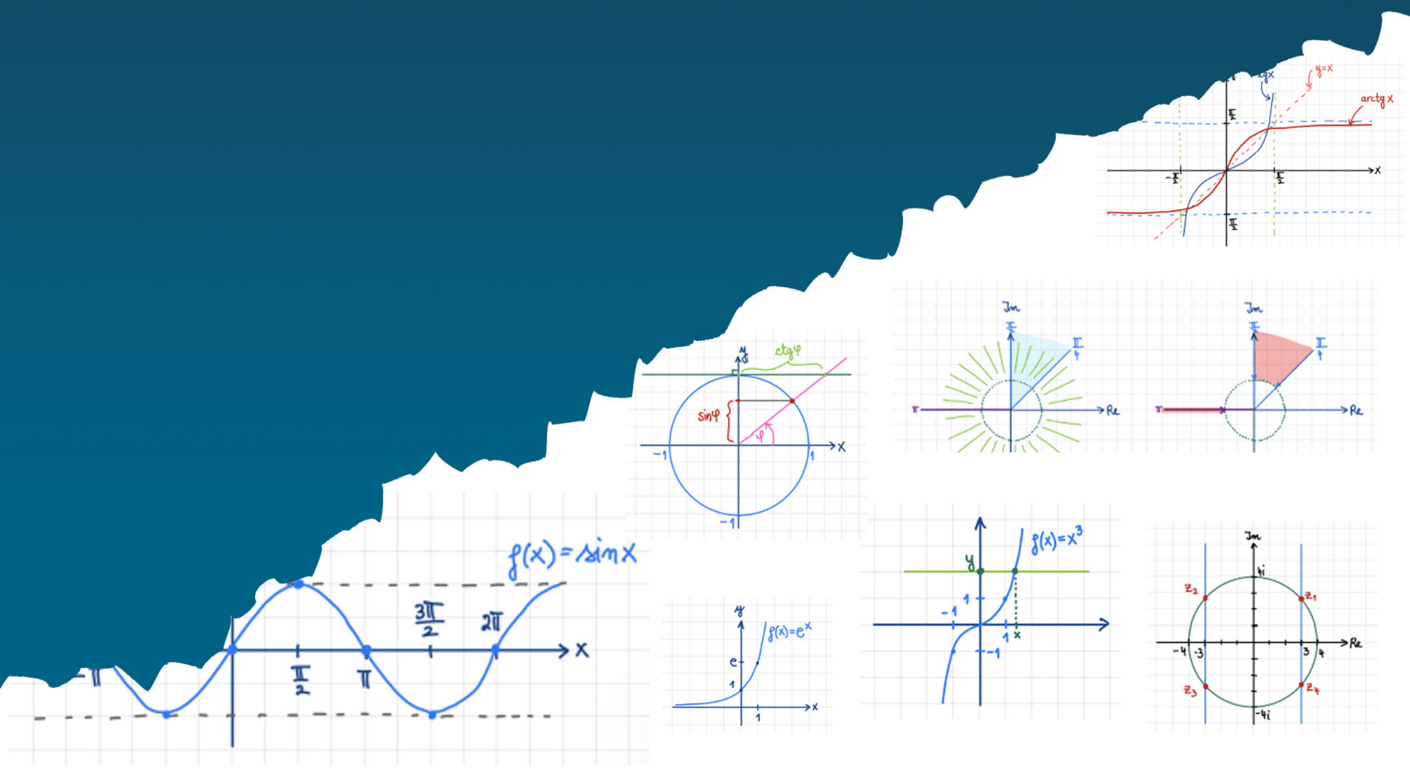
Univerzitetna založba
Univerze v Mariboru

KVIZI IZ

MATEMATIKE I

1. DEL

Aleksandra Tepeh



Univerza v Mariboru

Fakulteta za elektrotehniko,
računalništvo in informatiko

Kvizi iz Matematike I

1. del

Avtorica
Aleksandra Tepeh

Oktober 2023

Naslov *Title* **Kvizi iz Matematike I** *Mathematics 1 Quizzes*

Podnaslov *Subtitle* **1. del** *Part One*

Avtorica *Author* Aleksandra Tepeh
(Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)

Recenzija *Review* Gordana Radić
(Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)

Lektoriranje *Language editing* Tadeja Kraner Šumenjak
(Univerza v Mariboru, Fakulteta za kmetijstvo in biosistemske vede)

Tehnična urednika *Technical editors* Aleksandra Tepeh
(Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)

Jan Perša
(Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)

Grafične priloge *Graphics material* Tepeh, 2023

Oblikovanje ovitka *Cover designer* Jan Perša
(Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)

Grafika na ovitku *Cover graphic* Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba in Tepeh, 2023

Založnik *Published by* **Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba**
Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija
https://press.um.si, zalozba@um.si

Izdajatelj *Issued by* **Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko**
Koroška cesta 46, 2000 Maribor, Slovenija
https://feri.um.si, feri@um.si

Izdaja *Edition* Prva izdaja

Izdano *Published at* Maribor, oktober 2023

Vrsta publikacije *Publication type* E-knjiga

Dostopno na *Available at* https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/816

```
CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Univerzitetna knjižnica Maribor

51(0.034.2)

TEPEH, Aleksandra
    Kvizi iz matematike I
[Elektronski vir]. Del 1 /
Aleksandra Tepeh. - 1. izd. - E-
učbenik. - Maribor : Univerza v
Mariboru, Univerzitetna založba,
2023

ISBN 978-961-286-790-4 (WEB, pdf)
doi: 10.18690/um.feri.9.2023
COBISS.SI-ID 166481667
```


ISBN 978-961-286-790-4 (pdf)

DOI https://doi.org/10.18690/um.feri.9.2023

Cena *Price* Brezplačni izvod

Odgovorna oseba založnika *For publisher* prof. dr. Zdravko Kačič,
rektor Univerze v Mariboru

Citiranje *Attribution* Tepeh, A. (2023). *Kvizi iz Matematike I: 1. del.* Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba. doi: 10.18690/um.feri.9.2023

KAZALO

Predgovor

Pričujoča zbirka rešenih nalog je učni pripomoček, prvenstveno namenjen študentom 1. letnika visokošolskih študijskih programov *Računalništvo in informacijske tehnologije* in *Informatika in tehnologije komuniciranja* na UM FERI, ki poslušajo predmet *Matematika 1*.

Pri omenjenem predmetu je vsak izmed dveh kolokvijev (kakor tudi izpit), sestavljen iz teoretičnega in računskega dela. Medtem ko je za praktični del snovi na voljo obsežna literatura, saj večina naravoslovnih in tehniških študijskih smeri drugih fakultet v prvem letniku pokriva enako snov, si študentje težje predstavljajo, na kak način se preverja znanje iz teoretičnega dela. Slednje je osnovna motivacija za izdajo te zbirke. Izšla bo v dveh delih, kjer je v prvem delu pokrita snov prvega kolokvija (osnove logičnega sklepanja, množice, kompleksna števila in funkcije), drugi del pa bo namenjen pripravi na teoretični del drugega kolokvija (limita, odvod, integral, zaporedja in vrste).

Ob dodanih novih nalogah osnovo zbirke predstavljajo izpitne naloge v letih 2016-2023. Vse so opremljene z zahtevanimi rešitvami, nekatere pa tudi z dodatnimi pojasnili, kako do rešitve priti, ter kakšen je namen naloge oz. razumevanje katerega teoretičnega pojma se preverja na osnovi primerov. Nekatere rešitve so podane v obliki zapiskov. Za slednje sem se odločila, saj je veliko študentov izrazilo pozitivno mnenje nad mojimi zapiski predavanj, kjer je mogoče z barvami, ustreznimi razmiki, skicami in opombami doseči večjo preglednost in nenazadnje tudi pozornost. Študentom bi rada demonstrirala, kako nam dobri in pregledni zapiski, ki jih izdelamo sami, pri matematičnih predmetih izredno olajšajo učenje.

Izkušnje kažejo, da prehod iz srednje šole na fakulteto za marsikoga ni enostaven. Zato študentom ob tej priliki sporočam, da si želim, da bi zavzeto hodili na predavanja in vaje, saj je na ta način najlažje razumeti in usvojiti snov. Ključnega pomena je sprotno delo in utrjevanje, zato naj bo pri pripravi na kolokvij ali izpit pričujoča zbirka le zadnji korak, namenjen samopreverjanju, da je študent usvojil snov, ki je sicer v celoti zbrana v zapiskih predavanj na http://estudij.um.si/.

Kljub skrbnemu pregledu se zavedam možnosti, da v zbirki ostaja kakšna tipkarska napaka. V primeru, da jo opazite ali se vam porodi kak dvom, mi pišite na naslov aleksandra.tepeh@um.si, vesela bom opozorila.

1

NALOGE

1.1 LOGIKA

Naloga 1 *Kaj je izjava?*

Naloga 2 *Podaj primer enostavne in primer sestavljene izjave.*

Naloga 3 *Zapiši pravilnostno tabelo za disjunkcijo.*

Naloga 4 *Zapiši pravilnostno tabelo za konjunkcijo.*

Naloga 5 *Zapiši pravilnostno tabelo za implikacijo.*

Naloga 6 *Katera od spodnjih izjav je logično ekvivalentna izjavi* $p \vee q \Rightarrow \neg p \wedge q \vee p \wedge \neg q$*?*

(a) $p \vee ((q \Rightarrow \neg p \wedge q) \vee p) \wedge \neg q$

(b) $(p \vee q) \Rightarrow (((\neg p) \wedge q) \vee (p \wedge (\neg q)))$

(c) $(p \vee q) \Rightarrow (\neg p \wedge ((q \vee p) \wedge \neg q))$

(d) $(p \vee q \Rightarrow \neg p) \wedge (q \vee (p \wedge \neg q))$

Naloga 7 *Katera od spodnjih izjav je logično ekvivalentna izjavi* $p \wedge q \Rightarrow \neg p \vee q \vee p \wedge \neg q$*?*

(a) $(p \wedge q) \Rightarrow (((\neg p) \vee q) \vee (p \wedge (\neg q)))$

(b) $(p \wedge q) \Rightarrow \neg(p \vee (q \vee p) \wedge \neg q)$

(c) $p \wedge (q \Rightarrow \neg p) \vee (q \vee p \wedge \neg q)$

(d) $p \wedge (q \Rightarrow (\neg p) \vee q \vee p) \wedge (\neg q)$

Naloga 8 *Katera od spodnjih izjav je logično ekvivalentna izjavi* $p \Rightarrow q \Leftrightarrow p \vee \neg q \wedge r$*?*

(a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee ((\neg q) \wedge r))$

(b) $p \Rightarrow (q \Leftrightarrow p \vee (\neg q \wedge r))$

(c) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow ((p \vee \neg q) \wedge r)$

(d) $p \Rightarrow (q \Leftrightarrow p \vee ((\neg q) \wedge r))$

Naloga 9 *Katera lastnost **ne** velja za vsak par izjav p in q?*

(a) $p \vee q \sim q \vee p$,

(b) $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \Rightarrow \neg q$

(c) $(p \wedge q) \vee r \sim (p \vee r) \wedge (q \vee r)$

(d) $\neg(p \wedge q) \sim \neg p \vee \neg q$

Naloga 10 *Negacija izjave "Če bo lepo vreme, grem na trening." je:*

(a) *Če bo lepo vreme, ne grem na trening.*

(b) *Če ne bo lepo vreme, ne grem na trening.*

(c) *Bo lepo vreme in ne grem na trening.*

(d) *Ne bo lepo vreme in ne grem na trening.*

Naloga 11 *Negacija izjave "Če dežuje, sem zaspan." je:*

(a) *Če dežuje, nisem zaspan.*

(b) *Če ne dežuje, nisem zaspan.*

(c) *Ne dežuje in nisem zaspan.*

(d) *Dežuje in nisem zaspan.*

Naloga 12 *Kaj pravi zakon kontrapozicije?*

Naloga 13 *Negacija izjave "Če ponočujem, zjutraj dolgo spim." je:*

(a) *Če ponočujem, zjutraj ne spim dolgo.*

(b) *Če ne ponočujem, zjutraj ne spim dolgo.*

(c) *Ponočujem in zjutraj ne spim dolgo.*

(d) *Ne ponočujem in zjutraj ne spim dolgo.*

Naloga 14 *Konjunkcija izjav A in B je izjava,*

(a) *ki je pravilna, kadar je vsaj ena od izjav A, B pravilna, in je nepravilna, če sta obe izjavi A, B nepravilni.*

(b) *ki je nepravilna v primeru, ko je A pravilna, B pa nepravilna, in je pravilna v vseh ostalih primerih.*

(c) *ki je pravilna v primeru, ko je A pravilna, B pa nepravilna, in je nepravilna v vseh ostalih primerih.*

(d) *ki je pravilna, kadar sta obe izjavi pravilni, in je nepravilna, če je vsaj ena od izjav A, B nepravilna.*

Naloga 15 *Kako zapisujemo in beremo univerzalnostni in eksistenčni kvantifikator?*

Naloga 16 *Negiraj izjavo $\exists x \in \mathbb{N}, x < 34$ in ugotovi, ali je dobljena negacija pravilna.*

Naloga 17 *V običajnem jeziku zapiši izjavo $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) > 0$, če f označuje neko funkcijo. Izjavo še negiraj.*

Naloga 18 *Implikacija izjav $A \Rightarrow B$ je izjava,*

(a) *ki je pravilna, kadar je vsaj ena od izjav A, B pravilna, in je nepravilna, če sta obe izjavi A, B nepravilni.*

(b) *ki je nepravilna v primeru, ko je A pravilna, B pa nepravilna, in je pravilna v vseh ostalih primerih.*

(c) *ki je pravilna v primeru, ko je A pravilna, B pa nepravilna, in je nepravilna v vseh ostalih primerih.*

(d) *ki je pravilna, kadar sta obe izjavi pravilni, in je nepravilna, če je vsaj ena od izjav A, B nepravilna.*

1.2 ŠTEVILSKE MNOŽICE

Naloga 19 *Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna:*

(a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(b) $A \cup B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}$

(c) $|\{0, \{0, \emptyset\}\}| = 2$

(d) $A \setminus B = \{x; x \notin A \wedge x \in B\}$

(e) *Za presek velja asociativnosti zakon.*

Naloga 20 *Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna:*

(a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

(b) $|\{1, \{3, 11\}\}| = 3$

(c) $A \cap B = \{x; x \in A \vee x \in B\}$

(d) *Za presek velja komutativnosti zakon.*

(e) $A \setminus B = \{x; x \in A \vee x \notin B\}$

Naloga 21 *Zapiši definicijo podmnožice.*

Naloga 22 *Zapiši definicijo unije množic.*

Naloga 23 *Zapiši definicijo razlike množic.*

Naloga 24 *Zapiši definicijo komplementa množice.*

Naloga 25 *Zapiši De Morganova zakona za komplementiranje množic.*

Naloga 26 *Kaj je potenčna množica in koliko elementov vsebuje?*

Naloga 27 *Zapiši potenčno množico množice* $B = \{\{3, 11\}, 2\}$.

Naloga 28 *Kaj je kartezični produkt množic in koliko elementov vsebuje?*

Naloga 29 *Pojasni razliko med pomenoma zapisov* (a, b) *in* $\{a, b\}$.

Naloga 30 *V kakšni zvezi je moč kartezičnega produkta dveh množic s številom elementov v posameznih množicah?*

Naloga 31 *Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna (U je univerzalna množica, A in B pa poljubni množici):*

(a) $A \cup A = A$

(b) $A \cap U = A$

(c) $A \cap B = B \cap A$

(d) $A \times B = B \times A$

(e) $(A \cup B)^C = A^C \cup B^C$

Naloga 32 *Naj bo* $A = \{\{\} \cap \{\}\}$. *Obkroži črko pred pravilno izjavo.*

(a) *Množica A ima dva elementa.*

(b) *Množica A ima en element.*

(c) *Množica A je prazna.*

(d) *A ni množica.*

Naloga 33 *Naj bo* $A = \{\{\}\}$. *Obkroži črko pred pravilno izjavo.*

(a) *Množica A je enaka $\mathbb{R}$.*

(b) *Množica A ima dva elementa.*

(c) *Množica A ima en element.*

(d) *A ni množica.*

Naloga 34 *Kako je definirana absolutna vrednost realnega števila?*

Naloga 35 *Dopolni:* $|6x-5| =$

Naloga 36 *Množica rešitev enačbe $|x-2| = 2$ je*

(a) $\{0, 2\}$

(b) $\{0, 4\}$

(c) $\{-2, 2\}$

(d) $\{-4, 4\}$

Naloga 37 *Množica rešitev enačbe $|x-4| = 2$ je*

(a) $\{2, 4\}$

(b) $\{4, 6\}$

(c) $\{2, 6\}$

(d) $\{-2, 6\}$

Naloga 38 *Katera lastnost **ne** velja za vsak par realnih števil a in b, kjer je $b \neq 0$?*

(a) $|ab| = |a||b|$

(b) $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

(c) $|a+b| = |a| + |b|$

(d) $ab^{-1} = \frac{a}{b}$

Naloga 39 *Katera lastnost **ne** velja za vsak par realnih števil:*

(a) $|x+c+d| = |x| + |c+d|$

(b) $\left|\frac{c+d}{e+f}\right| = \frac{|c+d|}{|e+f|}$

(c) $|x+y|^{-1} = \left|(x+y)^{-1}\right|$

(d) $|x-d+a| = 0 \Leftrightarrow x = d-a$

Naloga 40 *Množica rešitev neenačbe* $|x-2| \geq 3$, *kjer je* x *realno število, je*

(a) $(-\infty,-1) \cup (5,\infty)$

(b) $(-\infty,-1] \cup [5,\infty)$

(c) $[-1,5]$

(d) $(-1,5)$

Naloga 41 *Rešitev neenačbe* $|2x+5| \leq 7$ *je:*

(a) $(-\infty,-6]$.

(b) $[-6,0]$.

(c) $(-6,1)$.

(d) $(-\infty,-6] \cup [1,\infty)$.

(e) $[-6,1]$.

Naloga 42 *Rešitev neenačbe* $|-4-x| > 3$ *je:*

(a) $(-7,-1)$.

(b) $(1,7)$.

(c) $(\infty,-7) \cup (-1,\infty)$.

(d) $(\infty,-7] \cup [-1,\infty)$.

(e) $[-7,-1]$.

Naloga 43 *Rešitev neenačbe* $|-x-3| < 2$ *je:*

(a) $(1,5)$.

(b) $[1,5]$

(c) $(-5,-1)$.

(d) $[-5,-1]$.

Naloga 44 *Rešitev neenačbe* $|x-2| < 6$ *lahko izrazimo v obliki* $a < x < b$, *kjer je:*

(a) $a = -4$ *in* $b = 8$

(b) $a = 4$ *in* $b = 8$

(c) $a = -8$ *in* $b = 4$

(d) $a = 2$ *in* $b = 6$

Naloga 45 *Rešitev neenačbe* $|x + 4| < 7$ *lahko izrazimo v obliki* $a < x < b$*, kjer je:*

(a) $a = 3$ *in* $b = 11$

(b) $a = -3$ *in* $b = 11$

(c) $a = -11$ *in* $b = 3$

(d) $a = -4$ *in* $b = 7$

Naloga 46 *Neenakost* $2 \leq x \leq 6$ *lahko izrazimo v obliki* $|x - a| \leq b$*, kjer je:*

(a) $a = -2$ *in* $b = 4$

(b) $a = 2$ *in* $b = 4$

(c) $a = 4$ *in* $b = 2$

(d) $a = 2$ *in* $b = 6$

Naloga 47 *Zapiši definicijo intervala* $[a, b)$.

Naloga 48 *Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna*

(a) $[a, b] = \{x \in \mathbb{R};\ a < x < b\}$

(b) $[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R};\ x \geq a\}$

(c) *Če je* $a > b$ *in* $c < 0$*, potem je* $ac < bc$.

(d) *Za vsaki dve števili* a *in* b *velja natanko ena od možnosti:* $a > b$ *ali* $a < b$.

Naloga 49 *Dopolni:*

(a) $[-1, 3) \cap [2, 8) =$

(b) $((-5, -1.5] \cup (-1, 6]) \cap [-1.5, 2) =$

Naloga 50 *Dopolni:*

(a) $(-3, 5) \cap [2, 7] =$

(b) $((-4, -2) \cup (-1, 6]) \cap [-3, 3) =$

Naloga 51 *Množica* $|x - 1| < 3$*, ki reši neenačbo* $|x - 1| < 3$*, je*

(a) *zaprti interval.*

(b) *odprti interval.*

(c) *unija intervalov.*

(d) *neomejeni interval.*

Naloga 52 *Množica* $|x+2|>5$, *ki reši neenačbo* $|x-1|<3$, *je*

(a) *zaprti interval.*

(b) *odprti interval.*

(c) *unija intervalov.*

(d) *presek intervalov.*

Naloga 53 *Množico* $A=\{x\in\mathbb{R};\ 2x+3\geq 0\wedge 3x-2<7\}$ *zapiši z intervali.*

Naloga 54 *Množico* $A=\{x\in\mathbb{R};\ 5x-4\geq 0\wedge x-5<8\}$ *zapiši z intervali.*

Naloga 55 *Množico* $A=\{x\in\mathbb{R};\ x\geq 1+\frac{2}{x}\}$ *zapiši z intervali.*

Naloga 56 *Množico* $A=\{x\in\mathbb{R};\ (x-3)(x+2)\geq 0\wedge x-4<8\}$ *zapiši z intervali.*

Naloga 57 *Množico* $A=\{x\in\mathbb{R};\ x^2+3x-18\leq 0\wedge 2x-10>-8\}$ *zapiši z intervali.*

Naloga 58 *Izberi pravilno izjavo:*

(a) $0\leq\frac{2}{1+x^2}<2$, *za* $\forall x\in\mathbb{R}$

(b) $\frac{2}{1+x^2}\geq 2$, *za* $\forall x\in\mathbb{R}$

(c) $0<\frac{2}{1+x^2}\leq 2$, *za* $\forall x\in\mathbb{R}$

(d) $\frac{2}{1+x^2}>2$, *za* $\forall x\in\mathbb{R}$

Naloga 59 *Zapiši vsaj 3 pravila za računanje s potencami.*

Naloga 60 *S pomočjo pravil za računanje s potencami dokaži, da velja* $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$.

Naloga 61 *S pomočjo pravil za računanje s potencami dokaži, da velja* $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$.

Naloga 62 *Obstajata realni števili a in b, da* ***ne*** *velja:*

(a) $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

(b) $(ab)^n=a^nb^n$

(c) $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$, $b\neq 0$

(d) $(a+b)^{\frac{1}{n}}=a^{\frac{1}{n}}+b^{\frac{1}{n}}$

Naloga 63 *Obkroži izjavo, ki **ne** velja:*

(a) *Če je n liho število, potem za poljuben realen a obstaja točno eno ustrezno realno število x, da je $x^n = a$.*

(b) *Če je n sodo število, potem za negativen a, realno število x, ki bi zadoščalo enačbi $x^n = a$, ne obstaja.*

(c) *Rezultat korena sode stopnje je tisto nenegativno število, za katero velja $x^n = a$.*

(d) $\sqrt{x^2} = x$.

Naloga 64 *Zapiši vsaj 3 pravila za računanje s koreni.*

1.3 KOMPLEKSNA ŠTEVILA

Naloga 65 *Kaj je realni del kompleksnega števila $\frac{5+i}{6-i}$?*

Naloga 66 *Kaj je realni del kompleksnega števila $\frac{1+i}{3i}$?*

Naloga 67 *Kaj je realni del kompleksnega števila $\frac{-2+i}{5-3i}$?*

Naloga 68 *Kaj je imaginarni del kompleksnega števila $\frac{3-i}{-2+3i}$?*

Naloga 69 *Kako izračunamo absolutno vrednost kompleksnega števila $z = x + iy$?*

Naloga 70 *Pojasni geometrijski pomen absolutne vrednosti kompleksnega števila.*

Naloga 71 *Katera lastnost **ne** velja za vsak par kompleksnih števil z in w, kjer je $w \neq 0$?*

(a) $|zw| = |z||w|$

(b) $\left|\frac{z}{w}\right| = \frac{|z|}{|w|}$

(c) $|z + w| = |z| + |w|$

(d) $|\overline{z}| = |z|$

Naloga 72 *V kompleksni ravnini skiciraj rešitve neenačbe $|z| \leq 5$.*

Naloga 73 *Skiciraj množico kompleksnih števil z, za katere velja*

$$|z| = 4 \wedge (\mathrm{Re(z)} = -3 \vee \mathrm{Re(z)} = 3).$$

Naloga 74 *Skiciraj množico kompleksnih števil z, za katere velja*

$$|z| > 2 \ \wedge \ \left(\frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{2} \ \vee \ \arg(z) = \pi\right).$$

Naloga 75 *Kako v polarnem zapisu zapišemo kompleksno število? Pojasni pomen oznak in opiši vsaj en primer uporabe.*

Naloga 76 $i^5 =$

(a) i

(b) 1

(c) -1

(d) $-i$

Naloga 77 *Polarni zapis kompleksnega števila* $z = -2 - 2i$ *je:*

(a) $z = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

(b) $z = 2(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(c) $z = \sqrt{4}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

(d) $z = \sqrt{8}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

Naloga 78 *Polarni zapis kompleksnega števila* $z = -5 + 5i$ *je:*

(a) $z = 5\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

(b) $z = \sqrt{50}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(c) $z = 5(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(d) $z = 5\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

Naloga 79 *Polarni zapis kompleksnega števila* $z = -2 + 2i$ *je:*

(a) $z = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

(b) $z = \sqrt{8}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(c) $z = 2(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(d) $z = 2\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

Naloga 80 *Polarni zapis kompleksnega števila* $w = -3 + 3i$ *je:*

(a) $w = 3\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$

(b) $w = 3\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(c) $w = 3\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

(d) $w = 3(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

Naloga 81 *Dopolni: če je* $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$*, potem je* $z^{12} =$ __________________ *in* $\overline{z} =$ __________________

Naloga 82 $(3+3i)^5$ *je enako:*

(a) $972(-1+i)$

(b) $972(1+i)$

(c) $972(-1-i)$

(d) $972(1-i)$

Naloga 83 $(2+2i)^7$ *je enako:*

(a) $1024\sqrt{2}(1-i)$

(b) $1024(1-i)$

(c) $512-512i$

(d) $512+512i$

Naloga 84 *Obkroži črko pred vsako izjavo, ki velja, če je* $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$*:*

(a) $\mathrm{Re}(z) = \cos\varphi$

(b) $z^n = r^n(\cos(n\varphi) + i\sin(n\varphi))$

(c) $\varphi = \arctan(\frac{b}{a}) + k\pi$

(d) $|z| = r$

Naloga 85 *Če je* $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$*, potem je* $-z^4 =$ __________________

Naloga 86 $(1+i)i^5 =$

(a) $-1+i$

(b) $1+i$

(c) $-1-i$

(d) $1-i$

Naloga 87 *Če je* $2+2i = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$*, potem je*

(a) $r = 2\sqrt{2}, \varphi = \frac{3\pi}{4}$.

(b) $r = 4, \varphi = \frac{3\pi}{2}$.

(c) $r = 2\sqrt{2}, \varphi = -\frac{\pi}{4}$.

(d) $r = 2\sqrt{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}$.

Naloga 88 *Če je* $1 - i = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$*, potem je*

(a) $r = 1, \varphi = \frac{3\pi}{4}$.

(b) $r = \sqrt{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}$.

(c) $r = \sqrt{2}, \varphi = -\frac{\pi}{4}$.

(d) $r = 1, \varphi = -\frac{3\pi}{4}$.

Naloga 89 *Dopolni: če je* $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ *in* $z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$*, potem je* $z_1 z_2 =$ ________________

1.4 FUNKCIJE

Naloga 90 *Zapiši definicijo funkcije.*

Naloga 91 *Kaj je naravno definicijsko območje realne funkcije?*

Naloga 92 *Kdaj je funkcija* $f : A \to B$ *injektivna?*

Naloga 93 *Ali je funkcija* $f(x) = \cos x$, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*, injektivna? Utemelji odgovor.*

Naloga 94 *Kdaj je funkcija* $f : A \to B$ *surjektivna?*

Naloga 95 *Preslikava* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *s predpisom* $f(x) = x + 1$

(a) *je injektivna, a ni surjektivna.*

(b) *je surjektivna, vendar ni injektivna.*

(c) *je bijektivna.*

(d) *ni bijektivna.*

Naloga 96 *Ali je funkcija* $f(x) = \sin x$, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*, surjektivna? Utemelji odgovor.*

Naloga 97 *Podaj primer bijektivne funkcije (predpis, domeno in kodomeno), skiciraj njen graf in razloži, kako se iz njenega grafa vidi, da je bijektivna.*

Naloga 98 *Zapiši definicijo inverzne funkcije.*

Naloga 99 *Kdaj obstaja inverzna funkcija?*

Naloga 100 *Kako ob podanem grafu funkcije dobimo graf njej inverzne funkcije?*

Naloga 101 *Kaj pomeni, da je funkcija liha? Kako se ta lastnost odraža na grafu funkcije?*

Naloga 102 *Zapiši definicijo periodične funkcije.*

Naloga 103 *Zapiši definicijo naraščajoče funkcije.*

Naloga 104 *Zapiši definicijo strogo padajoče funkcije.*

Naloga 105 *Kaj pomeni, da je funkcija monotona oz. strogo monotona?*

Naloga 106 *Kaj pomeni, da je funkcija omejena?*

Naloga 107 *Zapiši definicijo kompozituma funkcij.*

Naloga 108 *Naj bosta $f : A \to B$ in $g : B \to C$ preslikavi. Potem $g \circ f$ slika:*

(a) $A \to B$

(b) $B \to A$

(c) $C \to A$

(d) $A \to C$

Naloga 109 *Dane so funkcije $f(x) = 2^x, g(x) = \sin x + 4, h(x) = \frac{2}{x}$. Poišči predpis za funkcijo $(g \circ h \circ f)(x)$.*

Naloga 110 *Dane so funkcije $f(x) = 3^x, g(x) = \cos x + 7, h(x) = \frac{3}{x}$. Poišči predpis za funkcijo $(g \circ h \circ f)(x)$.*

Naloga 111 *Naj bo $f(x) = x + 5$, $g(x) = \sqrt{x}$ in $h(x) = x^2$. Potem je $(g \circ (h - (g \circ f)))(4)$ enako*

(a) $\sqrt{15}$.

(b) 13.

(c) $\sqrt{13}$.

(d) 15.

Naloga 112 *Dane so funkcije $f(x) = 3^x, g(x) = \cos x + 4, h(x) = \frac{7}{2x}$. Poišči predpis za funkcijo $(f \circ g \circ h)(x)$.*

Naloga 113 *Če je funkcija f definirana na intervalu $[a, b]$, funkcija g pa na intervalu $[c, d]$, potem je definicijsko območje funkcije $\frac{f}{g}$*

(a) *unija intervalov* $[a, b]$ *in* $[c, d]$.

(b) *presek intervalov* $[a, b]$ *in* $[c, d]$.

(c) *presek intervalov* $[a, b]$ *in* $[c, d]$ *brez ničel funkcije* g.

(d) *nič od zgoraj naštetega.*

Naloga 114 *Kaj je naravno definicijsko območje funkcije* $h(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x+1}}$

(a) $-1 \leq x < 1$

(b) $-1 < x < 1$

(c) $-1 < x \leq 1$

(d) $-1 \leq x \leq 1$

Naloga 115 *Zapiši naravno definicijsko območje funkcije* $f(x) = \frac{7-\sqrt{x^2-9}}{\sqrt{25-x^2}}$.

Naloga 116 *Enačba premice, ki gre skozi točko* $(4, 2)$ *in je pravokotna na premico* $x + 2y = 1$, *je enaka* $ax + by + 1 = 0$, *kjer je*

(a) $a = -\frac{1}{3}$ *in* $b = -\frac{1}{6}$

(b) $a = \frac{1}{3}$ *in* $b = \frac{1}{6}$

(c) $a = -\frac{1}{3}$ *in* $b = \frac{1}{6}$

(d) $a = -\frac{1}{6}$ *in* $b = \frac{1}{3}$

Naloga 117 *Enačba premice, ki je vzporedna premici* $x + \frac{3}{2}y = \frac{5}{2}$ *in vsebuje točko* $(1, 3)$, *je enaka* $2x + ay + b = 0$, *kjer je*

(a) $a = 3$ *in* $b = -11$

(b) $a = -3$ *in* $b = 11$

(c) $a = 11$ *in* $b = 3$

(d) $a = 11$ *in* $b = -3$

Naloga 118 *Če polinom* $x^2 - x - 42$ *delimo s polinomom* $x + 6$, *potem je ostanek enak*

(a) -6.

(b) 7.

(c) 0.

(d) *nič od zgoraj naštetega.*

Naloga 119 *Zapiši splošni polinom stopnje n.*

Naloga 120 *Za inverzno funkcijo funkcije* $f(x) = \frac{2-x}{x+3}$ *velja:*

(a) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}\backslash\{3\}$, $f^{-1}(x) = \frac{2-3x}{x+1}$.

(b) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{-1\} \to \mathbb{R}\backslash\{-3\}$, $f^{-1}(x) = \frac{2-3x}{x+1}$.

(c) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{-1\} \to \mathbb{R}\backslash\{3\}$, $f^{-1}(x) = \frac{3-2x}{x+1}$.

(d) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{3\} \to \mathbb{R}\backslash\{-1\}$, $f^{-1}(x) = \frac{3-2x}{x+1}$.

Naloga 121 *Za inverzno funkcijo funkcije* $f(x) = \frac{4-x}{x+5}$ *velja:*

(a) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}\backslash\{5\}$, $f^{-1}(x) = \frac{4-5x}{x+1}$.

(b) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{-1\} \to \mathbb{R}\backslash\{-5\}$, $f^{-1}(x) = \frac{4-5x}{x+1}$.

(c) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{-1\} \to \mathbb{R}\backslash\{5\}$, $f^{-1}(x) = \frac{5-4x}{x+1}$.

(d) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{5\} \to \mathbb{R}\backslash\{-1\}$, $f^{-1}(x) = \frac{5-4x}{x+1}$.

Naloga 122 *Skiciraj kako z enotsko krožnico na intervalu definiramo funkciji sinus in kotangens?*

Naloga 123 *Skiciraj graf funkcije sinus (na sliki naj bodo razvidne vrednosti pri znanih kotih). Zapiši adicijski izrek za sinus vsote.*

Naloga 124 *Zapiši formulo za sinus in kosinus dvojnih kotov.*

Naloga 125 *Dopolni:*

(a) $\arcsin(1) =$

(b) $\arcsin(0) =$

(c) $\cos(\arctan(0)) =$

Naloga 126 *Skiciraj graf funkcije arkus tangens.*

Naloga 127 *Zapiši definicijo eksponentne funkcije in opiši kdaj je naraščajoča in kdaj padajoča. Skiciraj še graf funkcije* $f(x) = e^x$.

Naloga 128 *Skiciraj graf funkcije* $f(x) = \ln x$, *zapiši njeno naravno definicijsko območje in zalogo vrednosti. Zapiši še vsaj dve pravili računanja z logaritmi.*

Naloga 129 *Ali je realna funkcija s predpisom* $f(x) = log_{\frac{1}{3}}(x)$ *naraščajoča ali padajoča? Kje ima ta funkcija ničlo?*

Naloga 130 *Opiši zvezo med eksponentno in logaritemsko funkcijo.*

Naloga 131 *Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna.*

(a) *Logaritem je definiran samo za pozitivna števila.*

(b) *Kvadratna funkcija ima vedno realno ničlo.*

(c) *Tangens je periodična funkcija.*

(d) *Logaritemska funkcija je strogo padajoča.*

(e) *Eksponentna funkcija je naraščajoča, če je njena osnova pozitivna.*

Naloga 132 *Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna.*

(a) *Funkcija* $f(x) = (\frac{2}{5})^x$ *je strogo padajoča funkcija.*

(b) *Funkcija* $f(x) = \cos x$ *je periodična s periodo* 2π.

(c) *Arkus kotangens je periodična funkcija.*

(d) *Funkcija* $f(x) = \sin x$ *je na* $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ *monotona.*

(e) *Tangens je soda funkcija.*

Naloga 133 *Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna.*

(a) *Funkcija* $f(x) = (\frac{1}{5})^x$ *je strogo padajoča funkcija.*

(b) *Funkcija* $f(x) = \sin x$ *je periodična s periodo* 2π.

(c) *Arkus tangens je periodična funkcija.*

(d) *Funkcija* $f(x) = \cos x$ *je na* $[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$ *monotona.*

(e) *Tangens je soda funkcija.*

Naloga 134 *Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna.*

(a) *Funkcija* $f(x) = 5^x$ *je strogo naraščajoča funkcija.*

(b) *Funkcija* $f(x) = \sin x$ *je periodična s periodo* π.

(c) *Funkcija* $f(x) = \cos x$ *je na* $[-\pi, \frac{\pi}{2}]$ *monotona.*

(d) *Tangens je liha funkcija.*

(e) *Arkus kotangens je periodična funkcija.*

2

REŠITVE

2.1 LOGIKA

Naloga 1 Kaj je izjava?

Rešitev: Izjava je smiselna poved, za katero lahko določimo, ali je resnična ali neresnična.

Naloga 2 Podaj primer enostavne in primer sestavljene izjave.

Rešitev: Enostavna izjava je sestavljena iz ene same trditve, sestavljena pa sestoji iz več enostavnih izjav. Tako je primer enostavne izjave: "*Število* 5 *je liho*". Primer sestavljene izjave: "*Število* 5 *je liho in je praštevilo.*"

Naloga 3 Zapiši pravilnostno tabelo za disjunkcijo.

Rešitev: Disjunkcija izjav p in q je izjava $p \vee q$, ki je pravilna, kadar je vsaj ena od izjav p, q pravilna, in nepravilna, če sta obe izjavi nepravilni. Pravilnostna tabela za disjunkcijo je torej:

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Naloga 4 Zapiši pravilnostno tabelo za konjunkcijo.

Rešitev: Konjunkcija izjav p in q je izjava $p \wedge q$, ki je pravilna, kadar sta obe izjavi pravilni in nepravilna, če je vsaj ena od izjav p, q nepravilna. Pravilnostna tabela za disjunkcijo je torej:

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Naloga 5 Zapiši pravilnostno tabelo za implikacijo.

Rešitev: Implikacija izjav p in q je izjava $p \Rightarrow q$, ki je nepravilna v primeru, ko je p pravilna in q nepravilna, in je pravilna v vseh ostalih primerih. Pravilnostna tabela za disjunkcijo je zato:

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Naloga 6 Katera od spodnjih izjav je logično ekvivalentna izjavi $p \vee q \Rightarrow \neg p \wedge q \vee p \wedge \neg q$?

(a) $p \vee ((q \Rightarrow \neg p \wedge q) \vee p) \wedge \neg q$

(b) $(p \vee q) \Rightarrow (((\neg p) \wedge q) \vee (p \wedge (\neg q)))$

(c) $(p \vee q) \Rightarrow (\neg p \wedge ((q \vee p) \wedge \neg q))$

(d) $(p \vee q \Rightarrow \neg p) \wedge (q \vee (p \wedge \neg q))$

Rešitev: Zgornja naloga preverja razumevanje prioritetne tabele izjavnih povezav, ki je:

$$\begin{array}{c} \neg \\ \wedge \\ \vee, \veebar \\ \Rightarrow \\ \Leftrightarrow \end{array}$$

Tako je pravilen odgovor (b).

Naloga 7 Katera od spodnjih izjav je logično ekvivalentna izjavi $p \wedge q \Rightarrow \neg p \vee q \vee p \wedge \neg q$?

(a) $(p \wedge q) \Rightarrow (((\neg p) \vee q) \vee (p \wedge (\neg q)))$

(b) $(p \wedge q) \Rightarrow \neg(p \vee (q \vee p) \wedge \neg q)$

(c) $p \wedge (q \Rightarrow \neg p) \vee (q \vee p \wedge \neg q)$

(d) $p \wedge (q \Rightarrow (\neg p) \vee q \vee p) \wedge (\neg q)$

Rešitev: Pravilen odgovor je (a).

Naloga 8 Katera od spodnjih izjav je logično ekvivalentna izjavi $p \Rightarrow q \Leftrightarrow p \vee \neg q \wedge r$?

(a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee ((\neg q) \wedge r))$

(b) $p \Rightarrow (q \Leftrightarrow p \vee (\neg q \wedge r))$

(c) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow ((p \vee \neg q) \wedge r)$

(d) $p \Rightarrow (q \Leftrightarrow p \vee ((\neg q) \wedge r))$

Rešitev: Pravilen odgovor je (a).

Naloga 9 Katera lastnost **ne** velja za vsak par izjav p in q?

(a) $p \vee q \sim q \vee p$,

(b) $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \Rightarrow \neg q$

(c) $(p \wedge q) \vee r \sim (p \vee r) \wedge (q \vee r)$

(d) $\neg(p \wedge q) \sim \neg p \vee \neg q$

Rešitev: Lastnost (a) velja, saj za disjunkcijo velja komutativnost. Lastnost (c) je distributivnost, lastnost (d) je De Morganov zakon. Nepravilna je le izjava (b), saj ekvivalenca ne velja zmeraj (s prioritetno tabelo preveri, kdaj ne velja).

Naloga 10 Negacija izjave "Če bo lepo vreme, grem na trening." je:

(a) Če bo lepo vreme, ne grem na trening.

(b) Če ne bo lepo vreme, ne grem na trening.

(c) Bo lepo vreme in ne grem na trening.

(d) Ne bo lepo vreme in ne grem na trening.

Rešitev: Naloga preverja razumevanje negacije implikacije. Pri tem pogosto prihaja do napak, saj marsikdo zmotno zgornjo izjavo negira tako: "Če ne bo lepo vreme, ne grem na trening.". Da bi pojasnili pravilno negiranje implikacije, si pomagajmo z znanjem teorije: "Če bo lepo vreme, grem na trening." je namreč sestavljena izjava, ki je sestavljena iz dveh enostavnih izjav. Prvo enostavno izjavo "Bo lepo vreme." označimo s p, drugo enostavno izjavo "Grem na trening." označimo s q. Torej lahko izjavo iz naloge zapišemo kot implikacijo $p \Rightarrow q$. Ker moramo negirati implikacijo, lahko glede na lastnosti, ki smo jih spoznali na predavanjih, sedaj izpeljemo

$$\neg(p \Rightarrow q) \sim \neg(\neg p \vee q) \sim p \wedge \neg q.$$

Torej je izjava $\neg(p \Rightarrow q)$ enakovredna izjavi $p \wedge \neg q$. Slednjo prevedemo v običajni jezik: "Bo lepo vreme in ne grem na trening." Pravilen je torej odgovor (c).

Naloga 11 Negacija izjave "Če dežuje, sem zaspan." je:

(a) Če dežuje, nisem zaspan.

(b) Če ne dežuje, nisem zaspan.

(c) Ne dežuje in nisem zaspan.

(d) Dežuje in nisem zaspan.

Rešitev: Razmislimo podobno kot pri zgornji nalogi in ugotovimo, da je pravilen odgovor (d).

Naloga 12 Kaj pravi zakon kontrapozicije?

Rešitev: $p \Rightarrow q \sim \neg q \Rightarrow \neg p$

Naloga 13 Negacija izjave "Če ponočujem, zjutraj dolgo spim." je:

(a) Če ponočujem, zjutraj ne spim dolgo.

(b) Če ne ponočujem, zjutraj ne spim dolgo.

(c) Ponočujem in zjutraj ne spim dolgo.

(d) Ne ponočujem in zjutraj ne spim dolgo.

Rešitev: Pravilen odgovor je (c); razmislimo podobno kot v nalogi 10.

Naloga 14 Konjunkcija izjav A in B je izjava,

(a) ki je pravilna, kadar je vsaj ena od izjav A, B pravilna, in je nepravilna, če sta obe izjavi A, B nepravilni.

(b) ki je nepravilna v primeru, ko je A pravilna, B pa nepravilna, in je pravilna v vseh ostalih primerih.

(c) ki je pravilna v primeru, ko je A pravilna, B pa nepravilna, in je nepravilna v vseh ostalih primerih.

(d) ki je pravilna, kadar sta obe izjavi pravilni, in je nepravilna, če je vsaj ena od izjav A, B nepravilna.

Rešitev: Pravilen odgovor je (d).

Naloga 15 Kako zapisujemo in beremo univerzalnostni in eksistenčni kvantifikator?

Rešitev: Univerzalnostni kvantifikator označimo z znakom $\forall$ in beremo "za vsak". Eksistenčni kvantifikator označimo z znakom $\exists$ in beremo "obstaja (vsaj en)".

Naloga 16 Negiraj izjavo $\exists x \in \mathbb{N}, x < 34$ in ugotovi, ali je dobljena negacija pravilna.

Rešitev: Izjave s kvantifikatorji negiramo po naslednjih pravilih:

$$\begin{aligned} \neg\forall x : P(x) &\sim \exists x : \neg P(x), \\ \neg\exists x : P(x) &\sim \forall x : \neg P(x). \end{aligned}$$

Vlogo lastnosti $P(x)$ v zgornji nalogi igra lastnost, da je $x < 34$. Torej izpeljemo:

$$\neg(\exists x \in \mathbb{N}, x < 34) \sim \forall x \in \mathbb{N}, \neg(x < 34) \sim \forall x \in \mathbb{N}, x \geq 34,$$

kar v običajnem jeziku preberemo: za vsako naravno število x velja, da je večje ali enako 34, kar je seveda nepravilna izjava.

Naloga 17 V običajnem jeziku zapiši izjavo $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) > 0$, če f označuje neko funkcijo. Izjavo še negiraj.

Rešitev: $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) > 0$ preberemo: za vsako realno število x je funkcijska vrednost $f(x)$ večja od 0 (oz. pozitivna). Negacija izjave je: $\exists x \in \mathbb{R}, f(x) \leq 0$. Preberemo jo: obstaja tako realno število x, da je funkcijska vrednost $f(x)$ negativna ali enaka 0.

Naloga 18 Implikacija izjav $A \Rightarrow B$ je izjava,

(a) ki je pravilna, kadar je vsaj ena od izjav A, B pravilna, in je nepravilna, če sta obe izjavi A, B nepravilni.

(b) ki je nepravilna v primeru, ko je A pravilna, B pa nepravilna, in je pravilna v vseh ostalih primerih.

(c) ki je pravilna v primeru, ko je A pravilna, B pa nepravilna, in je nepravilna v vseh ostalih primerih.

(d) ki je pravilna, kadar sta obe izjavi pravilni, in je nepravilna, če je vsaj ena od izjav A, B nepravilna.

Rešitev: Pravilen odgovor je (b).

2.2 ŠTEVILSKE MNOŽICE

Naloga 19 Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna:

(a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(b) $A \cup B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}$

(c) $|\{0, \{0, \emptyset\}\}| = 2$

(d) $A \setminus B = \{x; x \notin A \wedge x \in B\}$

(e) Za presek velja asociativnosti zakon.

Rešitev: Pravilne izjave so (a), (c) in (e).

Naloga 20 Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna:

(a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

(b) $|\{1, \{3, 11\}\}| = 3$

(c) $A \cap B = \{x; x \in A \vee x \in B\}$

(d) Za presek velja komutativnosti zakon.

(e) $A \setminus B = \{x; x \in A \vee x \notin B\}$

Rešitev: Pravilni izjavi sta (a) in (d).

Naloga 21 Zapiši definicijo podmnožice.

Rešitev: Množica A je podmnožica množice B, $A \subseteq B$, če je vsak element množice A obenem tudi element množice B. S simboli, to zapišemo:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x : (x \in A \Rightarrow x \in B).$$

Naloga 22 Zapiši definicijo unije množic.

Rešitev: Unija množic A in B, $A \cup B$, je množica tistih elementov, ki pripadajo vsaj eni izmed množic A oz. B.

$$A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}.$$

Naloga 23 Zapiši definicijo razlike množic.

Rešitev: Razlika množic A in B je množica vseh tistih elementov, ki so v A in niso v B:

$$A \setminus B = \{x; x \in A \wedge x \notin B\}$$

Naloga 24 Zapiši definicijo komplementa množice.

Rešitev: Naj bo A podmnožica univerzalne množice U. Potem je komplement množice A (glede na univerzalno množico) množica tistih elementov, ki so v U in niso v A. Označimo jo z A^C.

Naloga 25 Zapiši De Morganova zakona za komplementiranje množic.

Rešitev: $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$ in $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$.

Naloga 26 Kaj je potenčna množica in koliko elementov vsebuje?

Rešitev: Potenčna množica $\mathcal{P}(A)$ množice A je množica vseh podmnožic množice A. Vsebuje 2^n elementov, kjer je n moč množice A, $|A| = n$.

Naloga 27 Zapiši potenčno množico množice $B = \{\{3, 11\}, 2\}$.

Rešitev: $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{\{3, 11\}\}, \{2\}, \{\{3, 11\}, 2\}\}$.

Naloga 28 Kaj je kartezični produkt množic in koliko elementov vsebuje?

Rešitev: Kartezični produkt množic A in B, $A \times B$, je množica vseh urejenih parov (a, b), kjer je prvi element iz prve množice, drugi element pa iz druge množice:

$$A \times B = \{(a, b); a \in A, b \in B\}.$$

Naloga 29 Pojasni razliko med pomenoma zapisov (a, b) in $\{a, b\}$.

Rešitev: Zapis (a, b) v kontekstu množic predstavlja urejeni par elementov a in b, $\{a, b\}$ pa označuje množico z dvema elementoma a in b.
Opomba: v kontekstu intervalov oznako (a, b) uporabljamo za odprti interval med a in b.

Naloga 30 V kakšni zvezi je moč kartezičnega produkta dveh množic s številom elementov v posameznih množicah?

Rešitev: $|A \times B| = |A| \cdot |B|$.

Naloga 31 Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna (U je univerzalna množica, A in B pa poljubni množici):

(a) $A \cup A = A$

(b) $A \cap U = A$

(c) $A \cap B = B \cap A$

(d) $A \times B = B \times A$

(e) $(A \cup B)^C = A^C \cup B^C$

Rešitev: Pravilni odgovori so (a), (b) in (c).

Naloga 32 Naj bo $A = \{\{\} \cap \{\}\}$. Obkroži črko pred pravilno izjavo.

(a) Množica A ima dva elementa.

(b) Množica A ima en element.

(c) Množica A je prazna.

(d) A ni množica.

Rešitev: Pravilen odgovor je (b).

Naloga 33 Naj bo $A = \{\{\}\}$. Obkroži črko pred pravilno izjavo.

(a) Množica A je enaka $\mathbb{R}$.

(b) Množica A ima dva elementa.

(c) Množica A ima en element.

(d) A ni množica.

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 34 Kako je definirana absolutna vrednost realnega števila?

Rešitev:

$$|x| = \begin{cases} x & ; \quad x \geq 0 \\ -x & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

Z besedami: absolutna vrednost realnega števila je število samo, če je pozitivno ali enako nič, oz. je njegova nasprotna vrednost, če je negativno.

Naloga 35 Dopolni: $|6x - 5| =$

Rešitev: Z upoštevanjem definicije absolutne vrednosti realnega števila izpeljemo

$$|6x - 5| = \begin{cases} 6x - 5 & ; \quad 6x - 5 \geq 0 \\ -(6x - 5) & ; \quad 6x - 5 < 0 \end{cases} = \begin{cases} 6x - 5 & ; \quad x \geq \frac{5}{6} \\ -6x + 5 & ; \quad x < \frac{5}{6} \end{cases}$$

Naloga 36 Množica rešitev enačbe $|x - 2| = 2$ je

(a) $\{0, 2\}$

(b) $\{0, 4\}$

(c) $\{-2, 2\}$

(d) $\{-4, 4\}$

Rešitev: Pravilen odgovor je (b). Pojasnimo, kako najhitreje pridemo do odgovora. Vemo že, da sta rešitvi enačbe $|x| = 2$ dve: $x_1 = -2$ in $x_2 = 2$, saj sta ti dve števili od koordinatnega izhodišča 0 odmaknjeni za dve enoti. To je namreč dogovor na vprašanje, ki ga postavlja enačba $|x| = 2$, saj jo lahko preoblikujemo v enačbo $|x - 0| = 2$, ki sprašuje: "Katera realna števila se od 0 *razlikujejo* točno za 2?". Podobno nas enačba $|x - 2| = 2$ sprašuje "Katera realna števila se od števila 2 *razlikujejo* točno za 2 enoti?". Odgovor je seveda $x_1 = 0$ in $x_2 = 4$.

Naloga 37 Množica rešitev enačbe $|x - 4| = 2$ je

(a) $\{2,4\}$

(b) $\{4,6\}$

(c) $\{2,6\}$

(d) $\{-2,6\}$

Rešitev: Podobno kot pri prejšnji nalogi se vprašamo: "Katera realna števila se od števila 4 razlikujejo točno za 2 enoti?". Tako takoj pridemo do pravilnega odgovora (c).

Naloga 38 Katera lastnost **ne** velja za vsak par realnih števil a in b, kjer je $b \neq 0$?

(a) $|ab| = |a||b|$

(b) $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

(c) $|a+b| = |a| + |b|$

(d) $ab^{-1} = \frac{a}{b}$

Rešitev: Pravilen odgovor je (c). Protiprimer za dano enakost dobimo, če npr. izberemo $a = 10$, $b = -3$.

Naloga 39 Katera lastnost **ne** velja za vsak par realnih števil:

(a) $|x+c+d| = |x| + |c+d|$

(b) $\left|\frac{c+d}{e+f}\right| = \frac{|c+d|}{|e+f|}$

(c) $|x+y|^{-1} = \left|(x+y)^{-1}\right|$

(d) $|x-d+a| = 0 \Leftrightarrow x = d-a$

Rešitev: Pravilen odgovor je (a).

Naloga 40 Množica rešitev neenačbe $|x-2| \geq 3$, kjer je x realno število, je

(a) $(-\infty, -1) \cup (5, \infty)$

(b) $(-\infty, -1] \cup [5, \infty)$

(c) $[-1, 5]$

(d) $(-1, 5)$

Rešitev: Pravilen odgovor je (b). Podobno kot pri nalogi 36 se vprašamo: "Katera realna števila se od števila 2 razlikujejo za vsaj 3 enote?".

Naloga 41 Rešitev neenačbe $|2x+5| \leq 7$ je:

(a) $(-\infty, -6]$.

(b) $[-6, 0]$.

(c) $(-6, 1)$.

(d) $(-\infty, -6] \cup [1, \infty)$.

(e) $[-6, 1]$.

Rešitev: Pravilen odgovor je (e). Do rešitve je možno priti na več načinov. Eden izmed najkrajših, kjer uporabimo razmislek iz naloge 36, je naslednji:

$|2x+5| \le 7$ izpostavimo 2

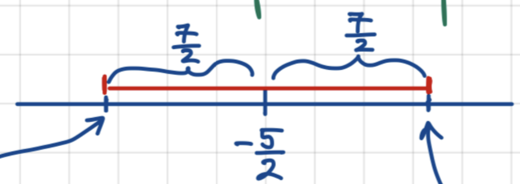
$|2(x+\frac{5}{2})| \le 7$ uporabimo pravilo $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ (kjer vlogo a igra dvojka in upoštevamo, da je $|2| = 2$)

$2|x+\frac{5}{2}| \le 7$

$|x-(-\frac{5}{2})| \le \frac{7}{2}$

Neenačbo smo zapisali v taki obliki zato, da se lahko vprašamo: "Kateri x-i se od $-\frac{5}{2}$ razlikujejo za manj ali enako $\frac{7}{2}$?"

Če znamo neenačbo prebrati na tak način, potem do odgovora z lahkoto pridemo s pomočjo skice:



$-\frac{5}{2}-\frac{7}{2} = -\frac{12}{2} = -6$ $\qquad$ $-\frac{5}{2}+\frac{7}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Rešitev je namreč rdeči interval, torej $[-6, 1]$.

Naloga 42 Rešitev neenačbe $|-4-x| > 3$ je:

(a) $(-7, -1)$.

(b) $(1,7)$.

(c) $(\infty,-7)\cup(-1,\infty)$.

(d) $(\infty,-7]\cup[-1,\infty)$.

(e) $[-7,-1]$.

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 43 Rešitev neenačbe $|-x-3|<2$ je:

(a) $(1,5)$.

(b) $[1,5]$

(c) $(-5,-1)$.

(d) $[-5,-1]$.

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 44 Rešitev neenačbe $|x-2|<6$ lahko izrazimo v obliki $a<x<b$, kjer je:

(a) $a=-4$ in $b=8$

(b) $a=4$ in $b=8$

(c) $a=-8$ in $b=4$

(d) $a=2$ in $b=6$

Rešitev: Pravilen odgovor je (a).

Naloga 45 Rešitev neenačbe $|x+4|<7$ lahko izrazimo v obliki $a<x<b$, kjer je:

(a) $a=3$ in $b=11$

(b) $a=-3$ in $b=11$

(c) $a=-11$ in $b=3$

(d) $a=-4$ in $b=7$

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 46 Neenakost $2\leq x\leq 6$ lahko izrazimo v obliki $|x-a|\leq b$, kjer je:

(a) $a=-2$ in $b=4$

(b) $a = 2$ in $b = 4$

(c) $a = 4$ in $b = 2$

(d) $a = 2$ in $b = 6$

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 47 Zapiši definicijo intervala $[a, b)$.

Rešitev: $[a, b) = \{x \in \mathbb{R};\, a \leq x < b\}$

Naloga 48 Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna

(a) $[a, b] = \{x \in \mathbb{R};\, a < x < b\}$

(b) $[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R};\, x \geq a\}$

(c) Če je $a > b$ in $c < 0$, potem je $ac < bc$.

(d) Za vsaki dve števili a in b velja natanko ena od možnosti: $a > b$ ali $a < b$.

Rešitev: Pravilna odgovora sta (b) in (c).

Naloga 49 Dopolni:

(a) $[-1, 3) \cap [2, 8) =$

(b) $((-5, -1.5] \cup (-1, 6]) \cap [-1.5, 2) =$

Rešitev:

(a) $[2, 3)$

(b) $\{-1.5\} \cup (-1, 2)$

Naloga 50 Dopolni:

(a) $(-3, 5) \cap [2, 7] =$

(b) $((-4, -2) \cup (-1, 6]) \cap [-3, 3) =$

Rešitev:

(a) $[2, 5)$

(b) $[-3, -2) \cup (-1, 3)$

Naloga 51 Množica realnih števil, ki reši neenačbo $|x - 1| < 3$, je

(a) zaprti interval.

(b) odprti interval.

(c) unija intervalov.

(d) neomejeni interval.

Rešitev: Pravilen odgovor je (b).

Naloga 52 Množica $|x+2| > 5$, ki reši neenačbo $|x-1| < 3$, je

(a) zaprti interval.

(b) odprti interval.

(c) unija intervalov.

(d) presek intervalov.

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 53 Množico $A = \{x \in \mathbb{R};\, 2x+3 \geq 0 \wedge 3x-2 < 7\}$ zapiši z intervali.

Rešitev: $A = [-\frac{3}{2}, 3)$.

Naloga 54 Množico $A = \{x \in \mathbb{R};\, 5x-4 \geq 0 \wedge x-5 < 8\}$ zapiši z intervali.

Rešitev: $A = [\frac{4}{5}, 13)$.

Naloga 55 Množico $A = \{x \in \mathbb{R};\, x \geq 1 + \frac{2}{x}\}$ zapiši z intervali.

Rešitev: $A = [-1, 0) \cup [2, \infty)$.

Naloga 56 Množico $A = \{x \in \mathbb{R};\, (x-3)(x+2) \geq 0 \wedge x-4 < 8\}$ zapiši z intervali.

Rešitev: $A = (-\infty, -2] \cup [3, 12)$.

Naloga 57 Množico $A = \{x \in \mathbb{R};\, x^2+3x-18 \leq 0 \wedge 2x-10 > -8\}$ zapiši z intervali.

Rešitev: $A = (1, 3]$.

Naloga 58 Izberi pravilno izjavo:

(a) $0 \leq \frac{2}{1+x^2} < 2$, za $\forall x \in \mathbb{R}$

(b) $\frac{2}{1+x^2} \geq 2$, za $\forall x \in \mathbb{R}$

(c) $0 < \frac{2}{1+x^2} \leq 2$, za $\forall x \in \mathbb{R}$

(d) $\frac{2}{1+x^2} > 2$, za $\forall x \in \mathbb{R}$

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 59 Zapiši vsaj 3 pravila za računanje s potencami.

Rešitev:

(1) $a^n a^m = a^{n+m}$,

(2) $(a^n)^m = a^{nm}$,

(3) $(ab)^n = a^n b^n$,

(4) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$

(5) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$, $a \neq 0$, $n > m$.

Naloga 60 S pomočjo pravil za računanje s potencami dokaži, da velja $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$.

Rešitev: $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = a^{\frac{1}{n}} b^{\frac{1}{n}} = (ab)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{ab}$.

Naloga 61 S pomočjo pravil za računanje s potencami dokaži, da velja $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$.

Rešitev: $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$.

Naloga 62 Obstajata realni števili a in b, da **ne** velja:

(a) $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

(b) $(ab)^n = a^n b^n$

(c) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$

(d) $(a+b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} + b^{\frac{1}{n}}$

Rešitev: Pravilen odgovor je (d).

Naloga 63 Obkroži izjavo, ki **ne** velja:

(a) Če je n liho število, potem za poljuben realen a obstaja točno eno ustrezno realno število x, da je $x^n = a$.

(b) Če je n sodo število, potem za negativen a, realno število x, ki bi zadoščalo enačbi $x^n = a$, ne obstaja.

(c) Rezultat korena sode stopnje je tisto nenegativno število, za katero velja $x^n = a$.

(d) $\sqrt{x^2} = x$.

Rešitev: Pravilen odgovor je (d). Pojasnilo: enakost $\sqrt{x^2} = x$ velja le, če je $x \geq 0$, sicer je $\sqrt{x^2} = |x|$.

Naloga 64 Zapiši vsaj 3 pravila za računanje s koreni.

Rešitev:

(1) $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

(2) $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$,

(3) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$,

(4) $\sqrt[n]{a}\,\sqrt[m]{a} = \sqrt[nm]{a^{n+m}}$,

(5) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a^{n-m}}$,

(6) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nm]{a}$.

2.3 KOMPLEKSNA ŠTEVILA

Naloga 65 Kaj je realni del kompleksnega števila $\frac{5+i}{6-i}$?

Rešitev: $\text{Re}\left(\frac{5+i}{6-i}\right) = \frac{29}{37}$, postopek je prikazan spodaj:

$$\frac{5+i}{6-i} = \frac{5+i}{6-i} \cdot \frac{6+i}{6+i} =$$

V imenovalcu uporabimo: $(a+b)(a-b) = a^2+b^2$

$$= \frac{30+5i+6i+i^2}{36+1} = \frac{30+11i-1}{37} =$$

$$= \frac{29+11i}{37} = \frac{29}{37} + \frac{11}{37}i$$

zapišemo v obliki $a+ib$, kjer sta $a,b \in \mathbb{R}$, da lahko odčitamo realni del a in imaginarni del b

$$\Rightarrow \text{Re}\left(\frac{5+i}{6-i}\right) = \frac{29}{37}, \quad \text{Im}\left(\frac{5+i}{6-i}\right) = \frac{11}{37}$$

Naloga 66 Kaj je realni del kompleksnega števila $\frac{1+i}{3i}$?

Rešitev: $\mathrm{Re}\left(\frac{1+i}{3i}\right) = \frac{1}{3}$.

Naloga 67 Kaj je realni del kompleksnega števila $\frac{-2+i}{5-3i}$?

Rešitev: $\mathrm{Re}\left(\frac{-2+i}{5-3i}\right) = -\frac{13}{34}$.

Naloga 68 Kaj je imaginarni del kompleksnega števila $\frac{3-i}{-2+3i}$?

Rešitev: $\mathrm{Im}\left(\frac{3-i}{-2+3i}\right) = -\frac{7}{13}$.

Naloga 69 Kako izračunamo absolutno vrednost kompleksnega števila $z = x + iy$?

Rešitev: $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Naloga 70 Pojasni geometrijski pomen absolutne vrednosti kompleksnega števila.

Rešitev: Absolutna vrednost kompleksnega števila predstavlja njegovo oddaljenost od koordinatnega izhodišča.

Naloga 71 Katera lastnost **ne** velja za vsak par kompleksnih števil z in w, kjer je $w \neq 0$?

(a) $|zw| = |z||w|$

(b) $\left|\frac{z}{w}\right| = \frac{|z|}{|w|}$

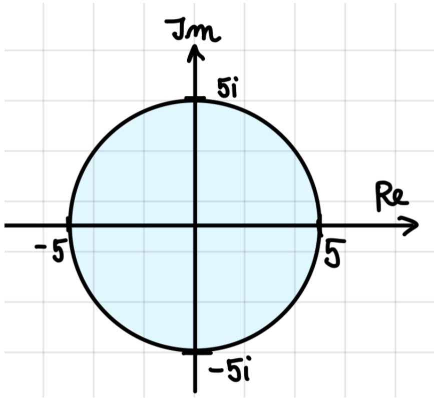
(c) $|z + w| = |z| + |w|$

(d) $|\overline{z}| = |z|$

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 72 V kompleksni ravnini skiciraj rešitve neenačbe $|z| \leq 5$.

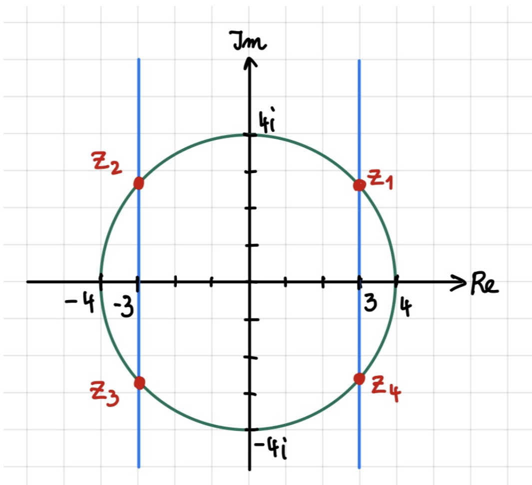
Rešitev: Absolutna vrednost kompleksnega števila pove, koliko je to kompleksno število oddaljeno od koordinatnega izhodišča. Tako so rešitve enačbe $|z| = 5$ vse točke na krožnici s središčem v $(0, 0)$ in polmerom 5. Toda nas poleg tega zanimajo še točke, ki so od $(0, 0)$ oddaljene za manj kot 5, torej so rešitve neenačbe $|z| \leq 5$ vse točke znotraj kroga, ki ga omejuje krožnica $|z| = 5$ vključno s krožnico.



Naloga 73 Skiciraj množico kompleksnih števil z, za katere velja

$$|z| = 4 \wedge (\mathrm{Re}(z) = -3 \vee \mathrm{Re}(z) = 3).$$

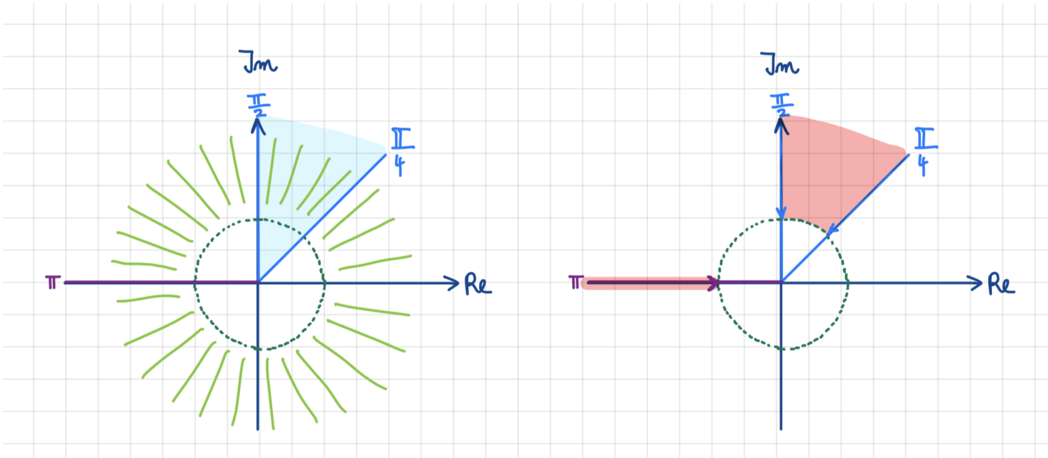
Rešitev: Pogoju $|z| = 4$ ustrezajo vse točke, ki ležijo na zeleni krožnici (glej sliko spodaj). Pogoju v oklepaju ustrezajo točke, ki ležijo na prvi ALI na drugi modri premici (saj imamo znak za disjunkcijo). Ker imamo konjunkcijo med tema pogojema, iščemo točke, ki HKRATI ustrezajo obema, zato so rešitve naloge rdeče točke z_1, z_2, z_3 in z_4.



Naloga 74 Skiciraj množico kompleksnih števil z, za katere velja

$$|z| > 2 \;\wedge\; \left(\frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{2} \;\vee\; \arg(z) = \pi\right).$$

Rešitev: Najprej si oglejmo pogoj v oklepaju. Gre za disjunkcijo dveh izjav. Ker je $\arg(z)$ oznaka za argument kompleksnega števila, torej za kot, pod katerim kompleksno število leži, prvi pogoj iz oklepaja pove, da nas zanimajo samo tista kompleksna števila, katerih kot je karkoli med $\frac{\pi}{4}$ in $\frac{\pi}{2}$. Ta števila ležijo v modrem območju (vključno z modrima poltrakovoma) spodnje slike. Drugemu pogoju, $\arg(z) = \pi$, zadoščajo vsa kompleksna števila, ki ležijo po kotom π, to so torej vsa na vijoličnem poltraku. Pogoju v oklepaju torej zadoščajo vsa kompleksna števila, ki bodisi ležijo v modrem območju ali na vijoličnem poltraku. Od teh pa bodo v končni rešitvi le tista, ki ležijo izven zelenega črtkanega kroga (območje šrafirano z zeleno barvo, brez krožnice), saj to predstavlja množico kompleksnih števil, ki ustrezajo neenačbi $|z| > 2$ (gre namreč za kompleksna števila, ki se od koordinatnega izhodišča razlikujejo za več kot 2). Da je lepše razvidna, je tako končna rešitev skicirana na desni sliki spodaj (rdeče območje, brez točk na krožnici, kar je poudarjeno s puščicami).



Naloga 75 Kako v polarnem zapisu zapišemo kompleksno število? Pojasni pomen oznak in opiši vsaj en primer uporabe.

Rešitev: Polarni zapis kompleksnega števila je oblike $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, kjer r predstavlja oddaljenost kompleksnega števila z od koordinatnega izhodišča (torej $r = |z|$), φ pa kot, pod katerim kompleksno število z leži glede na pozitivni del realne osi. Polarni zapis omogoča lažje potenciranje in korenjenje kompleksnih števil.

Naloga 76 $i^5 =$

(a) i

(b) 1

(c) -1

(d) $-i$

Rešitev: Pravilen odgovor je (a).

Naloga 77 Polarni zapis kompleksnega števila $z = -2 - 2i$ je:

(a) $z = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

(b) $z = 2(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(c) $z = \sqrt{4}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

(d) $z = \sqrt{8}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

Rešitev: Pravilen odgovor je (d), do njega pridemo s spodnjim razmislekom:

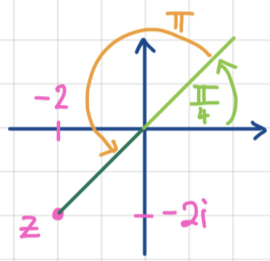
$z = -2-2i$

$z = |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi)$

$|z| = \sqrt{(-2)^2+(-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{a}\right) + k\pi$

$\varphi = \operatorname{arctg} 1 + k\pi \underset{k=1}{=} \frac{\pi}{4} + \pi = \frac{5\pi}{4}$



Prišteti namreč moramo kot π, saj kot $\frac{\pi}{4}$ leži v prvem kvadrantu, kompleksno število $z=-2-2i$ pa leži v tretjem.

$\Rightarrow \quad z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

Naloga 78 Polarni zapis kompleksnega števila $z = -5 + 5i$ je:

(a) $z = 5\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

(b) $z = \sqrt{50}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(c) $z = 5(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(d) $z = 5\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

Rešitev: Pravilen odgovor je (b).

Naloga 79 Polarni zapis kompleksnega števila $z = -2 + 2i$ je:

(a) $z = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

(b) $z = \sqrt{8}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(c) $z = 2(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(d) $z = 2\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

Rešitev: Pravilen odgovor je (b).

Naloga 80 Polarni zapis kompleksnega števila $w = -3 + 3i$ je:

(a) $w = 3\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$

(b) $w = 3\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

(c) $w = 3\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

(d) $w = 3(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

Rešitev: Pravilen odgovor je (b).

Naloga 81 Dopolni: če je $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, potem je $z^{12} =$ ________________ in $\bar{z} =$ ________________

Rešitev: $z^{12} = r^{12}(\cos(12\varphi) + i\sin(12\varphi))$ in $\bar{z} = r(\cos\varphi - i\sin\varphi)$.

Naloga 82 $(3+3i)^5$ je enako:

(a) $972(-1+i)$

(b) $972(1+i)$

(c) $972(-1-i)$

(d) $972(1-i)$

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 83 $(2+2i)^7$ je enako:

(a) $1024\sqrt{2}(1-i)$

(b) $1024(1-i)$

(c) $512 - 512i$

(d) $512 + 512i$

Rešitev: Pravilen odgovor je (b).

Naloga 84 Obkroži črko pred vsako izjavo, ki velja, če je $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$:

(a) $\mathrm{Re}(z) = \cos\varphi$

(b) $z^n = r^n(\cos(n\varphi) + i\sin(n\varphi))$

(c) $\varphi = \arctan(\frac{b}{a}) + k\pi$

(d) $|z| = r$

Rešitev: Pravilni odgovori so (b), (c) in (d). Zgolj trditev (a) ni pravilna, saj je $\mathrm{Re}(z) = r\cos\varphi$.

Naloga 85 Če je $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, potem je $-z^4 =$ ________________

Rešitev: $-z^4 = -r^4(\cos(4\varphi) + i\sin(4\varphi))$.

Naloga 86 $(1+i)i^5 =$

(a) $-1+i$

(b) $1+i$

(c) $-1-i$

(d) $1-i$

Rešitev: Pravilen odgovor je (a).

Naloga 87 Če je $2+2i = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, potem je

(a) $r = 2\sqrt{2}, \varphi = \frac{3\pi}{4}$.

(b) $r = 4, \varphi = \frac{3\pi}{2}$.

(c) $r = 2\sqrt{2}, \varphi = -\frac{\pi}{4}$.

(d) $r = 2\sqrt{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}$.

Rešitev: Pravilen odgovor je (d).

Naloga 88 Če je $1-i = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, potem je

(a) $r = 1, \varphi = \frac{3\pi}{4}$.

(b) $r = \sqrt{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}$.

(c) $r = \sqrt{2}, \varphi = -\frac{\pi}{4}$.

(d) $r = 1, \varphi = -\frac{3\pi}{4}$.

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 89 Dopolni: če je $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ in $z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$, potem je $z_1z_2 =$ ________________

Rešitev: $z_1z_2 = r_1r_2(\cos(\varphi_1+\varphi_2) + i\sin(\varphi_1+\varphi_2))$.

2.4 FUNKCIJE

Naloga 90 Zapiši definicijo funkcije.

Rešitev: Funkcija $f : A \to B$ je predpis, ki vsakemu elementu a iz množice A priredi natančno določen element $f(a)$ iz množice B.

Naloga 91 Kaj je naravno definicijsko območje realne funkcije?

Rešitev: Naravno definicijsko območje je največja množica točk v $\mathbb{R}$, za katere je funkcijski predpis smiseln.

Naloga 92 Kdaj je funkcija $f : A \to B$ injektivna?

Rešitev: Funkcija $f : A \to B$ je injektivna, če za vsaka $a_1, a_2 \in A$ velja: če je $a_1 \neq a_2$, potem velja $f(a_1) \neq f(a_2)$.

Naloga 93 Ali je funkcija $f(x) = \cos x$, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, injektivna? Utemelji odgovor.

Rešitev: Funkcija $f(x) = \cos x$ ni injektivna saj je periodična. Iz tega namreč sledi, da obstajata vsaj dva različna originala, ki se preslikata v isto število.

Naloga 94 Kdaj je funkcija $f : A \to B$ surjektivna?

Rešitev: Funkcija $f : A \to B$ je surjektivna, če za vsak $b \in B$ obstaja tak $a \in A$, da je $f(a) = b$.

Naloga 95 Preslikava $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = x + 1$

(a) je injektivna, a ni surjektivna.

(b) je surjektivna, vendar ni injektivna.

(c) je bijektivna.

(d) ni bijektivna.

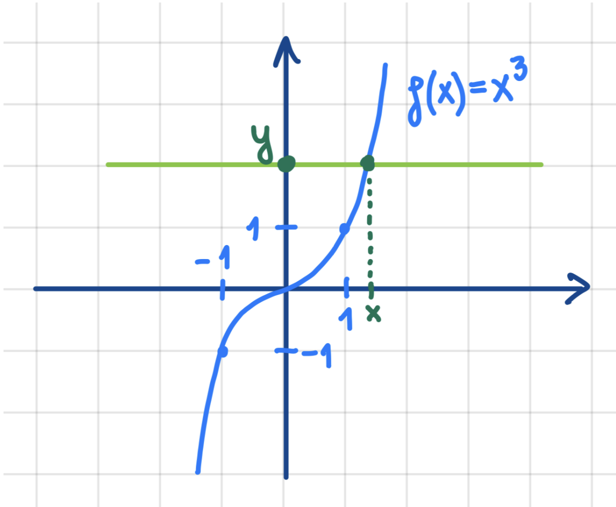
Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 96 Ali je funkcija $f(x) = \sin x$, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, surjektivna?
Utemelji odgovor.

Rešitev: Funkcija ni surjektivna, saj se v števila, ki so manjša od -1 ali števila, ki so večja od 1, ne preslika nobeno realno število. Alternativni odgovor: ni surjektivna, saj ne obstaja x, da bi veljalo $\sin x = 5$, torej, v število 5 se ne preslika noben realen x.

Naloga 97 Podaj primer bijektivne funkcije (predpis, domeno in kodomeno), skiciraj njen graf in razloži, kako se iz njenega grafa vidi, da je bijektivna.

Rešitev: Primer bijektivne funkcije je $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = x^3$. Kot je razvidno iz grafa na spodnji skici, za vsak $y \in \mathbb{R}$ obstaja $x \in \mathbb{R}$, da je $f(x) = y$, zato je funkcija surjektivna. Razen tega za poljubna različna x_1, x_2 velja, da sta tudi njuni sliki $f(x_1)$ in $f(x_2)$ različni, zato je funkcija tudi injektivna. Pomagamo si lahko tudi s premicami: ker za poljuben y vzporednica k osi x, ki vsebuje točko $(0, y)$, seka graf funkcije f natanko enkrat, je f bijektivna.



Naloga 98 Zapiši definicijo inverzne funkcije.

Rešitev: Preslikavo $f : A \to B$, definirano s predpisom $f(a) = a$, imenujemo identična preslikava (ali identiteta) množice A in označimo id_A. Naj bo $f : A \to B$ preslikava. Če obstaja taka preslikava $g : B \to A$, da je $g \circ f = id_A$ in $f \circ g = id_B$, pravimo, da je g inverz preslikave f in označimo $f^{-1} = g$.

Naloga 99 Kdaj obstaja inverzna funkcija?

Rešitev: Inverzna funkcija funkcije f obstaja, ko je le-ta bijektivna.

Naloga 100 Kako ob podanem grafu funkcije dobimo graf njej inverzne funkcije?

Rešitev: Če je dana funkcija f bijektivna, njen inverz obstaja in graf inverzne funkcije dobimo tako, da graf funkcije f prezrcalimo preko simetrale lihih kvadrantov (t. j. premice $y = x$).

Naloga 101 Kaj pomeni, da je funkcija liha? Kako se ta lastnost odraža na grafu funkcije?

Rešitev: Funkcija f definirana na simetričnem intervalu $D = (-a, a)$ ali $D = [-a, a]$ je liha, če je $f(-x) = -f(x)$ za vsak $x \in D$. Graf lihe funkcije je simetričen glede na koordinatno izhodišče.

Naloga 102 Zapiši definicijo periodične funkcije.

Rešitev: Funkcija f je periodična s periodo P, če obstaja tako število $P \in \mathbb{R}$, da je $f(x + P) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Naloga 103 Zapiši definicijo naraščajoče funkcije.

Rešitev: Funkcija $f : I \to \mathbb{R}$ je naraščajoča na intervalu I, če je $f(x_1) \leq f(x_2)$ za vsaka $x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x_2$.

Naloga 104 Zapiši definicijo strogo padajoče funkcije.

Rešitev: Funkcija $f : I \to \mathbb{R}$ je strogo padajoča na intervalu I, če je $f(x_1) > f(x_2)$ za vsaka $x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x_2$.

Naloga 105 Kaj pomeni, da je funkcija monotona oz. strogo monotona?

Rešitev: Funkcija je monotona če je padajoča ali naraščajoča. Rečemo, da je funkcija strogo monotona, če je strogo padajoča ali strogo naraščajoča.

Naloga 106 Kaj pomeni, da je funkcija omejena?

Rešitev: Funkcija $f : I \to \mathbb{R}$ je omejena, če je navzgor in navzdol omejena. Torej obstajata $m, M \in \mathbb{R}$, da je $m \leq f(x) \leq M$ za vsak $x \in I$.

Naloga 107 Zapiši definicijo kompozituma funkcij.

Rešitev: Naj bosta $f : A \to B$ in $g : B \to C$ preslikavi. Kompozitum preslikav f in g je preslikava $g \circ f : A \to C$, definirana s predpisom $(g \circ f)(a) = g(f(a))$.

Naloga 108 Naj bosta $f : A \to B$ in $g : B \to C$ preslikavi. Potem $g \circ f$ slika:

(a) $A \to B$

(b) $B \to A$

(c) $C \to A$

(d) $A \to C$

Rešitev: Pravilen odgovor je (d).

Naloga 109 Dane so funkcije $f(x) = 2^x, g(x) = \sin x + 4, h(x) = \frac{2}{x}$. Poišči predpis za funkcijo $(g \circ h \circ f)(x)$.

Rešitev: $(g \circ h \circ f)(x) = \sin(2^{1-x}) + 4$.

Naloga 110 Dane so funkcije $f(x) = 3^x, g(x) = \cos x + 7, h(x) = \frac{3}{x}$. Poišči predpis za funkcijo $(g \circ h \circ f)(x)$.

Rešitev: $(g \circ h \circ f)(x) = \cos(3^{1-x}) + 7$.

Naloga 111 Naj bo $f(x) = x + 5$, $g(x) = \sqrt{x}$ in $h(x) = x^2$. Potem je $(g \circ (h - (g \circ f)))(4)$ enako

(a) $\sqrt{15}$.

(b) 13.

(c) $\sqrt{13}$.

(d) 15.

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 112 Dane so funkcije $f(x) = 3^x, g(x) = \cos x + 4, h(x) = \frac{7}{2x}$. Poišči predpis za funkcijo $(f \circ g \circ h)(x)$.

Rešitev: $(f \circ g \circ h)(x) = 3^{\cos(\frac{7}{2x})+4}$.

Naloga 113 Če je funkcija f definirana na intervalu $[a, b]$, funkcija g pa na intervalu $[c, d]$, potem je definicijsko območje funkcije $\frac{f}{g}$

(a) unija intervalov $[a, b]$ in $[c, d]$.

(b) presek intervalov $[a, b]$ in $[c, d]$.

(c) presek intervalov $[a, b]$ in $[c, d]$ brez ničel funkcije g.

(d) nič od zgoraj naštetega.

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 114 Kaj je naravno definicijsko območje funkcije $h(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x+1}}$

(a) $-1 \leq x < 1$

(b) $-1 < x < 1$

(c) $-1 < x \leq 1$

(d) $-1 \leq x \leq 1$

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 115 Zapiši naravno definicijsko območje funkcije $f(x) = \frac{7-\sqrt{x^2-9}}{\sqrt{25-x^2}}$.

Rešitev: Upoštevati moramo, da je kvadratni koren definiran le za nenegativne argumente (kar je pod korenom mora biti večje ali enako 0), ter da je ulomek definiran, ko imenovalec ni enak 0. Tako dobimo dva pogoja, ob upoštevanju katerih izračunamo (glej spodaj), da je $D_f = (-5, 3] \cup [3, 5)$.

$$f(x) = \frac{7 - \sqrt{x^2 - 9}}{\sqrt{25 - x^2}} \qquad D_f = ?$$

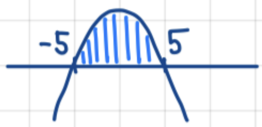
(in hkrati)

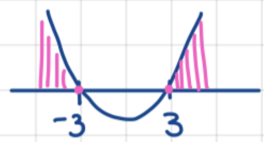
$$25 - x^2 > 0 \quad \wedge \quad x^2 - 9 \geq 0$$

Tukaj stroga neenakost, saj v imenovalcu ne sme biti ničle

Obe neenačbi rešimo grafično: skiciramo graf kvadratne funkcije in opazujemo, za katere x-e leži nad osjo x (oz. na osi x).
Za razcep upoštevamo formulo $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

$$(5 - x)(5 + x) > 0 \quad \wedge \quad (x-3)(x+3) \geq 0$$



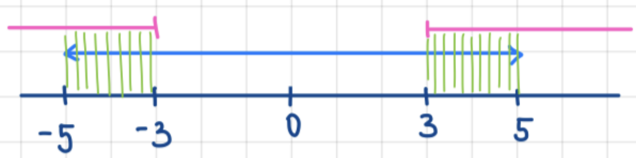


Ker nas ta neenačba sprašuje po x-ih, za katere parabola leži nad osjo x, dobimo

$x \in (-5, 5)$

$x \in (-\infty, -3] \cup [3, \infty)$

Iščemo x-e, ki hkrati ustrezajo tema pogojema.



$$D_f = (-5, -3] \cup [3, 5)$$

Naloga 116 Enačba premice, ki gre skozi točko $(4, 2)$ in je pravokotna na premico $x + 2y = 1$, je enaka $ax + by + 1 = 0$, kjer je

(a) $a = -\frac{1}{3}$ in $b = -\frac{1}{6}$

(b) $a = \frac{1}{3}$ in $b = \frac{1}{6}$

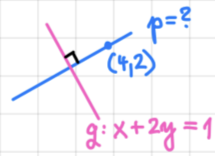
(c) $a = -\frac{1}{3}$ in $b = \frac{1}{6}$

(d) $a = -\frac{1}{6}$ in $b = \frac{1}{3}$

Rešitev: Pravilen odgovor je (c). Razmislek je opisan spodaj:

$p:\ y = kx + m$, $k = ?$, $m = ?$

skica situacije:



- točka na premici: $(4,2)$
- pravokotna na premico $g:\ x + 2y = 1$

$\downarrow$ eksplicitna oblika, da razberemo smerni koeficient

$$2y = 1 - x$$
$$y = \frac{1-x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow k_g = -\frac{1}{2}$$

Ker sta premici pravokotni, za njuna smerna koeficienta velja zveza $k = -\frac{1}{k_g}$.

$$k = -\frac{1}{-\frac{1}{2}} = 2 \quad \Rightarrow \quad p:\ y = 2x + m$$

Da bi izračunali še neznani n, upoštevamo, da $(\overset{x}{4}, \overset{y}{2}) \in p$.

$$2 = 2 \cdot 4 + m \quad \Rightarrow \quad m = -6$$

Enačba premice p v eksplicitni obliki je torej $y = 2x - 6$.

Da bi razbrali a in b, po katerih sprašuje naloga, jo preoblikujemo v implicitno obliko $ax + by + c = 0$.

$$-2x + y + 6 = 0 \qquad /:6$$

Enačbo moramo deliti še s 6, da jo lahko primerjamo z enačbo iz besedila $ax + by + 1 = 0$.

$$-\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{a = -\frac{1}{3},\ b = \frac{1}{6}}}$$

Naloga 117 Enačba premice, ki je vzporedna premici $x + \frac{3}{2}y = \frac{5}{2}$ in vsebuje točko $(1, 3)$, je enaka $2x + ay + b = 0$, kjer je

(a) $a = 3$ in $b = -11$

(b) $a = -3$ in $b = 11$

(c) $a = 11$ in $b = 3$

(d) $a = 11$ in $b = -3$

Rešitev: Pravilen odgovor je (a).

Naloga 118 Če polinom $x^2 - x - 42$ delimo s polinomom $x + 6$, potem je ostanek enak

(a) -6.

(b) 7.

(c) 0.

(d) nič od zgoraj naštetega.

Rešitev: Pravilen odgovor je (c).

Naloga 119 Zapiši splošni polinom stopnje n.

Rešitev: Polinom je funkcija oblike $p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$, kjer je $a_i \in \mathbb{R}, \forall i \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Naloga 120 Za inverzno funkcijo funkcije $f(x) = \frac{2-x}{x+3}$ velja:

(a) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}\backslash\{3\}, f^{-1}(x) = \frac{2-3x}{x+1}$.

(b) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{-1\} \to \mathbb{R}\backslash\{-3\}, f^{-1}(x) = \frac{2-3x}{x+1}$.

(c) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{-1\} \to \mathbb{R}\backslash\{3\}, f^{-1}(x) = \frac{3-2x}{x+1}$.

(d) $f^{-1} : \mathbb{R}\backslash\{3\} \to \mathbb{R}\backslash\{-1\}, f^{-1}(x) = \frac{3-2x}{x+1}$.

Rešitev: Pravilen odgovor je (b). Do njega pridemo s pomočjo naslednjega premisleka:

$f(x) = \frac{2-x}{x+3}$ zapišemo v obliki $y = \frac{2-x}{x+3}$

Zamenjamo vlogi x in y, ter izrazimo y:

$x = \frac{2-y}{y+3} \quad / \cdot (y+3)$

$x(y+3) = 2-y$

$xy + 3x = 2-y$

$xy + y = 2-3x$

$y(x+1) = 2-3x$

$y = \frac{2-3x}{x+1} \Rightarrow$ Predpis za inverzno funkcijo je torej $f^{-1}(x) = \frac{2-3x}{x+1}$

Razberemo, da je njeno definicijsko območje $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}\setminus\{-1\} = Z_f$ in zaloga vrednosti $Z_{f^{-1}} = D_f = \mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Naloga 121 Za inverzno funkcijo funkcije $f(x) = \frac{4-x}{x+5}$ velja:

(a) $f^{-1} : \mathbb{R}\setminus\{1\} \to \mathbb{R}\setminus\{5\}$, $f^{-1}(x) = \frac{4-5x}{x+1}$.

(b) $f^{-1} : \mathbb{R}\setminus\{-1\} \to \mathbb{R}\setminus\{-5\}$, $f^{-1}(x) = \frac{4-5x}{x+1}$.

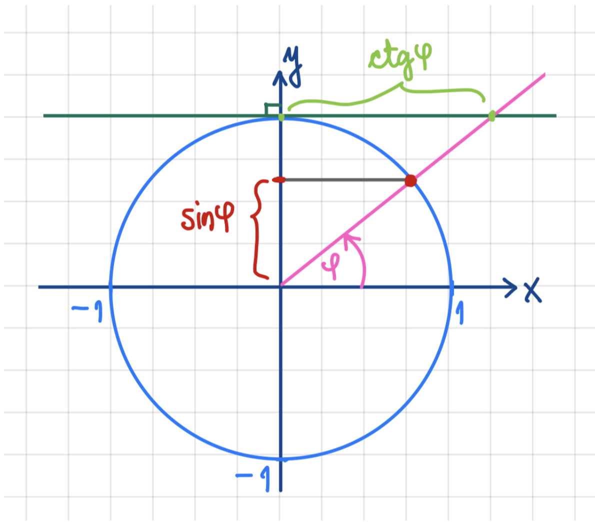
(c) $f^{-1} : \mathbb{R}\setminus\{-1\} \to \mathbb{R}\setminus\{5\}$, $f^{-1}(x) = \frac{5-4x}{x+1}$.

(d) $f^{-1} : \mathbb{R}\setminus\{5\} \to \mathbb{R}\setminus\{-1\}$, $f^{-1}(x) = \frac{5-4x}{x+1}$.

Rešitev: Pravilen odgovor je (b).

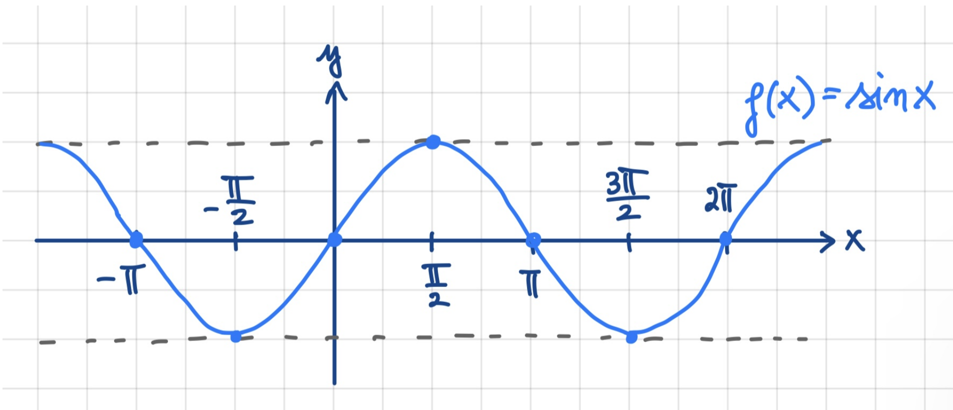
Naloga 122 Skiciraj kako z enotsko krožnico na intervalu definiramo funkciji sinus in kotangens?

Rešitev:



Naloga 123 Skiciraj graf funkcije sinus (na sliki naj bodo razvidne vrednosti pri znanih kotih). Zapiši adicijski izrek za sinus vsote.

Rešitev: $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$



Naloga 124 Zapiši formulo za sinus in kosinus dvojnih kotov.

Rešitev: $\sin(2x) = 2\sin x \cos x,\ \ \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x.$

Naloga 125 Dopolni:

(a) $\arcsin(1) =$

(b) $\arcsin(0) =$

(c) $\cos(\arctan(0)) =$

Rešitev:

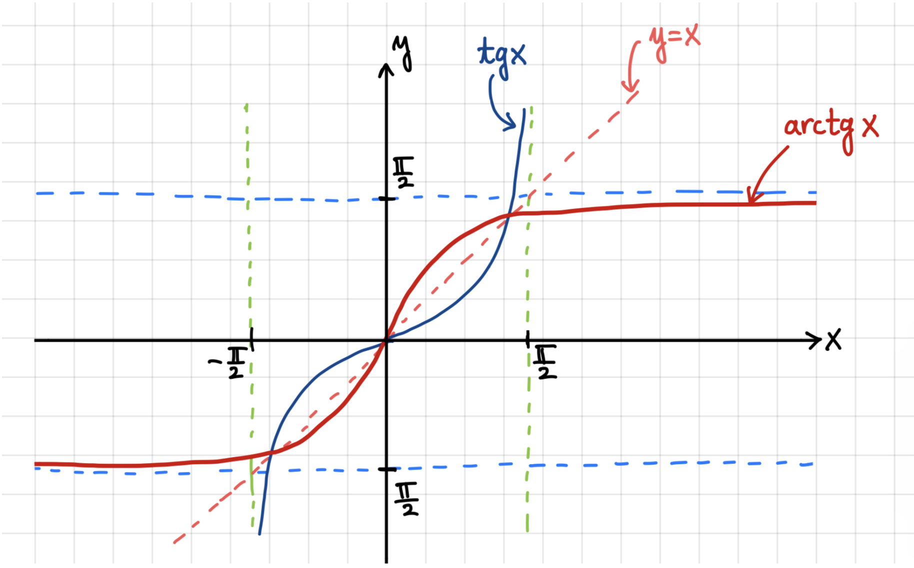
(a) $\arcsin(1) = \frac{\pi}{2}$

(b) $\arcsin(0) = 0$

(c) $\cos(\arctan(0)) = \cos 0 = 1$

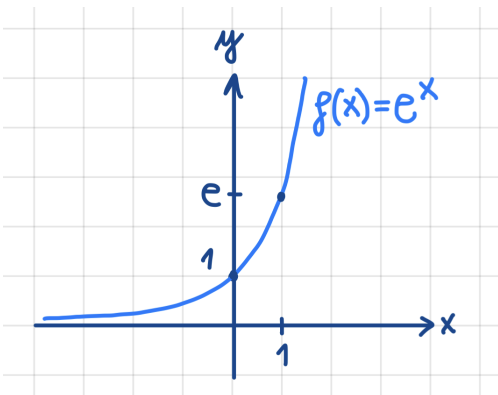
Naloga 126 Skiciraj graf funkcije arkus tangens.

Rešitev: Grafov ciklometričnih funkcij ni težko skicirati, če poznamo grafe osnovnih trigonometričnih funkcij. Izberemo glavno vejo trigonometrične funkcije (pri funkciji tangens je le-ta na intervalu od $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$), ki jo zrcalimo preko simetrale lihih kvadrantov:



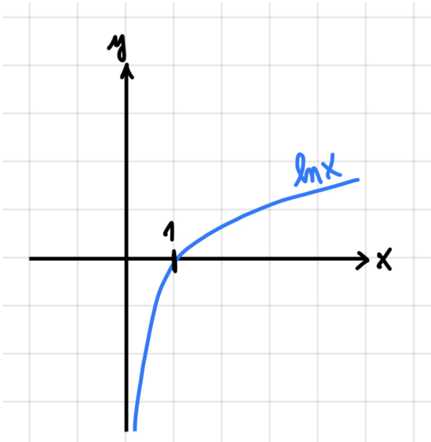
Naloga 127 Zapiši definicijo eksponentne funkcije in opiši kdaj je naraščajoča in kdaj padajoča. Skiciraj še graf funkcije $f(x) = e^x$.

Rešitev: Eksponentna funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ je definirana s predpisom $f(x) = a^x$, kjer je $a > 0$ in $a \neq 1$. Če je $0 < a < 1$, je f padajoča, za $a > 1$ pa naraščajoča.



Naloga 128 Skiciraj graf funkcije $f(x) = \ln x$, zapiši njeno naravno definicijsko območje in zalogo vrednosti. Zapiši še vsaj dve pravili računanja z logaritmi.

Rešitev:



Definicijsko območje je interval $(0, \infty)$, zaloga vrednosti je množica vseh realnih števil. Pravila:

- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \quad x, y > 0$
- $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \quad x, y > 0$
- $\log_a x^r = r \log_a x, \; x > 0$

Naloga 129 Ali je realna funkcija s predpisom $f(x) = log_{\frac{1}{3}}(x)$ naraščajoča ali padajoča? Kje ima ta funkcija ničlo?

Rešitev: $f(x) = log_{\frac{1}{3}}(x)$ je padajoča, saj je njena osnova manjša od 1. Ničlo ima pri $x = 1$.

Naloga 130 Opiši zvezo med eksponentno in logaritemsko funkcijo.

Rešitev: $y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$.

Naloga 131 Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna.

(a) Logaritem je definiran samo za pozitivna števila.

(b) Kvadratna funkcija ima vedno realno ničlo.

(c) Tangens je periodična funkcija.

(d) Logaritemska funkcija je strogo padajoča.

(e) Eksponentna funkcija je naraščajoča, če je njena osnova pozitivna.

Rešitev: Pravilni izjavi sta (a) in (c). Utemeljimo, zakaj ostali odgovori niso pravilni: kvadratna funkcija ima lahko le kompleksni ničli, logaritemska funkcija lahko narašča ali pada (odvisno od osnove logaritma), za $0 < a < 1$ je eksponentna funkcija a^x padajoča.

Naloga 132 Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna.

(a) Funkcija $f(x) = (\frac{2}{5})^x$ je strogo padajoča funkcija.

(b) Funkcija $f(x) = \cos x$ je periodična s periodo 2π.

(c) Arkus kotangens je periodična funkcija.

(d) Funkcija $f(x) = \sin x$ je na $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ monotona.

(e) Tangens je soda funkcija.

Rešitev: Pravilni odgovori so (a), (b) in (d).

Naloga 133 Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna.

(a) Funkcija $f(x) = (\frac{1}{5})^x$ je strogo padajoča funkcija.

(b) Funkcija $f(x) = \sin x$ je periodična s periodo 2π.

(c) Arkus tangens je periodična funkcija.

(d) Funkcija $f(x) = \cos x$ je na $[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$ monotona.

(e) Tangens je soda funkcija.

Rešitev: Pravilna odgovora sta (a) in (b).

Naloga 134 Obkroži črko pred vsako izjavo, ki je pravilna.

(a) Funkcija $f(x) = 5^x$ je strogo naraščajoča funkcija.

(b) Funkcija $f(x) = \sin x$ je periodična s periodo π.

(c) Funkcija $f(x) = \cos x$ je na $[-\pi, \frac{\pi}{2}]$ monotona.

(d) Tangens je liha funkcija.

(e) Arkus kotangens je periodična funkcija.

Rešitev: Pravilna odgovora sta (a) in (d).

DOI
https://doi.org/10.18690/um.feri.9.2023

ISBN
978-961-286-790-4

Kvizi iz Matematike I: 1. del

Aleksandra Tepeh
Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Maribor, Slovenija
aleksandra.tepeh@um.si

Ključne besede:
osnov logičnega sklepanja,
množice,
realna števila,
enačbe,
neenačbe,
kompleksna števila,
funkcije

Pričujoča zbirka rešenih nalog je učni pripomoček, v prvi vrsti namenjen študentom 1. letnika visokošolskih študijskih programov Računalništvo in informacijske tehnologije in Informatika in tehnologije komuniciranja na UM FERI, ki poslušajo predmet Matematika 1. Ker večina naravoslovnih in tehniških študijskih smeri drugih fakultet v prvem letniku pokriva enako snov, je tako namenjen tudi širši publiki. Prvi del zbirke pokriva teme iz osnov logičnega sklepanja, množice, kompleksnih števil in funkcij. Študenta nagovori k pripravi dobrih zapiskov, kar je eden izmed temeljev dobre priprave na izpite.

Univerzitetna založba
Univerze v Mariboru

Univerza v Mariboru

Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko

Zbirka teoretičnih vprašanj avtorice Aleksandre Tepeh močno obogati študijsko literaturo na področju vsebin Matematike I. Ker je delo napisano v dovolj enostavnem (matematičnem) jeziku, ga lahko brez težav razumejo tudi študenti, ki ne študirajo matematike.

Gordana Radić
Univerza v Mariboru