d \cdot a^2 \end{aligned} \quad (9.51)$$

$$M_{y28} = -0,014 \cdot q_d \cdot a^2 < |M_{x1}| \quad (9.52)$$

$$M_{y22} = -0,0474 \cdot q_d \cdot b^2$$

$$M_{y18} = -0,0059 \cdot q_d \cdot b^2$$

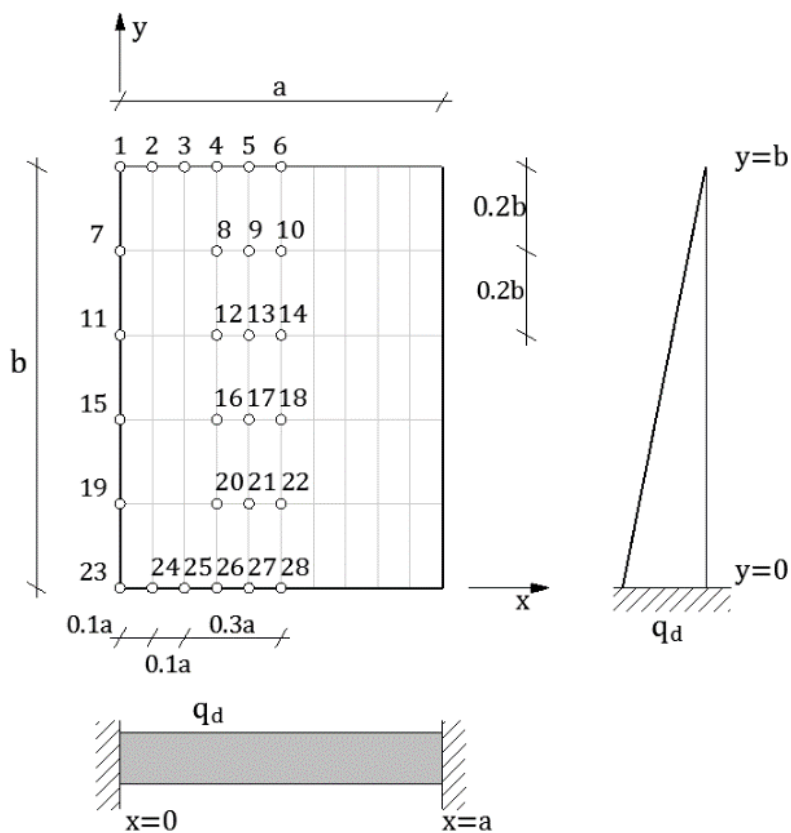
$$M_{y14} = +0,0094 \cdot q_d \cdot b^2 = 0,00104 \cdot q_d \cdot a^2$$

$$M_{y10} = +0,0085 \cdot q_d \cdot b^2$$

$$v = 0,2$$

$$M_{y6} = M_{x6} \cdot v = -0,00053 \cdot q_d \cdot a^2 \quad (9.53)$$

$$\text{za } v = 0 \rightarrow M_{y6} = 0$$



Preglednica 9.1: Količniki za izračun tristransko vpete plošče s prostim robom, obtežene s trikotno obtežbo

$$\nu = 0,20; \gamma = \frac{a}{b}; M_{yb} = -\nu \cdot M_{xb}$$

γ	0,25	0,50	0,75	1,0	1,5	2,0	3,0	Množitelj	
M_{x1}	-0,0064	-0,0088	-0,0148	-0,0151	-0,0180	-0,01610	-0,00952	$q_d \cdot a^2$	
M_{x4}	+0,0016	+0,0024	+0,0045	+0,0046	+0,0051	+0,00430	+0,00221		
M_{x5}	+0,0032	+0,0048	+0,0088	+0,0084	+0,0084	+0,00630	+0,00258		
M_{x6}	+0,0032	+0,0056	+0,0101	+0,0097	+0,0095	+0,00690	+0,00264		
M_{x7}	-0,0176	-0,0184	-0,0263	-0,0216	-0,0192	-0,01502	-0,00811		
M_{x8}	+0,0048	+0,0048	+0,0070	+0,0059	+0,0053	+0,00402	+0,00191		
M_{x9}	+0,0080	+0,0084	+0,0121	+0,0099	+0,0082	+0,00565	+0,00215		
M_{x10}	+0,0080	+0,0096	+0,0139	+0,0112	+0,0091	+0,00612	+0,00220		
M_{x11}	-0,0336	-0,0332	-0,0396	-0,0273	-0,0189	-0,01288	-0,00622		
M_{x12}	+0,0096	+0,0092	+0,0110	+0,0079	+0,0055	+0,00382	+0,00149		
M_{x13}	+0,0144	+0,0152	+0,0178	+0,0119	+0,0077	+0,00472	+0,00158		
M_{x14}	+0,0176	+0,0168	+0,0198	+0,0132	+0,0084	+0,00502	+0,00157		
M_{x15}	-0,0496	-0,0456	-0,0468	-0,0277	-0,0155	-0,00930	-0,00399		
M_{x16}	+0,0128	+0,0128	+0,0137	+0,0082	+0,0045	+0,00250	+0,00072		
M_{x17}	+0,0224	+0,0204	+0,0202	+0,0115	+0,0058	+0,00295	+0,00063		
M_{x18}	+0,0256	+0,0228	+0,0223	+0,0125	+0,0061	+0,00305	+0,00059		
M_{x19}	-0,0608	-0,0408	-0,0326	-0,0160	-0,0072	-0,00385	-0,00147		
M_{x20}	+0,0160	+0,0120	+0,0094	+0,0044	+0,0014	+0,00015	-0,00055		
M_{x21}	+0,0272	+0,0172	+0,0128	+0,0055	+0,0015	+0,000	-0,00077		
M_{x22}	+0,0304	+0,0188	+0,0137	+0,0058	+0,0015	+0,00008	-0,00084		
M_{y8}	0	0	+0,0002	+0,0011	+0,0042	+0,0065	+0,0072		$q_d \cdot b^2$
M_{y9}	+0,0001	+0,0002	+0,0005	+0,0019	+0,0061	+0,0088	+0,0082		
M_{10}	+0,0001	+0,0002	+0,0007	+0,0022	+0,0067	+0,0095	+0,0085		
M_{12}	+0,0001	+0,0005	+0,0020	+0,0047	+0,0102	+0,0125	+0,0096		

$$M_i = K_i \cdot q_d \cdot a^2 (b^2)$$

γ	0,25	0,50	0,75	1,0	1,5	2,0	3,0	Množitelj
M_{y13}	+0,0002	+0,0009	+0,0029	+0,0064	+0,0130	+0,0151	+0,0096	$q_d \cdot b^2$
M_{y14}	+0,0002	+0,0010	+0,0032	+0,0070	+0,0139	+0,0159	+0,0094	
M_{y16}	+0,0002	+0,0013	+0,0042	+0,0076	+0,0115	+0,0099	-0,0012	
M_{y17}	+0,0003	+0,0019	+0,0056	+0,0097	+0,0137	+0,0106	-0,0046	
M_{y18}	-0,0003	+0,0021	+0,0061	+0,0104	-0,0143	+0,0107	-0,0059	
M_{y20}	+0,0005	+0,0022	+0,0039	+0,0039	+0,0014	-0,0116	-0,0356	
M_{y21}	+0,0005	+0,0029	+0,0048	+0,0044	+0,0029	-0,0160	-0,0444	
M_{y22}	+0,0005	+0,0031	+0,0051	+0,0046	+0,0035	-0,0175	-0,0474	
M_{y26}	-0,0023	-0,0023	-0,0152	-0,0252	-0,0465	-0,0683	-0,1062	
M_{y27}	-0,0028	-0,0028	-0,0188	-0,0188	-0,0554	-0,0804	-0,1214	
M_{y28}	-0,0030	-0,0030	-0,0200	-0,0200	-0,0584	-0,0845	-0,1262	
R_{x1}	+0,0328	+0,0294	+0,0283	+0,0326	+0,0707	+0,0992	+0,1041	$q_d \cdot a$
R_{x7}	+0,1004	+0,1046	+0,1328	+0,1315	+0,1383	+0,1282	+0,0975	
R_{x11}	+0,1984	+0,2030	+0,2310	+0,1972	+0,1604	+0,1242	+0,0784	
R_{x15}	+0,3004	+0,3028	+0,3160	+0,2421	+0,1695	+0,1205	+0,0715	
R_{x19}	+0,3786	-0,2988	+0,2537	+0,1607	+0,0891	+0,0554	+0,0299	
R_{x23}	+0,1840	+0,0608	+0,0153	-0,0045	-0,0131	-0,0120	-0,0068	
R_{y23}	+0,0460	+0,0304	+0,0102	-0,0045	-0,0196	-0,0241	-0,0204	$q_d \cdot b$
R_{y24}	+0,0136	+0,0309	+0,0474	+0,0744	+0,1256	+0,1691	+0,2452	
R_{y25}	+0,0543	+0,1052	+0,1488	+0,1942	+0,2666	+0,3199	+0,3964	
R_{y26}	+0,0839	+0,1563	+0,2154	+0,2699	+0,3496	+0,4038	+0,4668	
R_{y27}	+0,1004	+0,1856	+0,2526	+0,3108	+0,3923	+0,4457	+0,4966	
R_{y28}	+0,1056	+0,0336	+0,2645	+0,3236	+0,4055	+0,4584	+0,5047	

$$M_i = K_i \cdot q_d \cdot b^2$$

$$M_i = K_i \cdot q_d \cdot a$$

$$M_i = K_i \cdot q_d \cdot b$$

9.3.3 Poševne plošče

9.3.3.1 Uvod

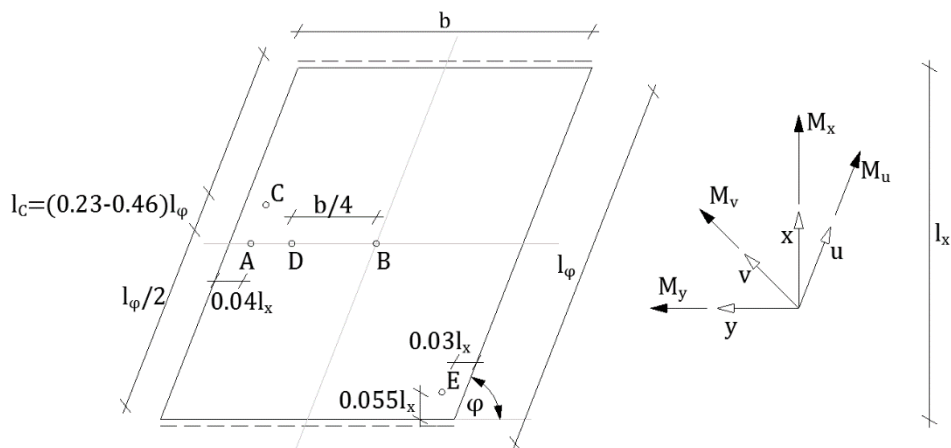
Poševne plošče predstavljajo plošče mostov, ki premoščajo vodotoke pod kotom $\varphi \neq 90^\circ$. Te plošče so običajno prosto podprte na obrežnih opornikih, elastično vpete na vmesnih (rečnih) opornikih (kontinuirne plošče), lahko pa tudi prosto podprte na vmesnih podporah.

Ker sta vsebina in teorija teh plošč zahtevni, bomo v tem učbeniku prikazali samo način računanja »glavnih« upogibnih momentov v karakterističnih točkah prostoležeče plošče za enakomerno zvezno obtežbo in koncentrirane sile. Več znanja si uporabnik tega učbenika lahko pridobi v ustrezni literaturi (npr. Rüşch, Bareš in drugi) ter na spletu (posebej na straneh univerz, ki ponujajo predavanja v smislu »open sources«).

Pri poševnih ploščah je vpliv prečnih kontrakcij ($\nu = 0,17 - 0,25$) večji oziroma pomembnejši kot pri pravokotnih ploščah ($\varphi = 90^\circ$).

Uspešno in hitro reševanje poševnih plošč (oziroma vseh plošč) pa danes lahko izvajamo s pomočjo računalniških aplikacij (SAP 200, Sofistik-Cubus, TOWER, FRILLO, SCIA in drugi) s pravilno in smotrno postavitvijo (koristne) obtežbe, s katero dobimo v kombinaciji s stalno in lastno težo konstrukcije ekstremne obremenitve oziroma napetosti.

Točke v poševni plošči, v katerih nas zanimajo obremenitve, so prikazane na spodnji sliki.



Slika 9.40: Položaj raziskanih točk in smeri upogibnih momentov poševne plošče

Za določitev upogibne obremenitve v poljubni točki plošče potrebujemo tri vrednosti, ki so lahko naslednje:

- upogibni momenti v treh različnih smereh;
- upogibna momenta v dveh ortogonalnih smereh (M_x, M_y) s pripadajočim torzijskim momentom M_{xy} ;
- glavna momenta M_I, M_{II} z njunima smerema.

Točka A

Leži v sredini poševnega prostega roba na oddaljenosti $0,04 \cdot l_x$. Izračunati moramo glavna upogibna momenta M_u, M_v in pripadajoči torzijski moment $M_{uv} \cdot M_v$ v tej točki je zelo majhen in ga lahko zanemarimo.

Točka B

Leži v sredini plošče. Za te točke bodo konstruirane vplivne črte za M_x, M_y in M_{xy} (l_x je pravokoten na smer »obrežnih opornikov«).

Točka C

To je točka, v kateri se pojavijo (najneugodnejši) ekstremni upogibni momenti M_u, M_v za primer enakomerne zvezne obtežbe. Čim ožja je plošča in čim bolj se bliža kot φ proti 90° , tem bolj se točka C bliža točki A.

Pri $\varphi = 60^\circ$ in $\frac{b}{l_\varphi} = 0,7$ znaša $l_C = 0,43 \cdot l_\varphi \cong \frac{l_\varphi}{2}$.

Pri $\varphi = 30^\circ$ in $\frac{b}{l_\varphi} = 1,6$ znaša $l_C = 0,23 \cdot l_\varphi = l_{C,min}$.

Pri $\varphi = 90^\circ$ in vseh razmerjih $\frac{b}{l_\varphi}$ znaša $l_C = 0,50 \cdot l_\varphi$.

Za prakso se običajno zadovoljimo z vrednostmi v točki A.

Točka D

Ta točka je pomembna za določitev M_x, M_y in M_{xy} za razmerja $\frac{l_\varphi}{b} = 0, 1, 0, 1, 6$ in $\varphi = 45^\circ$. Ta točka je pomembna za določitev M_x, M_y in M_{xy} za »široke« plošče $\frac{l_\varphi}{b} > 1$.

Točka E

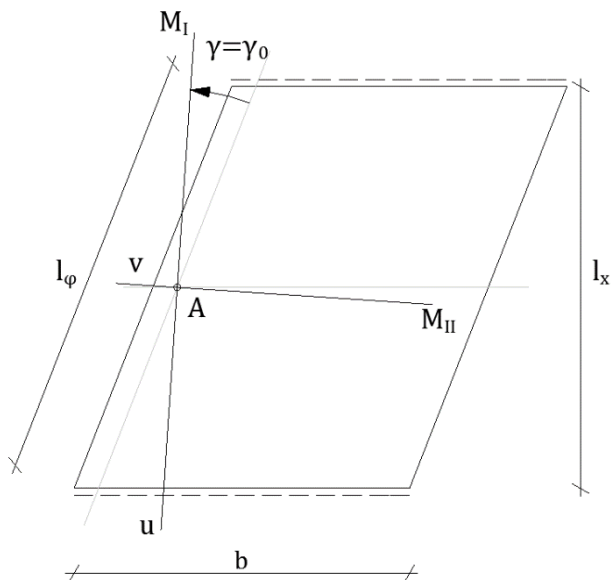
Leži blizu »topega« vogala. V tej točki bodo izrednoteni M_x, M_y in M_{xy} .

9.3.3.2 Navodila za izračun obremenitev poševnih plošč s pomočjo diagramov ali vplivnic

Prikazan bo izračun upogibnih in torzijskih momentov s pomočjo Rüschevih diagramov za točki A in B za primer enakomerne zvezne obtežbe.

Enakomerna zvezna obtežba q_{Ed}

$\frac{b}{l_\varphi} = 0,8$; $\alpha = 64^\circ$ (glej Slika 9.40 in Slika 9.42)



$K_u = 0,1175$; $K_{uv} = 0,03$; $K_v = 0$ (po Slika 9.34)

$K_I = 0,1245$; $K_{II} = 0,0075$; $\gamma_0 = 13^\circ = \gamma$ (po Slika 9.42)

$$M_{u,d} = K_u \cdot q_d \cdot l_x^2 = 0,475 \cdot q_d \cdot l_x^2 \quad (9.54)$$

$$M_{v,d} = K_v \cdot q_d \cdot l_x^2 = 0 \quad (9.55)$$

$$M_{uv,d} = K_{uv} \cdot q_d \cdot l_x^2 = 0,03 \cdot q_d \cdot l_x^2 \quad (9.56)$$

$$M_{I,d} = K_I \cdot q_d \cdot l_x^2 = 0,1245 \cdot q_d \cdot l_x^2 \quad (9.57)$$

$$M_{II,d} = K_{II} \cdot q_d \cdot l_x^2 = 0,0075 \cdot q_d \cdot l_x^2 \quad (9.58)$$

$$tg2\gamma = \frac{2 \cdot M_{uv,d}}{M_u - M_v} = \frac{2 \cdot 0,03 \cdot q_d \cdot l_x^2}{0,1175 \cdot q_d \cdot l_x^2} = 0,51 \quad (9.59)$$

$$2\gamma = 27,05^\circ; \gamma = 13,5^\circ$$

Enačba, s katero lahko izračunamo $M_{I,d}$ in $M_{II,d}$, je:

$$M_{I,II} = \frac{M_u + M_v}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{M_u - M_v}{2}\right)^2 + M_{uv}^2} \quad (9.60)$$

$$\gamma = \gamma_0 = 13,5^\circ \text{ (lahko odčitamo iz Slika 9.42)}$$

Točka B (po Slika 9.43 in Slika 9.44)

$$K_x \cong 0,128; K_y \cong 0,01; K_{xy} \cong -0,009$$

$$K_I = 0,1285; K_{II} = 0,009$$

$$M_{I,d} = K_I \cdot q_d \cdot l_x^2 = 0,1285 \cdot q_d \cdot l_x^2$$

$$M_{II,d} = K_{II} \cdot q_d \cdot l_x^2 = 0,009 \cdot q_d \cdot l_x^2$$

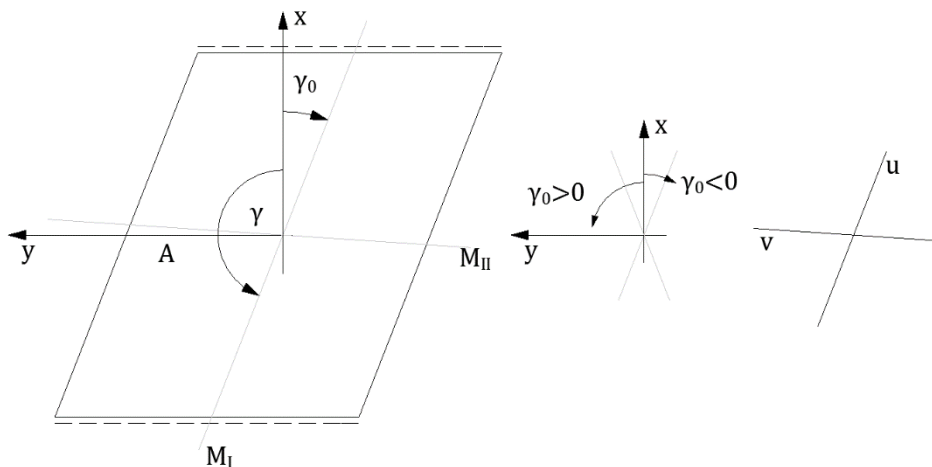
$$M_x - M_y > 0 \text{ in } M_{xy} < 0 \text{ je } \gamma = \pi - \gamma_0$$

$$\gamma_0 \cong 176^\circ$$

Račun:

$$tg2\gamma_0 = \frac{2 \cdot M_{xy}}{M_x - M_y} = \frac{-2 \cdot 0,009 \cdot q_d \cdot l_x^2}{0,118 \cdot q_d \cdot l_x^2} = -0,1417 \rightarrow 2\gamma_0 = 8,07^\circ$$

$$\gamma_0 = 4^\circ \rightarrow \gamma = 180 - \gamma_0 = 176^\circ$$



$$M_{xy} < 0$$

$$\gamma = 180 - \gamma_0 = 176^\circ$$

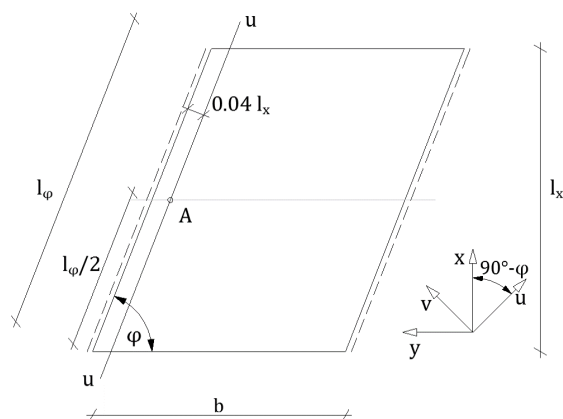
$$M_x - M_y > 0$$

Z enačbo za določitev kota γ lahko izračunamo samo pozitivne vrednosti smeri glavnega momenta $M_I(\gamma_0)$. Iz prikazane Preglednica 9.2 določimo kot γ .

Preglednica 9.2: Določitev kota γ glavnega momenta M_I k osi X

Predznak		Kot γ
M_{xy} ali M_{uv}	$M_x - M_y$ ali $M_u - M_v$	
+	+	$\gamma = \gamma_0$
+	-	$\gamma = \frac{\pi}{2} - \gamma_0$
-	-	$\gamma = \frac{\pi}{2} + \gamma_0$
-	+	$\gamma = \pi - \gamma_0$

Opomba: ti grafikoni veljajo tudi za pravokotne plošče $\varphi = 90^\circ$.

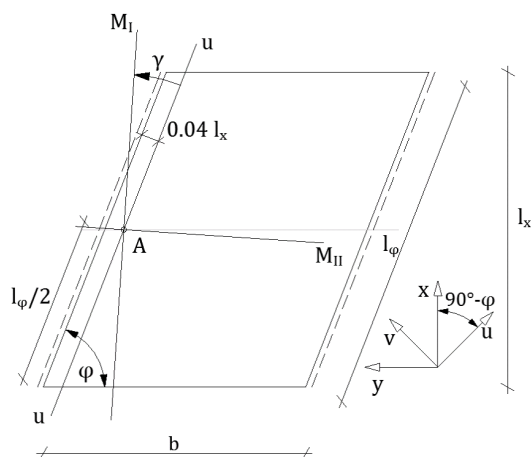


$$M_u = K_u \cdot q_d \cdot l_x^2$$

$$M_v \approx 0$$

$$M_{uv} = K_{uv} \cdot q_d \cdot l_x^2$$

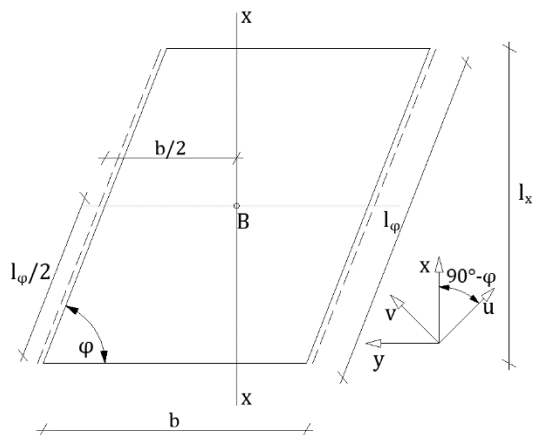
Slika 9.41: Diagrami za določitev upogibnih momentov M_u in M_v v točki A za plošče, obtežene z enakomerno zvezno obtežbo



$$M_I = K_I \cdot q_d \cdot l_x^2$$

$$M_{II} = K_{II} \cdot q_d \cdot l_x^2$$

Slika 9.42: Glavni upogibni momenti M_I in M_{II} v točki A zaradi enakomerne zvezne obtežbe po vsej plošči

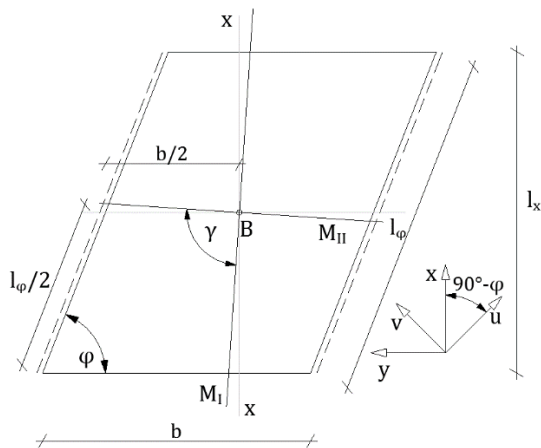


$$M_x = K_x \cdot q_d \cdot l_x^2$$

$$M_y = K_y \cdot q_d \cdot l_x^2$$

$$M_{xy} = K_{xy} \cdot q_d \cdot l_x^2$$

Slika 9.43: Upogibni momenti M_x in M_y v točki B za ploščo, obteženo z enakomerno zvezno obtežbo



$$M_I = K_I \cdot q_d \cdot l_x^2$$

$$M_{II} = K_{II} \cdot q_d \cdot l_x^2$$

Slika 9.44: Glavni upogibni momenti M_I in M_{II} v točki B zaradi enakomerne zvezne obtežbe po vsej plošči

9.3.3.3 Koncentrirane sile

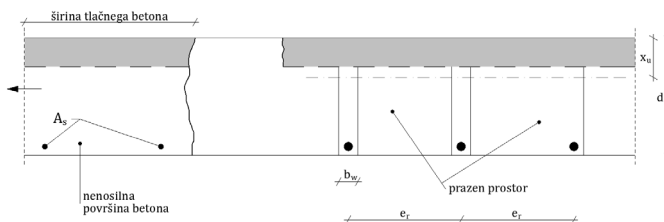
Po evropskih predpisih (EC 2) se cestni mostovi dimenzionirajo na obtežbo, ki se definira kot ljudska gneča, in sicer z različnimi vrednostmi po pasovih. Uporabo in iz vrednotenje ustreznih vplivnic polj pa naj bralec preštudira v ustrezni strokovni literaturi. V primeru uporabe računalniških aplikacij naj obvezno za to »obtežbo« upošteva razlago v navodilih aplikacije proizvajalca, če to v navodilih ni izrecno pojasnjeno, pa naj kontaktira strokovni svetovalni tim zastopnika proizvajalca te aplikacije.

10 Plošče z rebrom – prerezi »T«

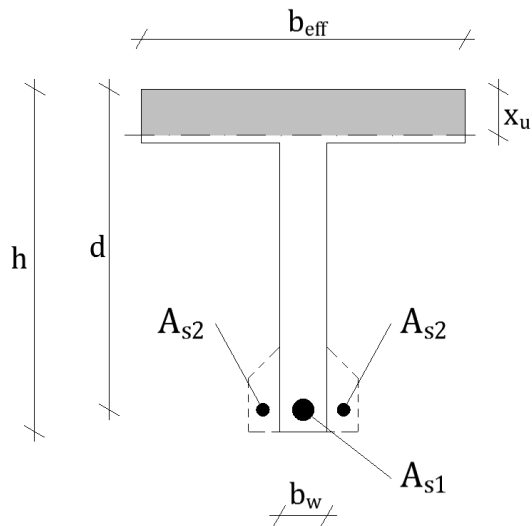
10.1 Uvod

V želji po zmanjšanju teže armiranobetonskih nosilcev so se razvili tako imenovani prerezi »T«, pri katerih smo zmanjšali betonski prerez v natezni coni, saj natezna cona betona v razpoki ne doprinese k nosilnosti armiranobetonskega nosilca (Slika 10.2).

Statično širino rebra » b_w « moramo izbrati tako, da so glavne natezne oziroma strižne napetosti v mejah, kot jih zahtevajo predpisi (SIST EN 1992-1-1:2005). Da ne bi bila armatura položena v preveč vrsticah (zmanjša se d), razširimo rebro tako, da se natezna armatura položi v čim manj vrstah (Slika 10.2), ali izberemo širše rebro (b_w).

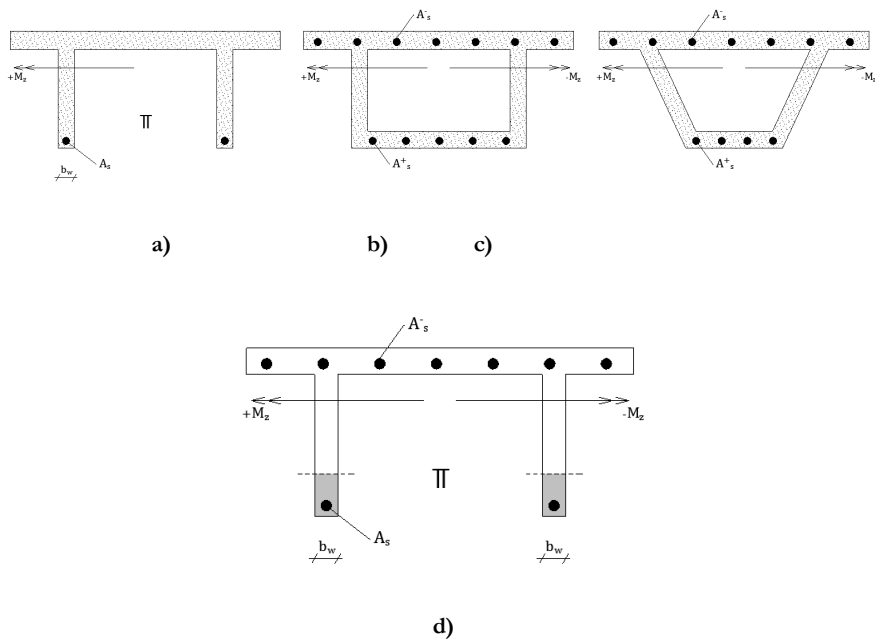


Slika 10.1: »Nastanek« prereza T



Slika 10.2: Razširitev rebra za namestitev natezne armature pri visokih nosilcih

Oblike takih nosilcev so lahko različne. Tako uporabljamo Π -prereze in škatlaste prereze, ki jih računamo kot prereze »T«.



Slika 10.3: Nekaj primerov nosilcev »T«

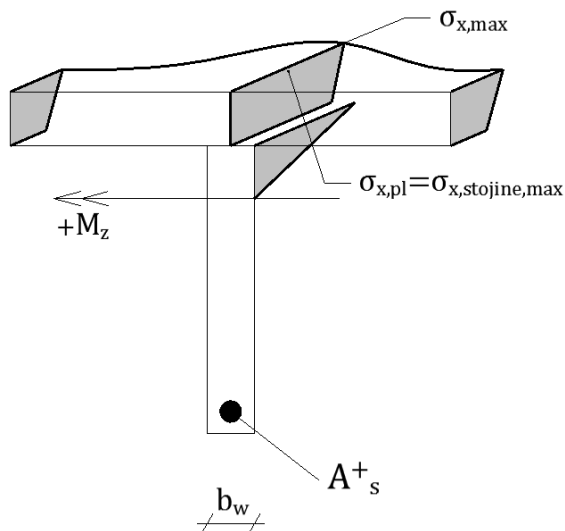
$\overline{\text{I}}$ -prerezi (odprti) so primerni samo za nosilce, kjer se predznak upogibnega momenta ne spreminja. Za negativni upogibni moment $-M_z$ se $\overline{\text{I}}$ -prerez računa kot pravokotni prerez s statično širino $2b_w$. Na Slika 10.3a je tlačna plošča zgoraj, zato predvidevamo, da je ta nosilec obremenjen samo s $+M_z$, medtem ko sta nosilca na Slika 10.3b, c lahko obremenjena z $+M_z$ (tlačna plošča zgoraj, natezna armatura A_s^+ spodaj) ali $-M_z$ (tlačna plošča spodaj, natezna armatura A_s^+ zgoraj).

Tlačna plošča predstavlja »tlačno« pasnico, armatura oziroma spodnji del nosilca pa natezno pasnico. Sovprego med tlačno in natezno pasnico (armaturo) omogočimo s strižno armaturo (stremeni).

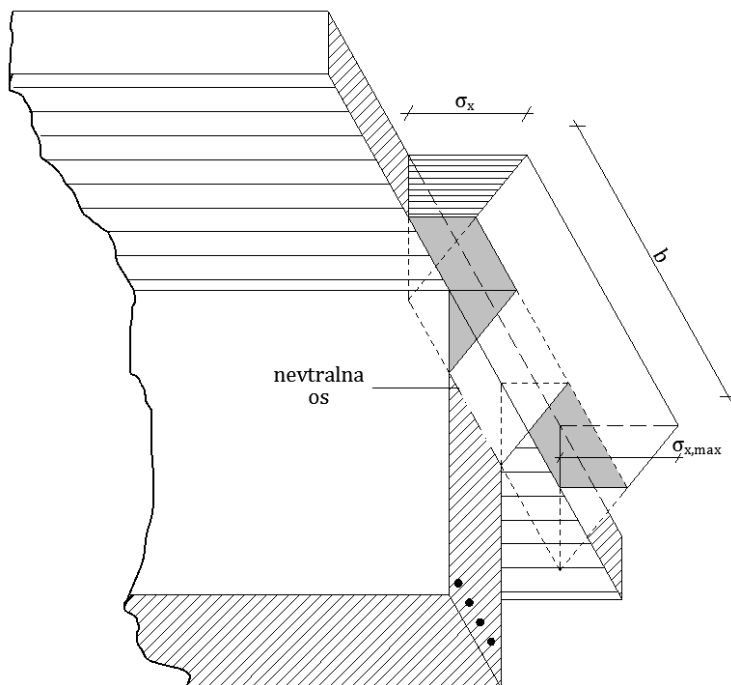
Na plošči moramo namestiti tudi »prečno« armaturo, saj se ta v smeri Z obnaša kot plošča, nosilna v smeri Z.

10.2 Sodelujoča ali efektivna širina tlačne plošče

S sovprego plošče in reber so vzdolžne deformacije ε_{xx} in napetosti σ_{xx} v rebri oziroma v spodnjem delu plošče enake.



a)



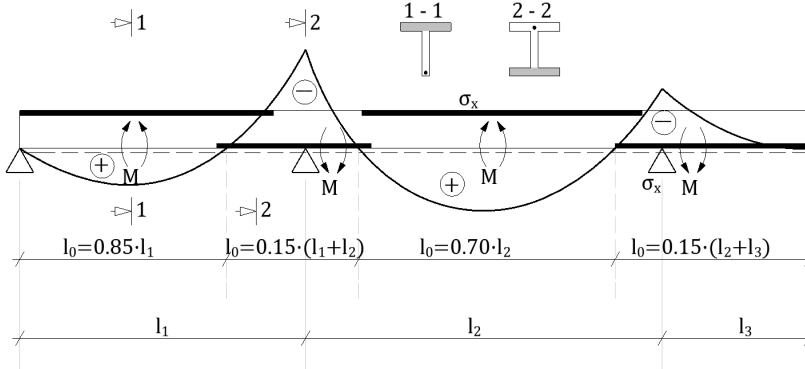
b)

Slika 10.6: Prikaz tlačnih napetosti σ_x nad rebrom in ploščo

Po širini plošče normalne napetosti σ_x niso enake, saj so te na koncu plošče manjše kot nad rebrom.

V praksi uporabljamo poenostavljeno metodo z uporabo tako imenovane sodelujoče širine plošče (b_{ef} – efektivna širina), na kateri predvidimo enake specifične deformacije ϵ_x in enake tlačne napetosti σ_x po vsej efektivni širini plošče b_{ef} .

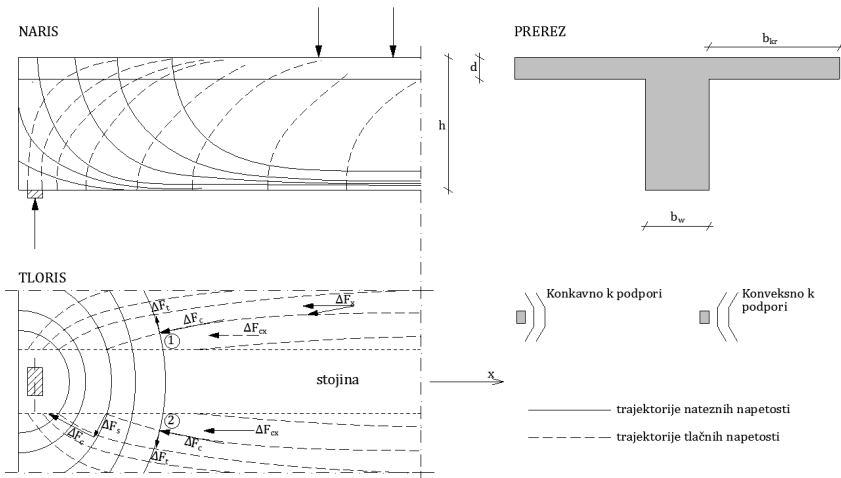
Določitev efektivne širine tlačne plošče, kot jo navaja SIST EN 1992, prikazujeta enačba (10.1) in Slika 10.7.



Slika 10.8: Razdalje med ničelnimi točkami momentne linije

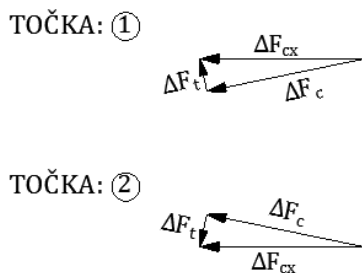
10.3 »Prehod« in sprememba smeri tlačnih napetosti betona iz plošče v rebro

Da pridejo trajektorije tlačnih napetosti iz plošče v rebro, morajo spremeniti svojo smer. Pravimo, da se te trajektorije iz plošče »zlivajo« v rebro. Tako dobimo iz rezultante tlačnih napetosti σ_x na odseku Δx silo ΔF_{cx} , ki jo zaradi spremembe smeri projiciramo v sili ΔF_c in ΔF_t (glej Slika 10.9b).



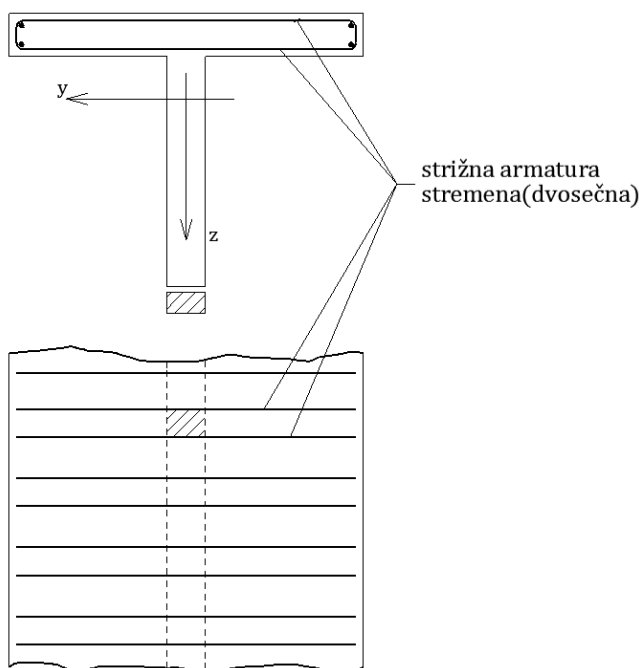
$$\Delta F_{cx} = \Delta \sigma_x \cdot A_{kr} = \Delta \sigma_x \cdot b_{kr} \cdot d$$

Slika 10.9: Trajektorije glavnih tlačnih (σ_2) in nateznih napetosti (σ_1) ter njihov prehod iz plošče v rebro



Slika 10.10: Razstavljanje sile ΔF_{cx} na sili ΔF_c in ΔF_t

Iz Slika 10.9 in Slika 10.10 je razvidno, da se rezultanta tlačnih napetosti (dela plošče) v krilu ΔF_{cx} preusmerja v tlačno silo ΔF_c , ki prehaja v rebro in natezno komponento ΔF_t , ki povzroči v plošči natezno napetost. Posledica tega je, da moramo v smeri trajektorij nateznih napetosti ploščo armirati z armaturo, konkavno usmerjeno k podpori. Da ne bi prišlo do morebitnih napak in bi armirali ploščo z armaturo, konveksno usmerjeno k podpori, pa izvedemo armiranje s stremensko/strižno armaturo, ki je pravokotna na os nosilca, kot je prikazano na Slika 10.11.

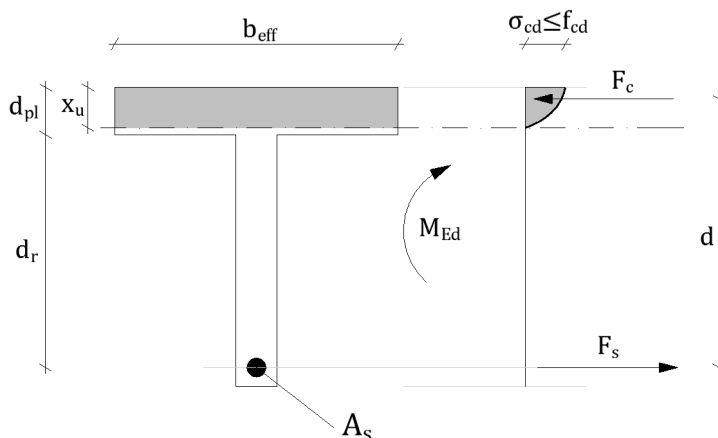


Slika 10.11: Prikaz armiranja dela plošče v nosilcu »T« s stremeni (dvosečna)

10.4 Dimenzioniranje prerezov »T«

10.4.1 Upogib z osno silo

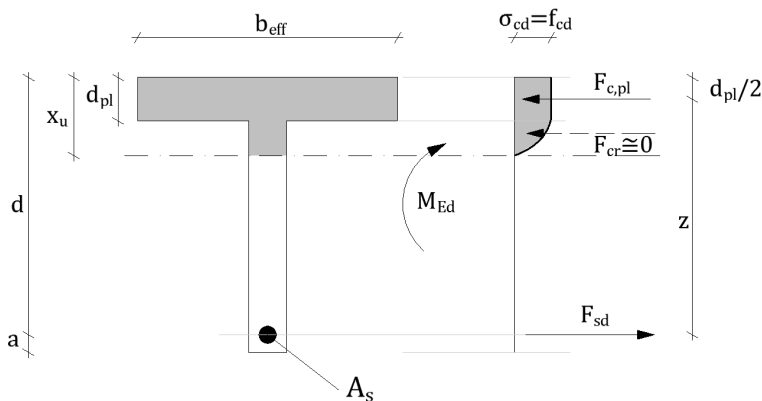
Ker statične višine prereza »T« in statične višine rebra ne poznamo, moramo najprej določiti ti dve količini. Zato izhajamo iz predpostavke, da je $\frac{b_{eff}}{b_w} \geq 5$, in določimo statično višino d iz predpostavke izkoriščenih tlačnih trdnosti v plošči in iz tega, da nevtralna os pade v rebro. Če bi »izbrali« preveliko višino rebra (d_r), tlačnih trdnosti betona v plošči ne bi dosegli in bi lahko nevtralna os padla v ploščo ali na mejo med ploščo in rebrom. V tem primeru bi lahko računali prerez »T« kot pravokotni prerez, saj je statična širina b konstantna do nevtralne osi in znaša b_{eff} . Ta primer prikazuje Slika 10.12.



Slika 10.12: Nosilec »T« z nevtralno osjo v plošči ($x \leq d_{pl}$ velja za visoke nosilce)

Vrnimo se k primeru, ko nevtralna os pade v rebro. Poznati moramo debelino plošče d_{pl} , ki smo jo izračunali po znanih principih za plošče. Predpostavimo, da so tlačne napetosti v plošči konstantne $\sigma_c = f_{cd}$, ne glede na to, ali so dilatacije ε_{cu} dosežene ali ne.

Rezultante tlačnih napetosti v rebro F_{cr} zanemarimo (za 1. aproksimacijo) in izračunamo potrebno statično višino d . Napaka ni bistvena, ker je rezultanta tlačnih napetosti v rebro F_{cr} precej manjša od rezultante tlačnih napetosti v plošči F_{pl} .

Slika 10.13: Nosilec (prerez) »T« z nevtralno osjo v rebro $x > d_{pl}$

$$\sum M_s = 0 \rightarrow F_{c,pl} \cdot z - M_{Ed} = 0$$

$$z \geq \frac{M_{Ed}}{F_{c,pl}} = \frac{M_{Ed}}{b_{ef} \cdot d_{pl} \cdot f_{cd}}$$

$$d \geq z + \frac{d}{2} = \frac{M_{Ed}}{b_{ef} \cdot d_{pl} \cdot f_{cd}} + \frac{d_{pl}}{2} \quad (10.2)$$

Približni prerez armature je:

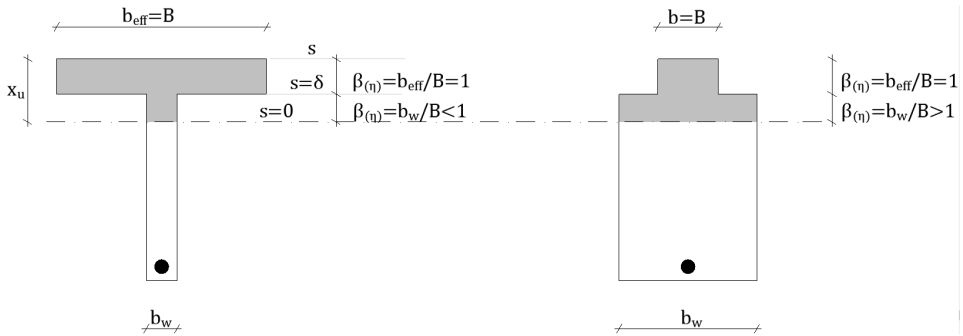
$$A_{s,potr.} = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} \quad (10.3)$$

Z znanimi dimenzijami betonskega prereza lahko izračunamo točen prerez armature ter dilatacije armature in betona.

$$x > d_{pl}; s > \delta = \frac{d_{pl}}{d}$$

Ko pade nevtralna os v rebro, se lahko pojavita dva primera:

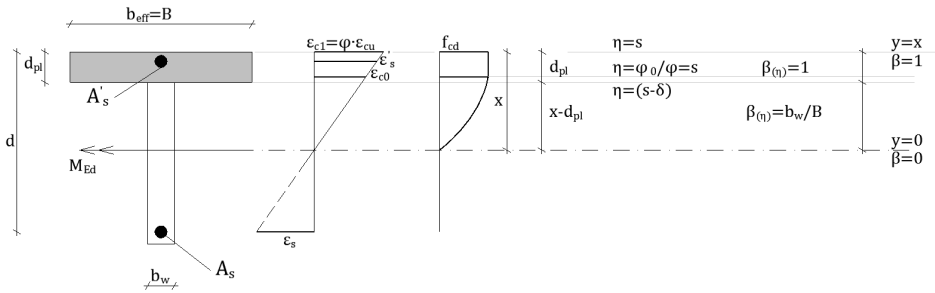
- dilatacije betona $\varepsilon_{c0} = 2 \text{ ‰}$ – pade v ploščo;
- dilatacije betona $\varepsilon_{c0} = 2 \text{ ‰}$ – pade v rebro.



Slika 10.14: Primera prereza »T« in brezdimenzijske statične širine $\beta(\eta)$

a) Primer: $\varepsilon_{c0} = 2 \text{ ‰}$ – dilatacija betona pade v ploščo

$$d_p > \left(1 - \frac{\varphi_0}{\varphi}\right) \cdot x; \delta > \left(1 - \frac{\varphi_0}{\varphi}\right) \cdot s$$



Slika 10.15: Dilatacija betona $\varepsilon_{c0} = 2 \text{ ‰}$ – dilatacija betona pade v ploščo

$$\begin{aligned}
 I_I &= I_{Ic}^{(1)} + I_{Ic}^{(2)} + I'_{Is} \\
 &= \frac{2}{\varphi_0^2} \cdot \left[\int_0^{s-\delta} \left(s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{\eta}{2} \right) \cdot \frac{b_w}{B} \cdot d_\eta + \int_{s-\delta}^{s-\frac{\varphi_0}{\varphi}} \eta \cdot \left(s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{\eta}{2} \right) \cdot d_\eta \right. \\
 &\quad \left. + \frac{s^2}{\varphi^2} \int_{s-\frac{\varphi_0}{\varphi}}^s d_\eta + \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \bar{\rho}' \right]
 \end{aligned}$$

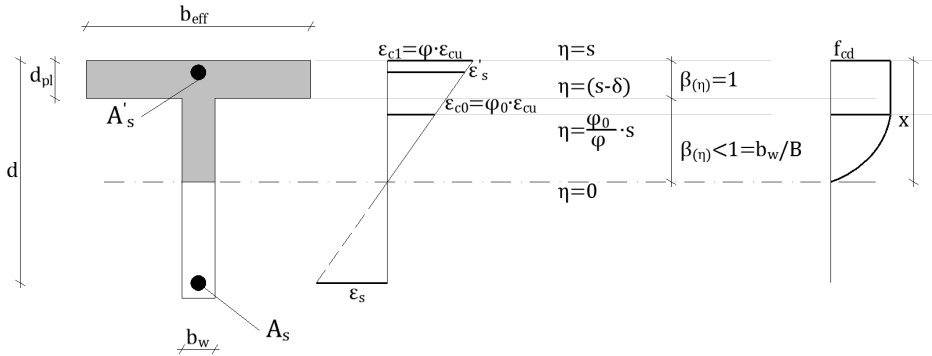
$$I_I = \frac{(s - \delta)^2}{\varphi_0^2} \cdot \left(\frac{b_w}{B} - 1 \right) \cdot \left(s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{s - \delta}{3} \right) + \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \left(1 - \frac{\varphi_0}{3\varphi} \right) + \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \bar{\rho}' \quad (10.4)$$

$$\begin{aligned} I_{II} &= I_{IIc}^{(1)} + I_{IIc}^{(2)} + (1 - s) \cdot I_{Ic}^{(1)} + (1 - s) \cdot I_{IIc}^{(2)} + I'_{IIs} = \\ &= \frac{2}{\varphi_0^2} \cdot \left[\int_0^{s-\delta} \left(s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{\eta}{2} \right) \cdot \frac{b_w}{B} \cdot d_\eta + \int_{s-\delta}^{s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi}} \eta^2 \cdot \left(s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{\eta}{2} \right) d_\eta \right] \\ &\quad + \frac{s^2}{\varphi^2} \int_{s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi}}^s \eta \cdot d_\eta + (1 - s) \cdot \frac{2}{\varphi_0^2} \cdot \\ &\cdot \left[\int_0^{s-\delta} \eta \left(s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{\eta}{2} \right) \cdot \frac{b_w}{B} \cdot d_\eta + \int_{s-\delta}^{s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi}} \eta \cdot \left(s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{\eta}{2} \right) \cdot d_\eta \right] + \frac{s^2}{\varphi^2} \int_{s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi}}^s d_\eta \\ &\quad + \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \bar{\rho}' \cdot \left(1 - \frac{a'}{d} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{II} &= \left(\frac{b_w}{B} - 1 \right) \cdot \frac{(s - \delta)^2}{\varphi_0^2} \\ &\quad \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} \cdot (s - \delta) - \frac{(s - \delta)^2}{4} + (1 - s) \right. \\ &\quad \cdot \left. \left(s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{s - \delta}{3} \right) \right] + s^3 \\ &\quad \cdot \left(1 - \frac{s}{2} + \frac{s \cdot \varphi_0}{3} - \frac{\varphi_0}{3} \cdot \frac{s \cdot \varphi_0^2}{12} \right) + \bar{\rho}' \cdot s^2 \\ &\quad \cdot \left(1 - \frac{a'}{d} \right) \quad (10.5) \end{aligned}$$

b) Primer: $\varepsilon_{c0} = 2 \text{ ‰}$ – dilatacija betona pade v rebro

$$d_p < \left(1 - \frac{\varphi_0}{\varphi} \right) \cdot x; \quad \delta < \left(1 - \frac{\varphi_0}{\varphi} \right) \cdot s$$

Slika 10.16: Dilatacija betona $\varepsilon_{c0} = 2 \text{ ‰}$ – dilatacija betona pade v rebro

$$\begin{aligned}
 I_I &= I_{Ic}^{(1)} + I_{Ic}^{(2)} + I'_{Is} \\
 &= \frac{2}{\varphi_0^2} \cdot \left[\int_0^{s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi}} \eta \cdot \left(s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{\eta}{2} \right) \cdot \frac{b_w}{B} \cdot d_\eta + \frac{s^2}{\varphi^2} \int_{s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi}}^{s-\delta} \frac{b_w}{B} \cdot d_\eta + \frac{s^2}{\varphi^2} \int_{s-\delta}^s d_\eta + \frac{s^2}{\varphi^2} \right. \\
 &\quad \left. \cdot \bar{\rho}' \right]
 \end{aligned}$$

Po integraciji in ureditvi dobimo:

$$I_I = \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \left[\frac{b_w}{B} \cdot \left(s - \delta - \frac{s \cdot \varphi_0}{3\varphi} \right) + \delta \right] + \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \bar{\rho}' \quad (10.6)$$

$$\begin{aligned}
 I_{II} &= I_{IIc}^{(1)} + I_{IIc}^{(2)} + (1-s) \cdot I_{Ic}^{(1)} + (1-s) \cdot I_{IIc}^{(2)} + I'_{IIs} = \\
 &= \frac{2}{\varphi_0^2} \cdot \int_0^{s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi}} \eta^2 \cdot \left(s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{\eta}{2} \right) \cdot \frac{b_w}{B} \cdot d_\eta + \frac{s^2}{\varphi^2} \int_{s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi}}^{s-\delta} \eta \cdot \frac{b_w}{B} \cdot d_\eta + \frac{s^2}{\varphi^2} \int_{s-\delta}^s \eta \cdot d_\eta \\
 &\quad + (1-s) \cdot \frac{2}{\varphi_0^2} \cdot \int_0^{s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi}} \eta \cdot \left(s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi} - \frac{\eta}{2} \right) \cdot \frac{b_w}{B} \cdot d_\eta + (1-s) \\
 &\quad \cdot \frac{s^2}{\varphi^2} \int_{s \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi}}^{s-\delta} \frac{b_w}{B} \cdot d_\eta + (1-s) \cdot \frac{s^2}{\varphi^2} \int_{s-\delta}^s d_\eta + \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \bar{\rho}' \cdot \left(1 - \frac{a'}{d} \right)
 \end{aligned}$$

$$I_{II} = \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \left\{ \frac{b_w}{B} \cdot \left[(1-s) \cdot \left(s - \delta - \frac{s \cdot \varphi_0}{3\varphi} \right) + \frac{(s - \delta^2)}{2} - \frac{s^2 \cdot \varphi_0^2}{12 \cdot \varphi^2} \right] + \delta - \frac{\delta^2}{2} \right\} + \bar{\rho}' \cdot \frac{s^2}{\varphi^2} \cdot \left(1 - \frac{a'}{d} \right) \quad (10.7)$$

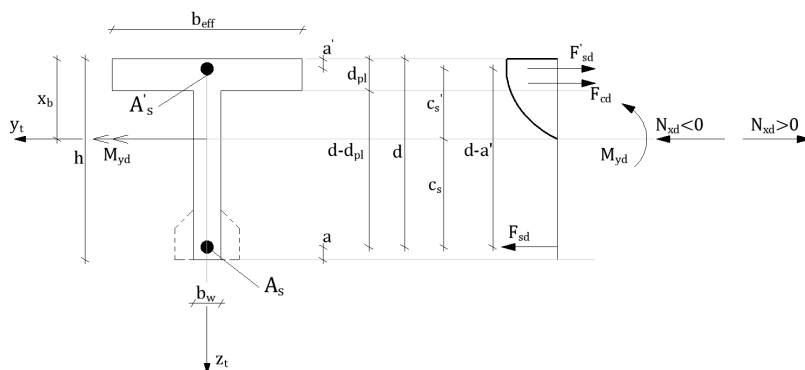
Z oblikovnimi funkcijami I_I in I_{II} lahko po znanih enačbah izračunamo $k_b, m, \bar{\rho}, \zeta$ in končno $d, A_s, M_R = b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot m_R$.

Kot vidimo, so vsi količniki in količine odvisni od oblike prereza. Vse te izsledke, ki so bili podani za čisti upogib, lahko tudi »razširimo« na enoosni upogib (ekscentrični tlak oziroma ekscentrični nateg) s parametri p, q , ki v tem učbeniku ne bodo prikazani, bo pa podana uporaba že izvednotenih diagramov za izračun $\bar{\mu} = \bar{\rho}$ in $\bar{\mu}' = \bar{\rho}'$ pri različnih dilatacijah armature ε_s in izkoriščenih nosilnostih betona $\varepsilon_c = \varepsilon_{c0} = 3,5 \text{ ‰}$.

Skratka, tako kot za pravokotne prereze bo v tem učbeniku podana samo uporaba poznanih enačb (tabel) oziroma nomogramov za izračun prerezov »T«.

10.4.2 Diagrami za dimenzioniranje armature pravokotnih prerezov in prerezov »T«

Uporaba diagramov za izračun vzdolžne armature pri znanih dimenzijah betonskega prereza [30].



Slika 10.17: Prerez »T« s pripadajočimi nosilnostmi

Poznamo:

- betonski prerez $\rightarrow b_{ef}, b_w, d_{pl}, h, d;$
- krovni sloji armature $\rightarrow a', a;$
- kakovost betona $\rightarrow C f_{ck}, f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c};$
- kakovost armature $\rightarrow S f_{yk}, f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}.$

Obremenitev:

- osna sila $\rightarrow N_{xd} > 0, N_{xd} < 0;$
- upogibni moment $M_{yd}.$

Izračunati moramo težišče betonskega prereza:

$$x_b = \frac{d_p \cdot b_{ef} \cdot \frac{d_p}{2} + (h - d_p) \cdot b_w \cdot \left(\frac{h - d}{2} + d_p\right)}{d_p \cdot b_{ef} + (h - d_p) \cdot b_w} \quad (10.8)$$

$$c' = x - a'; \quad c = h - a$$

Mejna upogibna momenta na težišče natezne in tlačne armature ($N_{xd} > 0$) znašata za ekscentrični nateg:

$$M_{sd} = M_{yd} - N_{xd} \cdot c_s \quad (10.9)$$

$$M'_{sd} = M_{yd} + N_{xd} \cdot c'_s \quad (10.10)$$

Za ekscentrični tlak se predznaka drugih sumandov spremenita ($N_{xd} < 0$).

Normirana upogibna momenta na težišče natezne in tlačne armature znašata:

$$m_{su} = (m_{au}) = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (10.11)$$

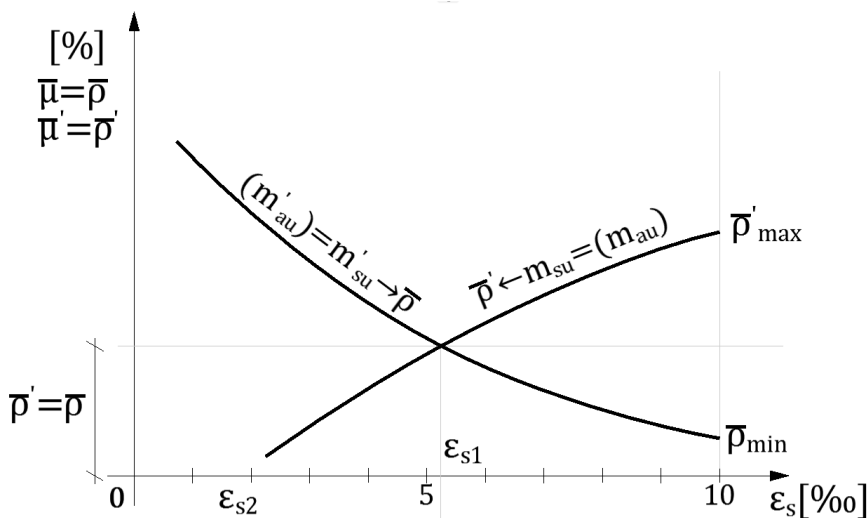
$$m'_{su} = (m'_{au}) = \frac{M'_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (10.12)$$

Iz grafikona ustreznih razmerij $\frac{d_p}{d}$; $\frac{a'}{d}$; $\frac{b_{ef}}{b_w}$ lahko za različne dilatacije določimo natezne armature ter mehanska količnika natezne ($\bar{\rho}$) in tlačne armature ($\bar{\rho}'$).

Krivulja m_{su} nam določa tlačno armaturo $\bar{\rho}'$.

Krivulja m'_{su} nam določa natezno armaturo $\bar{\rho}$.

Krivulji m_{su} in m'_{su} se lahko na intervalu $0 \leq \varepsilon_s \leq 10$ ‰ sekata ali ne. Sekata se običajno pri ekscentričnem tlaku. Ne sekata pa se pri čistem upogibu, ekscentričnem nategu in ekscentričnem tlaku, ko je betonski prerez poddimenzioniran.

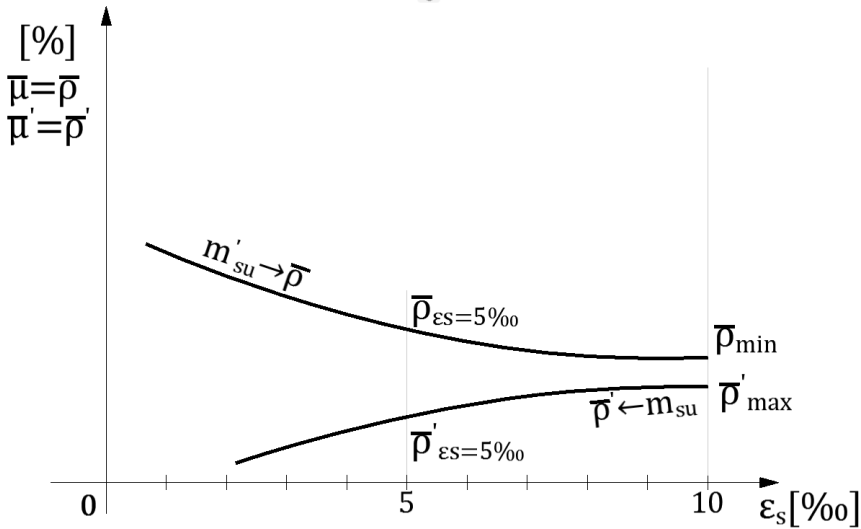


Slika 10.18: Krivulji m_{su} in m'_{su} se sekata

$$\varepsilon_s = \varepsilon_1 \rightarrow \bar{\rho}' = \bar{\rho} \rightarrow A'_s = A_s = \bar{\rho} \cdot b_{ef} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (10.13)$$

$$\varepsilon_s = 10 \text{ ‰} \rightarrow \bar{\rho}' = \bar{\rho}'_{max} \rightarrow A'_s = \bar{\rho}'_{max} \cdot b_{ef} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (10.14)$$

$$\varepsilon_s = 10 \text{ ‰} \rightarrow \bar{\rho} = \bar{\rho}_{\min} \rightarrow A_s = \bar{\rho}_{\min} \cdot b_{ef} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (10.15)$$

Slika 10.19: Krivulji m_{su} in m'_{su} se ne sekata ($A'_s < A_s$)

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{s2} \rightarrow \bar{\rho}' = 0 \rightarrow A'_s = 0 \quad (10.16)$$

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{s2} \rightarrow \bar{\rho}' < 0; \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰} \quad (10.17)$$

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}_{\max} \rightarrow A_{s,\max} = \bar{\rho}_{\max} \cdot b_{ef} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (10.18)$$

Primer s simetrično armaturo nam določa dilatacijo natezne armature, ki je manjša od $\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$.

Primer z največ tlačne in najmanj natezne armature nas opozarja, da bodo razpoke in duktilnost v armiranobetonskem prerezu največje.

Primer z največ natezne in najmanj tlačne armature pa kaže na najmanjše razpoke in duktilnost v armiranobetonskem prerezu.

Računski zgled: **C 30/37; S 400/500**

$$b_{ef} = 60 \text{ cm}$$

$$b_w = 15 \text{ cm}$$

$$d_p = 16 \text{ cm}$$

$$d = 80 \text{ cm}$$

$$h = 88 \text{ cm}$$

$$a' = a = 8 \text{ cm}$$

$$\frac{a'}{d} = \frac{8}{80} = 0,1$$

$$\frac{d_p}{d} = \frac{16}{80} = 0,2$$

$$\frac{b_{ef}}{b_w} = \frac{60}{15} = 4,0$$

$$f_{cd} = \frac{30}{1,5} = 20 \frac{N}{mm^2}$$

$$f_{yd} = \frac{400}{1,15} = 347,83 \frac{N}{mm^2}$$

$$f_{cd} \cdot b_{ef} \cdot d^2 = 20 \cdot 60 \cdot 80^2 = 768000 \text{ kNcm} = 7680 \text{ kNm}$$

a) Ekscentrični tlak:

$$M_{yd} = 1500 \text{ kNm}$$

$$N_{Xd} = -2200 \text{ kN}$$

b) Ekscentrični nateg:

$$M_{yd} = 2000 \text{ kNm}$$

$$N_{Xd} = +250 \text{ kN}$$

c) Čisti upogib:

$$M_{yd} = 1500 \text{ kNm}$$

Težišče betonskega prereza po enačbi 10.7:

$$x_b = \frac{d_p \cdot b_{ef} \cdot \frac{d_p}{2} + (h - d_p) \cdot b_w \cdot \left(\frac{h - d}{2} + d_p\right)}{d_p \cdot b_{ef} + (h - d_p) \cdot b_w}$$

$$x_b = \frac{16 \cdot 60 \cdot 8 + (88 - 16) \cdot 15 \cdot \left(\frac{88 - 16}{2} + 16\right)}{16 \cdot 60 + (88 - 16) \cdot 15}$$

$$x_b = 31,29 \text{ cm}$$

$$c_s = h - x_b - a; 88 - 31,29 - 8$$

$$c_s = 48,71 \text{ cm}$$

$$c'_s = x_b - a'; 31,29 - 8$$

$$c'_s = 23,29 \text{ cm}$$

Določimo upogibne in normirne momente za ekscentrični tlak:

$$M_{sd} = M_{yd} - N_{xd} \cdot c_s; 1500 - (-2200) \cdot 0,4871$$

$$M_{sd} = 2571,62 \text{ kNm}$$

$$M'_{sd} = M_{yd} + N_{xd} \cdot c'_s; 1500 + (-2200) \cdot 0,2329$$

$$M'_{sd} = 987,62 \text{ kNm}$$

$$m_{sd} = \frac{M_{sd}}{f_{cd} \cdot b_{ef} \cdot d^2}; \frac{2571,62}{7680}$$

$$m_{sd} = 0,335 \cong 0,35; \text{ iz literature [30]}$$

$$m'_{sd} = \frac{M'_{sd}}{f_{cd} \cdot b_{ef} \cdot d^2}; \frac{987,62}{7680}$$

$$m'_{sd} = 0,128 \cong 0,13 \cong 0,15$$

Simetrična armatura:

$$\text{za } \bar{\rho} = \bar{\rho}'; \varepsilon_s = 5,5 \text{ ‰}$$

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}' = 17 \text{ ‰}; \bar{\rho} + \bar{\rho}' = 34 \text{ ‰}$$

(Dejansko je količnik armiranja nekoliko manjši, ker so vrednosti m_{sd} in m'_{sd} zaokrožene navzgor.)

$$A'_s = A_s = \bar{\rho} \cdot b_{ef} \cdot d^2 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}; \frac{17}{100} \cdot 60 \cdot 80 \cdot \frac{20}{347,83}$$

$$A'_s = A_s = 46,92 \text{ cm}^2$$

Za $\varepsilon_s = 0,3 \text{ ‰} \rightarrow \bar{\mu} = \bar{\rho} = 27 \text{ ‰}; \bar{\mu} = 11 \text{ ‰}$; iz tega izhaja:

$$A_s = 74 \text{ cm}^2; A'_s = 30,4 \text{ cm}^2$$

Armatura pri $\varepsilon_s = 10 \text{ ‰} \rightarrow \bar{\rho} = 15 \text{ ‰}; \bar{\rho}' = 19 \text{ ‰}$ znaša:

$$A_s = 41,4 \text{ cm}^2; A'_s = 52,44 \text{ cm}^2$$

Določimo upogibne in normirne momente za ekscentrični nateg:

$$M_{sd} = M_{yd} - N_{xd} \cdot c_s; 2000 - 250 \cdot 0,4871$$

$$M = 1878,22 \text{ kNm}$$

$$M'_{sd} = M_{yd} + N_{xd} \cdot c'_s; 2000 + 250 \cdot 0,2329$$

$$M'_{sd} = 2058,23 \text{ kNm}$$

$$m_{sd} = \frac{M_{sd}}{f_{cd} \cdot b_{ef} \cdot d^2}; \frac{1878,22}{7680}$$

$$m_{sd} = 0,244 \cong 0,25$$

$$m'_{sd} = \frac{M'_{sd}}{f_{cd} \cdot b_{ef} \cdot d^2}; \frac{2058,23}{7680}$$

$$m'_{sd} = 0,268 \cong 0,27$$

Za $\varepsilon_s = 10 \text{ ‰} \rightarrow \bar{\rho} = 30 \text{ ‰}; \bar{\rho}' = 9 \text{ ‰}$

$$A_s = \bar{\rho} \cdot b_{ef} \cdot d^2 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}; \frac{30}{100} \cdot 60 \cdot 80 \cdot \frac{20}{347,83}$$

$$A_s = 82,80 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = \bar{\rho}' \cdot b_{ef} \cdot d^2 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}; \frac{9}{100} \cdot 60 \cdot 80 \cdot \frac{20}{347,83}$$

$$A'_s = 24,84 \text{ cm}^2$$

Krivulji se nikjer ne sekata!

Določimo upogibne in normirne momente za čisti upogib:

$$M_{sd} = M'_{sd} = 1500 \text{ kNm}$$

$$m_{sd} = m'_{sd}; \frac{1500}{7680}$$

$$m_{sd} = m'_{sd} = 0,195 \cong 0,20$$

Armatura pri $\epsilon_s = 10 \text{ ‰} \rightarrow \bar{\rho} = 22,5 \text{ ‰}; \bar{\rho}' = 3 \text{ ‰}$ znaša:

$$A_s = 62,1 \text{ cm}^2; A'_s = 8,28 \text{ cm}^2$$

10.4.3 Računski zgled, kjer uporabimo preglednice iz Priročnika za dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj [26]

$$\bar{b}_o = \frac{b_w}{b_{ef}}; \frac{15}{60}; \bar{b}_o = 0,25$$

$$\bar{h}_o = \bar{d}_o = \frac{d_{pl}}{d}; \frac{16}{80}; \bar{h}_o = 0,20$$

$$\delta = \frac{a'}{d}; \frac{8}{80}; \delta = 0,1;$$

Po (10.9) izračunamo upogibni moment $M_{sd} = M_{us}$ za ekscentrični tlak:

$$M_{us} = M_u - N_u \cdot c_s; 2000 - (-2200) \cdot 0,4871$$

$$M_{us} = 2571,62 \text{ kNm}$$

in upogibni moment $M_{sd} = M_{us}$ za ekscentrični nateg:

$$M_{us} = M_u - N_u \cdot c_s; 2000 - 250 \cdot 0,4871$$

$$M_{us} = 1878,22 \text{ kNm}$$

ter za primer čistega upogiba:

$$M_{sd} = M_{us} = 1500 \text{ kNm}$$

Iz tabele izberemo koeficiente za določitev površine armature pri ekscentričnem tlaku:

$$k_h = \frac{M_{us}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}; \frac{2571,62}{7680} \rightarrow k_h = (m_{sd}) = 0,335 \cong 0,35$$

$$\text{za } \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = 10 \text{ ‰} / 3,5 \text{ ‰} \rightarrow k_s = 1,083; k'_s = 0,614; k' = 1,033$$

$$A_s = k_s \cdot \frac{M_{us}}{d \cdot f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}}; 1,083 \cdot \frac{2571,62}{80 \cdot 34,78} - \frac{2200}{34,78}; A_s = 36,83 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = k' \cdot k'_s \cdot \frac{M_{us}}{d \cdot f_{yd}}; 1,033 \cdot 0,614 \cdot \frac{2571,62}{80 \cdot 34,78}; A'_s = 58,62 \text{ cm}^2$$

$$\text{Pri vrednosti } \varepsilon_s = 5 \text{ ‰} \rightarrow \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = 5 \text{ ‰} / 3,5 \text{ ‰} \rightarrow k_h = 0,34$$

$$k_s = 1,104; k'_s = 0,528; k' = 1,033$$

$$A_s = k_s \cdot \frac{M_{us}}{d \cdot f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}}; 1,104 \cdot \frac{2571,62}{80 \cdot 34,78} - \frac{2200}{34,78}; A_s = 38,80 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = k' \cdot k'_s \cdot \frac{M_{us}}{d \cdot f_{yd}}; 0,528 \cdot 1,033 \cdot \frac{2571,62}{80 \cdot 34,78}; A'_s = 50,40 \text{ cm}^2$$

Armatura ni simetrična!

Opomba: za $\varepsilon_s = 5,5 \text{ ‰}$ bi morali vrednosti za k_s, k'_s interpolirati.

Izberemo koeficiente za določitev površine armature pri ekscentričnem nategu:

$$k_h = \frac{M_{us}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}; \frac{1878,22}{7680} \rightarrow k_h = (m_{sd}) = 0,2445 \cong 0,25$$

$$\text{za } \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = 10 \text{ ‰} / 3,5 \text{ ‰} \rightarrow k_s = 1,086; k'_s = 0,429; k' = 1,033$$

$$A_s = k_s \cdot \frac{M_{us}}{d \cdot f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}}; 1,086 \cdot \frac{1876,22}{80 \cdot 34,78} + \frac{250}{34,78}; A_s = 80,50 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = k' \cdot k'_s \cdot \frac{M_{us}}{d \cdot f_{yd}}; 0,429 \cdot 1,033 \cdot \frac{1878,22}{80 \cdot 34,78}; A'_s = 29,91 \text{ cm}^2$$

Pa tudi analogno za čisti upogib:

$$k_h = \frac{M_{us}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}; \frac{1500}{7680} \rightarrow k_h = (m_{sd}) = 0,1953 \cong 0,20$$

$$\text{Za } \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = 10 \text{ ‰} - 3,5 \text{ ‰} \rightarrow k_s = 1,089; k'_s = 0,267; k' = 1,033$$

$$A_s = k_s \cdot \frac{M_{us}}{d \cdot f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}}; 1,089 \cdot \frac{150000}{80 \cdot 34,78}; A_s = 58,71 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = k' \cdot k'_s \cdot \frac{M_{us}}{d \cdot f_{yd}}; 0,267 \cdot 1,033 \cdot \frac{150000}{80 \cdot 34,78}; A'_s = 14,87 \text{ cm}^2$$

10.4.4 Računski zgled z uporabo nomogramov Priročnika za dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj [24]

Nomograme iz zgoraj navedenega priročnika lahko uporabimo samo za armature S 400/500!

$$\bar{b}_o = \frac{b_w}{b_{ef}}; \frac{15}{88}; \bar{b}_o = 0,17 \cong 0,25$$

$$\bar{d}_o = \frac{d_p}{h}; \frac{16}{88}; \bar{d}_o = 0,182 \cong 0,20$$

$$\delta = \frac{a'}{d}; \frac{8}{88}; \delta = 0,1; k'_s = 0,5$$

Izračunamo normirani moment m_u in normirano osno silo n_u za ekscentrični tlak:

$$m_u = \frac{M_u}{h \cdot A_c \cdot f_{cd}}; \frac{150000}{88 \cdot (60 \cdot 16 + 72 \cdot 15)}; m_u = 0,1953 \cong 0,20$$

$$n_u = \frac{N_u}{A_c \cdot f_{cd}}; \frac{-220000}{(60 \cdot 16 + 72 \cdot 15)}; n_u = -1,137$$

Odčitamo:

$$k = 0,5; \bar{\mu}_o = 1,08; \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = 0,3 \text{ ‰} / 3,5 \text{ ‰}$$

$$A_c = 60 \cdot 16 + 72 \cdot 15; A_c = 1935 \text{ cm}^2$$

$$\mu = \frac{\bar{\mu}_o}{1+k} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}; \frac{1,08}{1,5} \cdot \frac{20}{347,83}; \mu = 4,14 \%$$

$$A_s = \mu \cdot A_c; \frac{4,14}{100} \cdot 1935; A_s = 80,11 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = k \cdot A_s; 0,5 \cdot 80,11; A'_s = 40,06 \text{ cm}^2$$

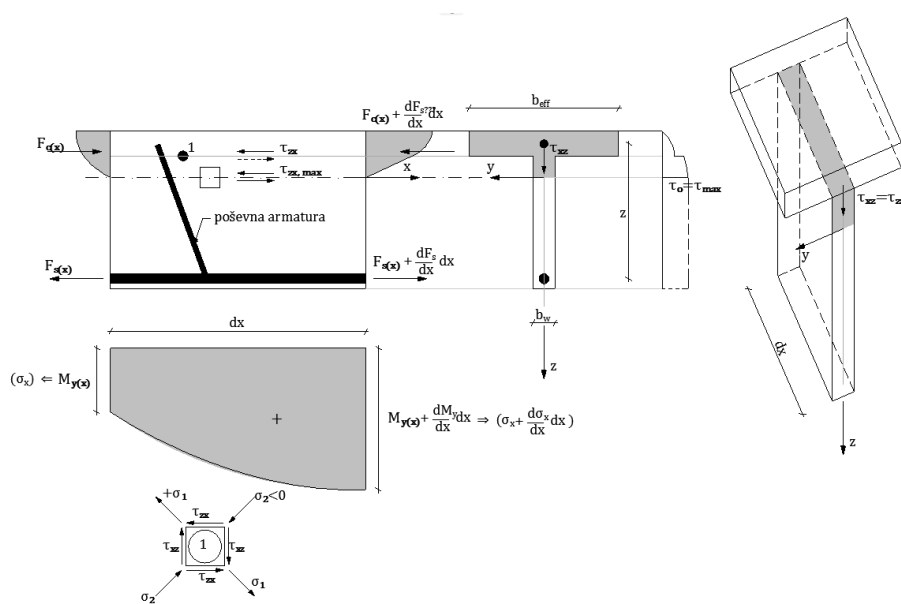
Nevarnost krhkega loma po betonu: $\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = 0,3 \text{ ‰} / 3,5 \text{ ‰}$.

Glavna vzdolžna armatura ter dilatacije armature in betona so tako izračunane. Moramo pa še podati izračun strižne armature. Pri tem posebej obdelamo »vertikalno« in »horizontalno« strižno armaturo.

10.4.5 Prečna sila – »strižna« armatura

10.4.5.1 Poševna armatura v rebro

Poševno armaturo položimo v smeri glavnih nateznih napetosti v vertikalni ravnini xy.



$$\tau_0 = \tau_{zx,max} = \frac{V_{Ed}}{b_w \cdot z} \cong \frac{V_{Ed} \cdot S'_{II}}{b_w \cdot I_{II}}$$

Slika 10.20: Strižne in glavne napetosti nosilca »T« na odseku dx

Izračun poševne armature in glavnih tlačnih napetosti je identičen kot pri pravokotnih prerezih in ga v tem poglavju ne bomo ponavljali.

Za kot $\theta = 45^\circ$ in $\alpha = 90^\circ$ uporabimo enačbi, podani v poglavju 8.

Tlačna diagonala:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = \frac{\alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot z \cdot b_w \cdot f_{cd,w}}{2}$$

Natezna diagonala:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z}{s_w} \leq s_w$$

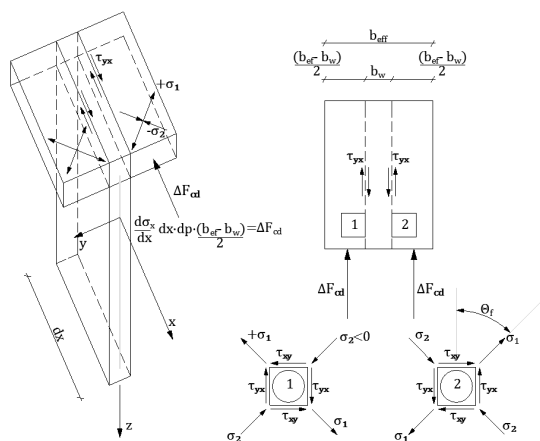
Sledi še razmik stremen z ročico notranje dvojice:

$$s_w \leq \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z}{V_{Ed}}; z \cong d - \frac{d_p}{2}$$

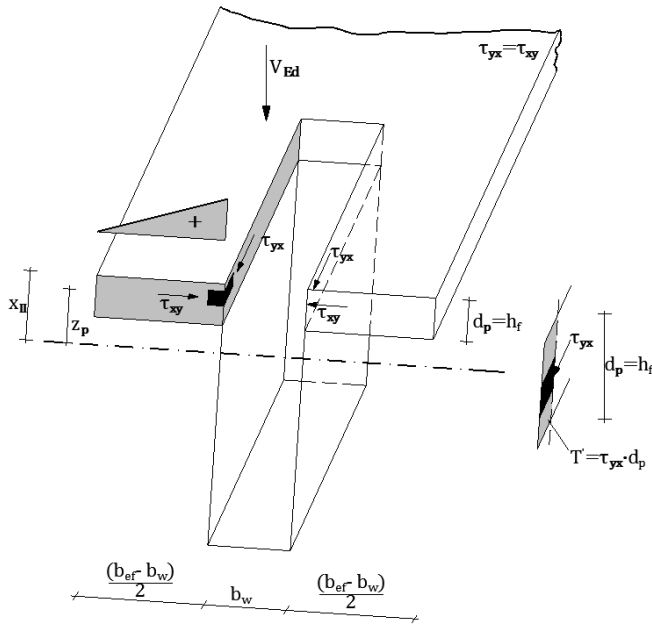
10.4.5.2 »Poševna« armatura v plošči

V prejšnjem poglavju smo spoznali, da sprememba normalnih napetosti $d\sigma_x$ na odseku d_x »striže« rebro v horizontalni ravnini ($\tau_0 = \tau_{zx} = \tau_{xz}$).

Lahko pa sprememba normalnih napetosti $d\sigma_x$ tudi prestriže »krilo« plošče od rebra ($\tau_0 = \tau_{yx} = \tau_{xy}$). Ta napetost se pojavi v vertikalni ravnini xy .



Slika 10.21: Strižne napetosti v vertikalni ravnini xy in pripadajoče glavne napetosti σ_1 in σ_2 nosilca na odseku dx



$$z_p = d - \frac{d_p}{2}; S_{kr} = S_{krila}$$

Slika 10.22: Prikaz strižnih napetosti zaradi prečne sile V_{Ed}

Strižna napetost na prehodu krila plošče v rebro znaša:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{V_{Ed} \cdot S_y}{I_{id}'' \cdot d_p} = \frac{V_{Ed} \cdot S_{kr}}{I_{id} \cdot d_p} \quad (10.19)$$

$$S_{kr} = \frac{b_{ef} - b_w}{2} \cdot h_f \cdot z_p \quad (10.20)$$

$$S_{pl} = b_{ef} \cdot h_f \cdot z_p \quad (10.21)$$

$$h_f \cdot z_p = \frac{S_{pl}}{b_{ef}} = \frac{2 \cdot S_{kr}}{b_{ef} - b_w} \quad (10.22)$$

$$S_{kr} = \frac{b_{ef} - b_w}{2 \cdot b_{ef}} \cdot S_{pl} \quad (10.23)$$

$$\tau_{xy} = \frac{V_{Ed} \cdot (b_{ef} - b_w)}{2 \cdot b_{ef} \cdot \frac{I_{id}^{II}}{S_{pl}} \cdot h_f} = \frac{V_{Ed} \cdot (b_{ef} - b_w)}{2 \cdot b_{ef} \cdot z_p \cdot h_f} \quad (10.24)$$

$$\frac{I_{id}^{II}}{S_{pl}} = z_p \cong d - \frac{h_f}{2} \quad (10.25)$$

Povprečna »vzdolžna« strižna napetost $\overline{\tau_{yx}}$ na stiku med krilom in rebrom na odseku dx znaša:

$$\begin{aligned} v_{Ed(po EC2)} \equiv \overline{\tau_{yx}} &= \frac{(b_{ef} - b_w)}{2 \cdot \Delta x \cdot b_{ef} \cdot z \cdot h_f} \cdot \int_{\Delta x} V_{Ed} \cdot dx \\ &= \frac{(b_{ef} - b_w)}{2 \cdot b_{ef} \cdot z \cdot h_f} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta x} \end{aligned} \quad (10.26)$$

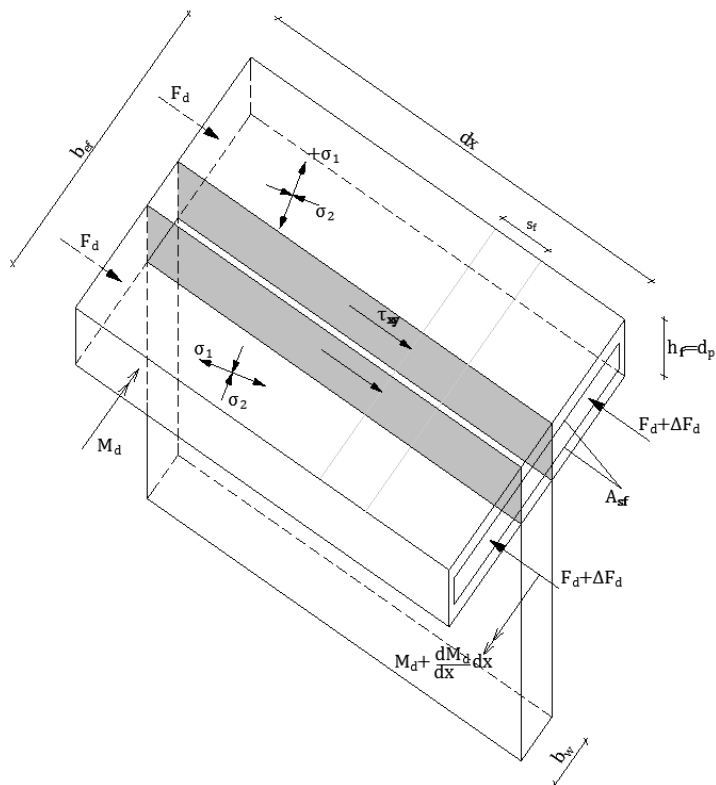
Prirastek momenta na odseku dx znaša:

$$\int_{\Delta x} V_{Ed} \cdot dx = \Delta M_{(\Delta x)} \quad (10.27)$$

$$\overline{\tau_{yx}} = \frac{\Delta F_d}{\Delta x \cdot h_f} \quad (10.28)$$

$$\Delta F_d = \frac{(b_{ef} - b_w)}{2 \cdot b_{ef} \cdot z} \cdot \Delta M_d \quad (10.29)$$

ΔF_d ... prirastek tlačne sile v pasnici na odseku dx (Δx)



Slika 10.23: Prikaz strižnih napetosti oziroma strižnega toka zaradi spremembe normalne sile ΔF_d na odseku dx (Δx)

Strižni tok zapišemo kot:

$$v_{Ed} \cdot h_f \equiv T'_x = \tau_{yx} \cdot h_f = \frac{(b_{ef} - b_w)}{2 \cdot b_{ef} \cdot z} \cdot V_{Ed(x)}; \left[\frac{kN}{cm} \right] \quad (10.30)$$

Ta tok predstavlja osnovo enačbama v poglavju 6 standarda SIST EN 1992-1-1:2005, s pomočjo katerih izračunamo razdaljo med horizontalnimi stremeni in tlačne napetosti v Mörschevi rešetki.

Pri tem izračunu uporabimo vrednosti iz Preglednica 8.1 za primer $\alpha = 90^\circ$; $\theta = \theta$; $\theta = 45^\circ$:

$$\tau_{yx} \cdot h_f = v_{Ed} \cdot h_f \leq \frac{V_{Rds}}{s_f}$$

$$\frac{V_{Ed(x)}}{ctg\theta} \cdot \frac{b_{ef} - b_w}{2 \cdot b_{ef} \cdot z} \leq \frac{A_{sf} \cdot f_{yfd}}{s_f}$$

Ta enačba je identična enačbi 6.21 v SIST EN 1992-1-1:2005.

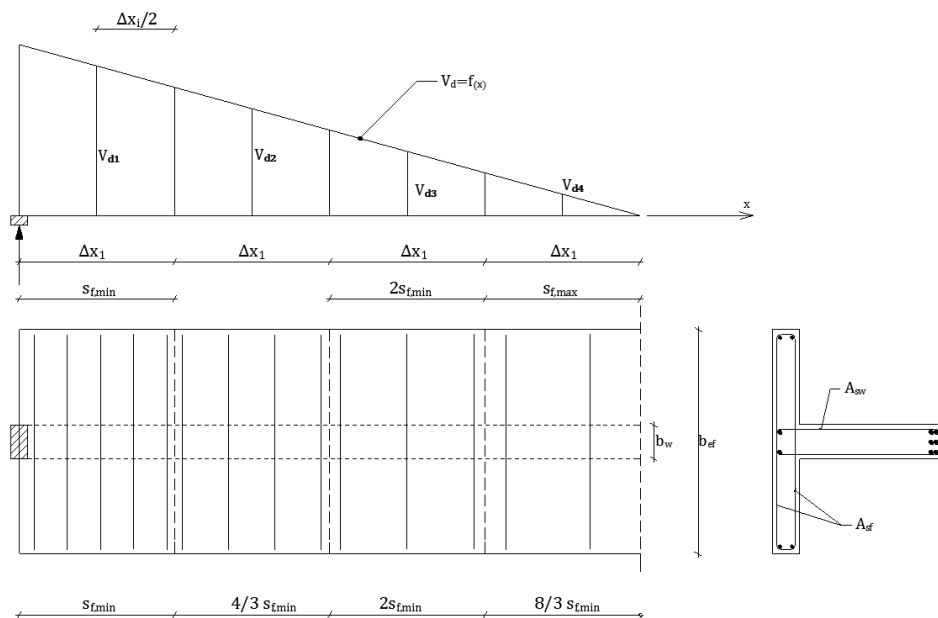
Podamo še razdaljo med horizontalnimi stremen:

$$s_f \leq \frac{A_{sf} \cdot f_{yfd} \cdot 2 \cdot b_{ef} \cdot z}{V_{Ed(x)} \cdot (b_{ef} - b_w)} \quad (10.31)$$

A_{sf} ... prerez »horizontalnih« stremen ($2A_{1s}$)

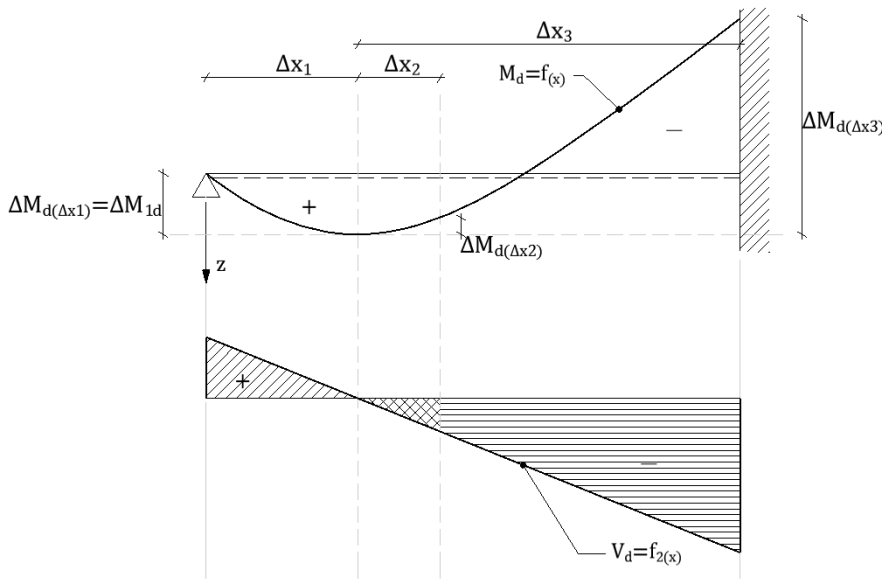
f_{yfd} ... projektna meja plastičnosti »horizontalnih« stremen

Za $\theta = 45^\circ \rightarrow ctg\theta = 1$



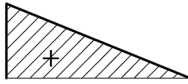
Slika 10.24: Razmiki s_{fi} na enakih Δx_i ($\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = \Delta x_4$)

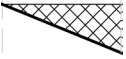
Primeri za izračun ΔM_d :

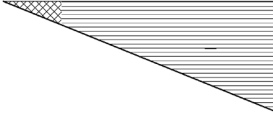


Slika 10.25: Določitev sprememb momentov ΔM_d na odsekih Δx_i

Elemente določimo po (10.27).

$$\Delta M_{(\Delta x_1)} = \int_{\Delta x_1} V_d \cdot dx$$


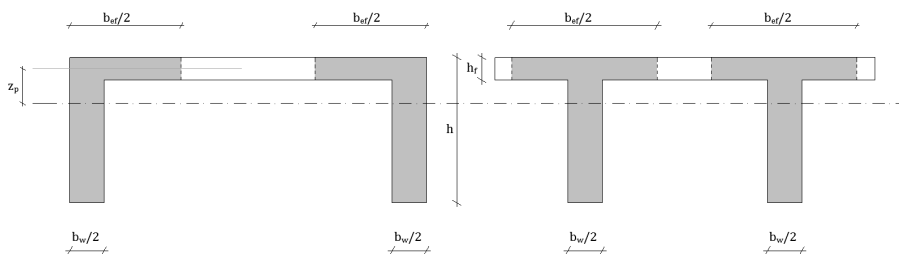
$$\Delta M_{(\Delta x_2)} = \int_{\Delta x_2} V_d \cdot dx$$


$$\Delta M_{(\Delta x_3)} = \int_{\Delta x_3} V_d \cdot dx$$


Strižni tok $T'_x = \tau_{yx} \cdot h_f$, pomnožen z Δx_i , predstavlja strižno silo na odseku Δx_i .

$$T_{x(\Delta x_i)} = \frac{b_{ef} - b_w}{2 \cdot b_{ef} \cdot z} \cdot V_{Ed(x)} \cdot \Delta x_i = \frac{b_{ef} - b_w}{2 \cdot b_{ef} \cdot z} \cdot \Delta M_d ; \text{ izraz je identičen (10.30)}$$

Nosilci $\bar{\bar{}}$

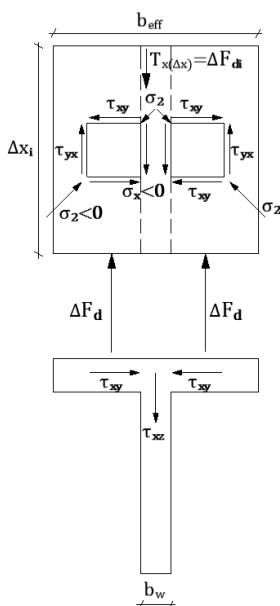


$$S_{kr} = \frac{b_{ef} - b_w}{2} \cdot h_f \cdot z_p \rightarrow h_f \cdot z_p = \frac{2 \cdot S_{kr}}{b_{ef} - b_w} = \frac{S_{pl}}{b_{ef}}$$

$$S_{kr} = \frac{b_{ef} - b_w}{2 \cdot b_{ef}} \cdot S_{pl} - \text{izraz je identičen enačbi (10.23)}$$

Za nosilce $\bar{\bar{}}$ moramo za posamezno stojino upoštevati vrednost $\frac{b_w}{2}$. Tako se lahko (10.25)–(10.31) uporabljajo tudi za prereze z dvema stojinama $b_w = 2 \cdot \frac{b_w}{2}$.

10.4.5.3 Kontrola tlačnih napetosti med krilom plošče in rebrom



Slika 10.26: Tlačne napetosti med krilom plošče in rebrom

Povprečna »vzdolžna« strižna napetost $\overline{\tau_{yx}}$ na stiku med krilom in rebrom na odseku dx po enačbi 10.25 znaša:

$$\overline{\tau_{yx}} = \frac{\Delta F_d}{\Delta x \cdot h_f} = \frac{(b_{ef} - b_w)}{2 \cdot \Delta x \cdot b_{ef} \cdot z \cdot h_f} \cdot \Delta M_{(\Delta x)}$$

$$\overline{\tau_{yx}} = \frac{\Delta F_d}{\Delta x \cdot h_f} = \frac{(b_{ef} - b_w) \cdot \Delta M_{(\Delta x)}}{2 \cdot \Delta x \cdot b_{ef} \cdot z \cdot h_f} \leq \frac{v \cdot f_{cd}}{tg\theta + ctg\theta}; \alpha = 90^\circ, \theta = 45^\circ$$

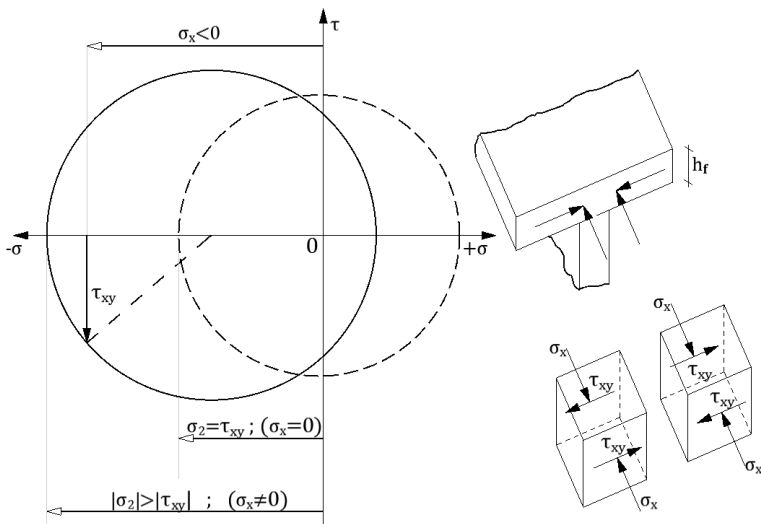
Strižna napetost τ_{xy} v »točki« po enačbi 10.23 znaša:

$$\tau_{xy} = \frac{V_{Ed} \cdot (b_{ef} - b_w)}{2 \cdot b_{ef} \cdot z \cdot h_f}$$

$$\overline{\tau_{yx}} \leq \frac{v \cdot f_{cd}}{2} \quad (10.32)$$

Zmanjšanje tlačnih trdnosti f_{cd} s faktorjem v_1 je že bilo omenjeno v poglavju 8, saj se v točki poleg strižnih napetosti pojavijo tudi tlačne napetosti σ_x .

To napetostno stanje lahko prikažemo z Möhrovim napetostnim krogom.

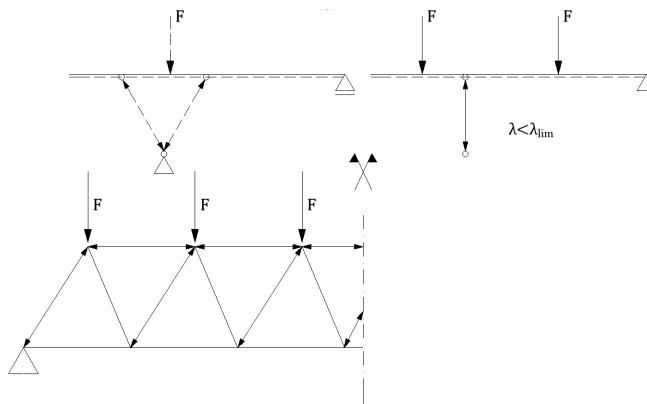


Slika 10.27: Möhrov napetostni krog

11 Centrični tlak

11.1 Uvod

Obremenitev s centričnim tlakom lahko upoštevamo samo za konstrukcije brez upoštevanja začetnih deformacij (uklon, imperfekcija, če je $\lambda_y < \lambda_{min}$ in $e_0 = 0$ oziroma $\frac{M_{II}}{M_I} < 1,1$), kar je povezano z dolžino in prerezom palic ter robnimi pogoji. V teh primerih upoštevamo samo teorijo I. reda.

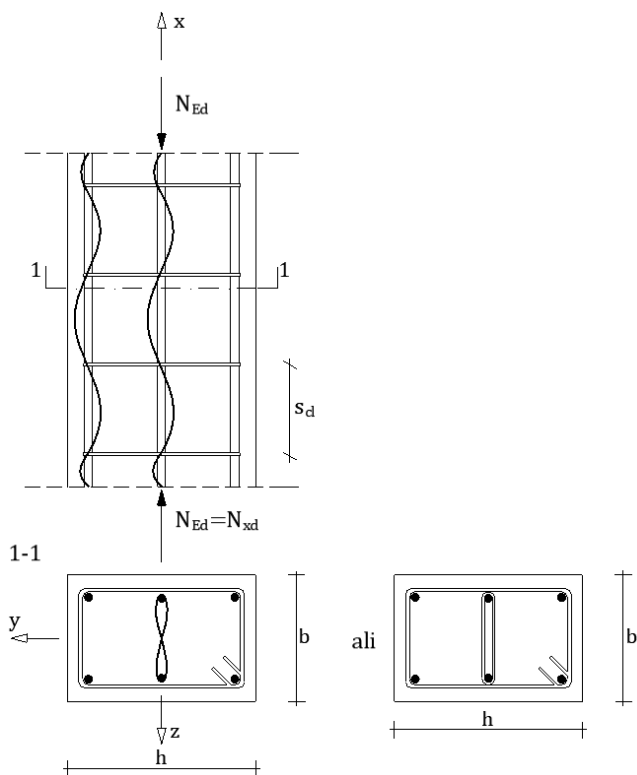


Slika 11.1: Prikaz tlačnih palic konstrukcije

Dimenzioniranje tlačnih palic po teoriji I. reda (brez upoštevanja uklona) je dovoljeno samo v posameznih primerih, ko stabilnost palic ni ogrožena in mora tlačna palica zadostiti posameznim zahtevam (glej poglavje 0 oziroma SIST EN 1992-1-1:2005; str. 66; 5.8.2 (6), 5.8.3 (1)).

11.2 Stebri z vzdolžno armaturo in stremeni (enoosno napetostno stanje)

Tako projektirane stebre uporabljamo pri običajnih konstrukcijah, ko obremenitve niso enormno visoke. Stremena »ovijajo« vzdolžno armaturo in s tem zmanjšujejo uklonsko dolžino l_e .



$$\sigma_{cd} = \sigma_{xd} = \frac{N_{Ed}^{MSN(ULS)}}{A_{Id}} = \frac{\sigma_{sd}}{\alpha_E}; A_{Id} = A_c + (\alpha_E - 1) \cdot A_s; \sigma_{cd} = \frac{\sigma_{sd}}{\alpha_E}$$

$$\langle \varepsilon_y = \varepsilon_z \rangle > 0; \varepsilon_x = - \frac{N_{Ed}^{MSU(SLS)}}{A_{Id} \cdot E_{cm}}$$

Slika 11.2: Pravokotni stebel z vzdolžno armaturo in stremeni

V tem poglavju bodo obravnavani stebri, katerih daljša stranica h ni večja od 4-kratnika krajše stranice b .

$$\frac{h}{b} \leq 4 \quad (11.1)$$

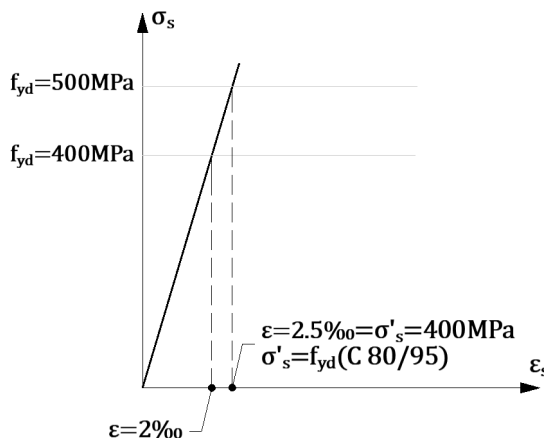
V podpoglavju 5.8 je bilo prikazano, da centrična tlačna obremenitev ustreza premici i (Slika 5.6), pri kateri je omejena dilatacija betona z ε_{c2} , ki znaša za $C \leq 50/60 \rightarrow 2 \text{ ‰}$, za $C > 50/60$ pa več.

Dilatacije betona so pri centričnem tlaku omejene na $\varepsilon_{c2} = 2 \text{ ‰}$ po vsem prerezu. Ta omejitev je zaradi duktilnosti betona, ki je nižja kot duktilnost armature.

Ker so dilatacije betona po SIST EN 1992 omejene z $\varepsilon_{c2} \rightarrow (2; 2,2; 2,3; 2,4; 2,5; 2)$, so omejene tudi dilatacije armature s temi vrednostmi, saj moramo upoštevati sovprežnost med betonom in armaturo ($\varepsilon_c = \varepsilon_s$) [31].

$$\varepsilon_{fyd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500}{200000} = 2,5 \text{ ‰} > 2 \text{ ‰}; \text{ S500/560}$$

$$\varepsilon_{fyd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{400}{200000} = 2 \text{ ‰}; \text{ S400/500}$$



Slika 11.3: Dilatacija jekel S 400/500 in S 500/560 pri doseženi karakteristični meji plastičnosti f_{yk} (upoštevani $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$)

Za armaturo S 500/560 ne smemo upoštevati f_{yd} , temveč napetost armature σ'_s , ki ustreza dilataciji 2 ‰, ta pa znaša $400 \text{ MPa} = N/\text{mm}^2$.

$$f_{yd}^{500/560} \neq \sigma'_s{}^{500/560} = 400 \text{ N/mm}^2$$

Za vsa jekla z višjo karakteristično mejo plastičnosti kot 400 MPa moramo upoštevati $\sigma'_s = 400 \text{ MPa}$.

Pri nosilnosti armaturnega betonskega stebra prerezov A_c in A_s upoštevamo enako mejo plastičnosti jekla tako pri tlaku kot pri nategu.

$$\begin{aligned} N_{Ed} \leq N_{Rd} &= A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd}(\sigma'_s) \\ &= A_c \cdot f_{cd} \cdot \left(1 + \frac{A_s}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}(\sigma'_s)}{f_{cd}}\right) \\ &= A_c \cdot f_{cd} \cdot (1 + \bar{\rho}) \end{aligned} \quad (11.2)$$

Minimalni koeficient armiranja znaša: $\rho = \frac{A_s}{A_c}$.

$$\bar{\rho} = \rho \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \text{ ali } \bar{\rho} = \rho \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{cd}} \text{ za } f_{yd} > 400 \text{ MPa} \quad (11.3)$$

Po SIST EN 1992-1-1:2005 (str. 164; 9.5.2 (2)) znaša minimalni prerez (tlačne) armature:

$$A_{s,min} = \frac{0,1 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} \geq 0,002 \cdot A_c \quad (11.4)$$

Opomba: minimalni prerez armature, kot ga navaja Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po standardih Evrokod [26], se razlikuje v »redukciji« tlačne sile N_{Ed} in znaša:

$$A_{s,min} = \frac{0,15 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}}$$

$$\mu = \rho_{min} = \frac{A_{s,min}}{A_c} = \frac{0,1 \cdot N_{Ed}}{f_{yd} \cdot A_c} \geq 0,2\%$$

Maksimalni prerez armature znaša:

$$A_{s,max} \leq 4\% A_c \dots \text{ za območja izven stikovanja armature}$$

Priporočilo za minimalni odstotek armature v odvisnosti od vitkosti λ :

$$\rho_{min} = \left(\frac{\lambda}{50} - 0,4 \right) \% > 3\%$$

Oсна togost betonskega prereza znaša:

$$\begin{aligned} (AE)_{ef} &= (A_c - A_s) \cdot E_c + A_s \cdot E_s \\ &= E_{cm} \cdot [(A_c - A_s) + \alpha_E \cdot A_s] \\ &= E_{cm} \cdot [A_c + (\alpha_E - 1) \cdot A_s] = E_{cm} \cdot A_{id} \end{aligned} \quad (11.5)$$

Kot je že bilo omenjeno, moramo vzdolžno tlačno armaturo »uklonsko« zavarovati. To se izvede s stremeni premera $\phi_s \geq 6 \text{ mm}$ na razdaljah s_{cl} , ki morajo ustrezati zahtevam SIST EN 1992-1-1:2005 (str. 164; 9.5.3 (3)), ki znašajo:

$$s_{cl,max} = \min \left\{ \begin{array}{l} \leq 20 \cdot \phi_{min} \\ \leq b \\ \leq 400 \text{ mm} \end{array} \right\} \quad (11.6)$$

ϕ_{min} ... minimalni premer vzdolžne armature

b ... krajša stranica pravokotnega prereza

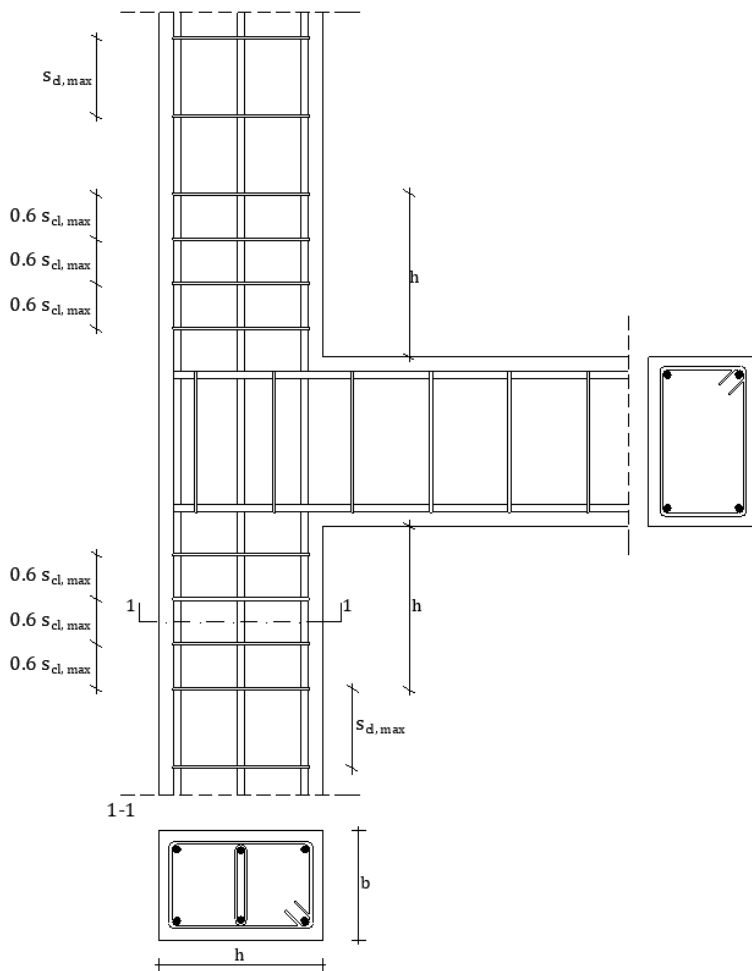
Razmiku $s_{cl} = 20 \cdot \phi$ ustreza lokalna vitkost armature $\lambda = 80$.

$$\lambda_{lok} = \frac{20 \cdot \phi}{\phi/4} = 80; i_0 = \phi/4$$

- a) Neodvisno od vrste obremenitve (N_x, M) moramo največjo razdaljo $s_{cl,max}$, ki jo podajajo pogoji v (11.6), na območju preklopa h reducirati s faktorjem 0,6.

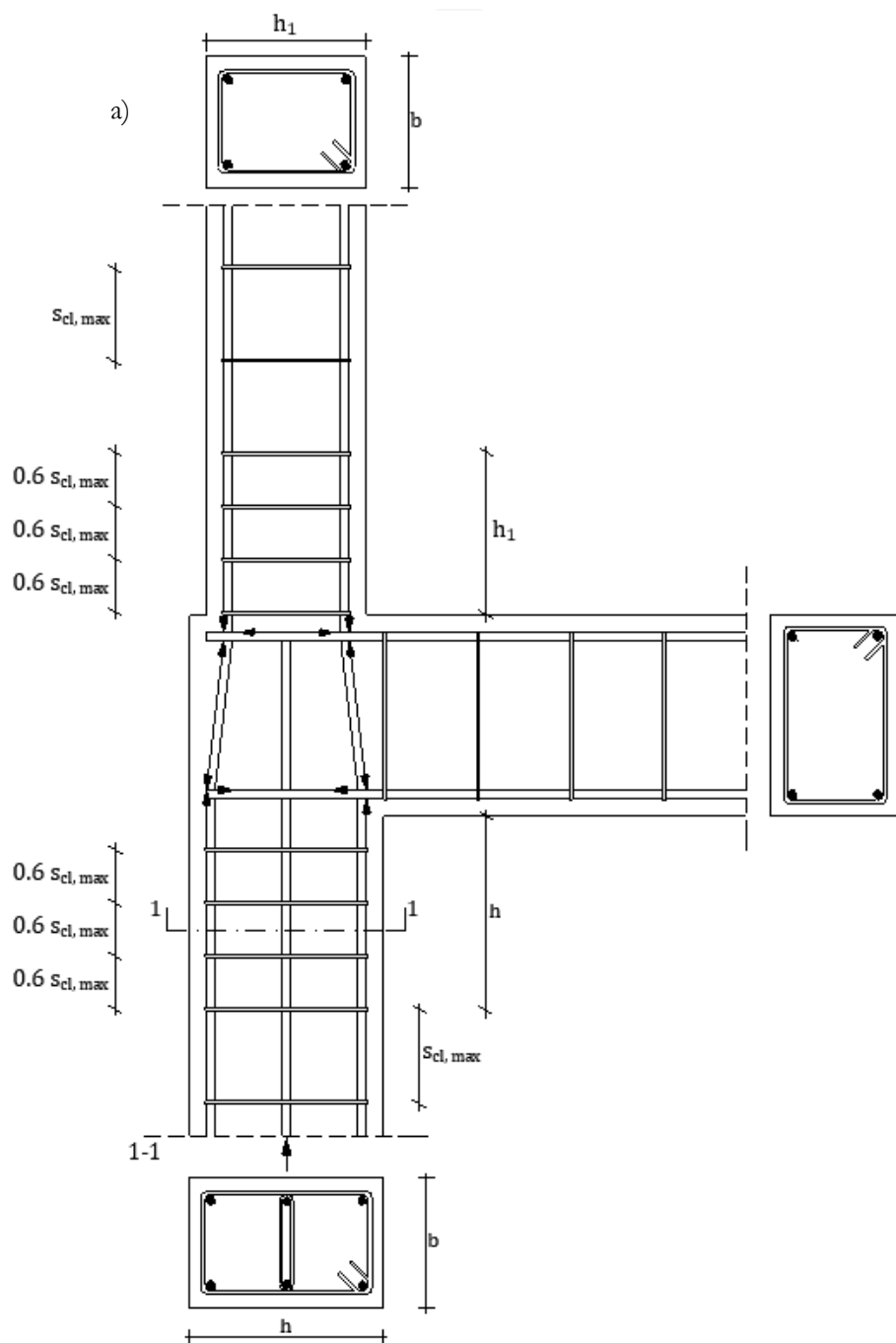
- b) Na območju stikovanja vzdolžnih palic s podaljševanjem, če je največji premer teh $> 14 \text{ mm}$.
- c) Sprememba smeri vzdolžne armature. V teh primerih je treba s_{cl} prečne armature izračunati v odvisnosti od vrste obremenitve.

h ... daljša stranica prereza stebra



Slika 11.4: Območje zgoščitve stremen na območju preklopa

Centrični tlak



$$F_{sd} = \frac{M_d}{z}$$

m ... sečnost/strižnost stremen

n ... število stremen

11.3 Običajni načini dimenzioniranja armiranobetonskih elementov, obremenjenih s centrično tlačno silo

Ne upoštevamo uklona – stabilnosti palice.

Poznamo: C, S, f_{ck}, f_{yk}

Izberemo: $\rho = \frac{A_s}{A_c} > 0,3 \% (0,2 \%)$

Izračunamo: $A_{c,potr} = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}(1 + \bar{\rho})}$

Določimo: $\frac{b}{h}$

Kontroliramo: λ_y in λ_z

Izračunamo: $A_{s,potr} = \rho \cdot A_{c,potr}$

Določimo: $A_{s,dej} > A_{s,potr}$

Pri upoštevanju vitkosti elementov pa upoštevamo zahteve, navedene v poglavju 12.

11.4 Stebri, armirani s spiralno armaturo

Pri armiranobetonskih stebrih se izogibamo momentne obremenitve, upoštevamo pa le upogibno obremenitev, ki nastopi zaradi neravnosti (imperfekcije) stebrov. V poglavju o centrični tlačni obremenitvi smo določili vzdolžno in stremensko armaturo po pravilih, ki so že bila obdelana.

Stremena smo namestili na predpisanih razmikih zaradi zmanjšanja uklonskih dolžin armaturnih palic. V prerezu med stremeni sta se pojavili tako imenovani enoosno napetostno stanje ($\sigma_x = \sigma_c; \sigma_y \cong \sigma_z \cong 0$) in triosno deformacijsko stanje ($\varepsilon_x < 0; \varepsilon_y \cong \varepsilon_z > 0$), kar pomeni, da je beton v prečni smeri ekspandiral (dolžina palic se je skrajšala, prerez pa povečal).

Ko beton »zapremo« v togo cev, kar lahko dosežemo tudi z gosto nameščenimi stremeni oziroma spiralno armaturo z dovolj kratkim hodom spirale, nastane troosno napetostno stanje ($\sigma_x = \sigma_c < \sigma_y = \sigma_z < 0$) in enoosno deformacijsko stanje

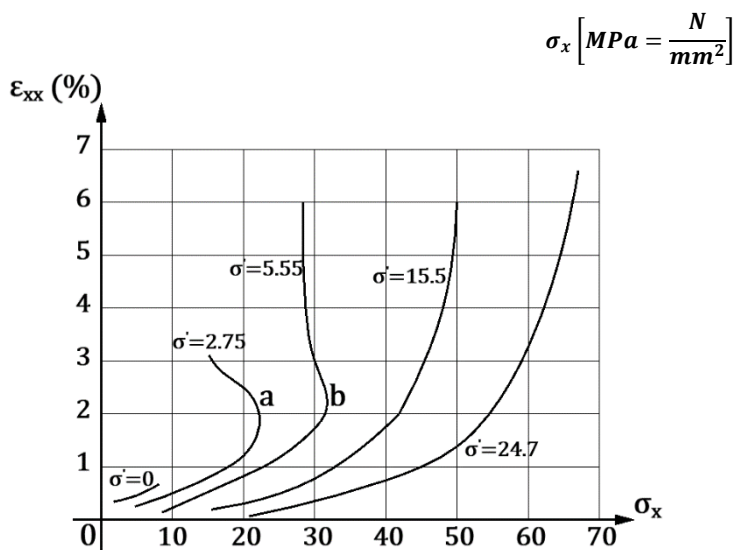
($\varepsilon_x < 0$; $\varepsilon_y = \varepsilon_z \approx 0$). Tlačna trdnost in deformacije v betonu se bistveno povečajo. Beton se lahko deformira »daleč« v plastično območje, kar je bilo prikazano v poglavju 0.

Karman (Theodore von Karman, 1914–1932) je preiskoval stebre iz peščenjaka in marmorja, podvržene osnim in bočnim pritiskom v vseh smereh ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$; $\sigma_y = \sigma_z \cong \frac{\sigma_x}{2,5} - \frac{\sigma_x}{8}$).

Rezultate tlačnih trdnosti (točki a in b) za isto vrsto peščenjaka pri različnih bočnih pritiskih prikazuje Slika 11.7.

σ' ... bočni tlak

σ ... osni tlak



Slika 11.7: Diagrami vzdolžnih deformacij ε_{xx} tlačno obremenjenega peščenjaka pri različnih vrednostih bočnih pritiskov

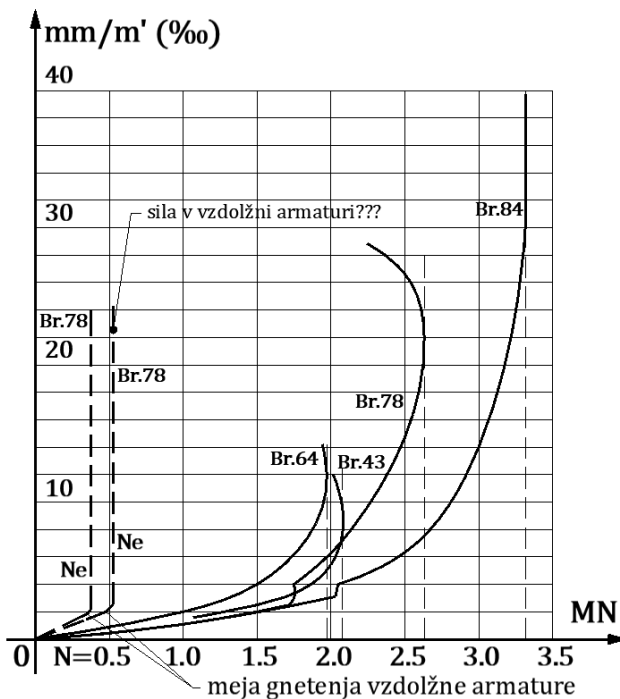
Beton se je stisnil in zapolnil pore!

Kratki betonski stebri, oviti s spiralno armaturo (A_s, t), so se obnašali različno pri nizkih in visokih osnih pritiskih. Ko je osna sila nizka, so deformacije proporcionalne sili, ko še spirala ni bila tegnjena, ker beton še ni ekspandiral v prečni smeri. Pri

nekem skrčku stebra ε_{xx} se je v prečni smeri beton začel širiti ($\varepsilon_y = \varepsilon_z$), kar pa ovira gosto navita spirala, ki »postane« tegnjena. Pri nekem določenem skrčku betona doseže vzdolžna armatura mejo plastičnosti (gnetenja) f_y in se ji tlačna napetost več ne povečuje in vse tlačne napetosti prevzema beton (še večji skrčki betona). Posledično se v spiralni armaturi pojavijo večje natezne sile (napetosti), kar se vidi v odpadanju betona v območju izven spirale. Armiranobetonski steber, armiran s spiralno armaturo, še lahko prevzame velike obremenitve, še bolj pa se večajo vzdolžne deformacije. Skupni skrček betona, ovitega s spiralno armaturo, znatno presega skupni skrček betonskih stebrov brez spiralne armature.

$\varepsilon_c \cong 30 \text{ ‰}$... spiralno armirani stebri

$\varepsilon_c \cong 1 - 2 \text{ ‰}$... armiranobetonski stebri brez spiralne armature



Slika 11.8: Vzdolžne deformacije spiralno armiranih stebrov v odvisnosti od sile

Spiralno armirani steber nosi precej več kot običajno armirani steber, armiran le z vzdolžno armaturo, pri čemer so plastične deformacije betona toliko večje, kolikor močnejša je spiralna armatura (manjši hod in večji prerez spirale).

$$6 \text{ mm} \leq \varnothing_{sp} \leq 16 \text{ mm}$$

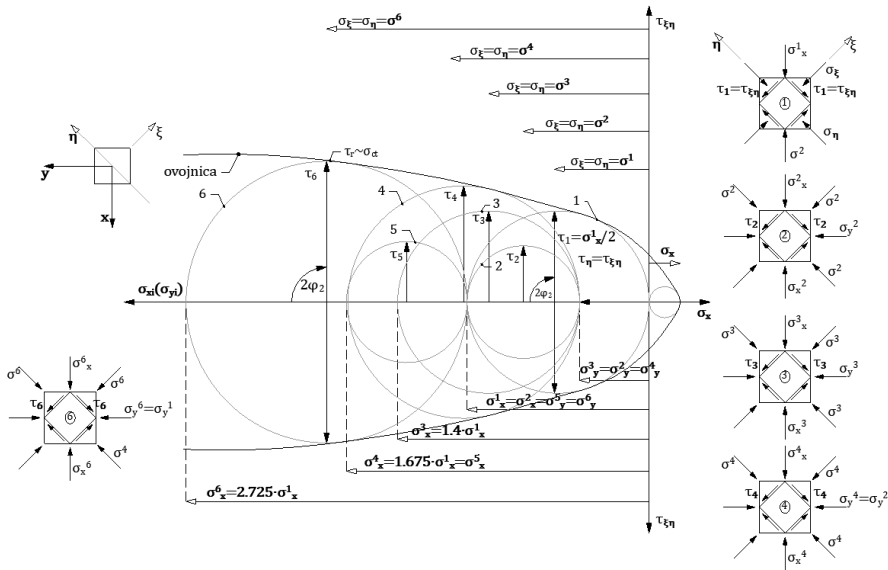
Conside're je opravljala poskuse, kjer je v kartonski valj nasul pesek in valj ovil z vrvico. Takšno telo je pokazalo zelo veliko tlačno trdnost. Glede na to je Conside're predpostavil, da bo porušitev betona v okroglem stebru nastala hkrati z naraslo napetostjo, ki je mnogo večja od njegove trdnosti, če se ta betonski valj ovije s spiralno armaturo. Poskusi so potrdili pravilnost te trditve.

Na začetku se steber krči sorazmerno z naraščanjem napetosti. V tem napetostnem stanju spiralna armatura še ne opravlja funkcije (ni tegnjena), saj je zaradi gnetenja betona obremenjena na tlak.

Ko prečne deformacije ϵ_c presežejo mejo gnetenja, spiralna armatura postane tegnjena in začne tlačno obremenjevati betonsko jedro stebra. Pri določenem skrčku stebra lahko predpostavimo, da je napetost v vzdolžni armaturi dosegla vrednost gnetenja jekla. Od tod dalje armatura »teče«, napetosti v njej ne naraščajo, saj jih prevzame beton. Ko vzdolžna armatura doseže mejo gnetenja – tečenja, v diagramu na Slika 11.8 opazimo pri skoraj enaki obremenitvi kot znaša meja gnetenja, da pride do hitrega skrčka ϵ_c , ki ga spremlja razpad plašča betona v območju izven spiralne armature. Po tem lahko steber prenese še velik porast napetosti, skoraj dvakratnega, ampak moramo biti pozorni, saj so deformacije zelo velike. V tem času se beton obnaša kot zelo gosta tekočina, ki se hoče prebiti med navojem/hodom spiralne armature, pri čemer pa ga ovira »zunanjji plašč« betona.

Skupni skrček ϵ_c betonskih stebrov, armiranih s spiralno armaturo, je veliko večji od stebrov, ki niso armirani s spiralno armaturo. Skrček spiralno armiranih stebrov se lahko giblje vse tja do $30 \text{ mm}/m'$, medtem ko za stebre brez spiralne armature skrček znaša le $1 - 2 \text{ mm}/m'$.

Prikaz višje trdnosti za dvoosno napetostno stanje za neko marko betona je s pomočjo Möhrovih krogov podan na Slika 11.9.



Slika 11.9: Möhrovi krogi »porušitev« in ovojnica pri dvoosnem napetostnem stanju

Prva obremenitev obravnava enoosno napetostno stanje, ko znaša $\sigma_x^1 \approx f_c$ in $\sigma_y = 0$. Opazimo, da se v nekaterih ravninah ξ, η pod kotom 45° pojavijo normalne napetosti σ_η in σ_ξ ter strižne napetosti τ_1 ($\tau_\eta = \tau_\xi$), katerih vrednosti znašajo $\sigma_x^1/2$.

Če strižna napetost τ_1 doseže ali presega strižno trdnost betona τ_r (takrat τ_1 tangira ali seka ovojnico Möhrovih krogov), se beton poruši.

Druga obremenitev obravnava dvoosno napetostno stanje, kjer znaša $\sigma_x^1 = \sigma_x^2$, $\sigma_y^2 = 0,4 \cdot \sigma_x^1$. V tem primeru opazimo, da so strižne napetosti τ_2 precej nižje kot τ_1 , ko se je pri enoosnem napetostnem stanju vzorec porušil. Če bi želeli doseči strižno napetost $\tau_3 = \tau_1$ pri bočni napetosti $\sigma_y^3 = \sigma_y^2 = 0,4 \cdot \sigma_x^1$, bi lahko obremenili vzorec z napetostjo $\sigma_x^3 = 1,4 \cdot \sigma_x^1$. Vendar se tudi pri tej napetosti σ_x^3 vzorec ne bo porušil, pač pa se bo to zgodilo pri napetosti $\sigma_x^4 = 1,675 \cdot \sigma_x^1$, ko bo τ_4 dosegel ovojnico Möhrovih krogov ($\sigma_{xy} = 1,675 \cdot \sigma_x^1$; $\sigma_{xy} = \sigma_y^2 = \sigma_y^3 = 0,4 \cdot \sigma_x^1$). Z večanjem bočnih napetosti σ_{yi} se viša tudi »tlačna trdnost« σ_{xi} .

Če Möhrovi krogi sekajo ovojnico, je to znak, da se je vzorec porušil. V primeru $\sigma_x^5 = \sigma_x^4$ in $\sigma_y^5 = \sigma_x^1$ do porušitve ne bi prišlo, ker Möhrov napetostni krog še ni dosegel ovojnice, kar pomeni, da strižne napetosti τ_5 še niso dosegle mejne (porušne)

vrednosti. V tem primeru bi vzdolžna napetost σ_x^6 , ko je $\sigma_y^6 = \sigma_y^4 = \sigma_x^1$, dosegla vrednost $2,725 \cdot \sigma_x^1$, saj takrat Möhrov napetostni krog tangira ovojnico in strižna napetost τ_6 znaša približno $1,79 \cdot \tau_1$. Če nastopi dvoosno oziroma troosno napetostno stanje $\sigma_y = \sigma_y = \sigma_x$, porušitve telesa ne bo, ker je Möhrov napetostni krog točka in so si tlaki v vseh smereh v »ravnotežju«. Skrček v eni smeri bo oviral raztezek (ekspanzijo) v drugi smeri!

Primeri so dober pokazatelj, kako večosno napetostno stanje ($\sigma_{yi} < 0$) zvišuje »tlačne« trdnosti vzorcev in omogoča tudi deformacije betona »daleč« v plastično območje (glej podpodpoglavje 2.4.10).

11.5 Nosilnost »spiralno« armiranega stebra, obremenjenega s centričnim pritiskom

11.5.1 Uvod

Mejna nosilnost spiralno armiranega stebra bo enaka vsoti mejnih nosilnosti betona, vzdolžne in spiralne armature.

$$N_{R,k} = N_{R,k}^c + N_{R,k}^{v,a} + N_{R,k}^{s,a} \quad (11.7)$$

Projektna nosilnost pa znaša:

$$N_{R,d} = N_{R,d}^c + N_{R,d}^{v,a} + N_{R,d}^{s,a} \geq N_{E,d} \quad (11.8)$$

Pri projektni nosilnosti betona moramo upoštevati projektno tlačno trdnost ukleščenega betona $f_{cd,c}$, ki je odvisna od prečne napetosti σ_y (glej poglavje Uvod v armiranobetonske konstrukcije – 0).

Projektna nosilnost betona znaša:

$$N_{R,d}^c = \alpha \cdot A_c \cdot f_{cd,c} = \alpha \cdot \frac{d_j^2 \cdot \pi}{4} \cdot f_{cd,c} \quad (11.9)$$

Projektno mejo gnetenja vzdolžne armature izmerimo s projektno mejo pri nategu. Projektna meja gnetenja ne sme presegati vrednosti pri dilatacijah 2 ‰, s katero je omejena dilatacija betona pri centričnem tlaku.

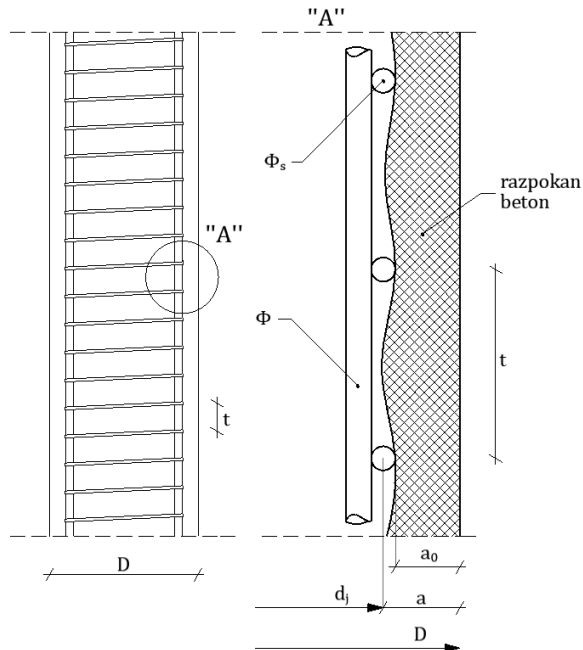
Projektna nosilnost vzdolžne armature znaša:

$$N_{R,d}^{v,a} = A_s^{v,a} \cdot f_{yd} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot f_{yd} \quad (11.10)$$

Vitkost stebrov moramo omejiti z vrednostjo $\lambda_{min} \leq 50$ oziroma manj, če je izkoriščenost $> 0,15$ (glej poglavje o tlaku).

Prerez vzdolžne armature pa mora presegati minimalne vrednosti, podane v podpoglavju 11.4.

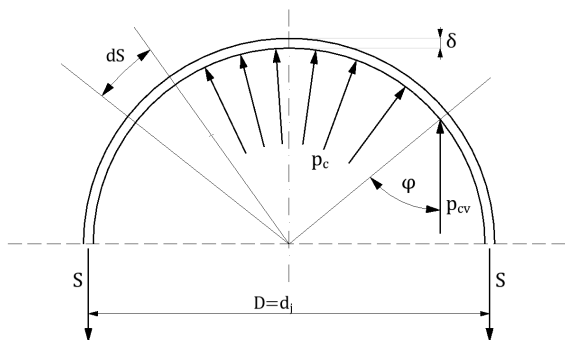
Projektna nosilnost spiralne armature



$$t_{max} = 8 \text{ cm}(D/5); t_{min} = 3 + \phi_s(\text{cm}); D = d_j + 2 \cdot a; a = a_0 + \phi_s/2$$

Slika 11.10: Prikaz spiralno armiranega stebra z omejitvami hoda spirale t [3]

Delovanje oziroma nosilnost spiralne armature prikažemo na valju, obremenjenem s pritiskom p_c viskozne tekočine brez trenja, pri čemer uporabimo kotelno formulo za krožnico.



Slika 11.11: Prikaz natezne sile S v cevi

$$d_S = r \cdot d_\varphi \quad (11.11)$$

$$2 \cdot S - \int_0^\pi p_{cv} \cdot d_S = 0; \quad 2 \cdot S - 2 \int_0^{\pi/2} p_c \cdot \cos\varphi \cdot r \cdot d_\varphi = 0$$

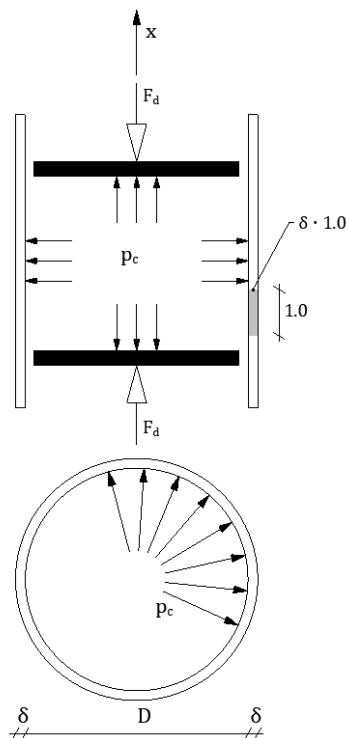
$$S = p_c \cdot r \int_0^{\pi/2} \cos\varphi \cdot d_\varphi = p_c \cdot r \quad (11.12)$$

Natezna sila S v cevi na enoto višine cevi znaša:

$$S = p_c \cdot \frac{D}{2} \cdot 1.0 \quad (11.13)$$

Projektna nosilnost cevi bo dosežena, ko bo izpolnjen pogoj:

$$S_d = \frac{p_c \cdot D_c}{2} \cdot 1.0 = f_{yd} \cdot \delta \cdot 1.0 \quad (11.14)$$



Slika 11.12: Troosno napetostno stanje v cevi [3]

Pritisk v cevi bo takrat znašal:

$$p_c = \frac{2 \cdot f_{yd} \cdot \delta}{D_c} \quad (11.15)$$

$$D_c = D + \delta = d_j$$

Skupna projektna nosilnost valja znaša:

$$F_d = \frac{D_c^2 \cdot \pi}{4} \cdot p_c = \frac{D_c^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{2 \cdot f_{yd} \cdot \delta}{D_c} = \frac{\pi \cdot D_c \cdot f_{yd} \cdot \delta}{2} \quad (11.16)$$

Prerez cevi znaša:

$$A_{cev} = \pi \cdot D_c \cdot \delta \quad (11.17)$$

Material v cevi ni idealno viskozna tekočina, ampak beton, ki je več ali manj porozen, kjer med zrni agregata nastopa trenje. Nastopijo vzdolžne deformacije ϵ_x in prečne dilatacije (ekspanzija) $\epsilon_y = \epsilon_z = \nu \cdot \epsilon_x$.

Da bi premagali silo trenja med zrni agregata, bo potrebna za $\frac{1}{\nu}$ -krat večja sila. Takrat bo izčrpana nosilnost valja, izpolnjenega z betonom, in bo znašala:

$$\begin{aligned} N_{Rd}^{cevi} = F_{cd} &= \frac{F_d}{\nu} = \frac{\pi \cdot D_c \cdot f_{yd} \cdot \delta}{2 \cdot \nu} = 2 \cdot \pi \cdot D_c \cdot f_{yd} \cdot \delta \\ &= 2 \cdot A_c^{cevi} \cdot f_{yd} \end{aligned} \quad (11.18)$$

$\nu_{plast} = 0,25 \dots$ Poissonov količnik prečne kontrakcije pri plastifikaciji betona

Z upoštevanjem (11.18) dobi (11.19) naslednjo obliko:

$$\begin{aligned} N_{Rd} &= N_{Rd,c} + N_{Rd}^{v,a} + N_{Rd}^{s,a} \\ &= \alpha \cdot A_c \cdot f_{cd,c} + A_s^{v,a} \cdot f_{yd} + 2 \cdot A_c^{cevi} \\ &\quad \cdot f_{yd} \leq N_{Ed} \end{aligned} \quad (11.19)$$

Če v zgornji enačbi izpostavimo $\alpha \cdot A_c \cdot f_{cd,c}$, sledi:

$$\begin{aligned} N_{Rd} &= \alpha \cdot A_c \cdot f_{cd,c} \cdot \left[1 + \frac{A_s^{v,a} \cdot f_{yd}^{v,a}}{A_c \cdot f_{cd,c}} + 2 \cdot \frac{A_c^{cevi} \cdot f_{yd}^{s,a}}{A_c \cdot f_{cd,c}} \right] \\ N_{Rd} &= \alpha \cdot A_c \cdot f_{cd,c} \cdot [1 + \overline{\mu_0} + 2 \cdot \overline{\mu_{s,a}}] \end{aligned} \quad (11.20)$$

Če omejimo vitkosti z vrednostjo 50 ali manj, za okrogli prerez sledi:

$$A_c = \frac{d_j^2 \cdot \pi}{4}$$

$$\lambda_y = \frac{l_u}{i} = \frac{4 \cdot l_u}{d_j} \leq 50; \quad d_j \geq \frac{4 \cdot l_u}{50}$$

Po SIST EN 1992-1-1:2005 (str. 164; 9.5.2 (2)) znaša minimalni prerez vzdolžne (tlačne) armature $A_{s,min} = \frac{0,1 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} \geq 0,002 \cdot A_c$.

Za vzdolžno armaturo izberemo *minimalno 6 palic*.

Iz znanih vrednosti d_j in $A_{s,min}^{v,a}$ lahko izračunamo $\bar{\mu}_0$ oziroma μ_0 .

$$\bar{\mu}_0 = \frac{A_s^{v,a} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd,c}}$$

S pomočjo (11.20) pa dinamični količnik spiralne armature praviloma znaša:

$$\bar{\mu}_s = (2 - 3) \cdot \bar{\mu}_0 = (2 - 3) \cdot \frac{A_s^{v,a} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd,c}} \quad (11.21)$$

V (11.21) je »skrita« A_c^{cevi} , ki jo bomo določili s pomočjo enačbe 11.20, ko smo predhodno izračunali A_c in A_s :

$$A_c^{cevi} = \pi \cdot D_c \cdot \delta = \frac{N_{Ed} - \alpha \cdot A_c \cdot f_{cd,c} - A_s^{v,a} \cdot f_{yd}^{v,a}}{2 \cdot f_{yd}^{s,a}} \quad (11.22)$$

Če je zgornji izraz negativen, spiralna armatura ni potrebna. Iz (11.22) izražamo prerez spiralne armature na hodu t iz pogoja, da sta volumna spiralne armature in »cevi« enaka:

$$A_c^{cevi} \cdot t = A_1^{s,a} \cdot \pi \cdot d_j$$

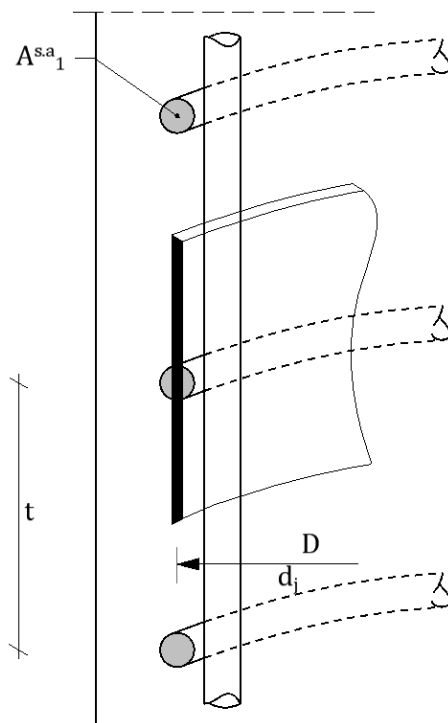
$$A_1^{s,a} > \frac{A_c^{cevi} \cdot t}{\pi \cdot d_j} \quad (11.23)$$

V (11.23) smo izbrali hod spirale, ki mora ustrezati naslednjim zahtevam:

$$\min \left[\frac{\phi_{max\ zrna} + 0,5\ cm}{3 + \phi_s(cm)} \right] \text{ ali } t \leq 8\ cm \quad (11.24)$$

Če izberemo $\varnothing_{sp}(A_1^{s.a.})$, lahko izračunamo hod spirale, ki mora zadoščati zahtevam (11.24).

$$t \leq \frac{A_1^{s.a.} \cdot \pi \cdot d_j}{A_c^{cevi}}$$

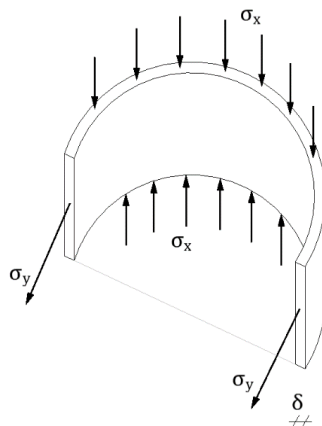


Slika 11.13: Določitev prereza spiralne armature $A_1^{s.a.}$ in hoda t [3]

Jeklana cev, izpolnjena z betonom

Cev je dvoosno obremenjena v vzdolžni smeri s pritiski σ_x , tangencialno na krožnico pa z nateznimi napetostmi σ_y .

$$A_s^{v.a} = A_{cevi} = (D_c - \delta) \cdot \pi \cdot \delta; \delta \ll D_c$$

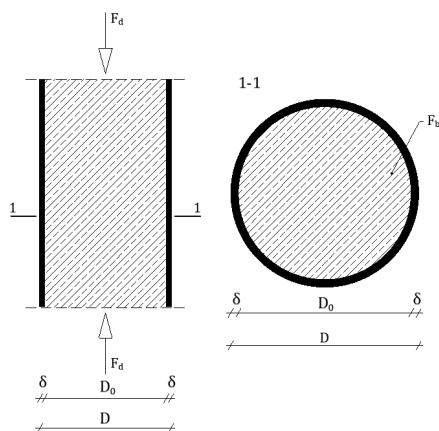


$$\mu_0 = \mu_s = \frac{A_s}{A_c} = \frac{(D - \delta) \cdot \pi \cdot \delta}{(D - \delta)^2 \cdot \pi} \cong \frac{4 \cdot \delta}{D} \quad (11.25)$$

$$\overline{\mu}_0 = \overline{\mu}_s = \mu_0 \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd,c}} \cong \frac{4 \cdot \delta}{D} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd,c}} \quad (11.26)$$

Prednosti takih konstrukcij so:

- konstrukcija ne potrebuje opaža;
- ni zaščitnega sloja betona;
- dimenzije so manjše kot pri spiralno armiranih stebrih.



Slika 11.14: Beton v cevi [3]

Po (11.22) dobimo:

$$\begin{aligned} N_{Ed} \leq N_{Rd} &= \alpha \cdot A_c \cdot f_{cd,c} \cdot [1 + \overline{\mu_0} + 2 \cdot \overline{\mu_{s,a}}] \\ &= \alpha \cdot A_c \cdot f_{cd,c} \cdot [1 + 3 \cdot \overline{\mu_0}] \end{aligned} \quad (11.27)$$

Zaradi strižnih napetosti, ki se pojavijo v neki »novi« ravnini cevi, upoštevamo strižne trdnosti jekla, ki običajno ne presežejo vrednosti $\frac{f_{yd}}{\sqrt{3}}$. S tem izrazom korigiramo (11.26) ali (11.27).

$$\begin{aligned} N_{Rd} &= \alpha \cdot A_c \cdot f_{cd,c} \cdot \left[1 + \frac{3 \cdot \overline{\mu_0}}{\sqrt{3}}\right] \\ &= \alpha \cdot A_c \cdot f_{cd,c} \cdot [1 + 1.733 \cdot \overline{\mu_0}] \end{aligned} \quad (11.28)$$

PRIMER

$$D = 4110 \text{ mm}; D_c = 405 \text{ mm}; \delta = 5 \text{ mm}$$

$$A^{cevi} = A^S = \pi \cdot D_c \cdot \delta; \pi \cdot 405 \cdot 5; A^{cevi} = 6361,72 \text{ mm}^2$$

$$S = 235; \rho = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; \gamma_{Mf} = 1,15; f_y = 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{Mf}}; \frac{235}{1,15}; f_{yd} = 204,35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 204,35 \text{ MPa}$$

Pritisk na beton znaša:

$$p_{cd} = \frac{2 \cdot f_{yd} \cdot \delta}{D_c}; \frac{2 \cdot 5}{405} \cdot f_{yd}; p_{cd} = 2,47E - 2 \cdot f_{yd}; p_{cd} = 5,05 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 5,05 \text{ MPa}$$

Tlačna osna sila stebra znaša:

$$F_{cd} = 2 \cdot \pi \cdot D_c \cdot f_{yd} \cdot \delta; 2 \cdot \pi \cdot 405 \cdot f_{yd} \cdot 5; F_{cd} = 12723,45 \cdot f_{yd}$$

$$F_{cd} = 2600,04 \text{ kN} = 2,6 \text{ MN}$$

Tlačna napetost v betonu znaša:

$$\sigma_c = \sigma_{xd} = \frac{F_{cd}}{A_c + \alpha_E \cdot A_s}; \frac{12723,45 \cdot f_{yd}}{189281}$$

$$\sigma_c = 6,72E - 2 \cdot f_{yd} = 13,74 \frac{N}{mm^2} = 13,74 MPa$$

$$A_c + \alpha_E \cdot A_s; \frac{400^2 \cdot \pi}{4} + 10 \cdot 6361,72; A_c + \alpha_E \cdot A_s = 189280,91 mm^2$$

$$\alpha_E^{pl} = 10$$

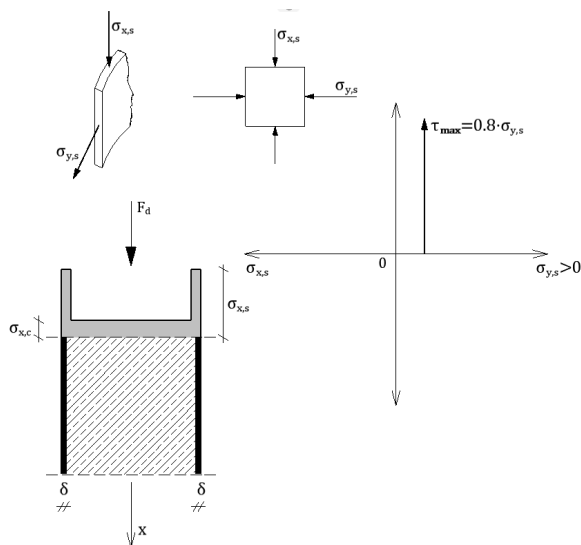
Tlačna napetost v vzdolžni armaturi (na kolobar) znaša:

$$\sigma_{x,s} = \alpha_E \cdot \sigma_{x,d}; 10 \cdot 6,72E - 2 \cdot f_{yd}; \sigma_{x,s} = 6,72E - 1 \cdot f_{yd}$$

$$\sigma_{x,s} = 137,32 \frac{N}{mm^2} = 137,32 MPa$$

Natezna napetost v cevi znaša:

$$\sigma_{y,s} = \frac{p_{cd} \cdot D_c}{2\delta}; \frac{2,47E - 2 \cdot f_{yd} \cdot 405}{10}; \sigma_{y,s} = 1,00035 \cdot f_{yd} \cong 1,0f_{yd}$$



Slika 11.15: Natezne in tlačne napetosti v stebru

12 Stabilnost tlačnih armiranobetonskih »palic«

12.1 Uvod klasična teorija – jeklene konstrukcije

Klasična teorija nas uči, da zaradi imperfekcije ni centričnega tlaka, pač pa se ponekod po vzdolžni osi neke tlačne palice pojavi še upogibna obremenitev, ki zaradi začetne ekscentritete povzroča vse večje odklone oziroma ukrivljenosti in večje upogibne obremenitve tlačnega elementa. Dokler ne nastopi »kritični« odklon, se nahajamo v stabilnem stanju. Ob nastanku kritičnega uklona preidemo v indiferentno oziroma nestabilno stanje.

Eulerjevo kritično napetost oziroma »kritično silo«, to je napetost, ko dosežemo »kritični« odklon, izračunamo po (12.1):

$$\sigma = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_{y,(z)}^2} \quad (12.1)$$

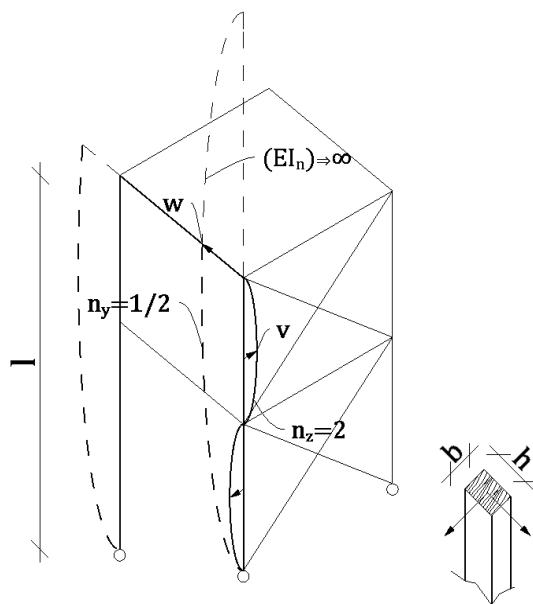
Ta velja samo v elastičnem področju palice, za katero velja konstrukcijski modul elastičnosti E .

Vitkost tlačne palice:

$$\lambda_{y,(z)} = \frac{l_{0\ y,(z)}}{i_{y,(z)}} = \frac{n_{y,(z)} \cdot l}{i_{y,(z)}} \quad (12.2)$$

$n_{y,(z)} \cdot l$... število valov na sistemski dolžini l okrog osi y oziroma osi z .

Primer 1



Slika 12.1: Uklonski dolžini stebra okrog osi y oziroma z

Število valov:

$$n_y = \frac{1}{2}; n_z = 2$$

Uklonski dolžini:

$$l_{ny} = \frac{l}{1/2} = 2l; l_{nz} = 2l$$

$$\lambda_y = \lambda_z; i_y = \frac{h}{\sqrt{12}}; i_z = \frac{b}{\sqrt{12}}$$

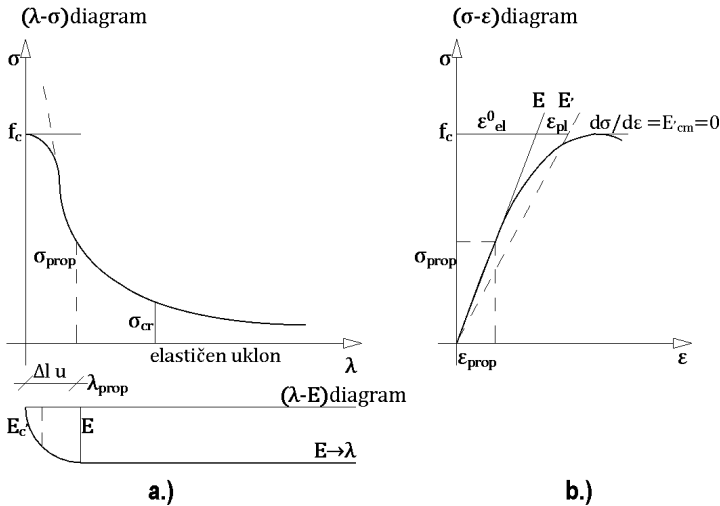
$$\lambda_{y,(z)} = \frac{l_{0y,(z)}}{i_{y,(z)}}; \frac{2 \cdot l \cdot \sqrt{12}}{h} = \frac{l \cdot \sqrt{12}}{2b} \Rightarrow h = 4b$$

Če želimo doseči enako vitkost stebra okrog obeh vztrajnostnih osi stebra po Slika 1, mora biti:

$$h = 4b$$

Znano je, da velja Eulerjeva kritična hiperbola samo v območju tako imenovanega elastičnega uklona.

Ko dosežemo tako imenovano mejo proporcionalnosti, dosežemo tudi modul elastičnosti E_{cm} . Z višjimi napetostmi pa prehajamo v elastoplastično območje, ko se modul »elastičnosti« niža: $E'c < E_{cm}$.



Slika 12.2: Diagrami $(\lambda - \sigma)$, $(\lambda - E)$ in $(\sigma - E)$

Vitkost λ izračunamo, ko dosežemo mejo proporcionalnosti, s pomočjo (12.1).

$$\lambda_{\text{prop}} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{\text{prop}}}} \quad (12.3)$$

$$\sigma_{\text{prop}} \cong 0,4f_c$$

Pri manjših vitkosti od λ_{prop} bodo kritične napetosti višje, kar je razvidno iz diagramov na Slika 12.2. To pomeni, da so kritične napetosti vse višje, ne morejo pa preseči tlačne trdnosti f_c . To pa istočasno pomeni, da se nahajamo v območju tako imenovanega plastičnega uklona (Slika 12.2a) in stabilitetni problem (elastični uklon) prehaja v tako imenovani trdnostni problem.

Pri $\lambda = 0$ velja enačba:

$$\sigma_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 \cdot E'_{(\lambda=0)}}{0^2} \leq f_c \quad (12.4)$$

Tej enačbi bo zadoščeno le v primeru, ko bo $E'_{(\lambda=0)} = 0$.

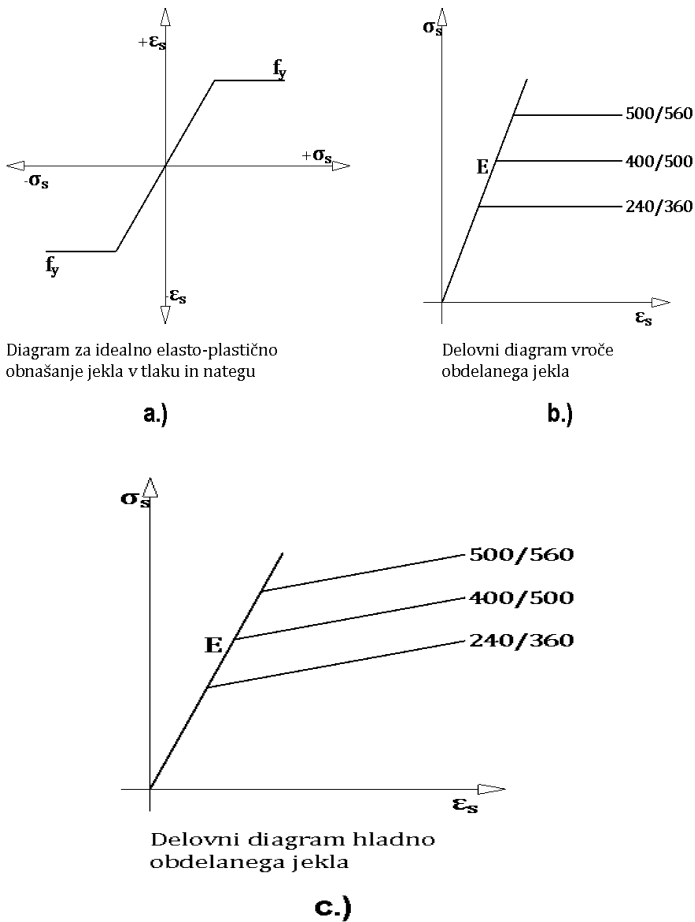
12.2 Armiranobetonske konstrukcije

12.2.1 Uvod

Prejšnji izsledki veljajo predvsem za jeklene elemente – za armiranobetonske tlačne palice, kjer moramo upoštevati sodelovanje betona in armature. Za naravno trdo jeklo lahko z dovolj natančnim približkom opišemo idealno elastično in idealno plastično obnašanje v tlačnem in nateznem območju.

Za hladno obdelano jeklo (Hd) pa napetosti po dosegu meje plastičnosti f_y naraščajo, s čimer narašča tudi nosilnost v armiranem betonu. Ko beton in armatura sodelujeta, je zvezo med silo in pomiki težje matematično opisati kot pri jeklu, zato računske metode stabilnosti jeklenih elementov ne moremo uporabiti v armiranobetonskih elementih.

Steber se lahko poruši pri pomiku w_1 , preden je bil dosežen kritični izklon w_a oziroma kritična sila F_{cr} . V tem primeru so bile v najbolj tlačnem delu prereza dosežene tlačne trdnosti betona f_c oziroma natezne trdnosti betona f_{ct} . V tem primeru govorimo o trdnostnem problemu.

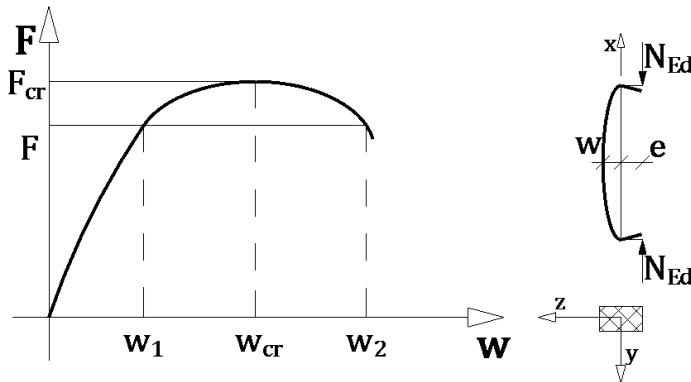


Slika 12.3: Diagrami za naravno trdo jeklo

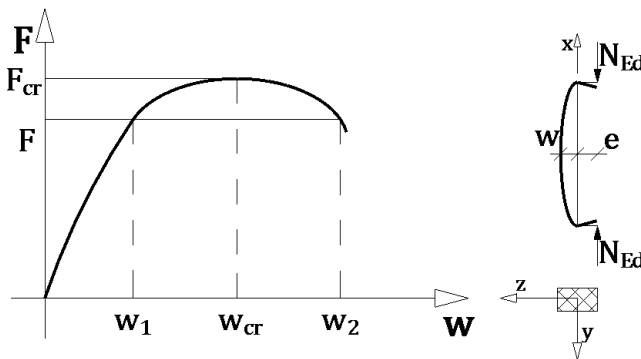
Pri silah $F < F_{cr}$ in pomikih $w < w_{cr}$ je ravnotežno stanje še stabilno, vendar pa pri pomiku w_{cr} in kritični sili F_{cr} postane indiferentno (stabilno-labilno). V tem stanju je plastifikacija prereza že močno napredovala in samo majhno povečanje sile dF ne dopušča več ravnotežja, saj »moment odpora« nosilnosti M_r narašča počasneje kot zunanja obremenitev M_d in palica postane nestabilna. Zato F_{cr} označimo kot kritično silo.

Če želimo z večanjem izklona $w > w_{cr}$ teoretično obdržati stabilno stanje, moramo zmanjšati silo $F < F_{cr}$, kar je razvidno iz Slika 4 ($w_2 \Rightarrow F < F_{cr}$), kar pa označimo kot labilno stanje, saj postane palica z minimalnim povečanjem sile dF labilna. Za sile F

$< F_{cr}$ poznamo dve ravnotežni stanji: pri pomiku w_1 govorimo o stabilnem stanju, pri pomiku w_2 pa o labilnem stanju. Diagram sila–pomik.

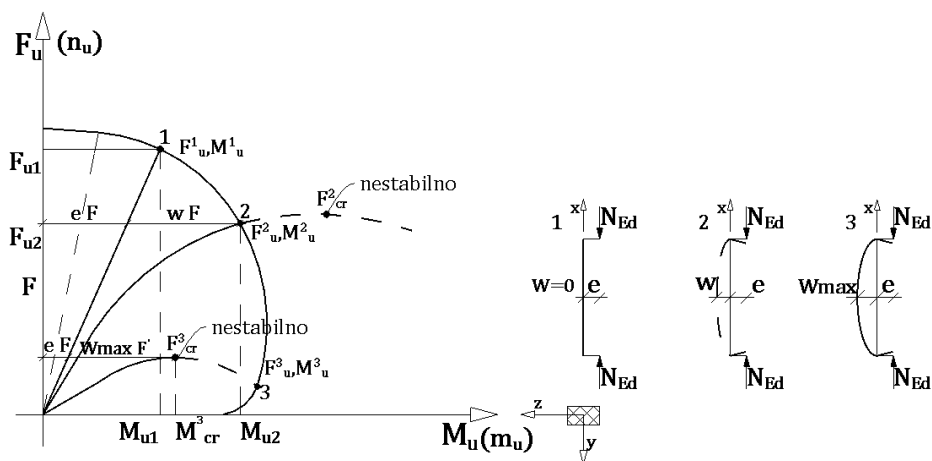


Slika 12.4 predstavlja odvisnost izklona elementa od količine armature.



Slika 12.4: Diagram sila–pomik in prikaz deformacij tlačno obremenjenega elementa

Po Slika 12.5 so možnosti izgube stabilnosti (ravnotežja) prikazane z interakcijskim diagramom M_u, F_u dilatacij ϵ_c in ϵ_s ob pogoju $\epsilon_c \leq 2 \text{ ‰}$.



Slika 12.5: Možnost porušitve oziroma nestabilnosti

Linija 1: diagram M_u, F_u , ko je $w = 0$, $e = \frac{M_u^1}{F_u^1}$ – do porušitve pride po materialu.

Linija 2: diagram M_u, F_u , ko je $w \neq 0$, $e = \frac{M_u^2}{F_u^2}$ – nismo še dosegli kritične sile F_{cr}^2 , torej tudi tu nastopi porušitev po materialu.

Linija 3: diagram M_u, F_u , ko je $e + w'_{max} = \frac{M_{cr}^3}{F_{cr}^3}$ – stabilnost palice dosežena, čeprav trdnosti materiala niso bile dosežene.

Pri zanemarljivih izklonih $w \sim 0$ ne upoštevamo deformacije. Pri momentni obremenitvi $e \cdot F_u^2 = M_u^2$, kar predstavlja teorijo I. reda, bo palica popustila pri sili F_u^1 zaradi porušitve materiala – linija 1. Pri večjih vitkosti, ko se bodo pojavili večji izkloni w , se bo pojavila porušitev pri manjših silah $F_u^2 < F_u^1$, vendar pri večjih upogibnih momentih $M_u^1 < M_u^2$, $(e + w) \cdot F_u^2 = M_u^2$ – črta 2. V tem primeru govorimo o trdnostnem problemu po teoriji II. reda.

Pri nadaljnjem povečanju vitkosti se pomiki w hitro večajo in palica postane nestabilna pri sili $F_{cr}^3 < F_u^2$ in ustreznem momentu M_{cr}^3 , ne da bi bile v materialu dosežene tlačne trdnosti (pri sili F_u^3 in momentu M_u^3) – črta 3. Na Slika 5 je tudi vidno, da so bili v tem primeru doseženi maksimalni izkloni w_{max} .

12.2.2 Vplivi na nosilnost oziroma stabilnost tlačnih armiranobetonskih palic

12.2.2.1 Vpliv razporeditve upogibnih momentov

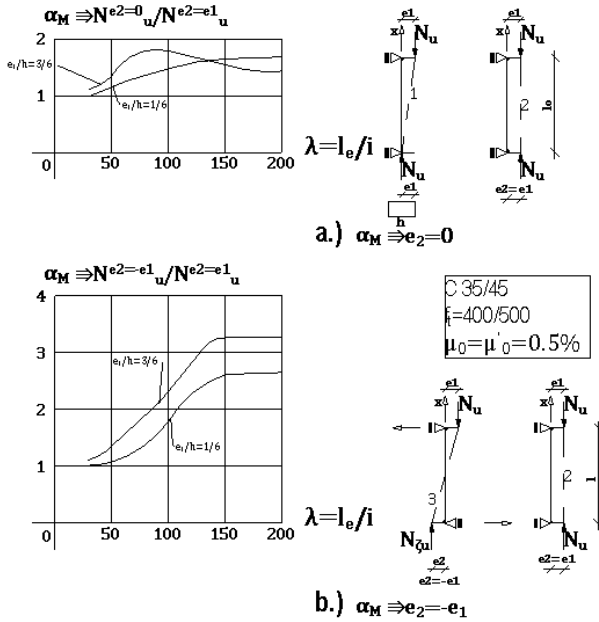
Ločiti moramo med pomičnimi in nepomičnimi konstrukcijami (razloženo v poglavju 4). Za okvirje z nepomičnimi prostimi vozlišči bo efektivni moment (ekscentriteta odločilna za prerez, ki sovпада z maksimalnim pomikom in se ta ne pojavi v vozliščih), kjer so ekstremni upogibni momenti.

Na Slika 12.6 je podano razmerje $\alpha_M = \frac{N_u^{e_2=0}}{N_u^{e_2=e_1}}$ v odvisnosti od vitkosti $\lambda_{y,(z)} = \frac{l_0 y,(z)}{i_{y,(z)}}$ in od razmerja $\frac{e_1}{h}$ ($\frac{1}{2}$; $\frac{1}{6}$). Na Slika 6.b je podano razmerje $\alpha_M = \frac{N_u^{e_1=-e_2}}{N_u^{e_1=e_2}}$ v odvisnosti od vitkosti $\lambda_{y,(z)} = \frac{l_0 y,(z)}{i_{y,(z)}}$ in od razmerja $\frac{e_1}{h}$ ($\frac{1}{2}$; $\frac{1}{6}$).

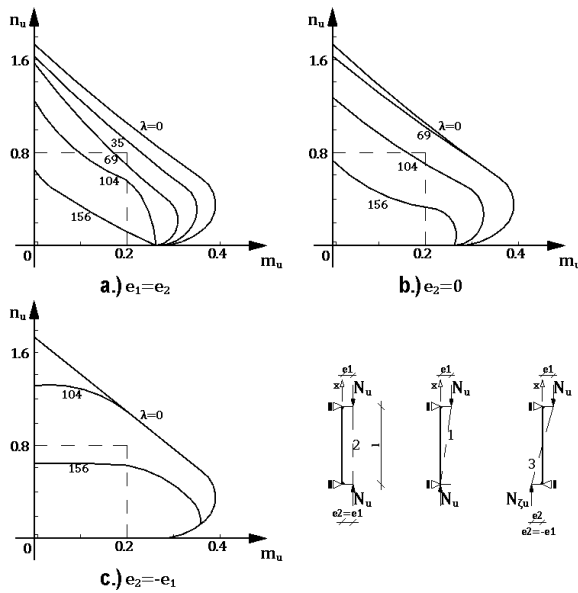
Opazili smo, da imajo stebri s »trikotno« momentno črto (linija 1) večjo stabilnost kot stebri s »pravokotno« in s tem tudi »trapezno« momentno črto (liniji 2, 3) $e_1 \neq e_2$ (Slika 12.6).

Še bolj pa so stebri stabilni, ko se upogibni momenti po vzdolžni osi stebra spreminjajo tudi po predznaku (tlačna obremenitev stebrov v vozliščih je na nasprotnih straneh) (Slika 6b). V tem primeru se stabilnost povečuje z večjo ekscentriteto e_1 , medtem ko v primeru Slika 6a to velja le do vitkosti $\lambda \leq 135$.

Zanimiva bo primerjava nosilnosti oziroma stabilnosti tlačnih palic z nepomičnimi prostimi vozlišči pri različnih oblikah momentne linije in vitkosti. Diagrami so izdelani za normirano osno silo $n_u = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}}$ in normirane upogibne momente $m_u = \frac{M_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd} \cdot h}$; ($A_c = bh$).



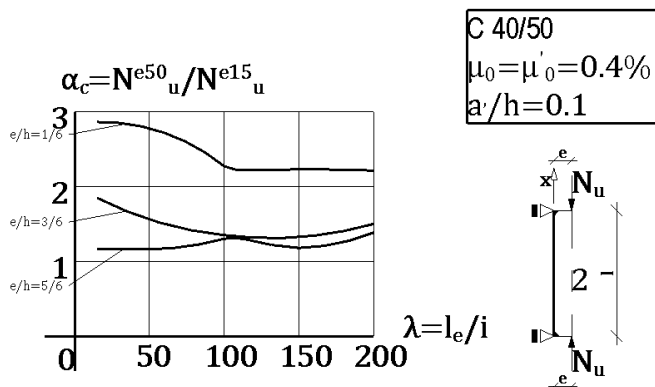
Slika 12.6: Razmerje »nosilnosti« (stabilnosti) palic z nepomično prostimi vozlišči v odvisnosti od poteka momentne črte in vitkosti λ



Slika 12.7: Interakcijski diagrami za normirane »porušne« sile n_u oziroma normirane momente m_u pri različnih obtežbah M vitkosti λ

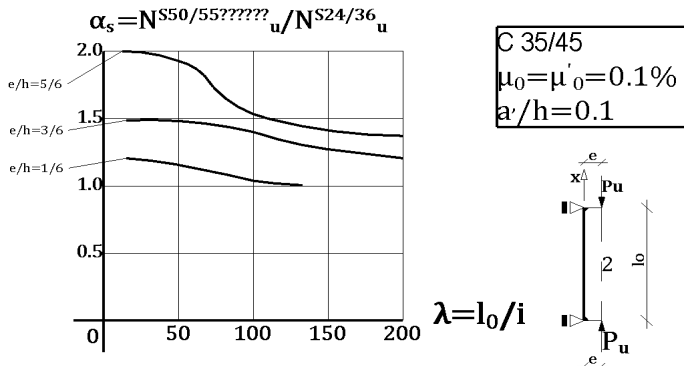
12.2.2.2 Vpliv marke betona in armature

Pri majhni relativni ekscentričnosti $\frac{e}{u}$ je razmerje nosilnosti stebra med višjo in nižjo marko betona visoka. Če pa se relativna ekscentričnost osne sile večja, razmerje nosilnosti stebrov zelo pade.



Slika 12.8: Razmerje α_c nosilnosti stebra, izdelanih iz C50 in C15, v odvisnosti od vitkosti $\lambda_{y,(z)}$ in »ekscentritete« $\frac{e}{h}$

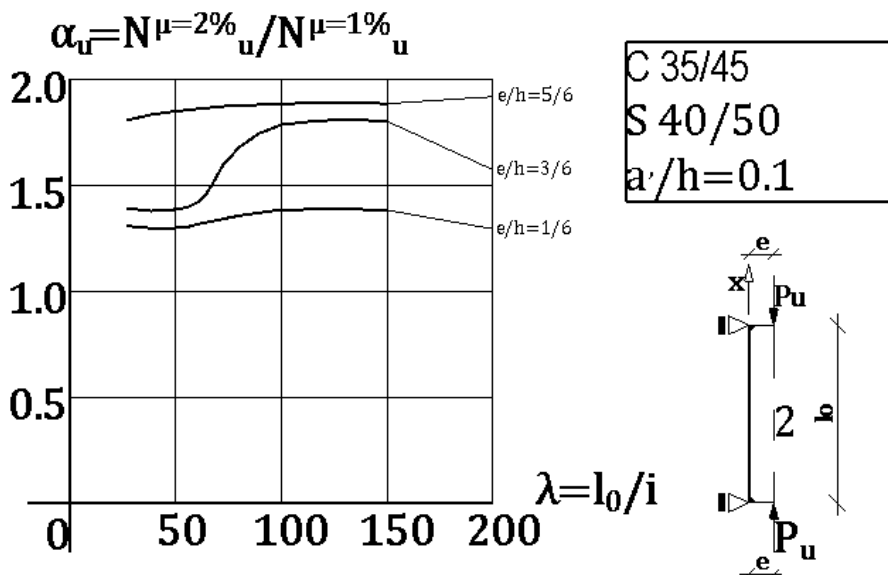
Vpliv armature kaže nasprotno tendenco, saj se razmerje nosilnosti stebra, armiranega z višjo oziroma nižjo kakovostjo, z večjo relativno ekscentričnostjo viša. To razmerje pa se niža z vitkostjo λ (Slika 12.9).



Slika 12.9: Razmerje α_s nosilnosti stebrov, armiranih z armaturo 400/500 in 240/360, v odvisnosti od vitkosti $\lambda_{y,(z)}$ in »ekscentritete« $\frac{e}{h}$

12.2.2.3 Vpliv količnika armiranja $\mu \rightarrow \omega$

Za stebre, grajene iz betona C35/45 in armirane z armaturo S40/50, se razmerje pri višjem količniku armiranja $\mu_0 = \mu_0 = 2\%$ v primerjavi z $\mu_0 = \mu_0 = 1\%$ le malo poveča. To povečanje bo večje pri večji relativni »ekscentriteti« $\frac{e}{h}$ in celo narašča z vitkostjo $\lambda_{y,(z)}$ (Slika 12.10).



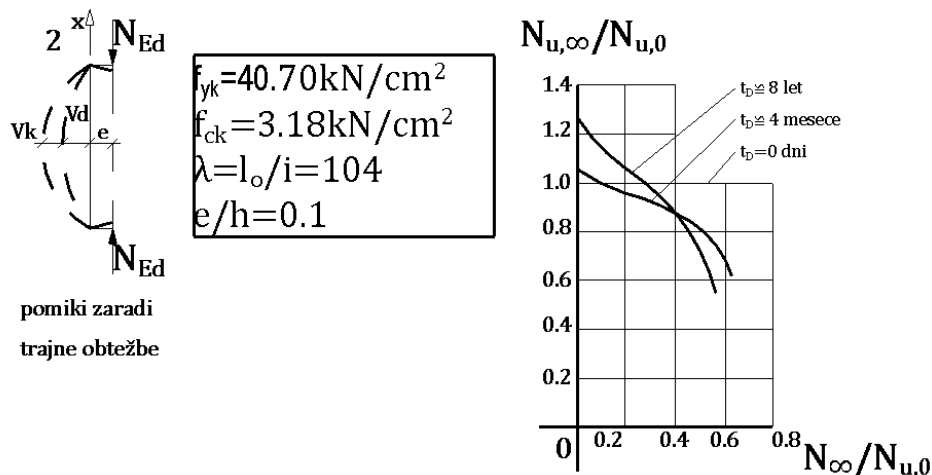
Slika 12.10: Razmerje α_u nosilnosti stebrov, armiranih s simetrično armaturo v količini 2%, in stebrov, armiranih s simetrično armaturo v količini 1%, v odvisnosti od vitkosti $\lambda_{y,(z)}$ in

»ekscentritete« $\frac{e}{h}$

12.2.2.4 Vpliv lezenja betona

Lezenje betona kot posledica trajne obtežbe poveča ekscentričnost in s tem tudi ukrivljenost tlačne palice. Na Slika 12.11 so prikazani rezultati raziskav stebrov vitkosti $\lambda_{y,(z)} = 104$ in relativne ekscentritete $\frac{e}{h} = 0,1$ za različno trajanje obremenitve, to je od 0 dni, 4 mesece do 8 let, in različne vrednosti obtežb: serije s trajno obtežbo 8 let in serije s trajno obtežbo 4 mesece. Na sliki opazimo ugoden vpliv strjevanja betona pri delovanju sile po 8 letih, istočasno pa velik padec nosilnosti v primerjavi s kratkočasovnim delovanjem obtežbe.

Zmanjšanje nosilnosti zaradi trajne obtežbe v primerjavi s kratkotrajno obtežbo je občutno manjše in v odvisnosti z vitkostjo $\lambda_{y,(z)}$ elementa. Z »močnim« armiranjem pa se nosilnost pri trajni obtežbi »manj« zmanjša (Slika 12.11).



Slika 12.11: Primerjave nosilnosti stebrov vitkosti $\lambda_{y,(z)} = 104$ in relativne ekscentritete $\frac{e}{h} = 0,1$ v odvisnosti od trajanja obtežbe in velikosti trajne obtežbe N_{∞} 56 dni starega betona pri obremenitvi z osno obtežbo $N_{u,0}$, $N_{u,0}$

N_{u0} ... nosilnost pri kratkočasovni obtežbi v trenutku obremenitve 56 dni starega betona

$N_{u\infty}$... nosilnost po predhodni trajni obtežbi (8 let, 4 mesece)

N_{∞} ... velikost trajne obtežbe

t_{∞} ... čas trajanja obtežbe

12.2.3 Parametri določevanja sile hitrosti po EC2

12.2.3.1 Neravnost ali imperfekcija tlačnih palic – geometrijska nepopolnost

Po zahtevah EC2 moramo za simetrično armirane tlačne elemente upoštevati vsaj $e_0 = h/30$, pri čemer je h večja stranica prereza, vendar ne manj kot 20 mm.

Nepopolnosti moramo upoštevati pri MSN za stalna in nezgodna projektna stanja, medtem ko pri MSU tega ni treba upoštevati. Odstopanja oziroma nepopolnosti opišemo z nagibom Q_i (v radianih).

$$Q_i = Q_i \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (12.5)$$

$$Q_0 = 1/200 \text{ (v nacionalnem dodatku)} \quad (12.6)$$

$$\frac{2}{3} \leq \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}} \leq 1; \quad l[m] \quad (12.7)$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad (12.8)$$

$$1 \geq \alpha_m \geq 0,7; \quad m = 2 \rightarrow \alpha_m = 0,87$$

Pomen l in m je odvisen od obravnavanega učinka, pri čemer razlikujemo tri primere, kar prikazujejo spodnje slike:

- a) vpliv na izoliran element (zavarovan ali nezavarovan, l dolžina elementa v $[m]$, $m = 1$, Slika 12.12a₁ in a₂);
- b) vpliv na zavarovalni sistem (Slika 12.12b), kjer je $l = \sum l_i =$; $m = 3$; velja za stebre vertikalnih elementov, ki prispevajo k vodoravnim silam, ki delujejo na zavarovalni element (stena ali škatla);
- c) vpliv na etažne ali strešne opore ali nosilce, ki prispevajo k porazdelitvi vodoravnih obtežb (Slika 12.12c₁ in c₂)

Pri »izoliranih« zavarovanih elementih lahko nepopolnosti izrazimo na dva načina:

- a) Kot ekscentričnost e_i :

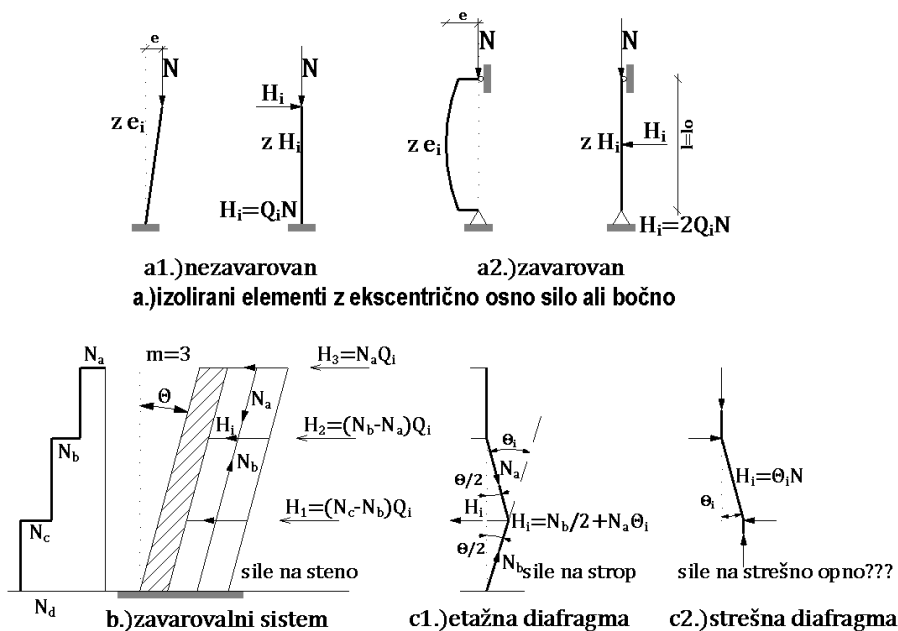
$$e_i = e_a = Q_i \cdot \frac{l_0}{2} \quad (12.9)$$

Pri stenah in izoliranih elementih zavetrno varnih sistemov lahko uporabimo:

$$e_i = \frac{l_0}{400}$$

- b) Kot prečno silo H_i , ki je za zavarovane (izolirane) in zavarovalne elemente ter diafragme stropov različna in jih prikazuje Slika 12.12.

Uporaba ekscentričnosti e_i je primerna pri statično določenih sistemih, medtem ko se prečna obtežba H_i lahko uporabi pri statično določenih in nedoločenih sistemih.

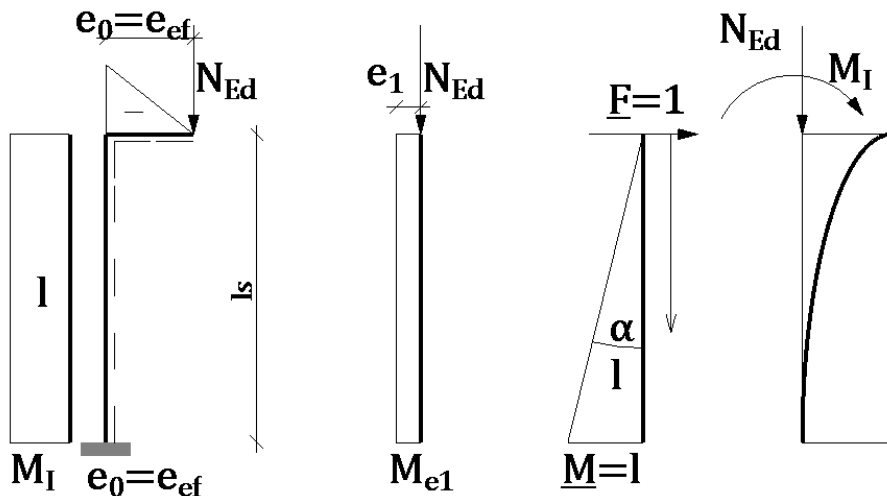


Slika 12.12: Primeri učinkov geometrijskih nepopolnosti

12.2.3.2 Totalna ekscentričnost

Totalna ekscentričnost pri konzolni konstrukciji:

$$e_2 = \frac{M_I}{E I_s} \int_0^l x dx = \frac{M_I \cdot l^2}{2 E I_s}; M_I = N_{ed} \cdot e_0 \tag{12.10}$$



Slika 12.13: Primeri ekscentričnosti zaradi različnih »vzrokov«

$$\mathbf{M_I} = \mathbf{N_{ed}} \cdot \mathbf{e_0}; \mathbf{M_{(e_1)}} = \mathbf{N_{ed}} \cdot \mathbf{e_1}; \mathbf{M_{(e_2)}} = \mathbf{N_{ed}} \cdot \mathbf{e_2} \quad (12.11)$$

$$\text{sestavljajo: } \mathbf{e_0} \neq \frac{\mathbf{M_I}}{\mathbf{N_{ed}}}; \mathbf{e_1} = \theta_i \frac{l_0}{2}; \mathbf{e_2} = \int_x \frac{\mathbf{M \cdot \bar{M}}}{\mathbf{EI}} \mathbf{dx} \quad (12.12)$$

Pri tem pomeni e_0 ekscentričnost od upogibnega momenta, ki pri centričnem tlaku ne obstaja, N_{ed} pa predstavlja projektno vrednost osne sile.

e_1 ... ekscentričnost od neravnosti osi

e_2 ... ekscentričnost zaradi upogibnega momenta M_2 po teoriji II. reda

Za sisteme z nepomičnimi vozlišči upoštevamo tisti upogibni moment, kjer nastopa največji pomik (izklon) in ga predpisi EC2 navajajo z enačbama.

Projektni ekvivalentni upogibni moment:

$$\mathbf{M_{Ed}} = \mathbf{M_{0Ed}} + \mathbf{M_2} \quad (12.13)$$

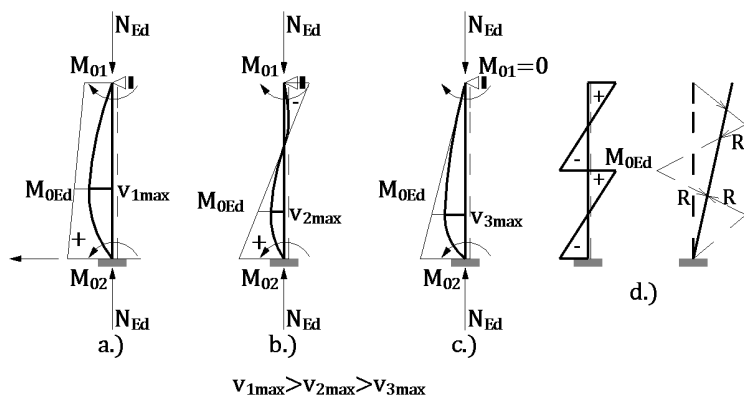
$$\mathbf{M_{0Ed}} = \mathbf{M_{0d}} + \mathbf{N_{Ed}} \cdot \mathbf{e_i} \quad (12.14)$$

Nadomestni upogibni moment po teoriji I. reda:

$$\mathbf{M}_{0E} = \mathbf{0}, 6\mathbf{M}_{02} + \mathbf{0}, 4\mathbf{M}_{01} \geq \mathbf{0}, 4\mathbf{M}_{02} \quad (12.15)$$

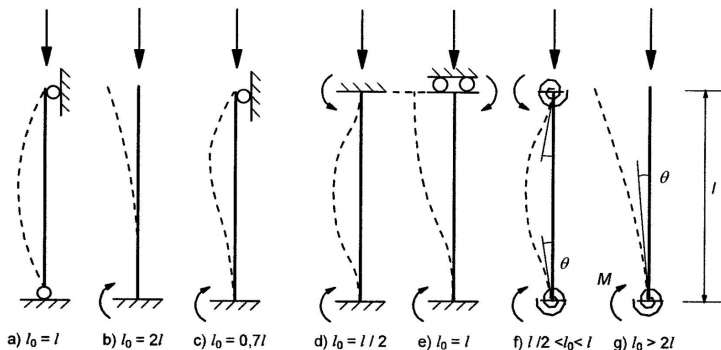
Pri tem sta M_{02} in M_{01} vozliščna upogibna momenta, $|M_{02}| > |M_{01}|$.

Za konstrukcije s pomičnimi prostimi vozlišči pa upoštevamo za ekvivalentni moment vozliščni moment (večjo vrednost vozliščnih momentov na stebri).



Slika 12.14: Primeri ekvivalentnih momentov na nepomičnih stebrih a, b, c in pomičnem stebri d

Podobne relacije prikazuje Slika 12.15, kjer pa ustrezajo primeri b), e) in g) stebrom s pomičnimi vozlišči. Vozlišča so nezasučna.



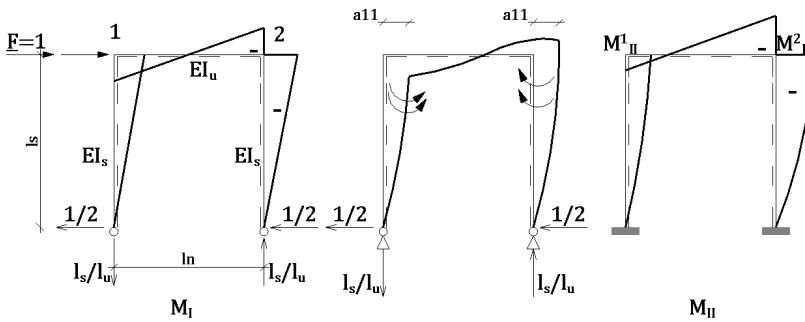
Slika 12.15: Primeri različnih uklonskih oblik in pripadajočih uklonskih dolžin izoliranih elementov [2]

12.2.4 »Pomičnost« konstrukcij

Za določitev uklonskih dolžin stebrov okvirnih konstrukcij in okvirnih konstrukcij z jedri (strižne stene oziroma škatle) moramo ugotoviti pomičnost oziroma nepomičnost teh konstrukcij.

Za okvir po spodnji sliki bo veljala nepomičnost prostih vozlišč, ko bodo upogibni momenti po teoriji I. reda manjši ali kvečjemu enaki 1,1-kratni vrednosti upogibnih momentov po teoriji II. reda.

$$M_{II} \leq 1,1 M_I \quad (12.16)$$



Slika 12.16: Primer določitve upogibnega momenta po teoriji II. reda

Za vozlišče 2 velja:

$$M_{II}^2 = -\frac{l_s}{2} - \frac{l_s}{l_n} \cdot a_{11} = l_s \left(\frac{1}{2} + \frac{a_{11}}{l_n} \right) \begin{matrix} > \\ \leq \end{matrix} 1,1 M_I^2 = 1,1 \frac{l_s}{2} \quad (12.17)$$

Za simetrično okvirno konstrukcijo z jedri in etažnimi ploščami bo nepomičnost konstrukcije, ko lahko zanemarimo učinke II. reda, izpolnjena z enačbo:

$$F_{v,Ed} \leq R_1 \cdot \left(\frac{n_s}{n_s + 1,6} \right) \cdot \frac{\sum E_c \cdot I_c}{L^2} \quad (12.18)$$

Pri tem so:

$F_{v,Ed}$... skupna vertikalna obtežba zavarovanih in zavarovalnih elementov

$$F_{v,Ed} = (g + p) \cdot H \cdot B \cdot n_s + G_{stebrov} + G_{zidov} \quad (12.19)$$

L ... celotna višina objekta, merjena od temeljev

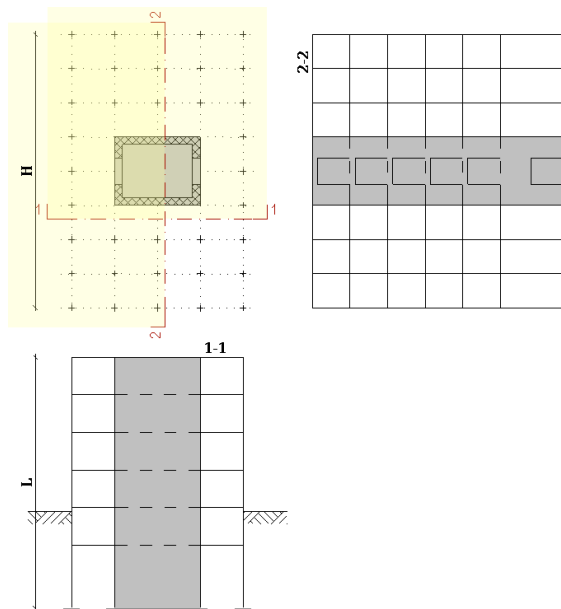
E_{cd} projektna vrednost modula elementa betona

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_c} = \frac{E_{cm}}{1,2} \quad (12.20)$$

γ_c ... priporočena vrednost 1,2

I_c ... vztrajnostni moment nerazpokanih zavarovalnih ($I_{c,y}, I_{c,z}$) elementov

n_s ... število nadstropij



Slika 12.17: Primer večetažne in večladijske konstrukcije s stebri in jedrom

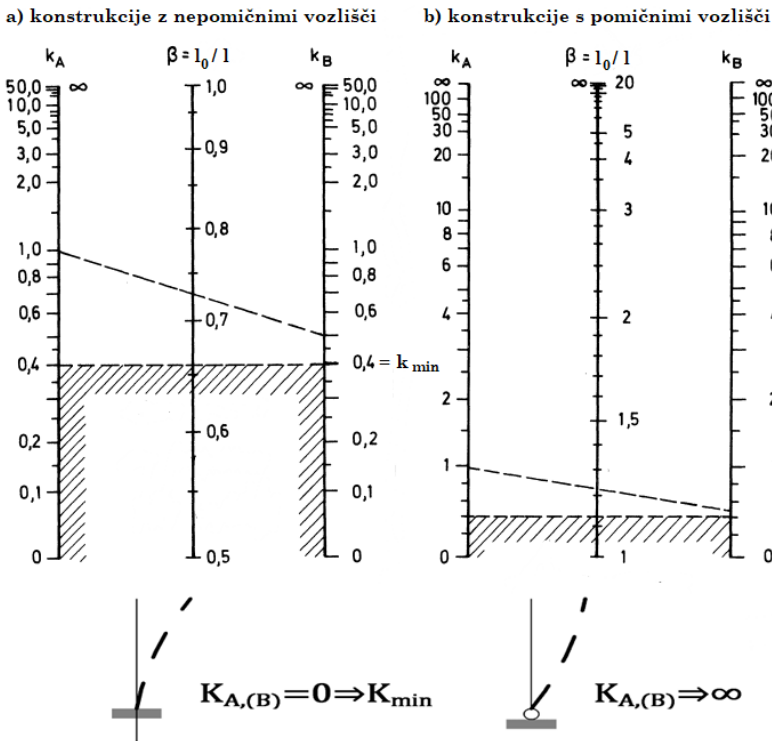
12.2.5 Določitev uklonske dolžine

Ko smo ugotovili pomičnost oziroma nepomičnost konstrukcije, določimo uklonsko dolžono l_0 . Uporabili bomo nomograma za konstrukcije z nepomičnimi in pomičnimi vozlišči, določili zasučne togosti sosednjih vozlišč K_A in K_B ter posledično količnik β .

Uklonsko dolžino izračunamo z enačbo:

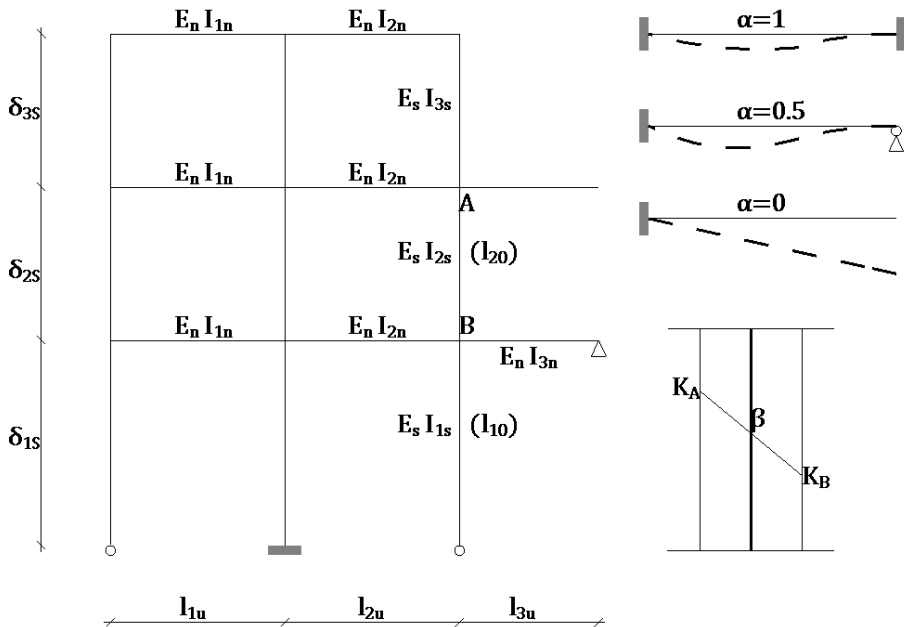
$$\lambda_{y,(z)} = \beta_{y,(z)} \cdot l \tag{12.21}$$

$$K_{A,(B)} = \frac{\sum_j \frac{E_{js} \cdot I_{js}}{I_{js}}}{\sum_i \frac{E_{in} \cdot I_{in} \cdot \alpha_K}{I_{in}}} \tag{12.22}$$



Slika 12.18: Nomograma za določitev uklonskih dolžin stebrov

K_{\min} ... priporočena minimalna vrednost $K_{\min} = 0,4$ (z nižjimi vrednostmi ni priporočljivo).



Slika 12.19: Primer uklonske dolžine okvirne konstrukcije

$$l_{20} = \beta \cdot l_2 \cdot s \quad (12.23)$$

$$K_A = \frac{\frac{E_s \cdot I_{3s}}{I_{3s}} + \frac{E_s \cdot I_{2s}}{I_{2s}}}{\frac{E_n \cdot I_{2n}}{I_{2n}} + 0} \quad (12.24)$$

$$K_B = \frac{\frac{E_s \cdot I_{2s}}{I_{2s}} + \frac{E_s \cdot I_{1s} \cdot 0.5}{I_{1s}}}{\frac{E_n \cdot I_{2n}}{I_{2n}} + \frac{E_n \cdot I_{3n} \cdot 0.5}{I_{3n}}} \quad (12.25)$$

$$l_{10} = \beta \cdot l_1 \cdot s \quad (12.26)$$

$K_A = K_B^{1s2}$; $K_B = \infty \Rightarrow K_B = K_{\min} = 0,4$ za nepomične in pomične konstrukcije

Predpis SIST EN 1992 navaja za zavarovane nepomične elemente in nezavarovane pomične elemente enačbi 5.15 in 5.16, ki pa v tem prispevku ne bosta posebej razloženi.

zavarovani elementi (glej sliko 5.7 (f)):

$$l_0 = 0,5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)} \quad (5.15)$$

nezavarovani elementi (glej sliko 5.7 (g)):

$$l_0 = l \cdot \max \left\{ \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right\} \quad (5.16)$$

kjer so:

k_1, k_2 relativne zasučne podajnosti na konceh 1 in 2

Ko poznamo uklonsko dolžino $l_{0,y(z)}$, lahko izračunamo vitkost tlačne palice $\lambda_{y,(z)}$.

Po enačbi:

$$\lambda_{y,(z)} = \frac{l_{0,y,(z)}}{i_{y,(z)}} = \frac{n_{y,(z)} \cdot l}{i_{y,(z)}} \quad (12.27)$$

Primerjamo jo lahko s tako imenovano limitno vitkostjo.

12.2.6 Limitna (mejna) vitkost

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} \quad (12.28)$$

$$A = \frac{1}{1 + 0,2\varphi_{ef}} \quad (12.29)$$

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(t=\infty)} \frac{M_{SLS}^I}{M_{ULS}^I} \quad (12.30)$$

φ_{ef} ... če ni poznan, lahko upoštevamo $A = 0,7$

Učinek lezenja betona lahko zanemarimo, če je zadoščeno vsem trem pogojem »istočasno«:

$$\varphi_{(t=\infty)} \leq 2$$

$$\lambda \leq 75 \quad (12.31)$$

$$\frac{M_{0Ed}}{N_{Ed}} \geq h$$

h ... stranica prereza v smeri upogiba

$$\bar{\rho} = \bar{\mu} = \bar{\omega} = \frac{f_{yd} \cdot A_s}{f_{cd} \cdot A_c} \quad (12.32)$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} \quad (12.33)$$

ω ... če ni poznan, lahko upoštevamo $B = 1,1$

$$C = 1,7 - r_m \quad (12.34)$$

$$r_m = \frac{M_{01}}{M_{02}} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad (12.35)$$

$$2,7 \leq C \leq 1,7$$

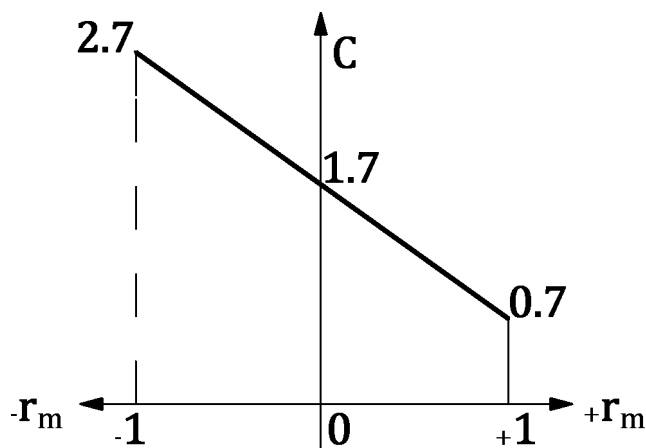
Vpliv izkoriščenosti prereza:

$$n = \frac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot A_c} \quad (12.36)$$

n ... normirana osna sila glede na izkoriščenost prereza

$r_m = 1 \Rightarrow C = 0,7$, zato moramo upoštevati:

- če na zavarovanih elementih izhajajo upogibni momenti po teoriji I. reda od prečne obtežbe in nepopolnosti (imperfekcije) palice;
- za vse pomične sisteme (na nezavarovanih sistemih).



Slika 12.20: Diagram količnika »C«

Če vitkosti $\lambda_{y,(z)}$ presemeta tako imenovani λ_{lim} , moramo upoštevati teorijo II. reda in izračunati končno ekscentričnost e_{tot} in $M_{II} = N_{Ed} \cdot e_{tot}$, sicer pa ni treba upoštevati niti e_a niti e_2 – to sta ekscentričnosti zaradi imperfekcije in upogiba tlačnega elementa, temveč upoštevamo samo e_0 in posledično M_I , za katerega je bil prerez že dimenzioniran.

12.2.7 Določitev ekscentritete zaradi upogiba »e2«

Čeprav je bila ekscentriteta e_2 nakazana z (12.10), se v praksi za poljubne statične sisteme tega načina ne poslužujemo, saj smo v predhodnih prikazih (ekvivalentni moment) ugotovili, da je tak izračun zelo kompleksen.

Zato bomo uporabili metodo analize, ki temelji na nazivni ukrivljenosti tlačne palice.

Splošno metodo (SIST EN 1992 – 5.8.6), ki sloni na nazivni togosti (SIST EN 1992 – 5.8.7), si lahko bralec pridobi v strokovni literaturi.

Metoda, ki temelji na nazivni ukrivljenosti, je predvsem primerna za izolirane elemente s konstantno osno silo in znano uklonsko dolžino l_0 .

Projektni (ekvivalentni) upogibni moment M_{Ed} je bil naveden v (12.13), pri čemer moramo ločiti vrednosti za nepomične in pomične sisteme.

Ker smo M_{Ed} že prikazali z (12.13) in (12.14), moramo še samo določiti upogibni moment M_2 , ki posledično nastane zaradi upogiba (pomika) in ga prikazuje (12.37):

$$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_{e2} = \mathbf{N}_{Ed} \cdot \mathbf{e}_2 \quad (12.37)$$

$$\mathbf{e}_2 = \frac{\mathbf{1}}{r} \cdot l_0^2 \cdot \frac{\mathbf{1}}{c} \quad (12.38)$$

Ukrivljenost tlačne palice:

$$\frac{\mathbf{1}}{r} = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{\mathbf{1}}{r_0} \quad (12.39)$$

Korekcijski faktor, ki je odvisen od normirane osne sile:

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \quad (12.40)$$

n_u ... normirana nosilnost

$$n_u = 1 + \omega \quad (12.41)$$

$$N_u = N_{cu} + N_{su} = f_{cd} \cdot A_c + f_{yd} \cdot A_s = f_{cd} \cdot A_c \left(1 + \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \frac{A_s}{A_c} \right)$$

$$n_u = \frac{N_u}{A_c \cdot f_{cd}} = 1 + \omega$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (12.42)$$

n_u ... normirana osna sila

n_{bal} ... vrednost normirane osne sile na mestu največje »upogibne« odpornosti, ko tlačne napetosti za pravokotni presek ne presegajo $0,4f_{cd}$ in se jo zato lahko upošteva z vrednostjo 0,4

$$e_{bal} = \left(\frac{M_{bal}}{N_{bal}} = \frac{0,4f_{cd} \cdot I_{II}}{x_{II} \cdot N_{bal}} \right) \rightarrow N_{bal} = \frac{0,4f_{cd} \cdot I_{II}}{x_{II} \cdot \theta_{bal}}$$

$$n_{bal} = \frac{N_{bal}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{0,4f_{cd} \cdot I_{II}}{x_{II} \cdot e_{tot} \cdot A_c \cdot f_{cd}} \rightarrow 0,4$$

$$n_{bal} = 0,4 \quad (12.43)$$

Korekcijski faktor, ki je odvisen od lezenja betona:

$$K_\varphi = 1 + \beta \cdot \varphi_{ef} \geq 1 \quad 12,35 \quad (12.44)$$

φ_{ef} – glej (12.30)

$$\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150} \quad 12,36 \quad (12.45)$$

Preglednica 12.1: Vrednosti vitkosti v odvisnosti od tlačne trdnosti betona

λ	20	30	40	50	60	70	80	85
f_{ck}				$\Leftarrow 3 \Rightarrow$				
25	0,34	0,27	0,21	0,14	0,08	0		
30	0,37	0,30	0,23	0,17	0,10	0,03	0	
40	0,42	0,35	0,28	0,22	0,15	0,08	0,08	0
50	0,47	0,40	0,33	0,27	0,20	0,13	0,06	0

$\beta = 0$, ko je: $f_{ck} = 25$; $\lambda = 70$

$f_{ck} = 30$; $\lambda = 75$

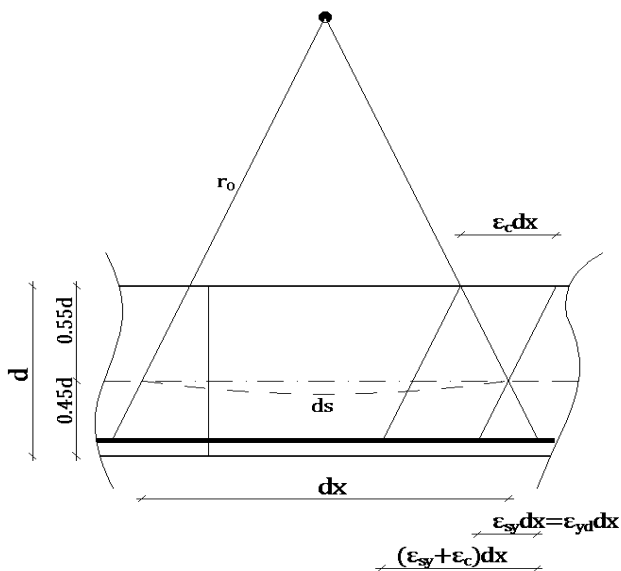
$f_{ck} = 40$; $\lambda = 80$ in $K_\varphi = 1$

$f_{ck} = 50$; $\lambda = 90$

Osnovna ukrivljenost:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45 \cdot d} \quad (12.46)$$

ε_{yd} ... specifična dilatacija tegnjene armature pri napetosti f_{yd}
 d ... statična višina prereza



Slika 12.21: Dokaz ukrivljenosti $\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45 \cdot d}$

Dokaz:

$$\frac{dx}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd} \cdot dx}{0,45 \cdot d} = \frac{(\varepsilon_{cd} + \varepsilon_{yd}) \cdot dx}{d}$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45 \cdot d}$$

12.2.8 Izračun momenta M_{II} in popravek rezultatov, dobljenih po teoriji I. reda

Ko smo izračunali e_2 , lahko v prerezu največjega izklona (upogiba) izračunamo totalno ekscentriteto e_{tot} in M_{II} .

$$\mathbf{e}_{tot} = \mathbf{e}_{0ef} + \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \quad (12.47)$$

e_{0ef} ... maksimalna ekscentriteta \Rightarrow ustrezen M_{0eEd}

$$\mathbf{M}_{Ed} = \mathbf{M}_{II} = \mathbf{N}_{Ed} \cdot \mathbf{e}_{tot} \quad (12.48)$$

$$\mathbf{M}_{Ed} = \mathbf{N}_{Ed} \cdot (\mathbf{e}_{0ef} + \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) > 1,1 \mathbf{M}_I; \mathbf{M}_I = \mathbf{N}_{Ed} \cdot \mathbf{e}_0 \quad (12.49)$$

Če smo za dimenzioniranje po teoriji I. reda določili prerez armature in ustrezne dilatacije v prerezu M_{max} , ki nastopi pri okvirnih konstrukcijah v vozliščih stika stebrov z nosilcem, moramo izvršiti korekcijo po naslednjem postopku (uporabili bomo nomograme za RA 400/500 ter simetrično tlačno in natezno armaturo za enoosni upogib $a/d = 0,07$):

$$n_u^I = n_u^{II} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = -1,3 \quad (\text{Slika 12.22})$$

$$m_u^I = \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{A_c \cdot f_{cd} \cdot d} = 0,3 \rightarrow \bar{\mu}_0 = 1,025 \rightarrow A_s = A'_s = \frac{1,05}{2} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot A_c$$

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{-3,5}{0,1}$$

$$m_u^{II} = \frac{M_{II}}{A_c \cdot f_{cd} \cdot d} = 0,36 \rightarrow \bar{\mu}_0 = 1,2 \rightarrow A_s = A'_s = \frac{1,2}{2} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot A_c$$

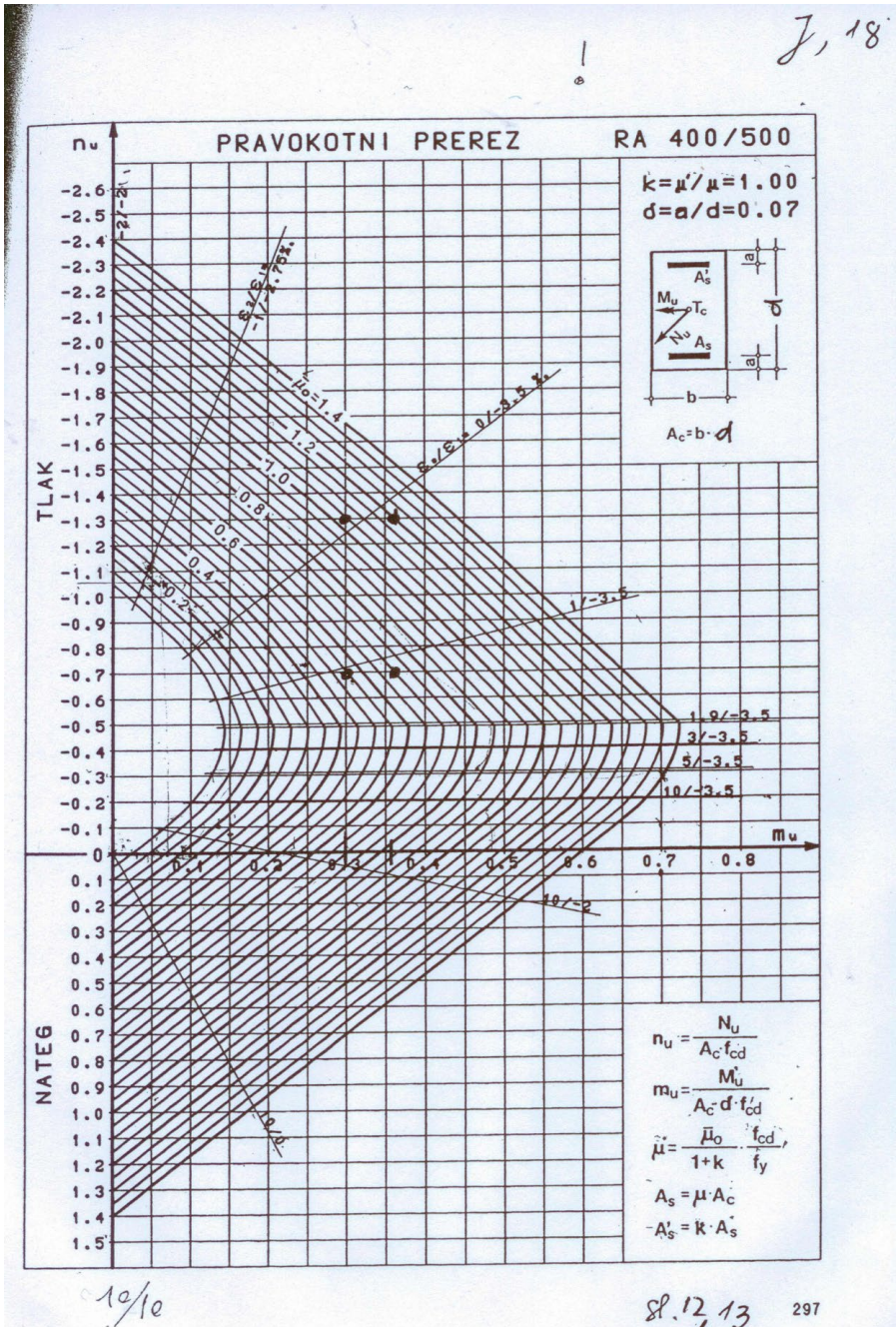
Izčrpan beton, $A_c = b \cdot d$

$$n_u = -0,7 \quad (\text{Slika 12.22})$$

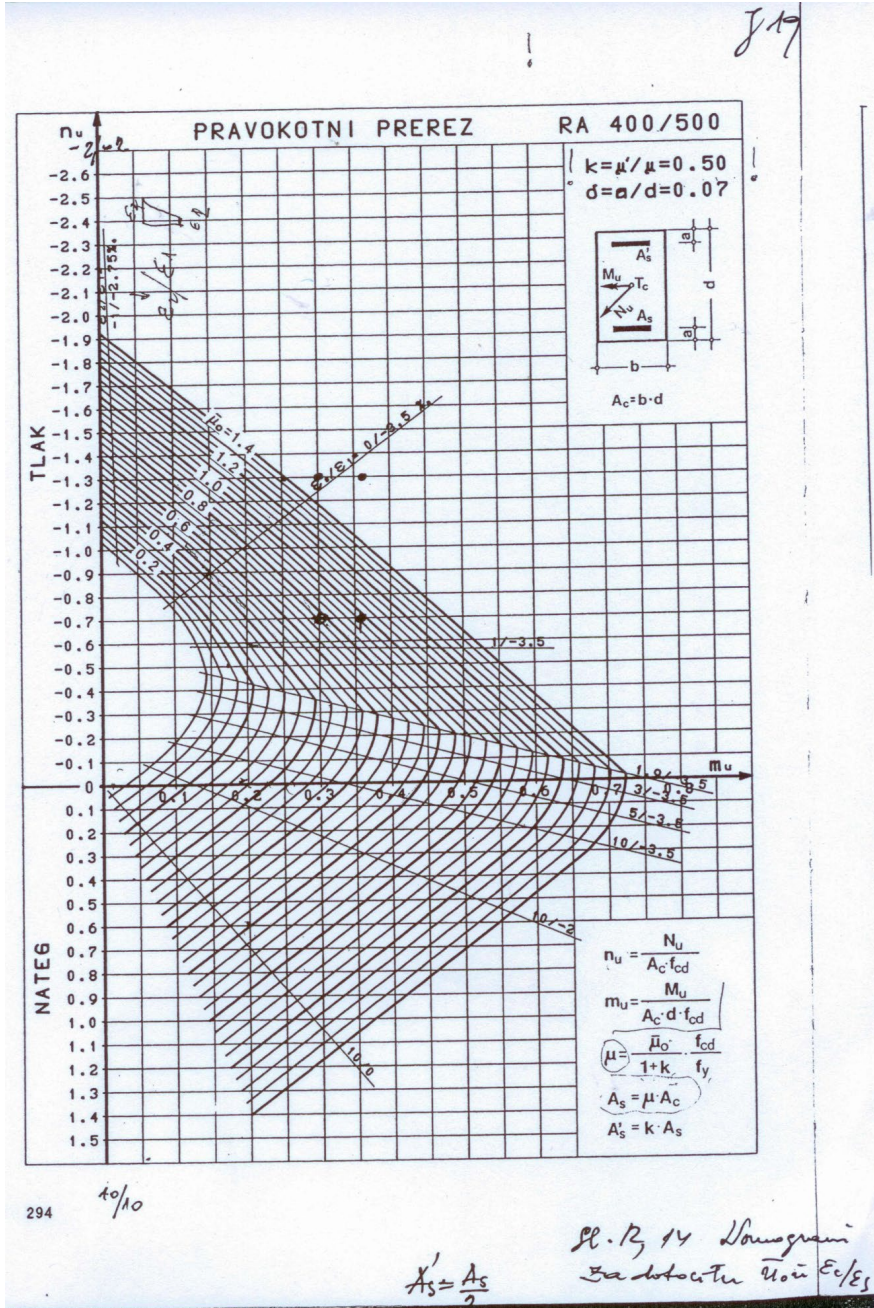
$$m_u^I = 0,3 \rightarrow \bar{\mu}_0 = 0,55 \rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{-3,5}{1,1}$$

$$m_u^{II} = 0,36 \rightarrow \bar{\mu}_0 = 0,7 \rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{-3,5}{1,2}$$

Za nesimetrično armirani presek $A'_s = \frac{A_s}{2}$ pa opazimo, da je sečišče med $n_u = -1,3$ in $m_u^I = 0,3$ izven območja, ki jo omejuje $\bar{\mu}_{0max}$, kar pomeni, da smo »na nevarni strani« in je treba povečati betonski prerez ali povišati tlačno trdnost betona (Slika 12.23).



Slika 12.22: Nomogrami za določitev $\bar{\mu}_0$ in $\frac{\epsilon_c}{\epsilon_s}$; $A_s = A_s'$



Slika 12.23: Nomogrami za določitev μ_0 in $\frac{\epsilon_c}{\epsilon_s}$; $A_s' = \frac{A_s}{2}$

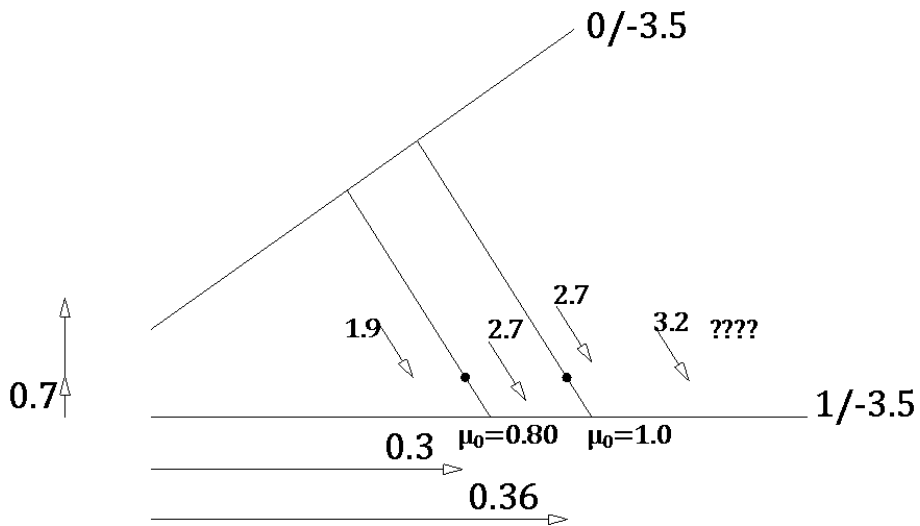
Za:

$$n_u = -0,7$$

$$m_u^I = 0,3 \rightarrow \bar{\mu}_0 = 0,75 \rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{-3,5}{0,7}$$

$$m_u^{II} = 0,36 \rightarrow \bar{\mu}_0 = 0,97 \rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{-3,5}{0,72}$$

$$A_s = \frac{\bar{\mu}_0}{1 + 0,5} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot A_c; A'_s = K \cdot A_s; K = 1/2$$



13 Vzvoj ali torzija armiranobetonskih nosilcev (tx, txu, txd)

13.1 Uvod – »trdnost«

V nauku o trdnosti smo spoznali eksaktna izvajanja samo za torzijo okroglih prerezov. Zaradi popolne simetrije ostanejo taki prerezi tudi po deformaciji ravni. Za neokrogle prereze pa smo morali poseči po približnih obrazcih, saj se ti prvotno ravni prerezi po deformaciji vitoperijo. Zaradi tega maksimalne strižne napetosti ne nastopijo v najbolj oddaljeni točki prereza (vogalu), temveč v točki, ki je najbližja težišču (faza I armiranobetonske konstrukcije).

Pri torziji se prerez zaradi različnih vzdolžnih specifičnih deformacij vitoperi. Predpostavljamo, da vitoperjenje ni ovirano. Govorimo o tako imenovani St. Venantovi torziji ali neovirani torziji. Oviranje vitoperjenja povzroča dodatne vzdolžne normalne napetosti σ_x , ki pa zaradi razpok v betonu (faza II) močno padejo in ne vplivajo bistveno na varnost konstrukcije.

V masivnih konstrukcijah je ovirana torzija pogosta, zato jo bomo upoštevali z ustreznim armiranjem.

»Torzijsko« armaturo bomo določili ob predpostavki, da beton ne prenaša natezних napetosti. Te napetosti pa lahko prenaša armatura, ki ima zadostne trdnosti. Dejanske in projektne obremenitve bo, kot pri strigu, prevzela armatura šele po nastanku razpok.

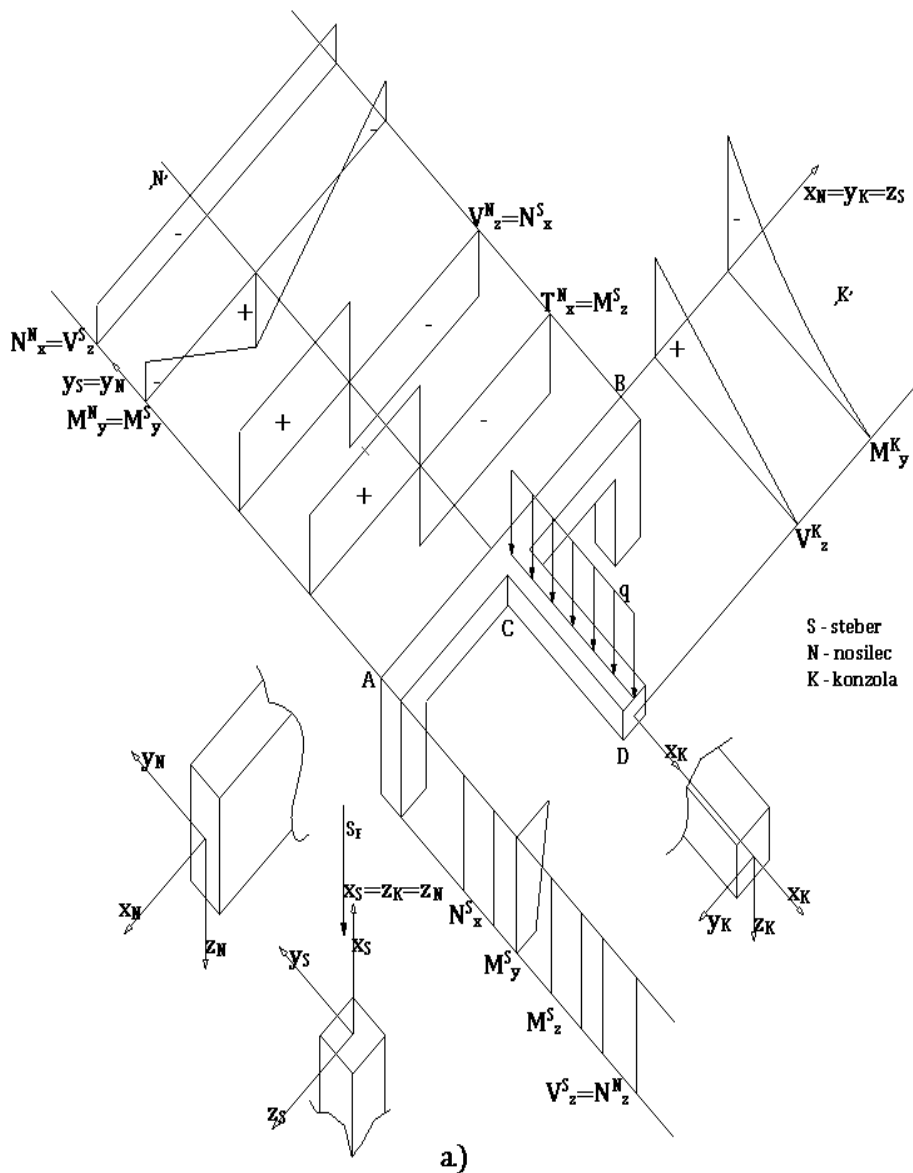
Potrebna varnost bo dosežena, ko bodo zaradi projektne obremenitve v fazi II ($T_d = \sum \gamma_i \cdot T_{xi}$):

- natezne napetosti v armaturi nižje ali kvečjemu enake projektni meji plastičnosti f_{yd} ;
- tlačne napetosti v betonu nižje ali kvečjemu enake projektni trdnosti betona f_{cd} , ki pa jih moramo še dodatno zmanjšati s faktorjem ν , ker se ob »tlačnih diagonalah« pojavijo še dodatne (stranske) napetosti.

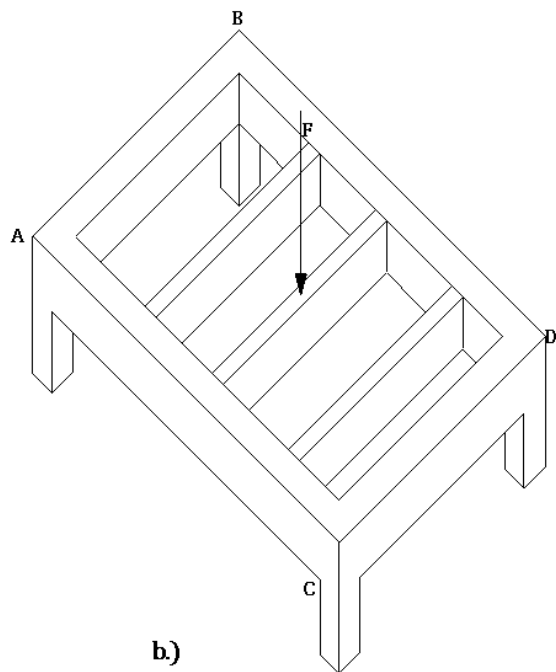
Pri znatni torzijski obremenitvi moramo še dokazati deformacije, ker togost $(G \cdot I_T)_I$ zaradi razpok močno pade $(G \cdot I_T)_{II}$.

Čista torzijska obremenitev, brez prisotnosti upogibnih momentov, prečnih in osnih sil, v gradbeni praksi redko nastopa. V tem poglavju bo kot taka obravnavana, vendar napetostno in deformacijsko stanje lahko dovolj natančno upoštevamo v kombinaciji z drugimi obremenitvami.

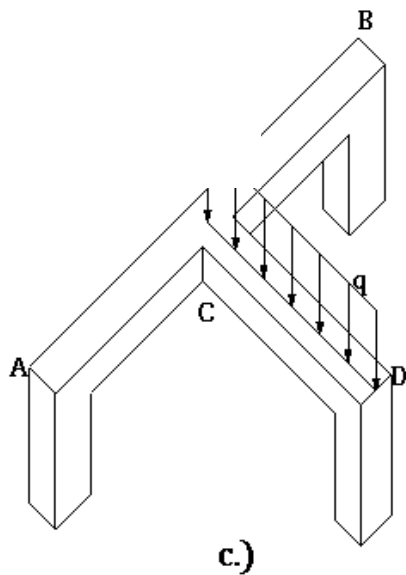
Za boljše razumevanje tega problema so na Slika 13.1 prikazane vse možne obremenitve, ki se pojavijo na konzoli, nosilcu in stebrih zaradi enolične obtežbe q na konzoli, na Slika 13.2 in Slika 13.3 pa je le omenjeno, v katerih prečkih se pojavi torzijska obremenitev.



Slika 13.1: Obremenitve v nosilcu, konzoli in stebru zaradi obtežbe q



Slika 13.2: Torzija v elementih A-C in B-D



Slika 13.3: Torzija v elementu A-B

13.2 Glavne napetosti homogenega prereza pri »čisti« torziji

13.2.1 Faza I – nerazpokan prerez – St. Venantova torzija

$$\{F\}^T = \{0, 0, 0, T_x, 0, 0\}^T$$

Samo pri dvojno simetričnih prerezih sovpada težišče s strižnim središčem. Pri vseh ostalih obtežbah je treba določiti strižno središče, za katero določimo torzijski moment.

Strižne napetosti, deformacije in torzijske zasuke za fazo I izračunamo s pomočjo znanih enačb, po elastični teoriji, podani v nauku o trdnosti.

$$\tau_{ij} = \frac{T_x}{W_t} \quad (13.1)$$

$$\frac{d\varphi_x}{dx} = \frac{T_x}{G \cdot J_t} \quad (13.2)$$

$$\varphi_x = \int_S \frac{T_x \cdot \bar{T}_x}{G \cdot J_t}$$

Vrednosti za strižne napetosti »torzijskih odpornostnih in vztrajnostnih momentov« so podane v Preglednica 13.1.

Potek strižnih napetosti za različne prereze je prikazan na Slika 13.4. Pri polnem pravokotnem prerezu se maksimalne strižne napetosti pojavijo v sredini daljše stranice.

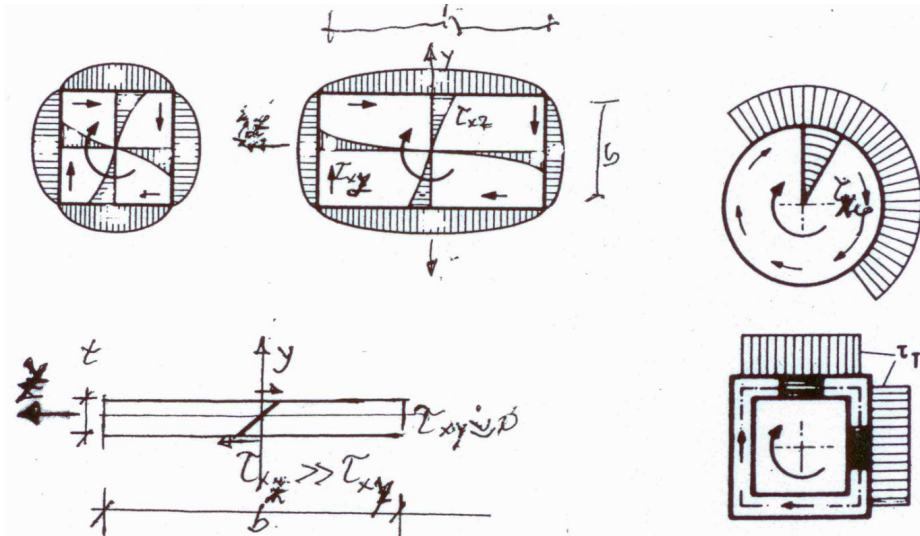
Pri votlem prerezu pa v najtanjši steni. Te izračunamo s pomočjo I. Bredtove formule.

Torzijski vztrajnostni moment J_t pa izračunamo s pomočjo II. Bredtove formule. I. in II. Bredtova formula odgovarjata za II. fazo – fazo razpok.

$$\tau_T^{max} = \frac{T_x}{2 \cdot A_K \cdot t_{min}} - \text{I. Bredtova formula} \quad (13.3)$$

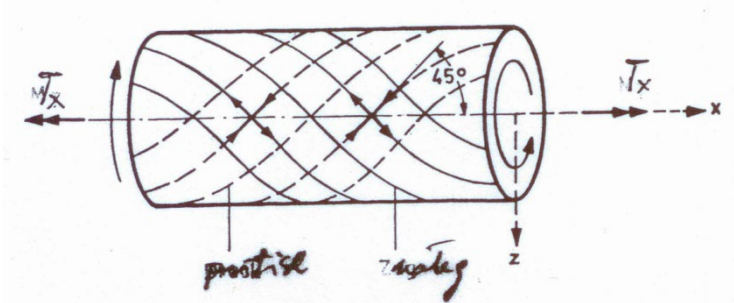
$$J_T = \frac{4 \cdot A_K^2}{\oint \frac{ds}{t}} - \text{II. Bredtova formula} \quad (13.4)$$

A_K ... prerez nosilca znotraj sredinske črte stene



Slika 13.4: Potek torzijskih strižnih napetosti $\tau_{i,j}$ za posamezne prereze: kvadrat, pravokotnik, krog, tanki pravokotnik in votli prerez [5]

Glavne tlačne in natezne napetosti, ki se pojavijo v novih ravninah π_1 in π_2 kot posledica strižnih napetosti, prikazuje spodnja slika.



Slika 13.5: Glavne napetosti σ_1 in σ_2 krožnega prereza [5]

Za tanki pravokotni prerez, ko je $d \gg b \equiv t$, so vrednosti za W_t in J_t naslednje:

$$J_T = \frac{1}{3} t^3 \cdot d$$

$$W_T = \frac{1}{3} t^2 \cdot d$$

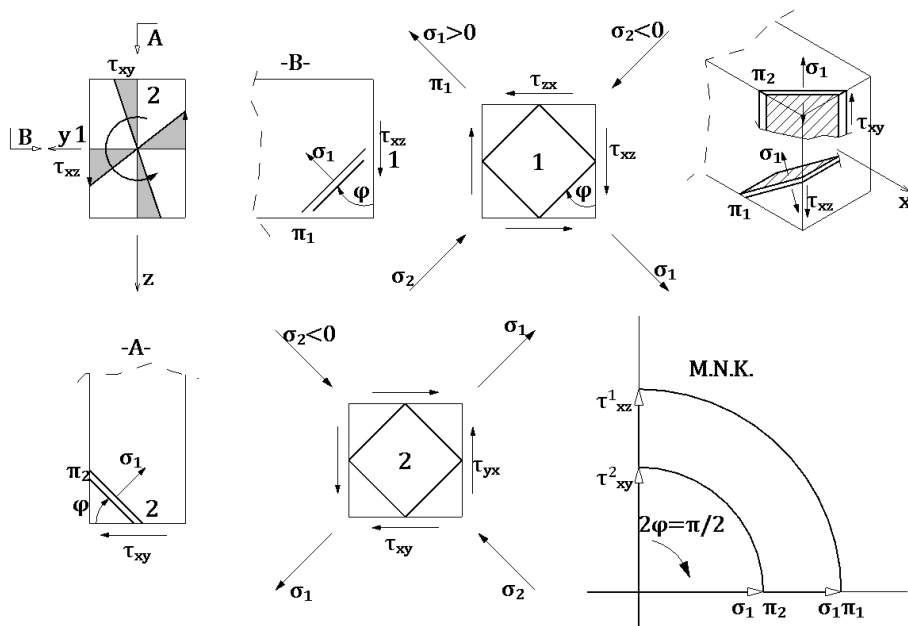
To ustreza količnikoma α in β za razmerje $d/b = \infty$.

$$\tau_{xz} = \tau_T$$

Preglednica 13.1: Strižne napetosti τ_{xz} in τ_T ter torzijski vztrajnostni moment $J_x \equiv J_T$ za nekatere homogene prereze po elastični teoriji – I. faza [5]

Prečni prerez	$\max \tau_T = \frac{T_x}{W_T}$	J_T							
	$\frac{16}{\pi} \frac{T_x}{d^3}$	$\frac{\pi}{32} d^4$							
	$\frac{16}{\pi} \frac{d}{d^4 - d_1^4} T_x$	$\frac{\pi}{32} (d^4 - d_1^4)$							
	$\sim \frac{2}{\pi} \frac{T_x}{t dk^2}$	$\sim \frac{\pi t dk^3}{4}$							
	$\frac{16}{\pi} \frac{T_x}{a \cdot b^2}$	$\frac{\pi}{16} \frac{a^3 \cdot b^3}{a^2 + b^2}$							
	$4,81 \frac{T_x}{a^3}$	$0,141 a^4$							
	$\beta \frac{T_x}{b^2 d}$	$\alpha b^3 d$							
	d/b	1,5	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0	∞
	α	0,196	0,229	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333
β	4,33	4,07	3,74	3,55	3,35	3,30	3,25	3,00	
	<u>Bredtove enačbe</u>								
	(splošni) votli prerez $\frac{T_x}{2 A_k \cdot \min t}$	II. B. e. $\frac{4 \cdot A_k^2}{\sum \frac{s_i}{t_i}}$							
	<u>pravokotni votli prerez</u>								
	I. B. e. $\frac{T_x}{2 b_k \cdot d_k \cdot \min t}$	$\frac{4 \cdot b_k \cdot d_k}{2 + \frac{1}{d_k \cdot t_2} + \frac{1}{d_k \cdot t_3}}$							
	$\sim 5,32 \frac{T_x}{d^3}$	$0,133 d^4$							
	$\sim 5,41 \frac{T_x}{d^3}$	$0,130 d^4$							

Analizirajmo napetostno stanje pri čisti torziji T_x v pravokotnem prerezu v točki 1 ($\tau_{xz} = \tau_{max}$) in točki 2 ($\tau_{xy} < \tau_{xz}$) ter določimo natezne (normalne) napetosti σ_1 v pripadajočih ravninah π_1 in π_2 .



Slika 13.6: Strižne in glavne natezne napetosti torzijsko obremenjenega pravokotnega prereza v točkah 1 in 2

S pomočjo Möhrovega napetostnega kroga ali s pomočjo (13.5) ugotovimo, da se pojavijo glavne natezne napetosti v ravninah pod kotom 45° v primerjavi z osjo nosilca in so enake ustreznim strižnim napetostim ($\sigma_1^{\pi_1} = \tau_{xz}$; $\sigma_1^{\pi_2} = \tau_{xy}$).

$$\sigma_{1,2} = \pm \sqrt{\tau_T^2} = \pm \tau_T \quad (13.5)$$

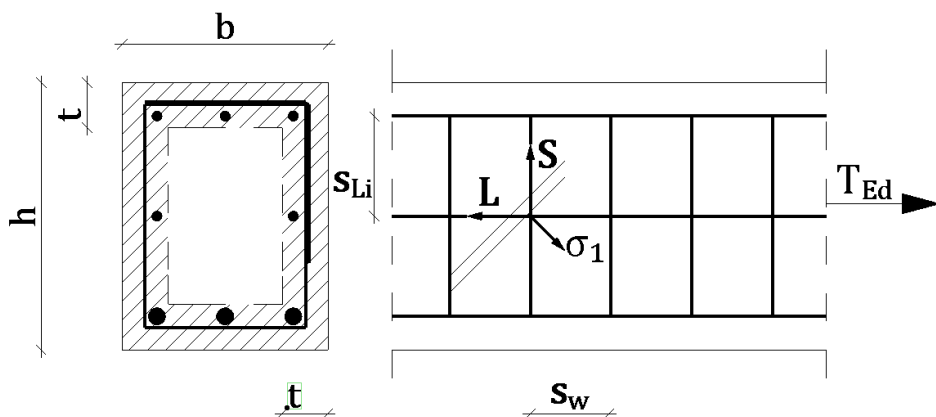
$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{2\tau_i}{0} \rightarrow \varphi = 45^\circ$$

Glavne natezne napetosti σ_1 so največje na robovih, prerezi proti strižnemu središču pa se manjšajo. Zato bo na tem mestu, ravninah π_1 in π_2 , beton najprej počil. Zaradi tega bomo morali glavne natezne napetosti prevzeti z armaturo po obodu prereza.

Po nastanku razpok in prevzemu nateznih napetosti preidemo v II. fazo – podobno kot pri upogibu in strigu zaradi prečnih sil.

13.2.2 Faza IIa

Armiranje lahko izvršimo s spiralno armaturo, ki pa nosi samo v »smeri navitja«. V primeru spremembe predznaka torzijskega momenta ta spirala ne nosi nič. Zato ojačamo nosilec s tako imenovano ortogonalno armaturo, ki jo tvorijo stremena, in vzdolžno armaturo, nameščeno po obodu nosilca. Stremena se preklaplajo po krajši stranici pravokotnega prereza.



Slika 13.7: Ortogonalna armatura torzijsko obremenjenega nosilca pravokotnega prereza

Preiskave so dokazale, da z nastopom razpok ($\varphi = 45$ oziroma $\varphi = 135^\circ$) in ustreznim armiranjem po obodu prereza pri nosilnosti sodeluje le tanka stena betona z debelino t .

Votli in polni kvadratni prerez, oba enako armirana z vzdolžno in prečno (stremensko) armaturo, se podobno obnašata, saj so se torzijski zasuki φ_x pri različnih torzijskih momentih T_x nebstveno razlikovali. To tudi velja za pravokotne prereze, katerih prerez $h \times b$ je konstanten, čeprav je razmerje h/b različno.

Po predpisih SIST EN 1992 efektivno debelino stene t_{ef} izračunamo po (13.6).

$$2c \leq t_{ef} \leq \frac{A}{u} \tag{13.6}$$

t_{ef} ... efektivna debelina stene

c ... oddaljenost težišča vzdolžne torzijske armature do roba prereza

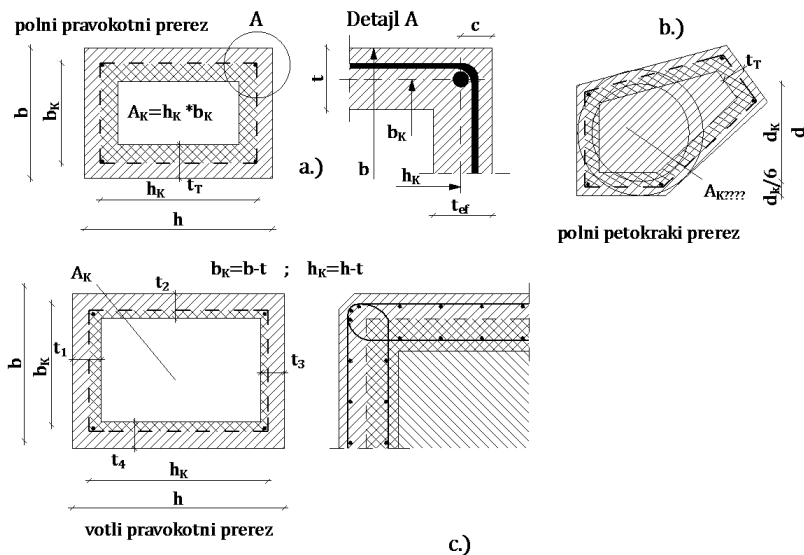
A ... celotni prerez znotraj zunanjšega oboda, upoštevajoč tudi morebitni notranji votli del

u ... zunanji obod prečnega prereza

Na Slika 13.8 so prikazani ustrezni votli prerezi polnega pravokotnega in peterokotnega nosilca ter votlega (škatlastega) prereza z različnimi debelinami sten t_i .

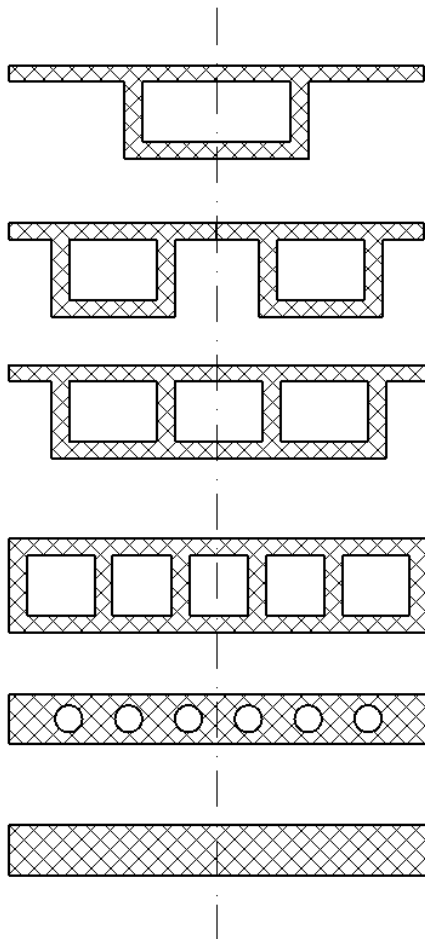
Na Slika 13.9 so prikazani škatlasti prerezi mostnih konstrukcij, ki so lahko tudi obremenjeni z »ekscentrično« koristno obtežbo.

Slika 13.10 pa prikazuje prečni prerez mostu s komentarjem.

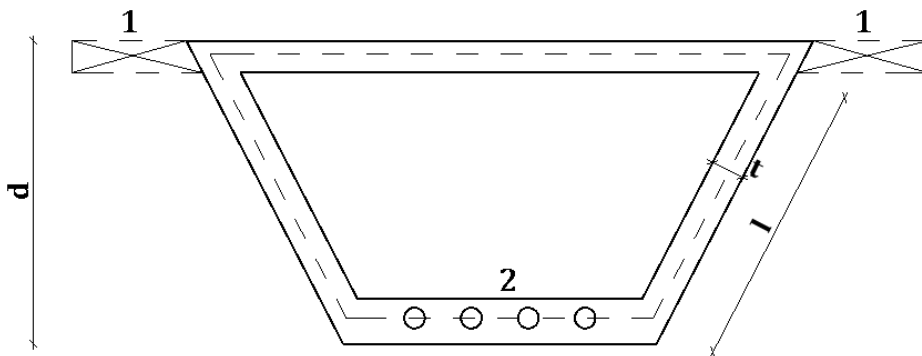


Slika 13.8: Primeri polnih pravokotnikov in peterokotnika ter votlega prereza [5]

Zaradi dobre distribucije strižnih napetosti po »votlem« prerezju (velika torzijska vztrajnost GJ_t) jih pogosto uporabljamo pri gradnji mostov, kjer zaradi nesimetrične prečnične obtežbe nastane torzijska obremenitev.



Slika 13.9: Primeri prečnih prerezov konstrukcij mostov



Slika 13.10: Škatlasti prečni prerez mostu

Delež torzijske togosti presekov 1 je v primerjavi s torzijsko togostjo preseka »škatle« 2 na zgornji sliki neznamenit in se ga v praksi lahko zanemari.

13.2.3 Analiza možnih »predalčij« v vertikalnih in horizontalnih ravninah

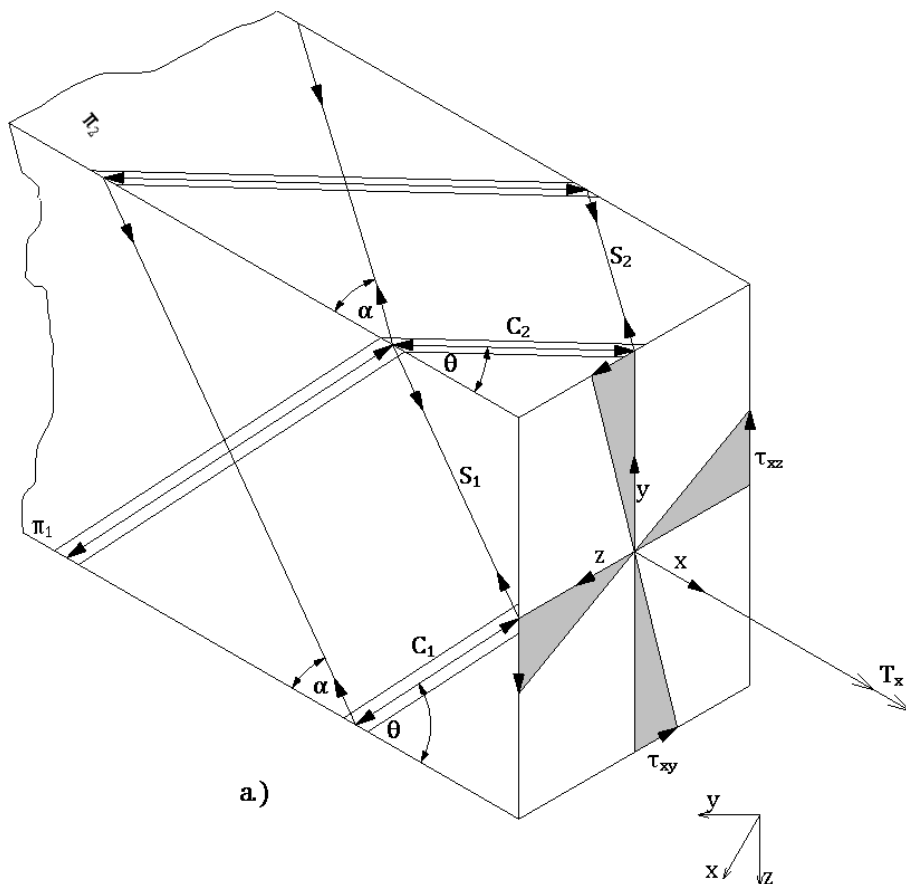
Pri čisti torziji se podobno kot pri strigu zaradi prečnih sil tvori »predalčna konstrukcija«. V smeri trajektorij nateznih napetosti namestimo oziroma položimo armaturo, ki je sposobna te napetosti prevzeti, v smeri tlačnih napetosti pa upoštevamo nosilnost betona s tako imenovanimi tlačnimi palicami (princip nateznih vezi in tlačnih palic – ties and struts).

Možne oblike predalčja so različne. Rüsche je predlagal statično nedoločeno predalčje (Slika 13.11), ki je za prakso manj primerno in se danes poslužujemo Mörschevega paličja, ki je statično določeno (Slika 13.12 in Slika 13.13). Natezne palice so podane z eno črto, tlačne pa so »odebeljene«. Analizirajmo razmere v točki 1 Mörscheve rešetke z diagonalami pod kotom α in Mörscheve rešetke z diagonalami pod kotom $\alpha = 90^\circ$.

Naklon tlačnih diagonal je nagnjen za kot θ k osi nosilca.

Kot je prikazano na Sliki 9b, c, se lahko v vozlišču 1 pojavi rezultanta sil $\vec{S}_1 + \vec{C}_1 + \vec{S}_2 + \vec{C}_2 = \vec{R}_1 + \vec{R}_2 = \vec{R}$, ki jo prevzame vzdolžna (v našem primeru vogalna) armatura. V primeru kvadratnega prereza in kotov $\alpha = \theta = 45^\circ$ je rezultanta $\vec{R} = 0$.

Rezultanta \bar{R}_1 predstavlja vektorsko vsoto diagonalnih sil $\bar{S}_1 + \bar{C}_1$ v vertikalni ravnini π_1 , rezultanta \bar{R}_2 pa predstavlja vektorsko vsoto diagonalnih sil $\bar{S}_2 + \bar{C}_2$ v horizontalni ravnini π_2 Mörscheve rešetke.



Slika 13.11: Rüschevo paličje α , θ v ravninah π_1 , π_2

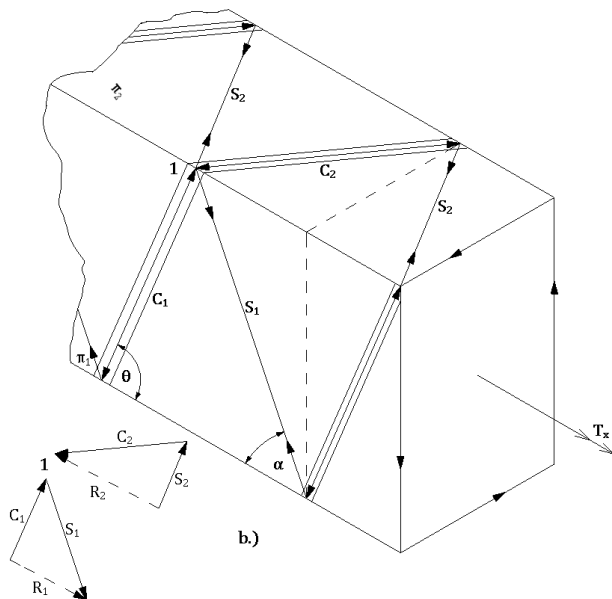
$\bar{R}_1 = \bar{R}_2$, ko je $h = b$ in $\alpha = \theta = 45^\circ$

C_i ... sile v tlačnih diagonalah

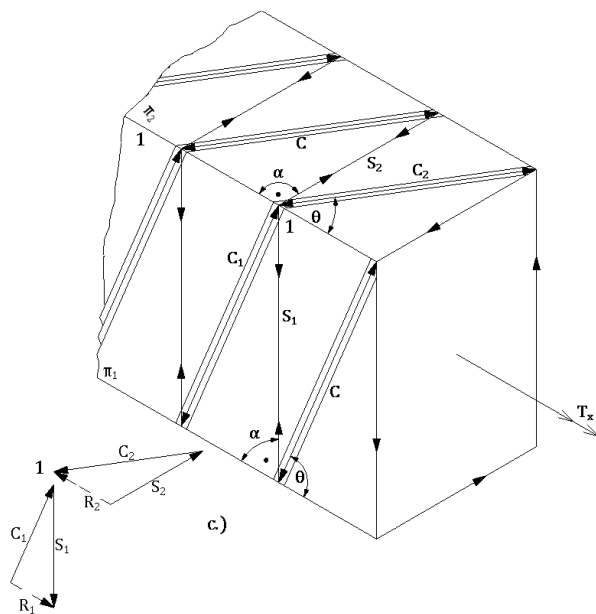
S_i ... sile v tegnjenih diagonalah

α_i ... nagibi nateznih diagonal

θ_i ... nagibi tlačnih diagonal

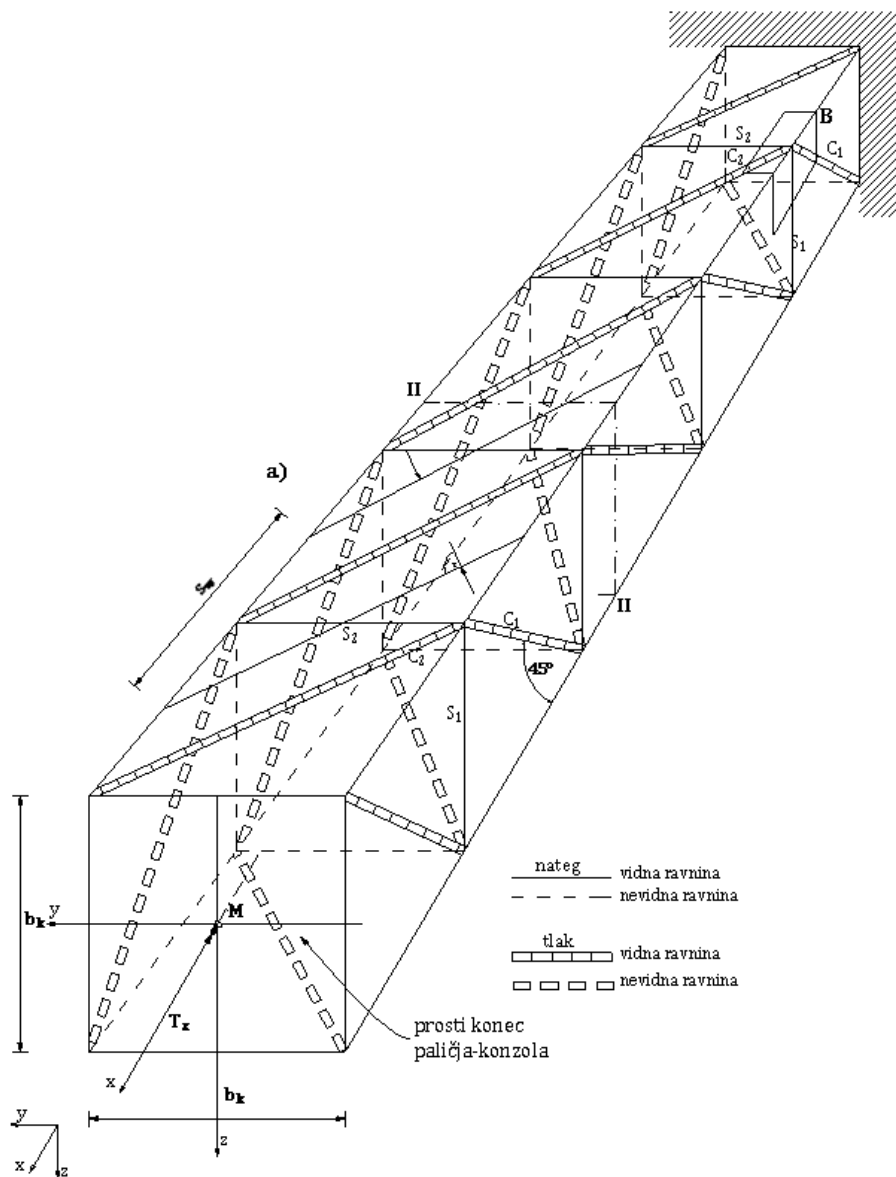


Slika 13.12: Mörshvevo paličje α, θ v ravninah π_1, π_2

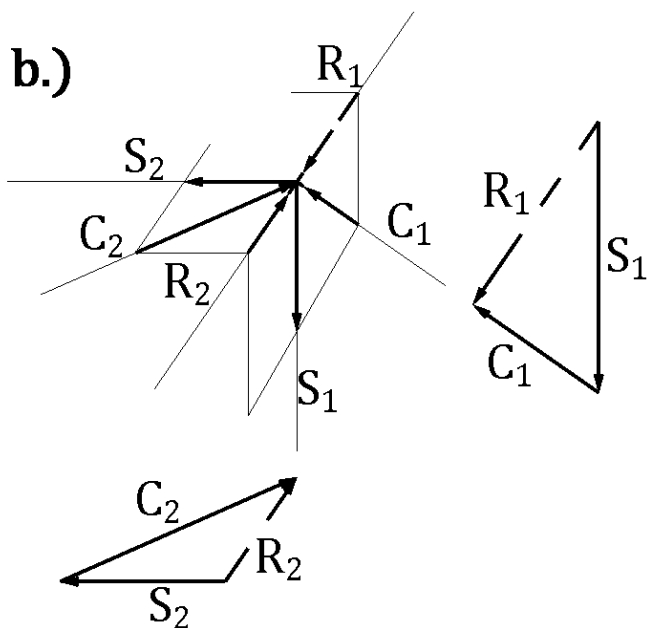


Slika 13.13: Mörshvevo paličje $\alpha = 90, \theta$ v ravninah π_1, π_2

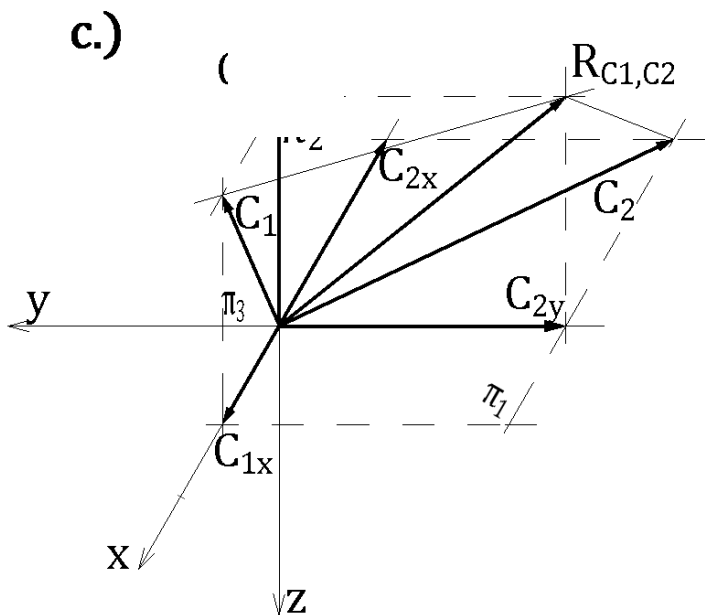
Slika 13.14 prikazuje prostorsko paličje v vidnih in nevidnih ravninah za $\alpha = 90^\circ$, $\theta = 45^\circ$.



Slika 13.14: Paličje pri čisti torziji (kvadratni prerez)



Slika 13.15: Rezultanti $\vec{R}_1 = \vec{C}_1 + \vec{S}_1$ in $\vec{R}_2 = \vec{C}_2 + \vec{S}_2$ v vozlišču B

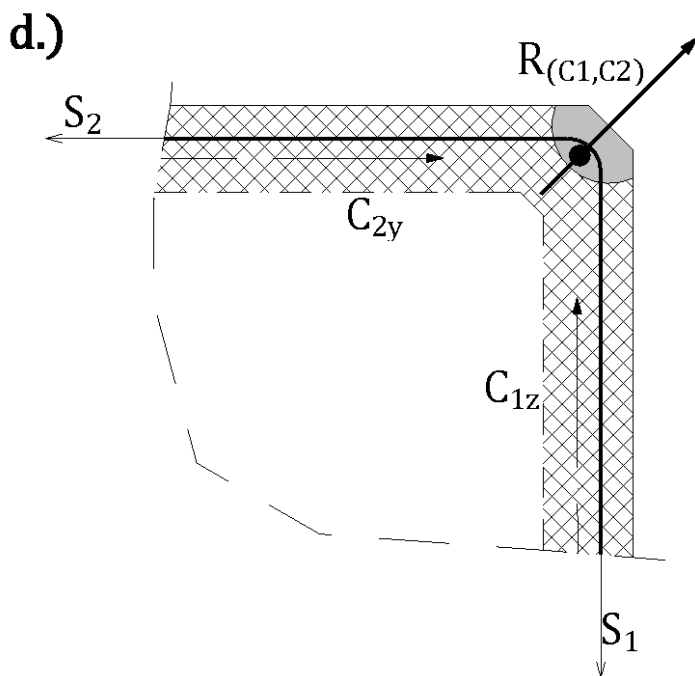


Slika 13.16: Rezultanta tlačnih sil \vec{C}_1 in \vec{C}_2 v diagonalah vozlišča B - $\vec{R}_{(\vec{C}_1 + \vec{C}_2)}$

$$\theta = 45^\circ, \alpha = 90^\circ: |\overline{C_{1x}}| = |\overline{C_{2x}}|; \overline{C_1} = \{+C_{1x}, 0, -C_{1z}\}; \overline{C_2} = \{-C_{2x}, -C_{2y}, 0\}$$

$$\overline{R_1}_{(\overline{C_1} + \overline{C_2})} = [(+C_{1x} - C_{2x}), -C_{2y}, -C_{1z}]$$

$$\overline{R_1}_{(\overline{C_1} + \overline{C_2})} = [0, -C_{2y}, -C_{1z}]$$



Slika 13.17: Možna poškodba vogala

Slika 13.17 prikazuje možno poškodbo vogala pri slabem prerezu vzdolžne armature in prevelikem razmiku stremen s_w oziroma slabem prerezu stremen.

13.3 Dimenzioniranje torzijsko obremenjenih prerezov za mejno stanje nosilnosti – MSN

13.3.1 Uvod

$$T_{Ed} = \sum_i T_i \cdot \gamma_{ui} \leq T_{Rd} \quad (13.7)$$

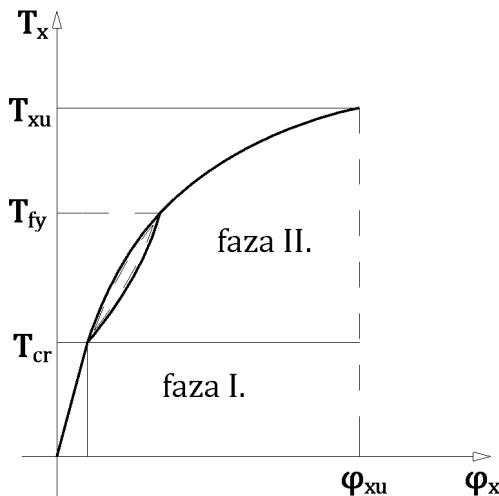
Za MSN moramo definirati pojav prvih razpok oziroma vrednost mejnega torzijskega momenta, pri katerem bo izčrpana nosilnost prereza.

Mejna nosilnost zaradi torzije lahko nastopi po betonu, armaturi ali po obeh materialih istočasno. Pri istočasnem delovanju upogiba M_y , V_z in torzije T_x se strižne napetosti zaradi prečne sile V_z in torzije T_x ponekod seštevajo, ponekod pa odštevajo. Armiranje takih nosilcev izvedemo ločeno za vsako obremenitev posebej.

V primeru »čiste« torzije bo mejna nosilnost obravnavana na modelu prostorskega paličja (Slika 13.11, Slika 13.12 in Slika 13.13), kjer natezne diagonale (S), ki so jeklene, pod kotom α k osi nosilca dosežejo mejo plastičnosti jekla f_{yd} , medtem ko tlačne diagonale (C) pod kotom θ k osi nosilca dosežejo projektno tlačno trdnost betona f_{cd} .

Pri čisti torziji je torzijski zasuk φ_x premo sorazmeren s torzijskim momentom do pojava prve razpoke (13.2), nato pa se torzijski zasuki hitro povečujejo (torzijska togost v fazi IIa pade). Ta faza »traja«, dokler armatura ne doseže meje plastičnosti f_{yd} , nato pa se krivulja T_x/φ_x asimptotično približuje T_{xu} .

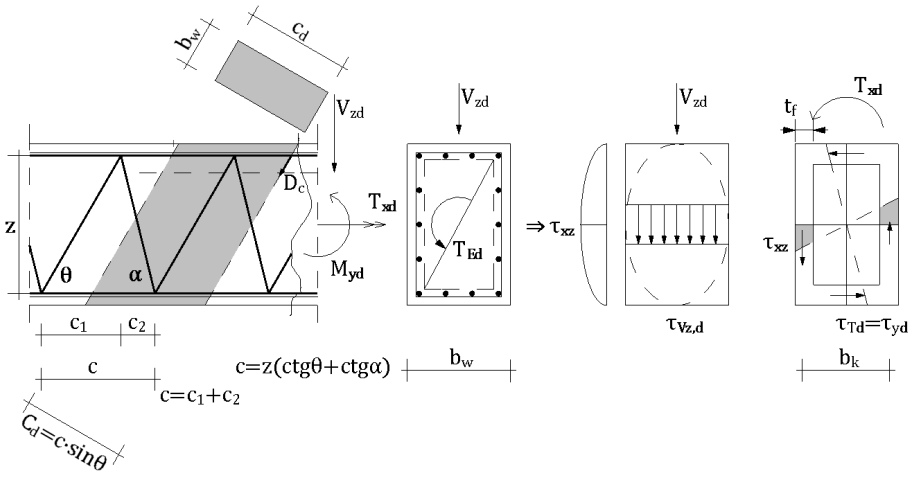
Obnašanje torzijskih zasukov φ_x v odvisnosti od T_x za različne faze prikazuje Slika 13.18.



Slika 13.18: Diagram T_x/φ_x

13.3.2 Analiza napetostnega stanja σ_{cd} in določitev ustreznega mejnega torzijskega momenta $T_{Rd,max}$, ko je izčrpana tlačna nosilnost betona

Vpliv torzije in prečne sile pri polnih in »votlih« prerezih se morajo sešteti. Pri tem privzamemo za obe obremenitvi enak kot θ (nagib tlačne diagonale k osi nosilca).



Slika 13.19: Vpliv torzije in prečne sile pri polnih in »votlih« prerezih

V poglavju, kjer smo obravnavali vpliv prečnih sil na nosilec konstantnega prereza, je bila za fazo II izpeljana enačba za izračun projektne tangencialne napetosti $\tau_{v,d}$.

$$\tau_{v,d} = \frac{V_{z,d}}{b_w \cdot z} \quad (13.8)$$

Ustrezna projektna tlačna napetost v tlačni diagonali D_c (glej podpodpoglavje 8.2.2, (8.7)) pa je po enačbi 13.10 znašala:

$$\sigma_{cd} = \frac{V_{z,d}}{b_w \cdot z \cdot \sin^2(\theta + \alpha)} \leq \vartheta \cdot f_{cd} \quad (13.9)$$

Z upoštevanjem I. Bredtove enačbe dobimo strižno napetost zaradi torzije za votle prereze po (13.3):

$$\tau_T = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K \cdot t_{ef}} \quad (13.10)$$

S pomočjo (13.9) in (13.10) določimo tlačno napetost σ_{cd} v tlačni diagonali D_c tako, da vnesemo namesto vrednosti $\tau_{V,d}$ vrednost $\tau_{T,d}$, ki pa ne sme presegati vrednosti reducirane tlačne trdnosti betona $\vartheta \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd}$.

$$\sigma_{cd} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K \cdot t_{ef} \cdot \sin^2(\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha)} \leq \vartheta \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \quad (13.11)$$

Iz (13.10) izračunamo projektni torzijski moment, pri katerem dosežemo reducirano projektno trdnost betona $\vartheta \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd}$ (beton je izčrpan).

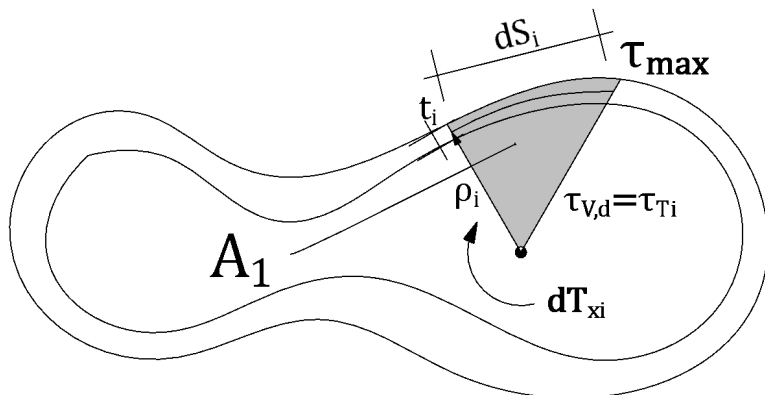
$$T_{Rdmax} = 2 \cdot \alpha_{cw} \cdot \vartheta \cdot f_{cd} \cdot A_K \cdot t_{ef} \cdot \sin^2(\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha) \quad (13.12)$$

Za $\alpha = 90^\circ$ je $\text{ctg}90^\circ = 0$ dobimo:

$$T_{Ed} \leq T_{Rdmax} = 2 \cdot \alpha_{cw} \cdot \vartheta \cdot f_{cd} \cdot A_K \cdot t_{ef} \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \quad (13.13)$$

Količnika ϑ in α_{cw} sta že bila omenjena v poglavju o strigu.

$\vartheta = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$... količnik zaradi dvoosnega napetostnega stanja diagonal
 $\alpha_{cw} = 1$... če ni prednapetja



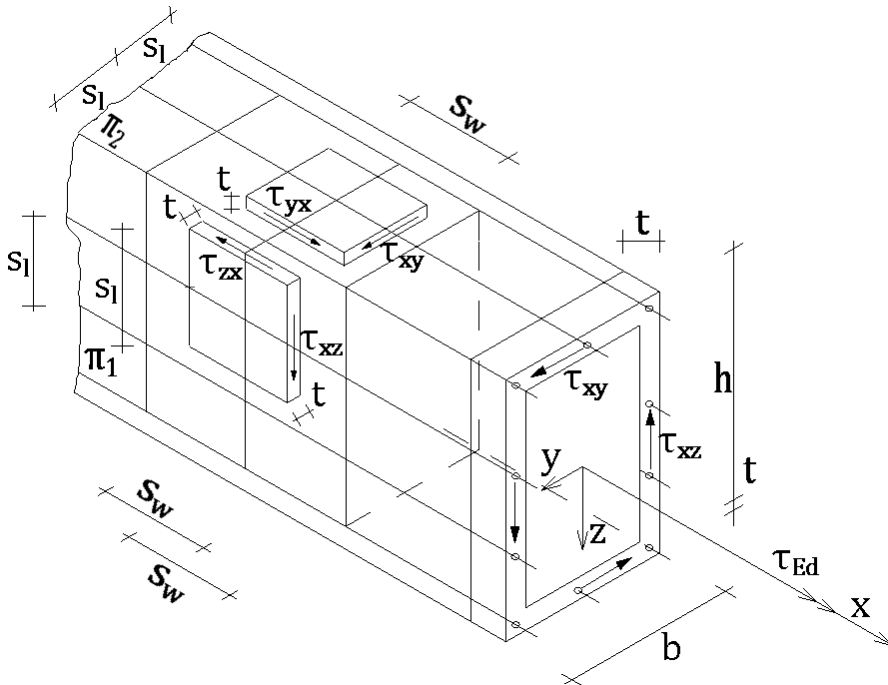
I. Bredtova enačba:

$$dT_{xi} = \tau_{ti} \cdot dS_i \cdot t_i \cdot \rho_i$$

$$T_{xi} = \int_{S_i} dT_{xi} = \int_{S_i} \tau_{ti} \cdot t_i \cdot \rho_i \cdot dS_i = \tau_{ti} \cdot t_i \cdot 2A_K$$

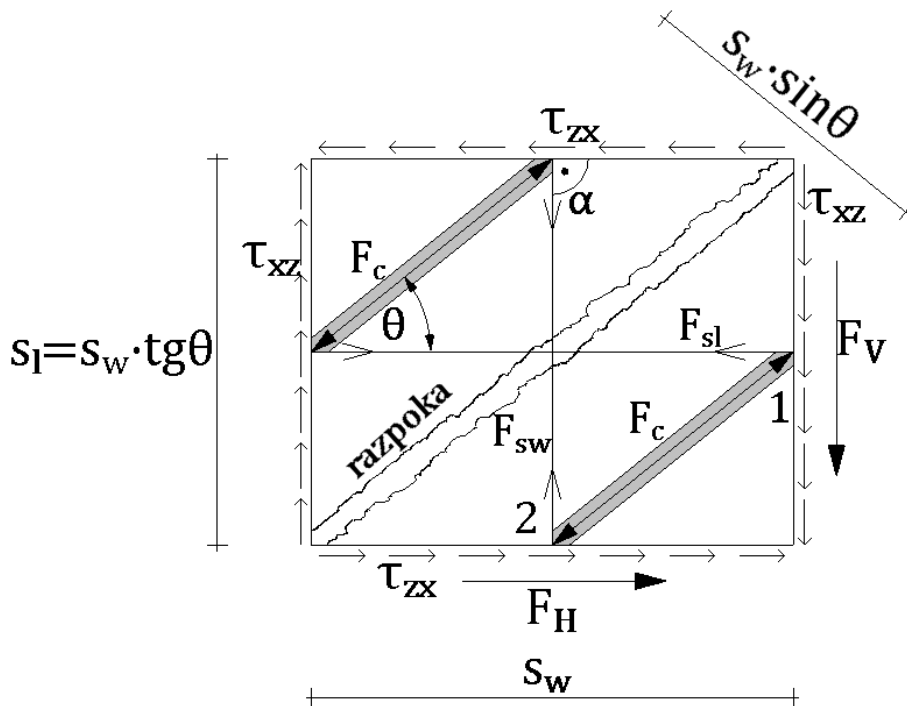
$$\rho_i \cdot dS_i = 2A_1; \int_{S_i} \rho_i \cdot dS_i = 2A_K; \tau_{ti} = \frac{T_{xi}}{t_i \cdot 2A_K}$$

13.3.3 Določitev nateznih sil v vzdolžni in stremenski armaturi ter mejnih torzijskih momentov, ko sta izčrpani vzdolžna in stremenska armatura ($\sigma_{sd} = f_{yd}; \alpha = 90^\circ$)



Slika 13.20: Prikaz elementarnih »teles« škatle v ravninah π_1 in π_2 za $t = \text{const} \rightarrow \tau_{xy} = \tau_{xz}$

Analiza napetostnih razmer v vertikalni ravnini π_1 v točkah 1 in 2.



Slika 13.21: Prikaz sil v vzdolžni in stremenski armaturi zaradi »čiste« torzije

Priporočilo:

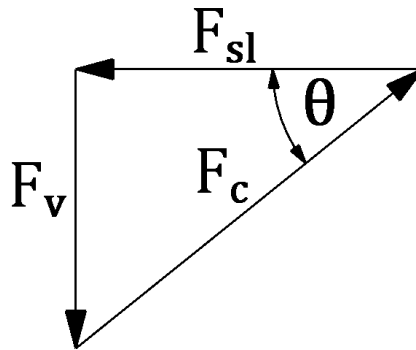
$$s_L \leq \frac{u_K}{6} \quad (13.14)$$

Točka 1

Rezultanta strižnih napetosti τ_{xz} (glej zgornjo sliko):

$$\begin{aligned} F_V = \tau_{xz} \cdot s_{Li} \cdot t &= \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K \cdot t} \cdot t \cdot s_w \cdot \text{tg}\theta \\ &= \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K} \cdot s_w \cdot \text{tg}\theta \end{aligned} \quad (13.15)$$

Ravnotežje sil v točki 1:



Slika 13.22: Ravnotežje sil v točki 1

Natezna sila v i -ti vzdolžni armaturi:

$$F_{SLi} = F_V \cdot \operatorname{ctg}\theta = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K} \cdot s_w \quad (13.16)$$

Tlačna sila v betonu:

$$F_C = \frac{F_V}{\sin\theta} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K \cdot \sin\theta} \cdot s_w \cdot \operatorname{tg}\theta = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K} \cdot \frac{s_w}{\cos\theta} \quad (13.17)$$

Natezna sila v vzdolžni armaturi na enoto oboda:

$$f_{SLi} = \frac{F_{SLi}}{s_{Li}} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K} \cdot \frac{s_w}{s_w \cdot \operatorname{tg}\theta} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K} \cdot \operatorname{ctg}\theta \quad (13.18)$$

Natezna sila v vzdolžni armaturi po celotnem obodu:

$$\sum_{SLi} f_{SLi} = F_{SL} = f_{SLi} \cdot u_K = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K} \cdot \operatorname{ctg}\theta \cdot u_K \quad (13.19)$$

Natezna napetost v celotni vzdolžni armaturi:

$$\sigma_{SLi} = \frac{F_{SLi}}{\sum A_{SLi}} = \frac{T_{Ed} \cdot \operatorname{ctg}\theta \cdot u_K}{2 \cdot A_K \cdot \sum A_{SLi}} \leq f_{yL,d} \quad (13.20)$$

Projektni torzijski moment, ko je izčrpana vzdolžna armatura:

$$T_{Rd,L} = \frac{2 \cdot A_K \cdot \sum A_{SLi} \cdot f_{yL,d} \cdot t g \theta}{u_K} \geq T_{Ed} \quad (13.21)$$

Potrebna celotna vzdolžna armatura:

$$A_{SL} = \sum A_{SLi} \geq \frac{T_{Ed} \cdot u_K}{2 \cdot A_K \cdot f_{yL,d}} \cdot ctg \theta \quad (13.22)$$

Za 1. iteracijo izberemo $\theta = 45^\circ$.

$f_{yL,d}$... projektna meja plastičnosti vzdolžne armature

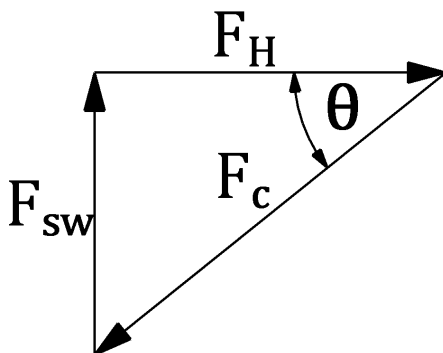
Točka 2

Rezultanta strižnih napetosti τ_{zx} (glej Slika 13a):

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_{Td}$$

$$F_H = \tau_{zx} \cdot s_w \cdot t = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K \cdot t} \cdot t \cdot s_w = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K} \cdot s_w \quad (13.23)$$

Ravnotežje sil v točki 2:



Slika 13.23: Ravnotežje sil v točki 2

Natezna sila v i -tem stremenu:

$$F_{S_w} = F_H \cdot \operatorname{tg}\theta = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_K} \cdot s_w \cdot \operatorname{tg}\theta \quad (13.24)$$

Potreben prerez stremena (enosečnega):

$$A_{1S} = A_{s_w} \geq \frac{F_{S_w}}{f_{yw,d}} = \frac{T_{Ed} \cdot s_w \cdot \operatorname{tg}\theta}{2 \cdot A_K \cdot f_{yw,d}} \quad (13.25)$$

Projektna natezna napetost v enosečnem stremenu:

$$\sigma_{swi} = \frac{F_{S_w}}{A_{s_w}} = \frac{T_{Ed} \cdot s_w \cdot \operatorname{tg}\theta}{2 \cdot A_K \cdot A_{s_w}} \leq f_{yw,d} \quad (13.26)$$

Projektni torzijski moment, pri čemer je izčrpano streme:

$$T_{Rd,w} = \frac{2 \cdot A_K \cdot A_{s_w} \cdot f_{yw,d} \cdot \operatorname{ctg}\theta}{s_w} \geq T_{Ed} \quad (13.27)$$

$f_{yw,d}$... projektna meja plastičnosti stremen

V praksi običajno izračunamo razdaljo med stremeni ($T_{Ed} = f_{(x)}$).

$$s_w = \frac{2 \cdot A_K \cdot A_{s_w} \cdot f_{yw,d} \cdot \operatorname{ctg}\theta}{T_{Ed}} \quad (13.28)$$

13.3.4 Izračun projektnega torzijskega momenta pri znani vzdolžni in stremenski armaturi

Ko smo izračunali prerez in razmik stremen ter (longitudinalne) vzdolžne armature pri predpostavljenem naklonskem kotu θ tlačne diagonale, lahko izračunamo projektni torzijski moment T_{Rd} , ki ustreza vzdolžni in stremenski armaturi, ter pripadajoči kot θ tlačne diagonale.

$$T_{Rd,w} = T_{Rd,L} \quad (13.29)$$

$$\frac{2 \cdot A_K \cdot A_{sw} \cdot f_{yw,d} \cdot ctg\theta}{s_w} = \frac{2 \cdot A_K \cdot A_{sL} \cdot f_{yc,d} \cdot tg\theta}{u_K} \quad (13.30)$$

$$\frac{1}{ctg^2\theta} = tg^2\theta = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw,d} \cdot u_K}{A_{sL} \cdot f_{yL,d} \cdot s_w} \quad (13.31)$$

$$ctg\theta = \sqrt{\frac{A_{sL} \cdot f_{yL,d} \cdot s_w}{A_{sw} \cdot f_{yw,d} \cdot u_K}} \quad (13.32)$$

S pomočjo enačb (13.21) in (13.33) izračunamo projektni torzijski moment $T_{Rd,L}$:

$$T_{Rd,L} = \frac{2 \cdot A_K \cdot A_{sL} \cdot f_{yc,d}}{u_K} \cdot \sqrt{\frac{A_{sw} \cdot f_{yw,d} \cdot u_K}{A_{sL} \cdot f_{yL,d} \cdot s_w}} \quad (13.33)$$

$$\begin{aligned} T_{Ed} \leq T_{Rd,L} &= 2 \cdot A_K \cdot \sqrt{\frac{A_{sw} \cdot f_{yw,d}}{s_w}} \cdot \sqrt{\frac{A_{sL} \cdot f_{yL,d}}{u_K}} \\ &= T_{Rd,w} \end{aligned} \quad (13.34)$$

Priporočene vrednosti za kot θ so omejene z enačbo:

$$1 \leq ctg\theta \leq 2,5 \quad (13.35)$$

$$45^\circ \geq \theta \geq 21,8^\circ \quad (13.36)$$

Če kot θ leži izven območja, podanega z (13.36), upoštevamo najbližjo vrednost. V praksi stremimo k temu, da namestimo vzdolžno in stremensko armaturo na čim bolj enakih razdaljah ($s_L \cong s_w$).

13.3.5 Kombinacije obremenitev

V tlačnem polju (od upogiba) lahko prerez vzdolžne armature ustrezno zmanjšamo. V nateznem pasu pa moramo torzijsko vzdolžno armaturo dodati k armaturi zaradi upogibnega momenta in natezne sile.

Vzdolžna torzijska armatura mora biti razporejena vzdolž stranic »škatlastega« prereza, medtem ko mora biti pri manjših prerezih skoncentrirana v vogalih (na primer pravokotni prerez $\emptyset 12$ v vsakem vogalu).

Pri istočasnem delovanju prečne sile V_{zd} (V_{Ed}) in torzijskega momenta T_{Ed} tlačne napetosti diagrama ne smejo prekoračiti vrednosti $\alpha_{cw} \cdot \vartheta \cdot f_{cd}$.

$$\sigma_{cd} = \sigma_{cd}^{Vzd} + \sigma_{cd}^{TEd} \leq \alpha_{cw} \cdot \vartheta \cdot f_{cd} \quad (13.37)$$

Predpis to zahteva z (13.38):

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1 \quad (13.38)$$

Projektna nosilnost tlačnih diagonal pri torziji in strigu:

$$\begin{aligned} T_{Rd,max} &= 2 \cdot \alpha_{cw} \cdot \vartheta \cdot f_{cd} \cdot A_K \cdot t_{ef} \\ &\quad \cdot \sin^2(\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha) \\ V_{Rd,max} &= \alpha_{cw} \cdot \vartheta \cdot f_{cd} \cdot z \cdot b_w \cdot \sin^2(\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha) \\ \sin^2\theta &= \frac{1}{1 + \text{ctg}^2\theta} \end{aligned}$$

Minimalna količina strižne in torzijske armature se zahteva, ko je izpolnjen pogoj v spodnji enačbi:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \leq 1 \quad (13.39)$$

$T_{Rd,c}$... projektni torzijski moment ob nastanku razpoke v betonu

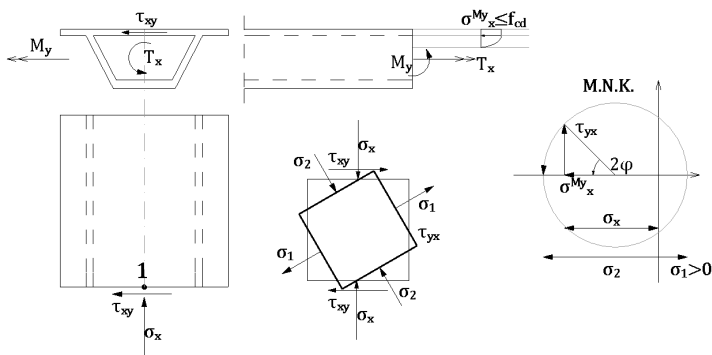
$$\tau_T = \frac{T_{Rd,c}}{2 \cdot A_K \cdot t} \leq f_{ct,d} \rightarrow T_{Rd,c} = 2 \cdot A_K \cdot t \cdot f_{ct,d} \quad (13.40)$$

$V_{Rd,c}$... projektna prečna sila ob nastanku razpoke v betonu

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + K_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (13.41)$$

Zgornja enačba je bila podana pri poglavju o strigu.

V primeru upogibnih in torzijskih obremenitev moramo raziskati oziroma določiti glavne (tlačne) napetosti škatlastega prereza.



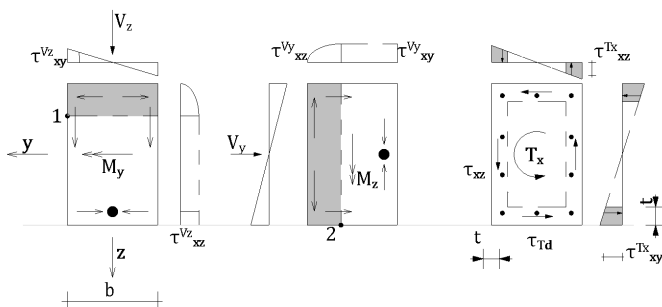
Slika 13.24: Glavne napetosti v točki 1 tlačne plošče škatlastega nosilca

$$\left| \sigma_2^{(Tx+My)} \right| \leq \alpha_{cw} \cdot \vartheta \cdot f_{cd}$$

$\sigma_1 \leq f_{ct,d}$... če ta pogoj ni izpolnjen, se lahko v zgornji plošči pojavijo razpoke

13.3.6 Razdalje med stremeni pri dvoosnem upogibu in torziji

Ker v praksi čista torzija skoraj nikoli ne nastopi, pač pa v kombinacijami s prečnimi silami (dvoosni upogib), moramo izračunati razmik med stremeni s_w zaradi vseh vplivov (V_z, V_y, T_x).



Slika 13.25: Strižne napetosti τ_{ij} zaradi dvoosnega upogiba in torzije (V_z, V_y, T_x)

Kot je razvidno iz Slika 13.25, se strižne napetosti (tokovi) zaradi vseh teh obremenitev v eni točki seštevajo (točke 2). V točki 2 je delež τ_{xy}^{Vz} nebitven, v točki 1 pa je nebitven delež τ_{xz}^{Vy} .

Razdalje med stremeni s_{wi} zaradi posameznih vplivov podajajo (13.42), (13.43) in (13.44):

$$s_w^{Txd} = \frac{2 \cdot A_K \cdot A_{sw}^{Tx} \cdot f_{yw,d} \cdot ctg\theta_{h,b}}{T_{xd}} \quad (13.42)$$

$$s_w^{Vzd} = \frac{A_{sw}^{Vzd} \cdot f_{yw,d} \cdot z_h \cdot ctg\theta_h}{V_{zd}} \quad (13.43)$$

$$s_w^{Vy d} = \frac{A_{sw}^{Vy d} \cdot f_{yw,d} \cdot z_b \cdot ctg\theta_b}{V_{yd}} \quad (13.44)$$

Če upoštevamo, da je mejna projektna nosilnost stremen za i -to obremenitev:

$$R_{di} = A_{sw}^i \cdot f_{yw,d} \cdot ctg\theta_{ih,b} \quad (13.45)$$

in da so strižni tokovi:

$$t_f^{Vzd} = \frac{V_{zd} \cdot \rho'_y}{I_y} = \frac{V_{zd}}{z_h} \cong \frac{V_{zd}}{0,85h} \quad (13.46)$$

$$t_f^{Vy d} = \frac{V_{yd} \cdot \rho'_z}{I_z} = \frac{V_{yd}}{z_b} \cong \frac{V_{yd}}{0,85b} \quad (13.47)$$

$$t_f^{Txd} = \frac{T_{xd}}{2 \cdot A_K} \quad (13.48)$$

ter če izrazimo strižne tokove s pomočjo enačb (13.42), (13.48), (13.43) in (13.46) ter (13.44) in (13.47), ob upoštevanju (13.45) dobimo strižne tokove od posameznih obremenitev t_f^i :

$$t_f^{Tx,d} = \frac{T_{xi,d}}{2 \cdot A_K} = \frac{A_{sw}^{Tx} \cdot f_{yw,d} \cdot ctg\theta_{h,b}}{s_w^{Tx,d}} = \frac{R_d^{Tx,d}}{s_w^{Tx,d}} \quad (13.49)$$

$$t_f^{Vzd} = \frac{V_{zd}}{z_h} = \frac{A_{sw}^{Vzd} \cdot f_{yw,d} \cdot ctg\theta_h}{s_w^{Vzd}} = \frac{R_d^{Vzd}}{s_w^{Vzd}} \quad (13.50)$$

$$t_f^{Vyd} = \frac{V_{yd}}{z_b} = \frac{A_{sw}^{Vyd} \cdot f_{yw,d} \cdot ctg\theta_b}{s_w^{Vyd}} = \frac{R_d^{Vyd}}{s_w^{Vyd}} \quad (13.51)$$

Ker je razdalja med stremeni s_w premo sorazmerna projektni nosilnosti stremen in obratno sorazmerna strižnemu toku zaradi vseh obremenitev, dobimo razdaljo med stremeni po (13.52):

$$s_w^{Tx+Vy+Vz} = \frac{R_d^{max}}{t_f^{Tx,d} + t_f^{Vzd} + t_f^{Vyd}} \quad (13.52)$$

$$s_w^{Tx+Vy+Vz} = \frac{A_{sw}^{Tmax} \cdot f_{yw,d} \cdot ctg\theta_{ih,b}}{\frac{A_{sw}^{Tx} \cdot f_{yw,d} \cdot ctg\theta_{h,b}}{s_w^{Tx,d}} + \frac{A_{sw}^{Vzd} \cdot f_{yw,d} \cdot ctg\theta_h}{s_w^{Vzd}} + \frac{A_{sw}^{Vyd} \cdot f_{yw,d} \cdot ctg\theta_b}{s_w^{Vyd}}} \quad (13.53)$$

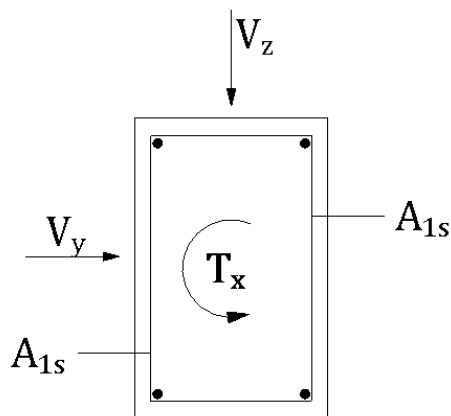
V (13.53) nastopata vrednosti A_{swi} in θ_i , ki ju moramo skrbno definirati: θ_i predstavlja naklonski kot tlačne diagonale v vertikalni ali horizontalni ravnini Mörscheve rešetke, A_{swi} pa pomeni prerez stremen, ki se nanaša na sečnost stremen, odvisno od njihove obremenitve (V, T_x) in namestitve.

Nekaj primerov določitve sečnosti (w_i) stremen prikazujejo Slika 13.26, Slika 13.27 in Slika 13.28 ter podaja (13.54).

Dvosečno-dvostrizno streme, sečnost stremen:

$$A_{sw}^{Vy,Vz} = 2 \cdot A_{1s} = A_{sw,max}; m_{y,z} = 2 = m_{max}$$

$$A_{sw}^{T_x} = A_{1s}; m_x = 1 \quad (13.54)$$

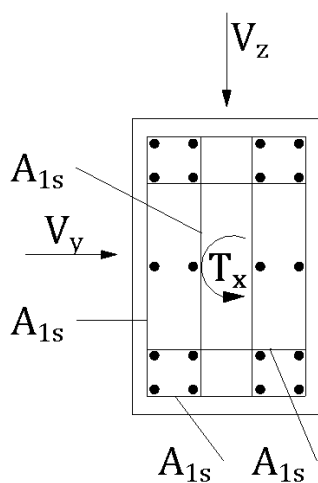


Slika 13.26: Torzija – dvostržno streme

Štirisečno streme, sečnost stremen:

$$A_{sw}^{V_y, V_z} = 4 \cdot A_{1s} = A_{sw, max}; m_{y,z} = 4 = m_{max}$$

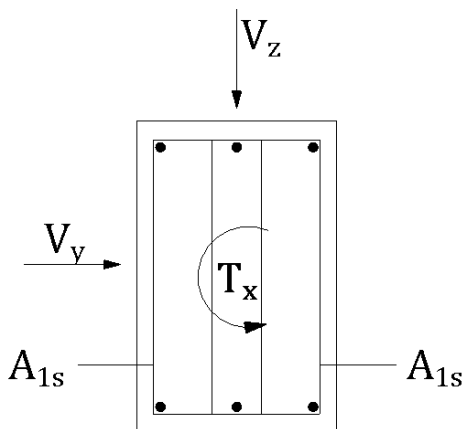
$$A_{sw}^{T_x} = 2 \cdot A_{1s}; m_x = 2 \quad (13.55)$$



Slika 13.27: Torzija – štirisečno streme

Štiri-/dvo-/enosečno strižno streme, sečnost stremen:

$$\begin{aligned}
 A_{sw}^{Vz} &= 4 \cdot A_{1s} = A_{sw,max}; \quad m_z = 4 = m_{max} \\
 A_{sw}^{Vy} &= 2 \cdot A_{1s} = A_{sw,max}; \quad m_y = 2 \\
 A_{sw}^{Tx} &= A_{1s}; \quad m_x = 1
 \end{aligned}
 \tag{13.56}$$



Slika 13.28: Torzija – sečnost – štiri-/dvo-/enosečno strižno streme

$$\begin{aligned}
 A_{sw}^{max} &= m_{max} \cdot A_{1s} \\
 A_{sw}^i &= m_i \cdot A_{1s}
 \end{aligned}
 \tag{13.57}$$

A_{1s} ... prerez enega stremena

m_i ... sečnost – strižnost stremen

Po ureditvi pride (13.53) v končno obliko:

$$\begin{aligned}
 S_w^{Tx+Vy+Vz} &= \frac{m_{max} \cdot A_{1s}}{\frac{m_1 \cdot A_{1s}}{s_w^1} + \frac{m_2 \cdot A_{1s}}{s_w^2} + \frac{m_3 \cdot A_{1s}}{s_w^3}} \\
 &= \frac{m_{max}}{\frac{m_1}{s_w^1} + \frac{m_2}{s_w^2} + \frac{m_3}{s_w^3}}
 \end{aligned}$$

$$s_w^{Tx+Vy+Vz} = \frac{m_{max}}{\sum_i s_{wi}} \quad (13.58)$$

Zgledi: $s_w^{Tx} = 20 \text{ cm}$, $s_w^{Vz} = 12 \text{ cm}$, $s_w^{Vy} = 25 \text{ cm}$

Po Slika 13.26:

$$s_w^{Tx+Vy+Vz} = \frac{2}{\frac{1}{s_w^{Tx}} + \frac{2}{s_w^{Vy}} + \frac{2}{s_w^{Vz}}} = \frac{2}{\frac{1}{20} + \frac{2}{25} + \frac{2}{12}} = 6,74 \text{ cm (9,23 cm)}$$

Po Slika 13.27:

$$s_w^{Tx+Vy+Vz} = \frac{4}{\frac{1}{s_w^{Tx}} + \frac{2}{s_w^{Vy}} + \frac{2}{s_w^{Vz}}} = \frac{4}{\frac{1}{20} + \frac{4}{25} + \frac{4}{12}} = 6,74 \text{ cm (9,23 cm)}$$

Po Slika 13.28:

$$s_w^{Tx+Vy+Vz} = \frac{4}{\frac{1}{s_w^{Tx}} + \frac{2}{s_w^{Vy}} + \frac{2}{s_w^{Vz}}} = \frac{4}{\frac{1}{20} + \frac{2}{25} + \frac{4}{12}} = 8,63 \text{ cm (10,43 cm)}$$

Opomba: vrednosti v oklepajih ustrezajo razdaljam med stremeni samo zaradi vpliva T_x in V_z .

$$V_{yd} = 0 \rightarrow \frac{m_y}{s_w^y} = 0$$

14 Deformacije in razpoke armiranobetonskih konstrukcij

14.1 Uvod – MSU

V poglavju 5 so bila obdelana MSU za karakteristično, pogosto in navidezno stalno kombinacijo vplivov na konstrukcijo. Spoznali smo, da vplivov ne faktoriramo s faktorji γ_{ui} , kot jih moramo upoštevati pri metodi MSN, kar pomeni, da računamo z dejansko obtežbo, ko upoštevamo reologijo betona, pa celo zmanjšamo koristne obtežbe s faktorji ψ_{2i} ((5.10), (5.11) in (5.12)). Zanimata nas samo fazi I in faza IIa, s pomočjo katerih izračunamo zahtevane statične količine prereza oziroma togosti konstrukcije, kar je bilo podano v poglavju 4 z (4.22), (4.39), (4.40), (4.44) in (4.45).

14.2 Statične količine prereza – nevtralne osi, togosti

$$(A_{id}^I; E_{cm} \cdot A_{id}^I; E_{cm} \cdot I_{id}^I; E_{cm} \cdot I_{id}^{II})$$

Nauk o trdnosti nas uči, da za homogene, nerazpokane elastično deformirane sisteme veljajo naslednje enačbe:

$$\begin{aligned}
 v(x) &= \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot f_{1(x)} \\
 v'(x) &= \varphi(x) = \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot f'_{1(x)} = \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot f_{2(x)} \\
 v''(x) &= \frac{d\varphi}{dx} = \kappa(x) = \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot f''_{1(x)} = \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot f_{3(x)} \\
 &= \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot M(x) \\
 v'''(x) &= \frac{d\kappa}{dx} = \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot f'''_{1(x)} = \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot f_{4(x)} = \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot Q(x) \\
 v''''(x) &= \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot f''''_{1(x)} = \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot f_{5(x)} = \frac{1}{E_c \cdot I} \cdot q(x)
 \end{aligned} \tag{14.1}$$

Za nosilce, obremenjene z enakomerno zvezno obtežbo, velja, da je:

$$f_{1(x)} = \frac{qx^4}{24} + A \cdot \frac{qx^2}{2} + C \cdot x + D \tag{14.2}$$

Konstante A, B, C in D izračunamo s pomočjo robnih pogojev. V praksi pa uporabljamo za izračun deformacij v določenem prerezu spodnjo enačbo.

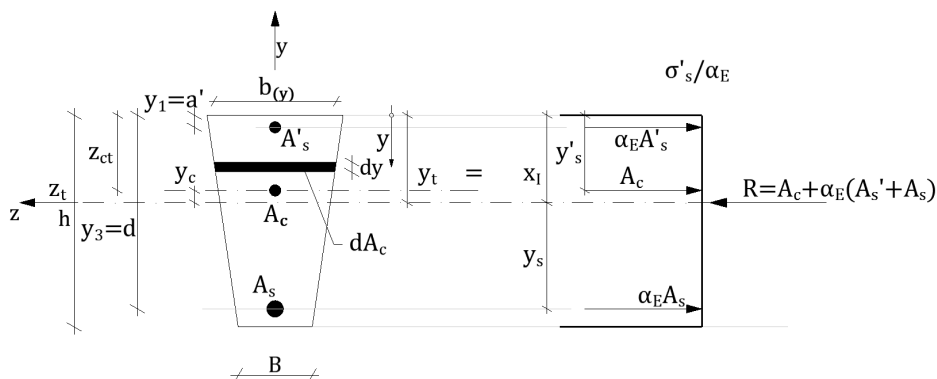
$$v = \int_s \frac{M(z) \cdot \overline{M(z)}}{E_c \cdot I} \cdot d_s = \int_s \kappa \cdot \overline{M(z)} \cdot d_s \tag{14.3}$$

V predhodnih enačbah nastopa vztrajnostni moment I , ki je nedefiniran, saj se z obremenitvijo spreminja zaradi pojava razpok armiranobetonskih elementov. Upoštevati pa moramo tudi spremembe modula elastičnosti betona zaradi trajne obtežbe.

Za trenutno obtežbo že poznamo območja obnašanja armiranobetonskih nosilcev v fazah I in IIa, kjer smo spoznali, da se armiranobetonski prerez in vztrajnostni momenti spreminjajo v odvisnosti od velikosti razpok.

Ker v poglavju 4 niso bile podane nevtralne osi y_t za fazi I in IIa, jih za čisti upogib podajamo v tem poglavju.

Faza I (prerez brez razpok) – nevtralno os izračunamo po principu težišča »homogenega prereza«



Slika 14.1: Nevtralna os nerazpkanega armiranobetonskega prereza

Iz $\sum M_{z1}$ po Slika 14.1 dobimo »težiščno« os z_t nerazpkanega armiranobetonskega prereza, pri čemer upoštevamo: $y'_1 = a'$; $y_2 = z_{ct}$; $y_3 = d$; $A_c = \int_{A_c} dA$.

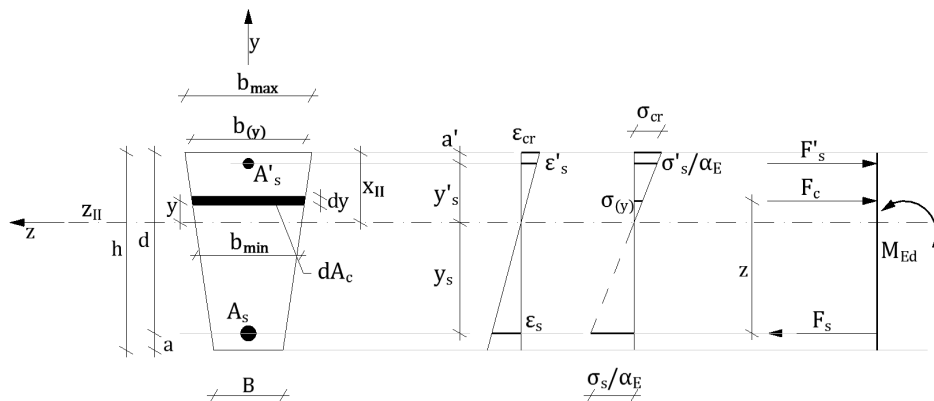
$$S_c = \int_{A_c} y \cdot dA = (y_t - z_{ct}) \cdot A_c$$

$$\begin{aligned} y_t = x_I &= \frac{\int_{A_c} y \cdot dA + \alpha_E \cdot (a' \cdot A'_s + d \cdot A_s)}{\int_{A_c} dA + \alpha_E \cdot (A'_s + A_s)} \\ &= \frac{S_c + \alpha_E \cdot (S'_s + S_s)}{\int_{A_c} dA + \alpha_E \cdot (A'_s + A_s)} \end{aligned} \quad (14.4)$$

$$\begin{aligned} I_{z,td}^I &= I_c + \alpha_E \cdot (I'_s + I_s) \\ &= I_{c0} + A_c \cdot y_c^2 + \alpha_E \cdot (y_s'^2 \cdot A'_s + y_s^2 \cdot A_s) \end{aligned} \quad (14.5)$$

Odpornostni moment lahko ustrezno zapišemo: $W_z = \frac{I_{z,td}^I}{y}$.

Faza IIa (razpokan prerez) – ne upoštevamo natezne nosilnosti betona



Slika 14.2: Nevtralna os razpokanega armiranobetonskega prereza

Iz ravnotežnega pogoja $\sum H = 0$ $F'_s + F_c - F_s$ sledi:

$$F'_s + F_c - F_s = 0 \quad (14.6)$$

$$\sigma'_s = \alpha_E \cdot \frac{x_{II} - a'}{x_{II}} \cdot \sigma_{cr}$$

$$\sigma_s = \alpha_E \cdot \frac{d - x_{II}}{x_{II}} \cdot \sigma_{cr} \quad (14.7)$$

$$\sigma_{(y)} = \sigma_c = \frac{y}{x_{II}} \cdot \sigma_{cr}$$

$$F_c = \int_{Ac'} \sigma_y \cdot dA = \int_{Ac'} \frac{\sigma_{cr}}{x_{II}} \cdot y \cdot dA = \frac{\sigma_{cr}}{x_{II}} \int_{Ac'} y \cdot dA$$

$$F'_s = \frac{A'_s \cdot \sigma'_s}{\alpha_E} = \frac{x_{II} - a'}{x_{II}} \cdot \sigma_{cr} \cdot A'_s \quad (14.8)$$

$$F_s = A_s \cdot \sigma_s = \frac{d - x_{II}}{x_{II}} \cdot \sigma_{cr} \cdot A_s$$

Ko vstavimo (14.8) v (14.6), sledi:

$$\frac{\sigma_{cr}}{x_{II}} \cdot \left[\int_{Ac'} \mathbf{y} \cdot d\mathbf{A} + \alpha_E \cdot (x_{II} - a') \cdot A'_s - \alpha_E \cdot (d - x_{II}) \cdot A_s \right] = 0$$

Izraz v oglatem oklepaju predstavlja enačbo nevtralne osi, ki jo zapišemo kot:

$$S'_c + \alpha_E \cdot S'_s - \alpha_E \cdot S_s = 0 \quad (14.9)$$

Pri infinitezimalno majhnem delu površine dA moramo upoštevati spremembo statične širine tlačne cone betona z enačbo, ki je bila podana v poglavju 7 ((7.27)–(7.31)).

$$\mathbf{b} = \beta_{(\eta)} \cdot \mathbf{B}$$

Za pravokotni prerez velja, da je $\beta_{(\eta)} = 1$, nakar sledi:

$$x_{II} = \frac{-\alpha_E \cdot (A'_s + A_s) + \sqrt{[\alpha_E \cdot (A'_s + A_s)]^2 - 2 \cdot \alpha_E \cdot \mathbf{b} \cdot (a' \cdot A'_s + d \cdot A_s)}}{\mathbf{b}} \quad (14.10)$$

Nato še zapišemo vztrajnostni moment razpokanega prereza:

$$I_{z, id}^{II} = \frac{\mathbf{b} \cdot x_{II}^3}{12} + \alpha_E \cdot [A'_s \cdot (x_{II} - a')^2 + A_s \cdot (d - x_{II})^2] \quad (14.11)$$

Upogibne togosti nosilca med razpokama (ali na območju brez razpok) in v razpoki znašajo (kot smo navedli v poglavju 4):

$$EI_I = E_c I_c + E_s I_s = E_c \cdot [I_I + \alpha_E \cdot I'_s] = E_c \cdot \alpha_E \cdot I_{id}^I \quad (4.39)$$

$$I_{id}^I = I_c + \alpha_E \cdot (A'_s \cdot z_{s'I}^2 + A_s \cdot z_{sI}^2) \quad (4.40)$$

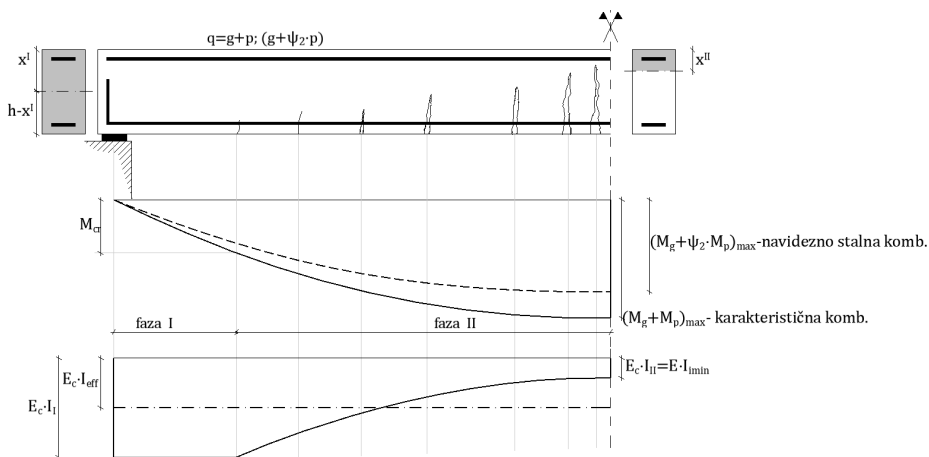
$$EI_{II} = E_{cm} (I_c + \alpha_e I_s) = E_{cm} \cdot I_{id}^{II} \quad (4.45)$$

$$I_{id}^{II} = I_c + \alpha_e (A_s' \cdot z_{sII}^2 + A_s \cdot z_{sII}^2) \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} I_c' &= \int_{Ac'} z^2 \cdot dA = b \int_0^{x_{II}} z^2 \cdot dz = \frac{b \cdot x^3}{3} \\ &= B \int \beta_{(\eta)} \cdot z^2 \cdot dz \\ &\text{– za pravokotni prerez} \end{aligned} \quad (14.12)$$

M_{cr} ... moment pri nastanku prve razpoke

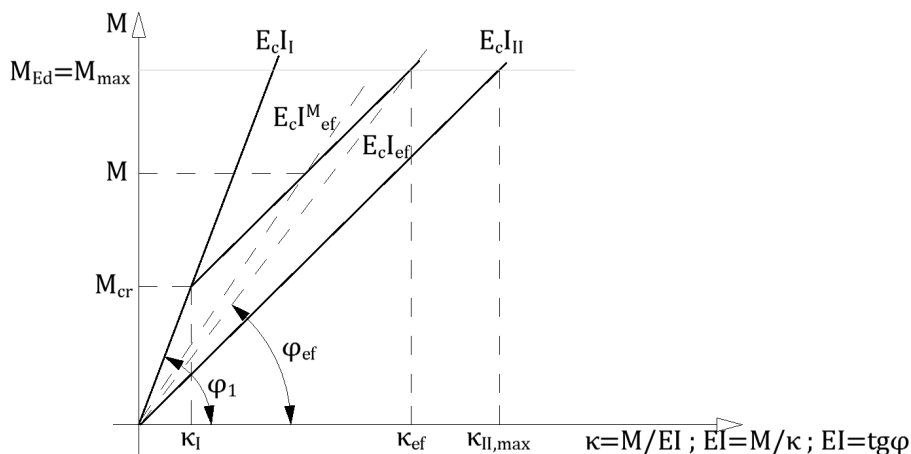
$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot \frac{I_I}{(h - x_I)} \quad (14.13)$$



Slika 14.3: Upogibni momenti in upogibne togosti v nerazpokanem in razpokanem delu nosilca

»Globina« razpok ni enaka po vsej dolžini nosilca, saj se običajno upogibni momenti spreminjajo. Tako se »idealni« prerez spreminja in je najmanjši tam, kjer je razpoka »najgloblja«.

Iz Slika 14.3 je razvidno, da upogibne togosti armiranobetonskega razpokanega nosilca niso konstantne, čeprav je nosilec konstantnega prereza po vsej njegovi dolžini ($I_c = const.$).



Slika 14.4: Prikaz efektivne togosti $E_c I$ armiranobetonskega nosilca

Na Slika 14.4 je uporabljena tako imenovana bilinearna metoda določevanja upogibne togosti, ko v območju $M > M_{cr}$ upoštevamo premico $E_c I_{II}$ in za tako imenovano »efektivno« togost določimo novo premico, ki poteka iz koordinatnega izhodišča $E_c I_{ef}$.

$E_c I_{II}$... togost razpokanega nosilca v prerezu maksimalnega upogibnega momenta.

Ta togost se s spremembo upogibnih momentov spreminja proti prerezu, kjer dosežemo M_{cr} , in nato obravnavamo nosilec kot nerazpokan do podpore ($E_c I_I$).

Tak način računanja deformacij s spreminjajočimi se upogibnimi togostmi po intervalih x_i bi bil zamuden, zato lahko za račun povosov upoštevamo konstantno togost po vsej dolžini nosilca s tako imenovano efektivno togostjo $E_c I_{ef}$.

Tak postopek navaja tudi SIST EN 1992 z enačbama 7.18 in 7.19.

$$\alpha = \zeta \cdot \alpha_{II} + (1 - \zeta) \cdot \alpha_I \quad (7.18 \text{ po SIST EN 1992}) \quad (14.14)$$

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (7.19 \text{ po SIST EN 1992}) \quad (14.15)$$

$$E_{cm} \cdot I_{ef} = E_{cm} \cdot [\zeta \cdot I_{II} + (1 - \zeta) \cdot I_I] \quad (14.16)$$

β ... koeficient, ki upošteva trajanje obtežbe ali ponavljajoče se obtežbe

$\beta = 1,0$... za kratkotrajno (redko) kombinacijo

$\beta = 0,5$... za trajno obtežbo ali ciklično ponavljajočo se obtežbo

$\beta > 0,5$... predmet diskusije – ocena projektanta

σ_s ... napetost v natezni armaturi, v razpoki

σ_{sr} ... napetost v natezni armaturi ob nastanku prve razpoke (M_{cr})

$$\sigma_s = \frac{M}{z_{sII} \cdot A_s} = \frac{M \cdot (d - x_{II})}{I_{II,a}} \cdot \alpha_E \quad (14.17)$$

$$z_{sII} \cong 0,9 \cdot d$$

$$\sigma_{sr} = \frac{M_{cr}}{z_{sI} \cdot A_s} = \frac{f_{ctm} \cdot I_I}{z_{sI} \cdot A_s \cdot (h - x_I)} \quad (14.18)$$

Enačbo 14.19 lahko zapišemo tudi v obliki enačbe 14.13a ob upoštevanju ($z_{sI} \cong z_{sII}$).

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \quad (14.19)$$

Izračun upogibnega momenta ob nastanku prve razpoke (M_{cr}) za osno-upogibno obremenitev podamo prek napetostnega pogoja:

$$\sigma_{ct} = \sigma_{ct}^M + \sigma_{ct}^N = \frac{M \cdot (h - x_I)}{I_{I,id}} + \frac{N}{A_{id}} < f_{ctm}$$

Za ekscentrični nateg sledi:

$$M_{cr} = \left(f_{ctm} - \frac{N}{A_{id}} \right) \cdot \frac{I_{I,id}}{(h - x_I)} = \left(f_{ctm} - \frac{N}{A_{id}} \right) \cdot W_{id} \quad (14.20)$$

Za ekscentrični tlak sledi:

$$M_{cr} = \left(f_{ctm} + \frac{N}{A_{id}} \right) \cdot \frac{I_{l,id}}{(h - x_I)} = \left(f_{ctm} + \frac{N}{A_{id}} \right) \cdot W_{id} \quad (14.21)$$

Izračun osne sile ob nastanku prve razpoke (N_{cr}) za osno-upogibno obremenitev podamo prek napetostnega pogoja:

$$\sigma_{ct} = \sigma_{ct}^M + \sigma_{ct}^N = \frac{M \cdot (h - x_I)}{I_{l,id}} + \frac{N}{A_{id}} \leq f_{ctm}$$

Za ekscentrični nateg sledi:

$$N_{cr} = \left(f_{ctm} - \frac{M \cdot (h - x_I)}{I_{l,id}} \right) \cdot A_{id} \quad (14.22)$$

Za ekscentrični tlak sledi:

$$N_{cr} = \left(\frac{M \cdot (h - x_I)}{I_{l,id}} - f_{ctm} \right) \cdot A_{id} \quad (14.23)$$

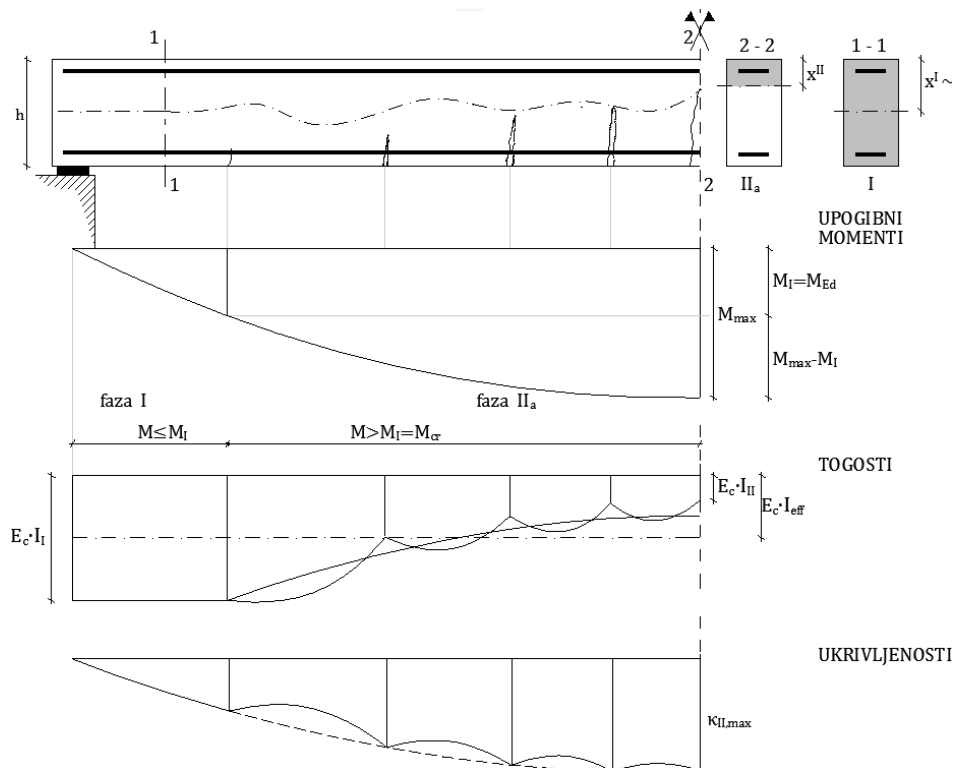
Zavedati pa se moramo, da sta $I_{l,id}$ in A_{id} pri ekscentričnem tlaku in nategu različna, saj je pri ekscentričnem tlaku večji del prereza tlačni kot pri ekscentričnem nategu ($x_{II,eksc.tlak} > x_{II,eksc.nateg}$).

14.3 Povese armiranobetonskih konstrukcij

14.3.1 Nosilci konstantnega prereza

14.3.1.1 Karakteristična – redka kombinacija, $\beta = 1,0$

Za to kombinacijo lahko izračunamo povese in tudi razpoke samo v času obremenitve ($t = 0$). Ne upoštevamo lezenja betona $\beta = 1,0$.



$$M_{Ed} = M_g + M_{p1} + \sum \psi_{0i} \cdot M_{pi} = M_{max}$$

$$M_{cr} = M_I = f_{ctm} \cdot W_{im}$$

$$E_c = 1,05 \cdot E_{cm}$$

Slika 14.5: Prikaz upogibnih momentov, togosti in ukrivljenosti armiranobetonkega nosilca

Iz Slika 14.5 je razvidno, da togosti in posledično ukrivljenosti armiranobetonkega razpokanega prereza niso konstantne, saj se razpoka z večjim upogibnim momentom »poglablja«, tlačna cona betona (x_{II}) pa manjša. Z upoštevanjem efektivne togosti ($E_c I_{ef}$), podane z (14.15) in (14.16) oziroma (14.19), lahko računamo s konstantno togostjo ($E_c I_{ef}$) po vsem razponu nosilca, s čimer zelo poenostavimo izračun povesov.

Izračun povesa, kjer lastna teža (g) in koristna obtežba (p_1) delujeta na enakem intervalu kot lastna teža ($0 - l$), lahko zapišemo z (14.24).

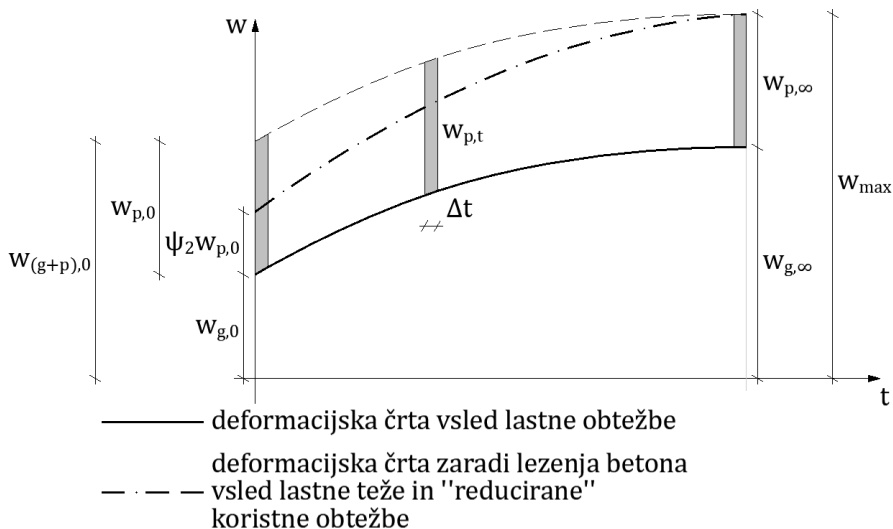
$$\begin{aligned}
 w_{g+p_1}^0 &= \int_x \frac{M_g \cdot \bar{M}}{E_c I_{ef}} dx + \int_x \frac{M_{p1} \cdot \bar{M}}{E_c I_{ef}} dx \\
 &= \frac{1}{E_c I_{ef}} \int_x (M_g + M_{p1}) \cdot \bar{M} dx
 \end{aligned}
 \tag{14.24}$$

Podamo še izračun povesa za več spremenljivih obtežb:

$$\begin{aligned}
 w_{g+p_1+\psi_{0i} \cdot p_i}^0 &= \frac{1}{E_c I_{ef}} \int_x M_g \cdot \bar{M} dx + \int_{x1} M_{p1} \cdot \bar{M} dx \\
 &+ \sum_{i>1}^n \int_{xi} \psi_{0i} \cdot M_{pi} dx
 \end{aligned}
 \tag{14.25}$$

14.3.1.2 Namišljena stalna obtežba (kvazipermanentna obtežba; $0,5 \leq \beta < 1,0$)

Ker trenutna obtežba ne povzroča lezenja betona, lahko trdimo, da so povesi zaradi trenutne obtežbe v trenutku nanosa obtežbe ($t = 0$) enaki povesu v katerem koli času (t), ($w_{p0} = w_{pt} = w_{p\infty}$).



Slika 14.6: Deformacija nosilca zaradi lezenja betona

$$\begin{aligned}
w_{max} &= w_{g,\infty} + w_{p,\infty} = w_{g,\infty} + w_{p,0} = w_{g,0} \cdot (1 + \Phi) + w_{(g+p),0} - w_{g,0} = \\
&= w_{g,0} + \Phi \cdot w_{g,0} + w_{(g+p),0} - w_{g,0} = w_{(g+p),0} + \Phi \cdot w_{g,0} = \\
&= w_{(g+p),0} \cdot \left(1 + \frac{M_g}{M_{(g+p)}} \cdot \Phi\right) = w_{(g+p),0} \cdot \left(1 + \frac{g}{g+p} \cdot \Phi\right) = \\
&= \frac{M_{(g+p)} \cdot l^2}{k \cdot (E_c I)_{ef}} \cdot \left(1 + \frac{M_g}{M_{(g+p)}} \cdot \Phi\right) \tag{14.26}
\end{aligned}$$

$(E_c I)_{ef}$... konstantna upogibna togost po vsej dolžini nosilca

M_g ; $M_{(g+p)}$... maksimalna upogibna momenta

Za nosilce konstantnega prereza pa predpis SIST EN 1992 dovoljuje poenostavitev, s katero upoštevamo tudi lezenje zaradi trenutne obtežbe (p), ki jo reduciramo s faktorji ψ_{2i} . Tako znaša skupna namišljena trajna obtežba $(g + \psi_2 \cdot p)$, za katero upoštevamo enak količnik lezenja betona ($\varphi_{t0,\infty}$) kot za trajno obtežbo. Spodnjo enačbo uporabi tudi SIST EN 1992 s tako izračunanim efektivnim modulom elastičnosti betona ($E_{c,ef}$).

$$E_{c,ef} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{0,\infty}} \text{ (enačba 2.68 iz poglavja 2)} \tag{14.27}$$

Poves za eno spremenljivo obtežbo:

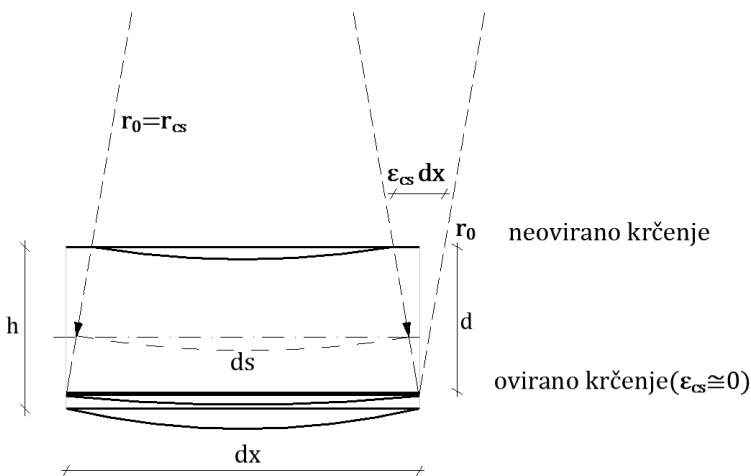
$$\begin{aligned}
w_{(g + \psi_2 \cdot p),\infty} &= \frac{M_{(g + \psi_2 \cdot p)} \cdot l^2}{k \cdot (E_c I)_{ef}} \\
&= \frac{M_{(g + \psi_2 \cdot p)} \cdot l^2}{k \cdot (E_{cm} I)_{ef}} \cdot (1 + \Phi_{0,\infty}) \tag{14.28}
\end{aligned}$$

Še izračun povesa za več spremenljivih obtežb:

$$\begin{aligned}
 W_{(g + \sum \psi_{2i} \psi_{0i} \cdot p_i)} &= \left[\frac{(M_g + M_{p_1} \cdot \psi_2 \cdot p_1) \cdot l^2}{k \cdot (E_c I)_{ef}} + \frac{\sum_{i>1} M_{p_i} \cdot \psi_{2i} \cdot \psi_{0i} \cdot l^2}{k \cdot (E_c I)_{ef}} \right] \cdot (1 + \Phi) = \\
 &= \frac{(1 + \Phi) \cdot l^2}{k \cdot (E_c I)_{ef}} \cdot \left(M_g + M_{p_1} \cdot \psi_2 \cdot p_1 + \sum_{i>1} M_{p_i} \cdot \psi_{2i} \cdot \psi_{0i} \right)
 \end{aligned} \tag{14.29}$$

14.3.1.3 Povesi zaradi krčenja betona

Kot smo spoznali v podpodpoglavju 2.6.2, krčenje betona povzroča specifične deformacije $\varepsilon_{c,s}$, ki bodo prav gotovo večje v delu nosilca, kjer »ni« armature (neovirano krčenje betona), kot v predelu z armaturo, ki krčenje zavira. Zaradi tega se nosilec ukrivi, kar na začetku vezanja betona (28 dni) preprečimo z gostim podpiranjem nosilca, po razopaženju pa se krčenje betona nadaljuje, vendar v manjšem obsegu.



Slika 14.7: Ukrivljenost κ_s

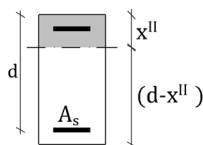
$$\frac{dx}{r_{cs}} = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot dx}{h} \rightarrow \frac{1}{r_{cs}} = \kappa_s = \frac{\varepsilon_{cs}}{h} \cong \frac{\varepsilon_{cs}}{z} \quad (14.30)$$

$z = \frac{l}{5}$... ročica notranje dvojice

Ker je krčenje dolgotrajni proces, moramo upoštevati zmanjšanje modula elastičnosti z $E_{c,ef}$, ustrezen količnik ekvivalence α_E pa znaša:

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_{c,ef}} = \frac{E_s}{E_c} \cdot (1 + \Phi) \quad (14.31)$$

$\alpha_E \cdot S = \alpha_E \cdot A_s \cdot (d - x_{II})$... statični moment natezne armature na težišču razpokanega prereza

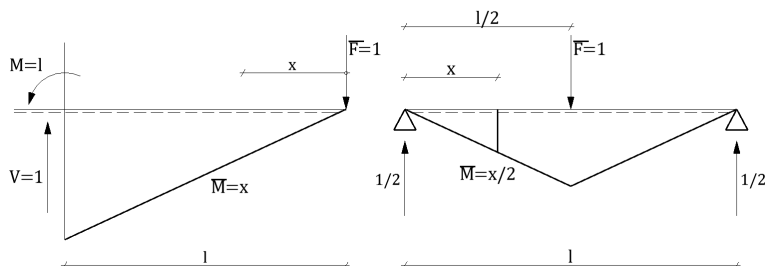


$$I = I_{id} = I_{ef} = \zeta \cdot I_{II} + (1 - \zeta) \cdot I_I$$

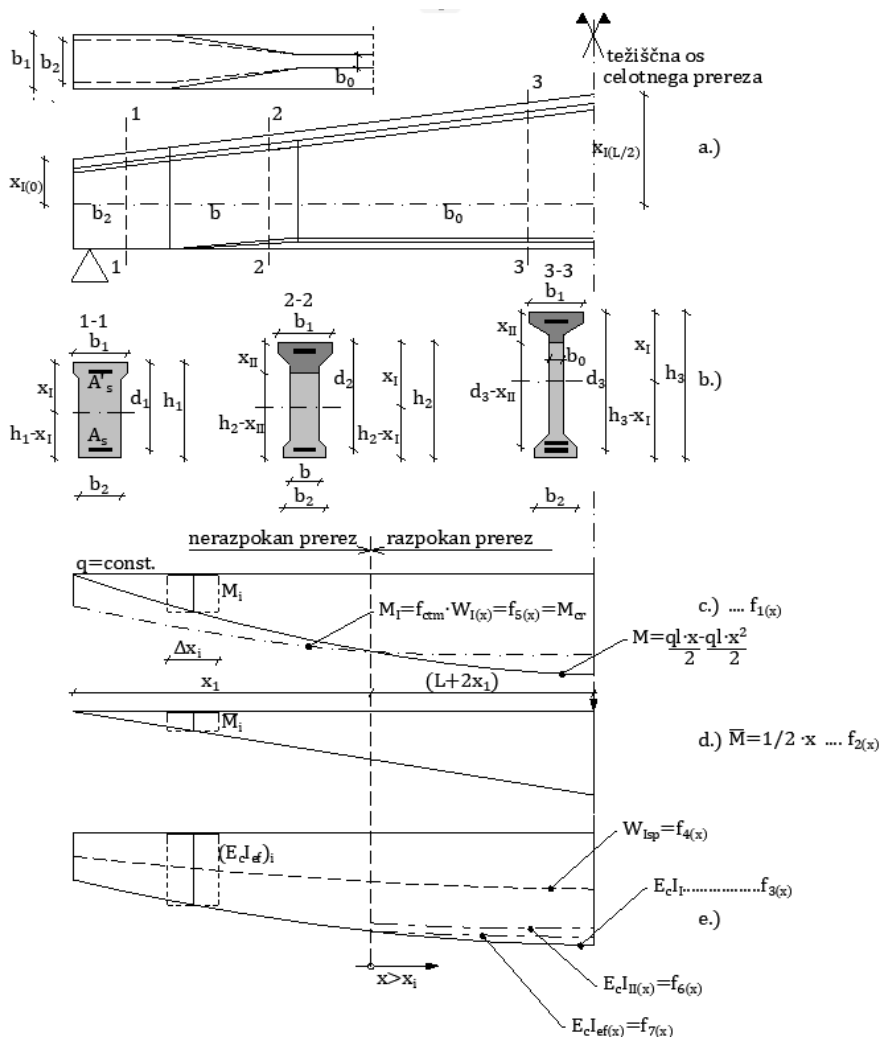
$$\kappa_s = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_E \cdot \frac{A_s \cdot (d - x_{II})}{\zeta \cdot I_{II} + (1 - \zeta) \cdot I_I} \quad (14.32)$$

$$\begin{aligned} w_{cs} &= \int_x \frac{M \cdot \bar{M}}{E \cdot I} dx = \int_x \kappa_s \cdot \bar{M} dx \\ &= \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_E \cdot \frac{A_s \cdot (d - x_{II})}{I_{ef}} \int_x \bar{M} dx \end{aligned} \quad (14.33)$$

\bar{M} ... funkcija virtualnih momentov za konzolo in prostoležeči nosilec



14.3.2 Nosilci nekonstantnega prereza



Slika 14.8: Prikaz upogibnih momentov, virtualnih momentov, momentov ob nastanku razpok in upogibne togosti nosilca z nekonstantnim prerezom

Pri nosilcih nekonstantnega prereza so I , W in A funkcije x . Zaradi tega ne moremo in ne smemo upoštevati konstantne upogibne togosti $(E_c I_{id})_{ef}$ kot pri nosilcih konstantnega prereza.

Zato namesto »integralnih enačb« uporabimo enačbe diferenc na odsekih x_i , za katere lahko predvidimo konstantne upogibne togosti, upogibne momente in virtualne momente. Ta postopek je dovolj natančen, ko čim bolj zgostimo intervale x_i . Prav tako niso konstantni momenti, pri katerih nastopi razpoka M_{cr} , saj so funkcija $W_{i(x)}$, kot prikazuje Slika 14.8.

Za fazo I velja:

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot W_{I(x)} \quad (14.34)$$

$$W_{I(x)} = \frac{I_{I(x)}}{d(x) - x_{I(x)}} \quad (14.35)$$

$$\begin{aligned} I_{I(x)} &= I_{I,c(x)} + \alpha_E \cdot I_{I,s(x)} = \\ &= I_{I,c(x)} + \alpha_E \cdot \left[A'_s \cdot (x_{I(x)} - a')^2 + A_s \cdot (d(x) - x_{I(x)})^2 \right] \end{aligned} \quad (14.36)$$

$x_{I,i}$... težiščna os nerazpokanega prereza

Faza II

Za čim več prerezov znane višine h , širine b_1 in b_0 ter količine armature A_s izračunamo nevtralne osi $x_{II,i}$, vztrajnostne momente v razpokah $I_{II,i}$ in upogibne togosti $E_{cm} \cdot I_{II,i}$ ter ustrezne efektivne togosti $E_{cm} \cdot I_{II,i,ef}$, upoštevajoč bilinearno metodo.

$$x_{II,i} = x_{II(x)}$$

$$\alpha_E \cdot S'_s + S'_c - \alpha_E \cdot S_s = 0 \quad (14.37)$$

$$\begin{aligned} \alpha_E \cdot A'_{s,i} \cdot (x_{II,i} - a') + b_1 \cdot dp_{(x)} \cdot z_{p,i} - \alpha_E \cdot A_{s,i} \\ \cdot (d - x_{II,i}) \end{aligned} \quad (14.38)$$

Enačba (14.44) podaja efektivno togost nosilca v prerezu i po bilinearni metodi.

Postopek je zamuden, vendar dovolj natančen in bistveno različen od rezultata, ki ga dobimo s programsko analizo s pomočjo računalnika, pri katerem aplikacija ne upošteva razpok.

Izračunani povesi ne smejo prekoračiti dovoljenih povesov, podanih v SIST EN 1992, in sicer po enačbi:

$$w_{dop} = \frac{l}{n} \quad (14.45)$$

$n = 100, 150, 200, 250 \dots 750$

14.4 Razpoke

14.4.1 Uvod

Največje razpoke se pojavijo v trenutku obtežbe ($t = 0$) za karakteristično kombinacijo obtežb. Te razpoke pa se bodo s prenehanjem spremenljive obtežbe zmanjšale in bodo časovno naraščale samo zaradi lastne teže (lezenje in krčenje betona). Ker je »narava« spremenljive obtežbe zelo različna, navaja SIST EN 1992 izračun razpok za tako imenovano navidezno kombinacijo permanentne obtežbe, obtežbe (kvazipermanentna kombinacija, Q. P. K) v času $t = \infty$. Podobno kot pri računu deformacij (povesov, zasukov).

V tem poglavju bo naveden samo izračun razpok za primer namišljene trajne obtežbe. Izračun bo prikazan za odprtino razpoke pri 95-odstotni fraktili, kar pomeni, da lahko pričakujemo samo še 5 % razpok, ki bodo imele večjo vrednost od izračunane.

14.4.2 Teoretične osnove izračuna razpok

Evropski normativi SIST EN 1992 navajajo za izračun karakteristične odprtine razpoke:

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_{min} \quad (14.46)$$

w_k ... karakteristična odprtina razpok

$s_{r,max}$... maksimalna razdalja med razpokami pri 95-odstotni fraktili, podana v (4.52) v poglavju 4 (SIST EN 1992 (7.11), str. 128)

$$s_{r,max} = k_3 \cdot c + \frac{\Phi}{\rho_{ef}} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \quad (14.47)$$

k_1 ... upoštevanje pogojev sidranja z betonom sprijete armature

0,8 ... za palice z dobro sprijemnostjo

1,8 ... za palice s približno gladko površino

k_2 ... upoštevanje vpliva razporeditve deformacij po prerezu

0,5 ... za upogib

1,0 ... za čisti nateg

$k_3 = 3,4$; $k_4 = 0,425$

ε_{sm} ... povprečna dilatacija »gole« armature

ε_{cm} ... povprečna dilatacija betona, ki ovira raztezek armature (med razpokama tudi beton nosi natezne obremenitve)

Natezne napetosti v armaturi in razpoki po MSU

Centrični nateg:

$$\sigma_{sr} = \sigma_s^I = \frac{N_{cr}}{A_s} = \frac{f_{ctm} \cdot A_{id}^I}{A_c} = \frac{f_{ctm}}{\rho_{ef}} \quad (14.48)$$

$$\sigma_{s,Ed} = \sigma_s^{II} = \frac{F}{A_s} = \frac{N_{Ed}}{A_s} \quad (14.49)$$

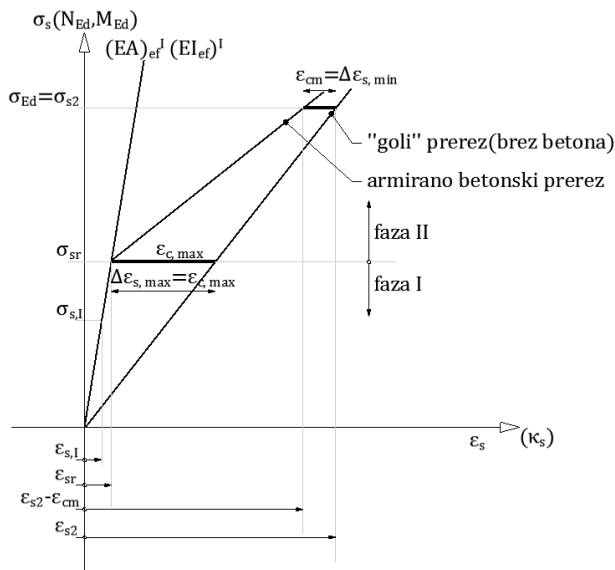
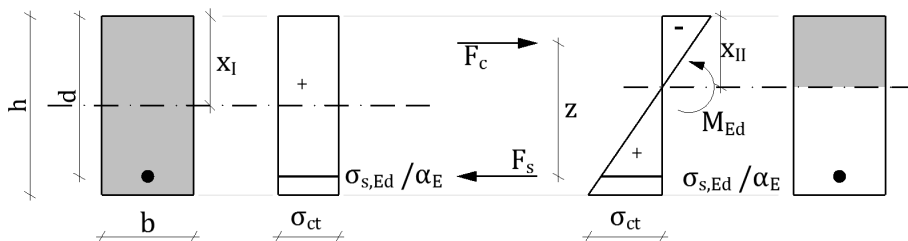
Upogib:

$$\sigma_{s,Ed} = \sigma_s^{II} = \frac{M_{Ed}}{z \cdot A_s} = \alpha_e \frac{M_{Ed} \cdot (d - x_{II})}{I_{id}^{II}} \quad (14.50)$$

$$\sigma_{sr} = \frac{M_r}{z_I \cdot A_s} = \frac{f_{ctm} \cdot I_{id}^I}{(d - x_I) \cdot A_s \cdot z_t^I} \quad (14.51)$$

$A_{id}^I, I_{id}^I, I_{id}^{II}, x_I, x_{II}$ – glej poglavje 4

$N_r = N_{cr}; M_r = M_{cr}$



Slika 14.9: Dilatacije in napetosti v armaturi

$\sigma_{s,I}, \varepsilon_{s,I}$... napetosti in dilatacije v armaturi v fazi I

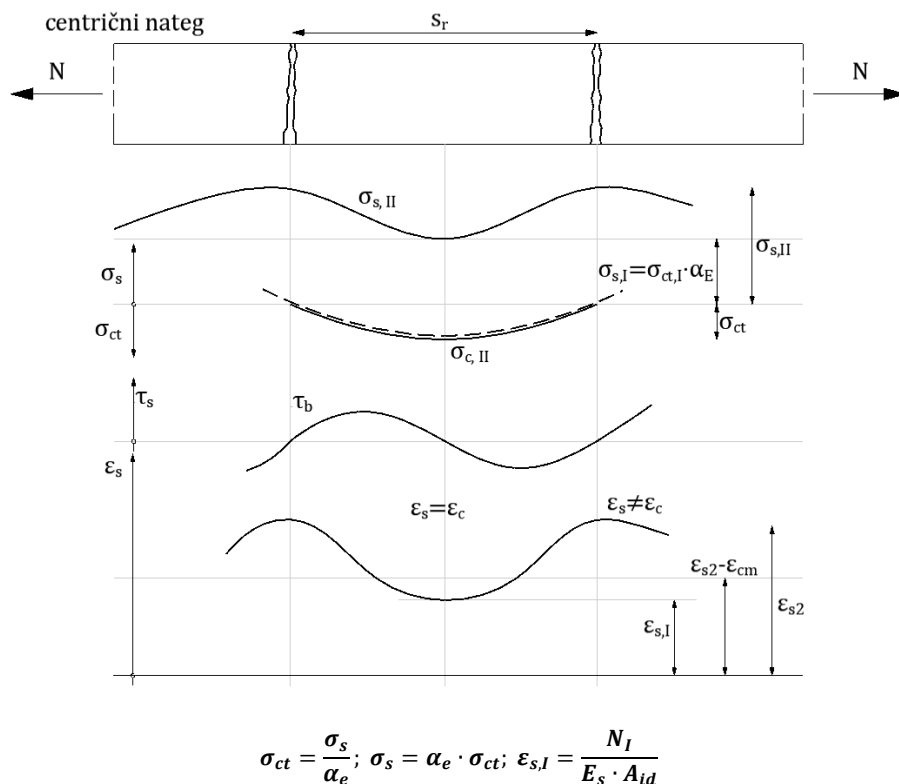
$\sigma_{sr}, \varepsilon_{sr}$... napetosti in dilatacije v armaturi ob nastanku prve razpoke

$\sigma_{s,Ed} = \sigma_{s2}$... projektna napetost v armaturi

ε_{s2} ... največja dilatacija armature »golega« prereza

$\varepsilon_{cm}, \Delta\varepsilon_s$... prispevek betona, ki zmanjša povprečno dilatacijo armature

$\Delta\varepsilon_{c,max}$... največja razlika dilatacij v armaturi armiranobetonskega prereza v primerjavi z dilatacijo »golega« prereza



Slika 14.10: Prikaz napetostnega in deformacijskega stanja v razpokah in med njima

V razpoki sta beton in armatura popolnoma ločena (zdrs med njima). Zaradi sprijemnosti med betonom in jeklom se beton upira raztežku armature, ki bi se sicer raztegnila za ε_{s2} , če ne bi bila ovita z betonom (glej premico za »goli« prerez na Slika 14.9). Ker pa adhezija med armaturo in betonom med razpokami ostaja, so deformacije ε_s dejansko manjše in potekajo po strmejši premici (faza I) in po

nastanku razpoke po krivulji (faza II). Tako znaša »dejanska« dilatacija med razpokama pri projektni napetosti σ_{s2} :

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{s2} - \varepsilon_{cm} = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_{c,min} \quad \mathbf{14,38} \quad (14.52)$$

V (14.52) predstavlja $\varepsilon_{cm} = \varepsilon_{c,min}$ zmanjšanje dilatacije gole armature zaradi natezne nosilnosti betona med razpokama.

Iz Slika 14.9 je razvidno, da delež natezne nosilnosti betona (specifične deformacije betona ε_{cm}) pada z napetostjo armature σ_s (obratno sorazmerje). Eksperimentalno je bilo dokazano, da to zakonitost lahko zapišemo z (14.53):

$$\frac{\varepsilon_{cm}}{\varepsilon_{c,max}} = \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}}; \quad \varepsilon_{cm} = \Delta\varepsilon_s \quad (14.53)$$

Za fazo II znaša specifična deformacija armature:

$$\varepsilon_{s,II} = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_s = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_{s,max} \cdot \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} = \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} \quad (14.54)$$

Za povprečne odprtine razpok uporabimo indeks m .

Centrični nateg:

$$\sigma_s = \frac{N_{Ed}}{A_s}$$

$$\sigma_{sr} = \frac{f_{ctm} \cdot A_{id}^I}{A_s}$$

Čisti upogib:

$$\sigma_s = \alpha_e \frac{M_{Ed} \cdot (d - x_{II})}{I_{id}^{II}}$$

$$\sigma_{sr} = \frac{f_{ctm} \cdot I_{id}^I}{(d - x_{II}) \cdot A_s \cdot z_t^I}$$

Z upoštevanjem (14.52) in (14.53) dobimo:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{\sigma_{sm}}{E_s} - \Delta\varepsilon_{s,max} \cdot \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \\ &= \frac{\sigma_{sm}}{E_s} \cdot \left(1 - \frac{E_s}{\sigma_s} \cdot \Delta\varepsilon_{sm} \cdot \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{sm}}\right) \\ \frac{E_s}{\sigma_s} \cdot \Delta\varepsilon_{sm} &= k_t\end{aligned}\tag{14.55}$$

k_t ... faktor trajanja obtežbe

0,6 ... za kratkotrajno obtežbo

0,4 ... za dolgotrajno in ciklično obtežbo

Centrični nateg:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{\sigma_{sm}^{(N)}}{E_s} \cdot \left(1 - k_t \cdot \frac{f_{ctm}}{\frac{A_s}{A_{id}} \cdot \sigma_{sm}}\right) \\ &= \frac{\sigma_{sm}^{(N)}}{E_s} \cdot \left(1 - k_t \cdot \frac{f_{ctm}}{\rho \cdot \sigma_{sm}}\right)\end{aligned}\tag{14.56}$$

Čisti upogib:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{\sigma_{sm}^{(M)}}{E_s} \cdot \left(1 - k_t \cdot \frac{f_{ctm} \cdot W_{id}^I}{A_s \cdot z \cdot \sigma_{sm}}\right) \\ &= \frac{\sigma_{sm}^{(M)}}{E_s} \cdot \left(1 - k_t \cdot \frac{f_{ctm}}{\frac{A_s}{W_{id}^I} \cdot z \cdot \sigma_s}\right) = \\ &= \frac{\sigma_{sm}^{(M)}}{E_s} \cdot \left(1 - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}(f_{ctm})}{\rho_{ef} \cdot \sigma_s}\right)\end{aligned}\tag{14.57}$$

Pri tem za pravokotni prerez brez armature velja:

$$W_{id}^I = \frac{b \cdot h^2}{6}; z_I = \frac{2}{3} \cdot h$$

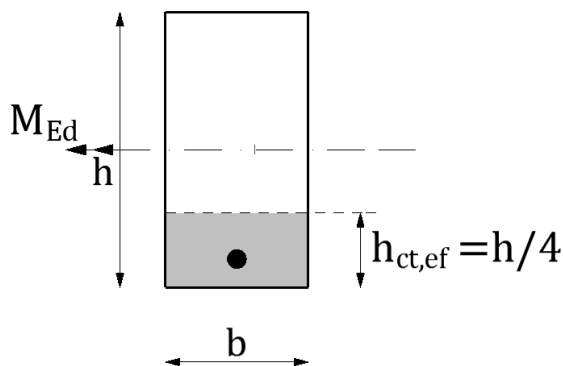
$$\frac{A_s^+ \cdot z^I}{W_{id}^I} = \frac{A_s^+ \cdot \frac{2}{3} \cdot h}{\frac{b \cdot h^2}{6}} = \frac{A_s^+}{\frac{b \cdot h}{6}} = \frac{A_s^+}{A_{ct,ef}} = \rho_{ef}$$

V poglavju 4 smo podali enačbo za efektivno višino prereza:

$$h_{ct,ef} = 2,5 \cdot (h - d); d = 0,9h$$

$$h_{ct,ef} = 2,5 \cdot 0,1h = 0,25 \cdot h$$

$h_{ct,ef} = \frac{h}{4}$... efektivna višina tegnjene cone betona, v kateri leži armatura



$$\rho_{ef}^{\text{čisti upogib}} \neq \rho_{ef}^{\text{centrični nateg}}$$

Izračunana odprtina razpok w_k mora zadoščati dopustni odprtini, ki znaša za običajne pogoje okolice ($RH \approx 50\%$, brez kislin in strupenih snovi v ozračju) $0,3 \text{ mm}$. Seveda moramo dopustno odprtino v primeru »slabšega« zrak zmanjšati. Predpis SIST EN 1992 navaja maksimalne dovoljene odprtine razpok v odvisnosti od premera in medsebojne razdalje armaturnih palic (Preglednica 7.2N in Preglednica 7.3N). Maksimalno dovoljene odprtine razpok v odvisnosti od okolice so navedene v SIST EN 1992 (Preglednica 7.1N) in so večje od zahtev v predpisih PBAB. Informativno prikazujemo preglednico iz PBAB.

Preglednica 14.1: Največje vrednosti mejnih širin razpok a_u ; [mm] – [1]

Agresivnost Okolja	Trajanje vpliva	
	Stalo in dolgotrajno spremenljivo	Stalno, dolgotrajno in kratkotrajno spremenljivo
Majhna	0,2	0,4
Srednja	0,1	0,2
Močna	0,05	0,1

Agresivnost okolja je lahko:

- majhna za elemente v notranjosti objektov, ki niso izpostavljeni vlagi, atmosferskim in korozijskim vplivom;
- srednja za elemente, ki so izpostavljeni močnejšim korozijskim vplivom (tekočim ali plinastim), v številni neposredni vpliv morske vode in morskega zraka.

Največje vrednosti mejnih širin razpok a_u iz Preglednica 14.1 se nanašajo na armiranobetonske elemente z najmanjšimi krovnimi plastmi betona, ki so predpisane v 135. členu PBAB. Za armiranobetonske elemente z debelejšimi krovnimi plastmi betona se smejo največje vrednosti mejnih širin razpok a_u sorazmerno povečati do največ 50 % od vrednosti, navedenih v zgornji preglednici, vendar največ do 0,4 mm.

Priporočene vrednosti w_{max} ; [mm] – po standardu (Preglednica 7.1N) [2]

Preglednica 14.2: Priporočene vrednosti w_{max} [2]

Razred izpostavljenosti	Armiranobetonski elementi in prednapeti betonski elementi z nepovezanimi kablji	Prednapeti betonski elementi s povezanimi kablji
	Navidežno stalna kombinacija obtežbe	Pogosta kombinacija obtežbe
X0, XC1	0,4	0,2
XC2, XC3, XC4		0,2
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3	0,3	Dekompresija

Največji premer palic ϕ_s ; [mm] – glede na omejitve širine razpok (Preglednica 7.2N) [2]

Preglednica 14.3: Največji premer palic \varnothing_s – glede na omejitve širine razpok [2]

Napetost jekla [MPa]	Največji premer palice [mm]		
	$w_k = 0,4 \text{ mm}$	$w_k = 0,3 \text{ mm}$	$w_k = 0,2 \text{ mm}$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

Največja medosna razdalja armaturnih palic glede na omejitve širine razpok po standardu (Preglednica 7.3N) [2]

Preglednica 14.4: Največja medosna razdalja armaturnih palic glede na omejitve širine razpok [2]

Napetost jekla [MPa]	Največja medosna oddaljenost palic [mm]		
	$w_k = 0,4 \text{ mm}$	$w_k = 0,3 \text{ mm}$	$w_k = 0,2 \text{ mm}$
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	–
360	100	50	–

Podajamo primer nosilca s konstantnim prerezom za karakteristično (redko) obtežno kombinacijo:

$$g_{Ed} = 7,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$p_{Ed} = 5,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

C 30/37

$$E_{cm} = 33 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

S 500-B

$$E_s = 2,1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$l = 8,00 \text{ m}$$

$$c = 3,0 \text{ cm}$$

$$a = c + d_{str} + \emptyset = 3 + 0,8 + 1,2 = 5 \text{ cm}$$

$$a' = c + d_{str} + \frac{\emptyset}{2} = 3 + 0,8 + 0,6 = 4,4 \text{ cm}$$

$$A_s = 8\emptyset 12 = 9,05 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 2\emptyset 12 = 2,26 \text{ cm}^2$$

$$d = h - a = 55 \text{ cm}$$

$$q_{Ed} = g_{Ed} + p_{Ed} = 12 \frac{kN}{m}$$

$$\varphi = 1,2$$

$$\rho = 0,91 \%$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma} = \frac{30}{1,5} = 20 \frac{N}{mm^2}$$

$$f_{ctm} = 2,9 \frac{N}{mm^2}$$

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{2,1 \cdot 10^5}{33 \cdot 10^3} = 6,36$$

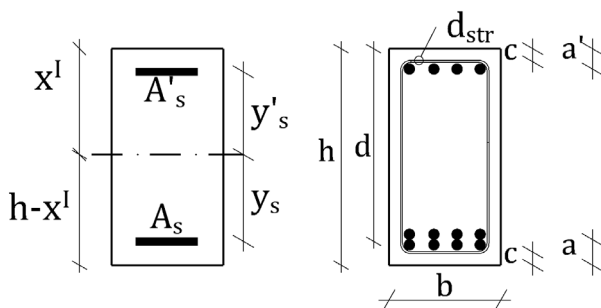
$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_{cm}} \cdot (1 + \varphi) = \frac{2,1 \cdot 10^5}{33 \cdot 10^3} \cdot 2,4 = 15,27 - \text{upoštevajoč lezenje betona}$$

$$M = q_{Ed} \cdot \frac{l}{2} \cdot x - q_{Ed} \cdot \frac{x^2}{2} = 48x - 6x^2 = 6x(8 - x)$$

$$\bar{M} = \frac{x}{2}; \quad M_{(g_{Ed} + p_{Ed})} = \frac{7 \cdot 8^2}{8} + \frac{5 \cdot 8^2}{8} = 56 + 40;$$

$$M_{(g_{Ed} + p_{Ed})} = 96 \text{ kNm}$$

Za fazo I:



$$x_I \cong 30 \text{ cm}; y_c = 0; y'_s = x^I - a' = 30 - 4,4 = 25,6$$

$$y_s = (h - x^I) - a = 30 - 5 = 25$$

$$I_{z,id}^I = I_{c0} + A_c \cdot y_c^2 + \alpha_E \cdot (y_s'^2 \cdot A'_s + y_s^2 \cdot A_s)$$

$$I_{z,id}^I = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot y_c^2 + \alpha_E \cdot (y_s'^2 \cdot A'_s + y_s^2 \cdot A_s)$$

$$I_{z,id}^I = \frac{20 \cdot 60^3}{12} + 20 \cdot 60 \cdot 0^2 + 6,36 \cdot [25,60^2 \cdot 2,26 + 25^2 \cdot 9,05]$$

$$I_{z,id}^I = 405393,63 \text{ cm}^4 = 4,054 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

Za fazo II:

$$x_{II} = \frac{-\alpha_E \cdot (A'_s + A_s) + \sqrt{[\alpha_E \cdot (A'_s + A_s)]^2 + 2 \cdot \alpha_E \cdot b \cdot (a' \cdot A'_s + d \cdot A_s)}}{b}$$

$$x_{II} = \frac{-6,36 \cdot (2,26 + 9,05) + \sqrt{6,36 \cdot (2,26 + 9,05)^2 + 40 \cdot 6,36 \cdot (4,4 \cdot 2,26 + 55 \cdot 9,05)}}{20}$$

$$x_{II} = 14,43 \text{ cm (brez reologije betona)}$$

$x_{II}^{\alpha_E=15,27} = 19,29 > x_{II}^{\alpha_E=6,36} = 14,43$ – to fizikalno ni mogoče, saj se pri upoštevanju reologije betona nevtralna os pomakne proti tlačnemu robu!

$$I^{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_E \cdot [A'_s \cdot (x_{II} - a')^2 + A_s \cdot (d - x_{II})^2]$$

$$I^{II} = \frac{20 \cdot 14,43^3}{3} + 6,36 \cdot [2,26 \cdot 10,03^2 + 9,05 \cdot 40,57^2]$$

$$I^{II} = 116213,38 \text{ cm}^4 = 1,162 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I^I = 4,054 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$E_{cm} = 33 \cdot 10^3 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

$$E_{cm} \cdot I^I = 33 \cdot 10^3 \cdot 4,054 \cdot 10^{-3} = 133.782 \text{ MNm}^2$$

$$E_{cm} \cdot I^{II} = 33 \cdot 10^3 \cdot 1,162 \cdot 10^{-3} = 38.346 \text{ MNm}^2$$

Bilinearna metoda:

$$M_{cr} = M_I = f_{ctm} \cdot W_I = 2,9 \cdot \frac{4,054 \cdot 10^{-3} \cdot 2}{0,60}$$

$$M_{cr} = 3,92 \cdot 10^{-2} \text{ MNm}^2 = 39,20 \text{ kNm}^2$$

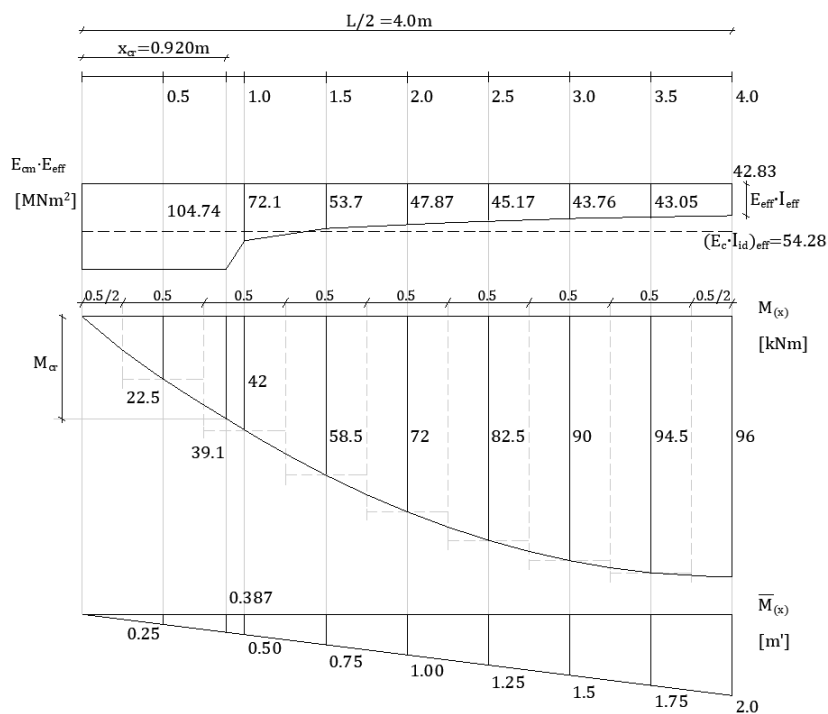
$$M_{cr} = M_I \rightarrow 48x - 6x^2 = 33,43 \rightarrow 6x^2 - 48x + 39,20 = 0$$

$$x_{1,2}^{M_I} = \frac{48 \pm \sqrt{48^2 - 4 \cdot 6 \cdot 39,20}}{12}; x_1 = 7,08 \text{ m}; x_2 = 0,92 \text{ m}$$

$$E_{cm} \cdot I_{id} = \frac{E_{cm} \cdot I_{II}}{1 - \frac{M_{cr}}{M(x)} \cdot \left(1 - \frac{I_{II}}{I_I}\right)}; E_{cm} \cdot I_{id} = \frac{38,346}{1 - \frac{39,20}{M(x)} \cdot (1 - 0,287)}$$

Preglednica 14.5: Efektivne togosti po bilinearni metodi

↓ razpoke	x [m]	M [kNm]	\bar{M} [m]	$E_{cm} \cdot I_{id}$ [MNm ²]
	0	0	0	133,782
	0,5	22,5	0,25	133,782
	0,920	39,082	0,460	133,782
	1,0	42	0,5	114,625
	1,5	58,5	0,75	73,427
	2,0	72,0	1,0	62,676
	2,5	82,5	1,25	57,993
	3,0	90,0	1,5	55,618
	3,5	94,5	1,75	54,450
4,0	96,0	2,05	54,095	



Slika 14.11: Diagrami togosti, upogibnih in virtualnih momentov

Za karakteristično kombinacijo znaša vrednost $\beta = 1,0$.

β ... koeficient, ki upošteva vpliv trajanja obtežbe ali ponavljajoče se (ciklične) obtežbe na povprečno deformacijo jekla

$\beta = 1$... za enkratno kratkotrajno obtežbo

$\beta = 0,5$... za trajno ali ciklično obtežbo

$$(E \cdot I_{id})_{eff} = E_{cm} \cdot [\zeta \cdot I_{II} + (1 - \zeta) \cdot I_I]$$

$$\begin{aligned} \zeta &= 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2 \cong 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^2 \\ &= 1 - 1,0 \cdot \left(\frac{39,20}{96}\right)^2 = 0,833 \end{aligned}$$

$$0,5 < \beta_{RK} \leq 1,0$$

$$\begin{aligned} (E_c \cdot I_{id})_{eff} &= 33 \cdot 10^3 \\ &\cdot [0,833 \cdot 1,162 + 0,167 \cdot 4,054] \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$$(E_c \cdot I_{id})_{eff} = 54,28 \text{ MNm}^2$$

Spodaj je podan izračun povesa v času $t = 0$ za »redko« oziroma karakteristično kombinacijo

Izračun $\sum(E_c \cdot I_{id})_i$ (Slika 14.6)

$$\begin{aligned} w &= \sum \frac{M_i \cdot \bar{M}_i \cdot \Delta x_i}{(E_c \cdot I_{id})_i} \\ &= \frac{2}{10^3} \cdot \left(\frac{96 \cdot 2 \cdot 0,5}{54,095 \cdot 2} + \frac{94,5 \cdot 1,75 \cdot 0,5}{54,450} \right. \\ &\quad \left. + \frac{90 \cdot 1,5 \cdot 0,5}{55,618} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{82,5 \cdot 1,25 \cdot 0,5}{57,993} + \frac{72 \cdot 1,0 \cdot 0,5}{62,676} + \frac{58,5 \cdot 0,75 \cdot 0,5}{73,427} \\
 & \quad + \frac{42 \cdot 0,5 \cdot 0,5}{114,625} + \\
 & + \frac{22,5 \cdot 0,25 \cdot 0,5}{133,782})
 \end{aligned}$$

$$w = 1,096 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,10 \text{ cm} = \frac{l}{727}$$

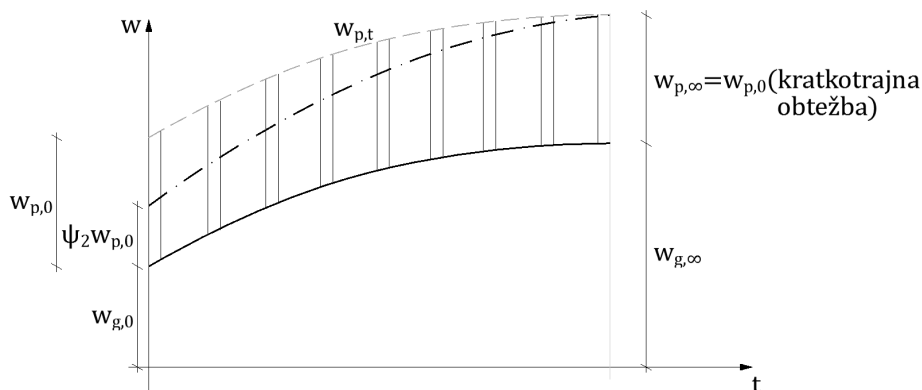
Z upoštevanjem konstantne vrednosti togosti $(E \cdot I_{id})_{eff}$ po vsej dolžini nosilca:

$$(E \cdot I_{id})_{eff} = 54,28 \cdot 10^3 \text{ kNm}^2$$

$$\begin{aligned}
 w_1 &= \frac{M_d \cdot l^2}{9,6 \cdot (E_c \cdot I_{id})_{eff}} = \frac{96 \cdot 8^2}{9,6 \cdot 54,28 \cdot 10^3} \\
 &= 1,18 \cdot 10^{-2} \text{ m} = \frac{l}{678}
 \end{aligned}$$

Razlika znaša $w - w_1 = 1,096 \cdot 10^{-2} - 1,18 \cdot 10^{-2} = -0,084 \text{ cm} \cong 0,8 \text{ mm}$, kar v kvocientu znaša $\frac{w}{w_1} = \frac{1,096}{1,18} = 0,93$ (7 %).

Namišljeno stalna obtežna kombinacija; $\beta = 0,5$ (kvazipermanentna kombinacija)



Upošteevamo trenutno obtežbo kot trajno, vendar pa jo zmanjšamo s faktorjem ψ_2 .

Poves zaradi lezenja betona

$$\begin{aligned}\psi_2 &= 0,2; M_{Ed} = M_{gEd} + \psi_2 \cdot M_{pEd} = 56 + 0,2 \cdot \frac{5 \cdot 8^2}{8} \\ &= 64 \text{ kNm} \\ \zeta &= 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2 \cong 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^2 \\ &= 1 - 0,5 \cdot \left(\frac{39,20}{64}\right)^2 = 0,812\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(E_c \cdot I_{id})_{eff} &= 33 \cdot 10^3 \cdot [0,812 \cdot 1,162 + 0,188 \cdot 4,054] \cdot 10^{-3} \\ &= 56,29 \text{ MNm}^2 \cong E_c \cdot I_{II}\end{aligned}$$

Opomba: za $\psi_2 > 0,2$ dobimo $(E_c \cdot I_{id})_{eff} < E_c \cdot I_{II}$, kar ni logično.

$$\begin{aligned}\Phi &= 1,2; E_\varphi = \frac{E_{cm}}{1 + \Phi} \\ w &= \frac{M_{Ed} \cdot l^2}{k \cdot (E_c \cdot I_{id})_{eff}} \cdot (1 + \Phi) = \frac{64 \cdot 8^2}{9,6 \cdot 56,29 \cdot 10^3} \cdot 2,2 \\ &= 1,67 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,67 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$w_{cr} = 1,67 \text{ cm} = \frac{800}{479} = \frac{l}{479} < \frac{l}{250}$$

Poves zaradi krčenja betona:

$$w_s = \int_x \kappa_s \cdot \bar{M} dx; \varepsilon_{s,\infty} = \varepsilon_c = 0,3 \text{ ‰}$$

Ukrivljenost zaradi krčenja betona κ_s znaša:

$$\begin{aligned}\kappa_s &= \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_E \cdot \frac{S}{I_{id}}; \alpha_E = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{E_s}{E_c} \cdot (1 + \Phi) \\ &= 6,36 \cdot 2,2 = 13,99\end{aligned}$$

Statični moment prereza armature na nevtralno os x_{II} znaša:

$$d - x_{II} = 55 - 14,43 = 40,57; S = S_{II} = A_s \cdot (d - x_{II}) \\ = 9,05 \cdot 40,57 = 367,16 \text{ cm}^3$$

$$I_I^{\alpha_E = 6,36} = 360000 + 6,36 \cdot 7137,364 \\ = 402393,635 \text{ cm}^4$$

$$I_{II}^{\alpha_E = 6,36} = 20031,235 + 6,36 \cdot 15122,978 \\ = 116213,375 \text{ cm}^4$$

$$I_{eff}^{\alpha_E = 6,36} = 0,812 \cdot 116213,375 + 0,188 \cdot 402393,635 \\ = 170015,264 \text{ cm}^4$$

Opomba: ker smo statični moment armature množili z $\alpha_E = \frac{E_s}{E_c} \cdot (1 + \Phi)$, moramo ustrezen količnik ekvivalence upoštevati pri izračunu efektivnega vztrajnostnega momenta in tako sledi:

$$\kappa_s = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_E \cdot \frac{S}{I_{eff}^{\alpha_E = 6,36}} \\ = 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 6,36 \cdot \frac{367,16}{170015,264} \\ = 4,12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{cm}}$$

$$w_s = \int_x \kappa_s \cdot \bar{M} dx = \kappa_s \int_0^l \bar{M} dx = \kappa_s \cdot 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{x}{2} dx \\ = 4,12 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{l/2} = \\ 4,12 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{800^2}{8} = 0,33 \text{ m} = 3,3 \text{ mm}$$

Končna deformacija zaradi lezenja in krčenja betona znaša:

$$\sum w = w_{cr} + w_s = 1,67 + 0,33 = 2,00 \text{ cm} = w_{\infty}$$

Literatura

- „Pravilnik za beton in armirani beton - PBAB“. 1987.
- „Slovenski standard. SIST EN 1992-1-1:2005“. Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana, 2006.
- Ž. Radosavljevič, *Armirani beton. Knj. 1*, Novo 5. izd. Beograd: Građevinska knjiga, 1988.
- M. Neville Adam, *Properties of Concrete*, 4. izd. Harlow: Longman, 2005.
- F. Leonhardt in E. Mönning, *Vorlesungen über Massivbau 1*, let. 1. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1973. doi: 10.1007/978-3-662-07601-9.
- „DIN 1048“.
- F. Leonhardt in E. Mönning, *Vorlesungen über Massivbau 2*, let. 2. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1986. doi: 10.1007/978-3-642-61643-3.
- „Slovenski standard. SIST EN 1992-1-1:2005“. Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana, 2006.
- I. Tomičič, *Priručnik za proračun armiranobetonskih konstrukcij*. Zagreb: Tisak Velika Gorica, 1993.
- F. S. Rostásy in G. Wiedemann, „Stress-strain-behaviour of concrete at extremely low temperature“, *Cem Concr Res*, let. 10, št. 4, str. 565–572, 1980, doi: [https://doi.org/10.1016/0008-8846\(80\)90100-3](https://doi.org/10.1016/0008-8846(80)90100-3).
- J. Bonzel, *Über die Spaltzugfestigkeit des Betons*. Düsseldorf: Beton-Verlag GmbH, 1964.
- A. Hummel, *Das Beton-ABC: Ein Lehrbuch Der Technologie Des Schwerbetons und Des Leichtbetons*. W. Ernst, 1959. [Na spletu]. Dostopno na: <https://books.google.si/books?id=zZtTAAAAAYAAJ>
- M. Roš, *Die materialtechnischen Grundlagen und Probleme des Eisenbetons im Hinblick auf die zukünftige Gestaltung der Stahlbeton-Bauweise*. v Bericht / Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchsanstalt für Industrie, Bauwesen und Gewerbe. EMPA, 1950. [Na spletu]. Dostopno na: <https://books.google.si/books?id=ft4rvwEACAAJ>
- „DIN 1045-1“.
- O. Wagner, *Das Kriechen unbewehrten Betons*, let. 131. Berlin: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1958.
- H. Klopfer, „Die Carbonatisation von Sichtbeton und ihre Bekämpfung“, *Bautenschutz und Bausanierung*, let. 1, št. 3, 1978.
- G. Wischers in M. Lusche, „Einfluss der inneren Spannungsverteilung auf das Tragverhalten von druckbeanspruchtem Normal- und Leichtbeton“, 1972. [Na spletu]. Dostopno na: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:160990297>
- E. Grasser in P. Probst, *Biegebemessung von Stahlleichtbeton. Ableitung der Spannungsverteilung in der Biegedruckzone aus Prismenversuchen als Grundlage für DIN 4219*, 322. izd., št. 322. Berlin: W. Ernst u. Sohn, 1981.
- H. Weigler in W. Freitag, *Dauerschwell- und Betriebsfestigkeit von Konstruktionsleichtbeton*, DAFStb., let. 247. Berlin: W. Ernst u. Sohn, 1975.
- G. Rehm, „Kriterien zur Beurteilung von Bewehrungsstäben mit hochwertigem Verbund“, *Stahlbetonbau*. W. Ernst u. Sohn, Berlin, 1969.
- „SIST EN 1990:2004“.
- Ž. Radosavljevič, *Armirani beton. Knj. 2: Teorija graničnih stanja*. Beograd: Građevinska knjiga, 1986.
- P. Dobrila, M. Lep in M. Ježovnik, *Diagrami za dimenzioniranje armature pravokotnih in „T“ prerezov: upogibno osna obremenitev, velika ekscentričnost: priložnik*. Maribor: Tehniška fakulteta, 1991.
- R. Rograč, F. Saje in M. Lozej, *Priložnik za dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj*. Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo, VTOZD Gradbeništvo in

- geodezija, Katedra za masivne in lesene konstrukcije, 1989. [Na spletu]. Dostopno na: <https://books.google.si/books?id=1jdxAAAAAAAJ>
- Ž. Radosavljević, *Armirani beton. Knj. 2: Teorija graničnih stanja*. Beograd: Građevinska knjiga, 1986.
- D. Beg in A. Pogačnik, *Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po evrokod standardih*. Inženirska zbornica Slovenije, 2009.
- F. Leonhardt in E. Mönning, *Vorlesungen über Massivbau 3*, let. 3. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1974. doi: 10.1007/978-3-662-10822-2.
- Ž. Radosavljević in D. Bajić, *Armirani beton. 3, Elementi armiranobetonskih konstrukcija*. Beograd: Akademska misao, 2016.
- R. Bareš, *Proračun ploča i zidnih platna*. Beograd: Građevinska knjiga, 1972.
- P. Dobrila, M. Lep in M. Ježovnik, *Diagrami za dimenzioniranje armature pravokotnih in „T“ prerezov: upogibno osna obremenitev, velika ekscentričnost: priročnik*. Maribor: Tehniška fakulteta, 1991.
- D. Beg in A. Pogačnik, *Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po evrokod standardih*. Inženirska zbornica Slovenije, 2009.
- Ž. Radosavljević, *Armirani beton. Knj. 1*, Novo 5. izd. Beograd: Građevinska knjiga, 1988.

DIMENZIONIRNJE ARMIRANOBETONSKIH KONSTRUKCIJ PO METODI MEJNIH STANJ

PETER DOBRILA

Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo,
Maribor, Slovenija
fgpa@um.si

Publikacija predstavlja zelo obširen spekter dimenzioniranja armirano-betonskih (AB) elementov, tako linijskih, kot ploskovnih elementov. Posamična poglavja so tematsko zasnovana tako, da so najprej predstavljene osnovne teoretične osnove osnovnih mehanskih mehanizmov posameznega obremenitvenega problema konstrukcijskih elementov, v drugem delu pa nato še aplikacije na specifični primer uporabe veljavnih Evrokod standardov. V posameznih poglavjih so na koncu podani tudi posebni konkretni računski primeri, ki bralcu približajo uporabo Evrokod standardov na posameznih izbranih vzorčnih primerih. Dodatno pa bo publikacija lahko zelo koristen učni in uporabniški pripomoček tudi za projektante armirano-betonskih konstrukcij v projektivnih birojih, ter v določeni meri tudi za izvajalce gradbenih del. Publikacija je sicer tematsko razdeljena v 14 ločenih samostojnih poglavij.

DOI
[https://doi.org/
10.18690/um.fgpa.1.2024](https://doi.org/10.18690/um.fgpa.1.2024)

ISBN
978-961-286-833-8

Ključne besede:
beton,
konstrukcije,
mehanika konstrukcij,
evrokod standardi,
metoda mejnih stanj



Univerzitetna založba
Univerze v Mariboru

DOI
[https://doi.org/
10.18690/um.fgpa.1.2024](https://doi.org/10.18690/um.fgpa.1.2024)

ISBN
978-961-286-833-8

Keywords:
concrete,
structures,
structural mechanics,
Eurocode standards,
limit state method

DIMENSIONING OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES ACCORDING TO LIMIT STATE DESIGN

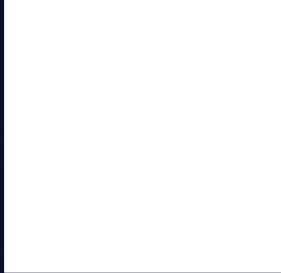
PETER DOBRILA

University of Maribor, Faculty of Civil Engineering, Transportation Engineering and
Architecture, Maribor, Slovenia
fgpa@um.si

This publication presents a very comprehensive coverage of the design of reinforced concrete (RC) elements, both linear and planar. The chapters are organised in such a way that first the basic theoretical background of the underlying mechanical mechanisms of each loading problem of structural elements is presented, followed in the second part by applications to the specific example of the use of the applicable Eurocode standards. Finally, specific concrete calculation examples are given in individual chapters to bring the reader closer to the application of the Eurocode standards to selected sample cases. In addition, the publication can be a very useful learning and application tool for designers of reinforced concrete structures in design offices and, to some extent, for contractors. The publication is divided into 14 separate chapters.



University of Maribor Press



Univerza v Mariboru

Fakulteta za gradbeništvo,
prometno inženirstvo in arhitekturo

