



Univerzitetna založba  
Univerze v Mariboru

Ivan Zagradišnik  
Jožef Ritonja

# **ELEKTRIČNI IN ELEKTROMEHANSKI PRETVORNIKI**

**ZAPISKI PREDAVANJ**

**Maribor 2022**





Univerza v Mariboru

---

Fakulteta za elektrotehniko,  
računalništvo in informatiko

# **ELEKTRIČNI IN ELEKTROMEHANSKI PRETVORNIKI**

Zapiski predavanj

Avtorja  
**Ivan Zagradišnik**  
**Jožef Ritonja**

September 2022

<b>Naslov</b> <i>Title</i>	<b>Električni in elektromehanski pretvorniki</b> <i>Electrical and Electromechanical Converters</i>
<b>Podnaslov</b> <i>Subtitle</i>	<b>Zapiski predavanj</b> <i>Lecture Notes</i>
<b>Avtorja</b> <i>Authors</i>	Ivan Zagradišnik (Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)  Jožef Ritonja (Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)
<b>Recenzija</b> <i>Review</i>	Božo Hribernik (Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)
<b>Jezikovni pregled</b> <i>Language editing</i>	Vlasta Praprotnik
<b>Tehnična urednika</b> <i>Technical editors</i>	Ivan Zagradišnik (Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)  Jan Perša (Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)
<b>Izdelava risb</b> <i>Drawings</i>	Denis Dremelj, Viktor Goričan, Miralem Hadžiselimović, Dušan Muršec, Tine Marčič in avtorja
<b>Pomoč pri urejanju</b> <i>Assistant editors</i>	Matej Gajzer, Bojan Slemnik
<b>Oblikovanje ovitka</b> <i>Cover designer</i>	Jan Perša (Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)
<b>Založnik</b> <i>Published by</i>	<b>Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba</b> Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija <a href="https://press.um.si">https://press.um.si</a> , <a href="mailto:zalozba@um.si">zalozba@um.si</a>
<b>Izdajatelj</b> <i>Issued by</i>	<b>Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko</b> Koroška cesta 46, 2000 Maribor, Slovenija <a href="https://www.feri.um.si">https://www.feri.um.si</a> , <a href="mailto:feri@um.si">feri@um.si</a>
<b>Izdaja</b> <i>Edition</i>	Prva izdaja  <b>Izdano</b> <i>Published at</i> Maribor, september 2022
<b>Vrsta publikacije</b> <i>Publication type</i>	E-knjiga
<b>Dostopno na</b> <i>Available at</i>	<a href="https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/716">https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/716</a>

CIP - Kataložni zapis o publikaciji  
Univerzitetna knjižnica Maribor

621.313/.314(075.8)(0.034.2)

ZAGRADIŠNIK, Ivan  
Električni in elektromehanski pretvorniki  
[Elektronski vir] : zapiski predavanj / avtorja  
Ivan Zagradišnik, Jožef Ritonja ; [izdelava risb  
Denis Dremelj ... et al.]. - 1. izd. - E-knjiga.  
- Maribor : Univerza v Mariboru, Univerzitetna  
založba, 2022

Način dostopa (URL):  
<https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/716>  
ISBN 978-961-286-649-5 (PDF)  
doi: 10.18690/um.feri.11.2022  
COBISS.SI-ID 120080131



© Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba  
/ University of Maribor, University Press

Besedilo / Text © Zagradišnik, Ritonja, 2022

To delo je objavljeno pod licenco Creative Commons Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Brez predelav 4.0 Mednarodna. / *This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDeriv 4.0 International License.*

Uporabnikom je dovoljeno reproduciranje brez predelave avtorskega dela, distribuiranje, dajanje v najem in priobčitev javnosti samega izvirnega avtorskega dela, in sicer pod pogojem, da navedejo avtorja in da ne gre za komercialno uporabo.

Vsa gradiva tretjih oseb v tej knjigi so objavljena pod licenco Creative Commons, razen če to ni navedeno drugače. Če želite ponovno uporabiti gradivo tretjih oseb, ki ni zajeto v licenci Creative Commons, boste morali pridobiti dovoljenje neposredno od imetnika avtorskih pravic.

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

**ISBN** 978-961-286-649-5 (pdf)

**DOI** <https://doi.org/10.18690/um.fnm.11.2022>

**Cena**  
*Price* Brezplačni izvod

**Odgovorna oseba založnika** prof. dr. Zdravko Kacič,  
*For publisher* rektor Univerze v Mariboru

**Citiranje** Zagradišnik, I. in Ritonja, J. (2022). *Električni in elektromehanski pretvorniki: zapiski predavanj*. Maribor:  
*Attribution* Univerzitetna založba. doi: 10.18690/um.feri.11.2022

## VSEBINA

	Stran
UVOD	1
Magnetno polje	2
Vzbujanje navitij	6
Inducirana napetost	11
Sile v magnetnem polju	12
Prenos energije in moči	13
Vrtilni moment	14
Izgube in izkoristek	16
Segrevanje in ohlajevanje	16
TRANSFORMATOR	19
Uvod	19
Način delovanja	21
Izvedba transformatorja	21
Naloge transformatorja	22
Enofazni transformator z železnim jedrom	23
Delovanje idealnega transformatorja	24
Delovanje realnega transformatorja	29
Delovanje tokovno idealnega napetostno realnega transformatorja	31
Delovanje napetostno idealnega tokovno realnega transformatorja	33
Izgube v jedru	35
Tok prostega teka	38
Analitična obravnava	41
Preskusi transformatorja	44
Obratovanje transformatorja na togem omrežju	47
Energijska bilanca, izgube in izkoristek transformatorja	49
Tokovni transformator	51
Trifazna transformacija	54
Nesimetrična obremenitev	57
Avtotransformator	59
ASINHRONSKI STROJ	60
Opis konstrukcije	60
Navitja asinhronskih strojev	61
Način delovanja	67
Analitična obravnava	70
Nadomestno vezje asinhronskega stroja	72
Obratovanje asinhronskega stroja na togem omrežju	73
Energijska bilanca	76
Vrtilni moment	77
Zagon asinhronskega motorja	80
Možnosti spreminjanja hitrosti vrtenja	82
Spreminjanje vrtilnega momenta	84
Asinhronski generator	89
Enofazni asinhronski motor	89

SINHRONSKI STROJ	93
Opis konstrukcije	93
Način delovanja	93
Prezem obremenitve	97
Analitična obravnava	102
Obratovanje nenasičenega stroja na togem omrežju	107
Spreminjanje vrtilnega momenta sinhronskega motorja	110
Tokovne karakteristike za cilindrični rotor	113
Približna obravnava nasičenega stroja	114
Sistemi za vzbujanje sinhronskih generatorjev	117
Uporaba trajnih magnetov za vzbujanje	119
Sinhronski motorji s trajnimi magneti	121
Sinhronski motorji s trajnimi magneti in z izraženimi poli na statorju	124
KOMUTATORSKI STROJ	128
Opis konstrukcije	128
Način delovanja	128
Navitja komutatorskih strojev	132
Teorija enosmernih strojev	135
Reakcija kotve	138
Komutacija	143
Sklop za komutacijo	147
Vrste enosmernih strojev	150
Generatorji za enosmerni tok	152
Motorji za enosmerni tok	154
Konstruiranje karakteristik	157
Zagon in spreminjanje hitrosti vrtenja motorjev	159
Nestacionarno obratovanje	161
Posebni enosmerni stroji	161
Izmenični komutatorski stroji	162
Enofazni komutatorski motor v serijski vezavi	165
KOMPLEKSNI RAČUN	168
Matematične operacije kompleksnih veličin	168
Izračun moči	170
Indukcijski zakon v kompleksnem računu	173
FOURIERJEVA ANALIZA	175
Primeri za vzbujalne krivulje	175
Primer za tok prostega teka transformatorja	176
LITERATURA	178
SEZNAM SPREMENLJIVK	179
Grška abeceda	181

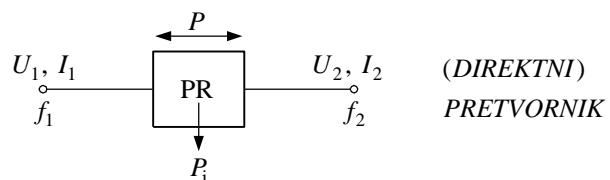
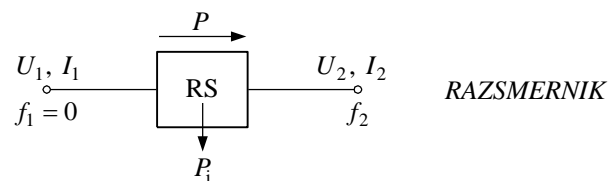
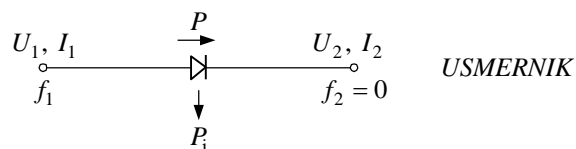
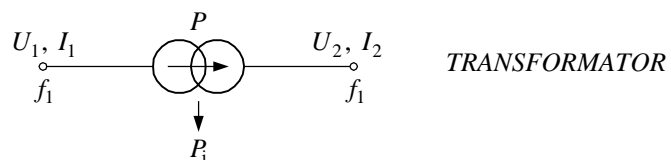
## UVOD

Električni in elektromehanski pretvorniki (EEP) so naprave, ki pretvarjajo energijo ene oblike v drugo. Vrste pretvarjanja: električno energijo v električno, električno v mehansko, mehansko v električno. Pretvarjanje je časovno omejeno ali neomejeno.

Med EEP štejemo tudi električne stroje. Pri njih pri pretvarjanju energije vedno posreduje magnetno polje.

### Primeri pretvarjanja energije

Električna  $\rightarrow$  električno



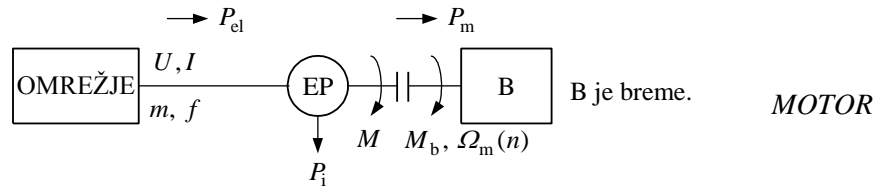
število vej = število faz  $m$

$$m_1 \gtrless m_2$$

frekvenca

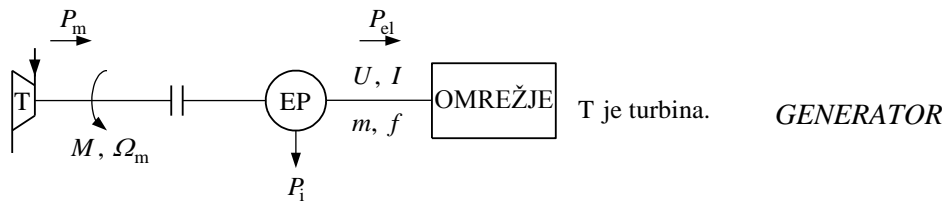
$$f_1 \gtrless f_2$$

Električna  $\rightarrow$  mehansko



$$\eta = \frac{P_{el} - P_i}{P_{el}} = \frac{P_m}{P_{el}} \quad \eta: 0,6 \dots 0,98 \quad \text{EP je elektromehanski pretvornik.}$$

Mehanska  $\rightarrow$  električno



$$\eta = \frac{P_{el}}{P_m} \quad \eta: 0,95 \dots 0,98$$

### Magnetno polje

Prenos moči oziroma energije v električnih strojih se vrši s pomočjo magnetnega polja oziroma magnetnega fluksa. Pri tem uporabljamo osnovne veličine (označene z zvezdico) in izpeljane veličine.

Osnovne veličine:

$$*B = \frac{\Phi}{A} \quad \text{gostota magnetnega pretoka}$$



$$*\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

magnetni fluks

$$*H = \frac{B}{\mu}$$

magnetna poljska jakost

$$*\mu = \frac{B}{H}$$

 $\mu$  permeabilnost

Izpeljane veličine:

$$\Psi = \sum \Phi_i N_i = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

fluks tuljave ali magnetni sklep

$$L = \frac{\Psi}{I}$$

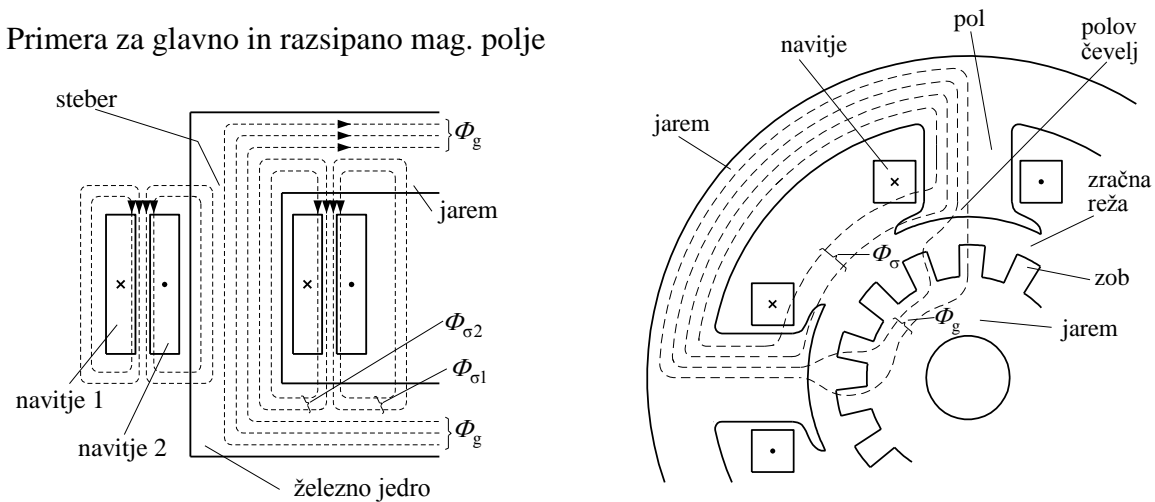
induktivnost

$$F_m = \oint_K \vec{H}_1 \cdot d\vec{l}$$

”magnetnomotorska” sila – vzbujanje

$$\Lambda_m = \frac{\Phi}{F_m} \text{ magnetna prevodnost (permeanca) ali } R_m = \frac{F_m}{\Phi} \text{ upornost (reluktanca)}$$

Primeri za glavno in razsipano mag. polje



## Osnovni zakoni magnetnega polja

1) Zakon o tokovnem pretoku (Amperov zakon)

$$\oint_K \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = IN = \mathcal{O} \quad (J \text{ je gostota toka})$$

diskretizacija  $\vec{H}_1 \rightarrow H_i$ ;  $d\vec{l} = l_i$

$$\sum H_i l_i = IN$$

2) Zakon o ohranitvi fluksa

$$\Phi = \oiint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

diskretizacija  $\vec{B} \rightarrow B_i$ ;  $d\vec{A} \rightarrow A_i$

$$\sum B_i A_i = 0 \quad \Phi_i = B_i A_i$$

3) Zakon o materialu

$$\vec{B} = f(\vec{B}_i) = \mu_0 \vec{H} + \vec{B}_i = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \kappa \vec{H} = \mu \vec{H} \quad \mu = \mu_0 \mu_r = \mu_0 (1 + \kappa)$$

$B_i$  je magnetna polarizacija ali intrinsec (notranja) gostota magnetnega pretoka in  $\kappa$  magnetna susceptibilnost (dovzetnost).

## Magnetilna krivulja

Magnetilna krivulja je prikazana na levi sliki za mehko železo in trajni magnet ter ustrezni permeabilnosti na desni sliki. Za magnetni krog velja

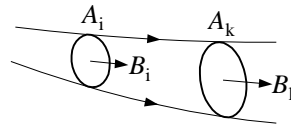
brez nasičenja:  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ ;  $H_{Fe} \rightarrow 0$

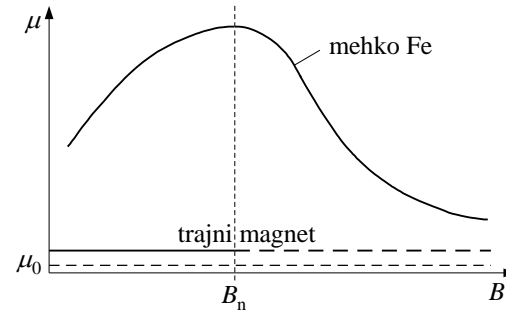
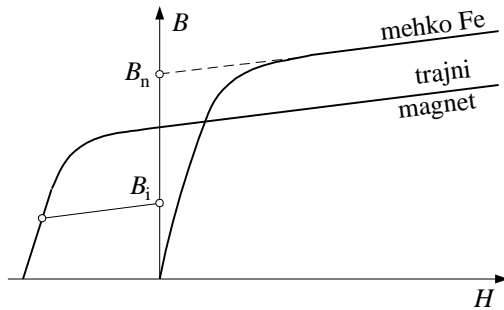
$$B_{Fe} < B_n \quad (B_n = B - \text{nasičenja}) \quad B_\delta = \mu_0 \frac{IN}{\delta}$$

pri nasičenju:  $\mu_{Fe} \rightarrow \mu_0$

$$B_{Fe} > B_n \quad B_\delta \approx \mu_0 \frac{IN}{\delta + l_{Fe}}$$

Silnična cevka





Zakon o ohranitvi fluksa – uporaba  $\rightarrow \Phi_{\delta} = \Phi_{Fe}$

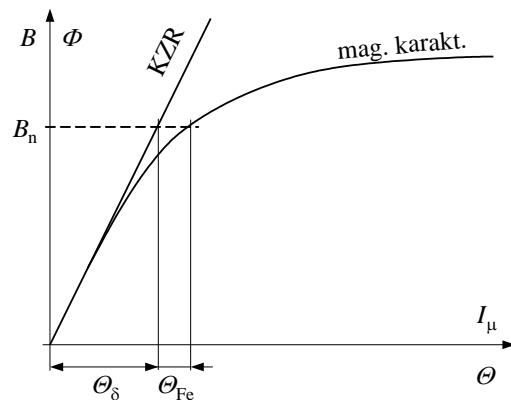
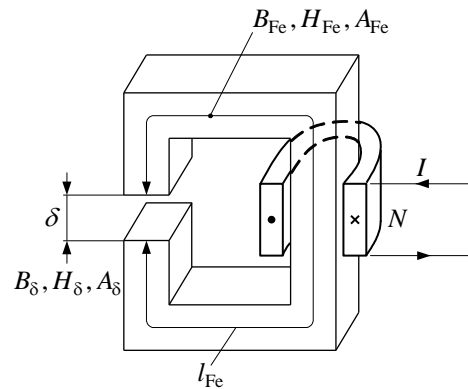
Zakon o tokovnem pretoku – uporaba:

$$\Theta = \sum H_i l_i = IN$$

$$I_{\mu} = \frac{\sum H_i l_i}{\sqrt{2}N}, \text{ (če je } H = \hat{H} \text{ temenska vrednost).}$$

### Magnetilna karakteristika

Magnetilna karakteristika podaja odvisnost  $B = f(\Theta)$  za magnetni krog, sestavljen iz zračne reže in železnega jedra. Karakteristika zračne reže (KZR) je tangenta na krivuljo.



Sprememba merila:

$$B = f(\Theta)$$

$$\text{Ordinata: } \Phi_{\delta} = B_{\delta} A_{\delta} \rightarrow \Phi_{\delta} = f(\Theta_{\text{cel}})$$

$$\Theta_{\text{cel}} = \Theta_{\delta} + \Theta_{Fe}$$

$$\text{Abscisa: } \Theta = I_{\mu} N \rightarrow B = f(I_{\mu})$$

Za izračun magnetnega kroga velja: iz  $E \rightarrow \Phi \rightarrow B_i$  na delu  $i$ ; iz  $B_\delta$  bo:

$$\Theta_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta, \quad \Theta_{\text{Fe}} = H_{\text{Fe}} l_{\text{Fe}} \quad (H_{\text{Fe}} \rightarrow \text{iz magnetilne krivulje})$$

$$\hat{I}_\mu = \frac{\Theta_{\text{cel}}}{N} \rightarrow I_\mu = \frac{\Theta_{\text{cel}}}{\sqrt{2}N} \quad \Phi = \frac{\Theta_{\text{cel}}}{R_m} = \frac{\sqrt{2}I_\mu N}{R_m} = \sqrt{2}I_\mu N \Lambda_m$$

$$\text{induktivnost tuljave } L = \frac{\Psi}{I_\mu} = \frac{N\Phi}{\sqrt{2}I_\mu} = \frac{N^2}{R_m} = N^2 \Lambda_m \text{ in } \Lambda_m = \frac{1}{R_m} = \frac{\mu A}{l}$$

## Vzbujanje navitij

### Magnetno polje koncentričnega (cilindričnega) navitja

#### a) Primer transformatorja

Posamezna navitja so prostorsko blizu. Vzbujanje je koncentrirano. Glavni fluks, ki povezuje navitja, se ustvari v železnem jedru. Če Fe jedro nima zračne reže, bo:

$$\delta \rightarrow 0 \text{ in } \mu_{\text{Fe}} \rightarrow \infty \quad R_m = \frac{l_{\text{Fe}}}{\mu_{\text{Fe}} A_{\text{Fe}}} \rightarrow 0, \quad L_m \rightarrow \infty, \quad L_\sigma \rightarrow 0.$$

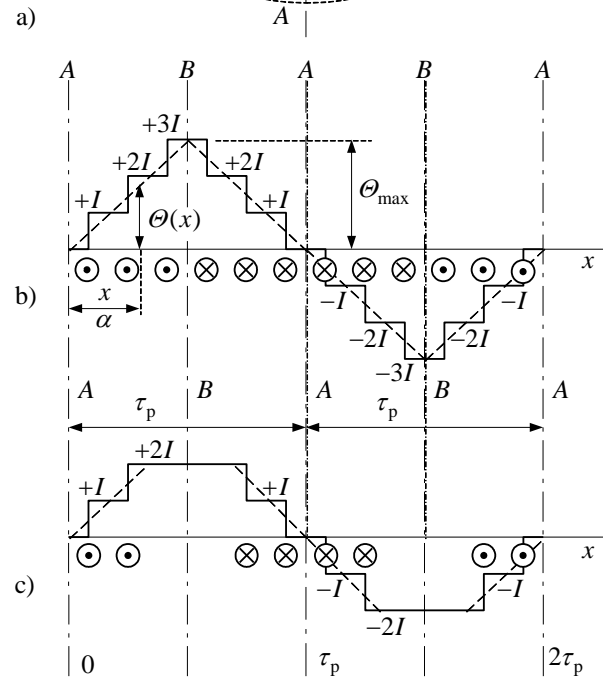
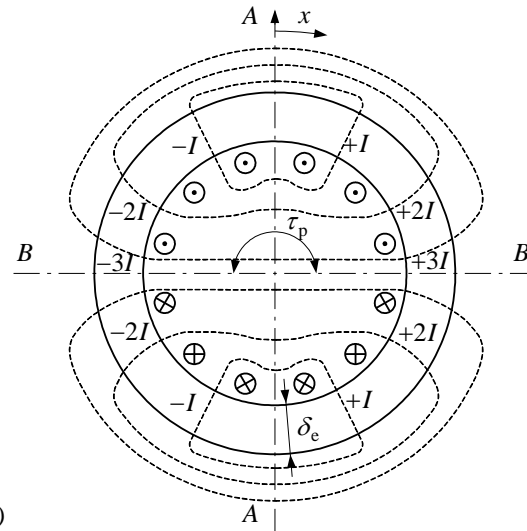
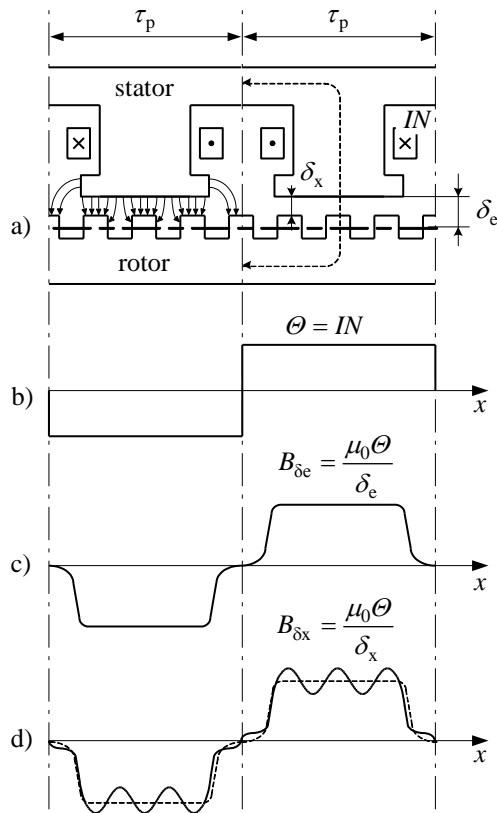
$L_m$  je magnetilna (glavna) induktivnost in  $L_\sigma$  razsipana induktivnost.

#### b) Primer izraženih polov pri rotacijskih strojih

Pri rotacijskih strojih so posamezna navitja ločena z zračno režo " $\delta$ " oziroma ekvivalentno (povečano) zračno režo  $\delta_e$ , s katero upoštevamo vpliv odprtih utorov stroja.

$\Theta = IN$  magnetno vzbujanje po obodu stroja, če je tok enosmeren.

Če tok niha  $i = \sqrt{2}I \cos(\omega t) = \hat{I} \cos(\omega t)$ , bo tudi  $\Theta$  nihal.



## Magnetno polje porazdeljenega navitja

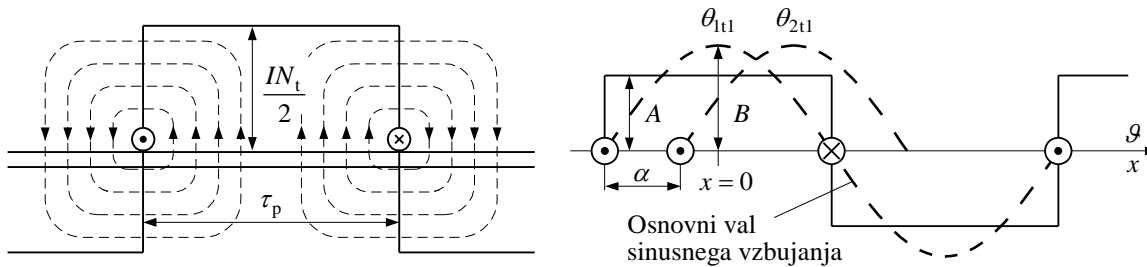
### a) Enosmerno napajanje

Na levi sliki (v nadaljevanju) je narisana vzbujalna krivulja tuljave za razviti obod rotorja:  $\Theta_t = \frac{IN_t}{2} \equiv A$

$$\Theta_t = \frac{IN_t}{2} \equiv A$$

in osnovna harmonska komponenta vzbujanja tuljave  $\hat{\Theta}_{t1} = \frac{4}{\pi} \frac{IN_t}{2} \equiv B = \frac{4}{\pi} A$ .

$N_t$  je število ovojev tuljave. Za  $p$  polovih parov je  $N_t = \frac{N}{p}$  in  $\hat{\Theta}_{t1} = \frac{4 IN}{\pi 2p}$ .



Prostorska razdelitev vzbujanja (ene) tuljave je:  $\theta_x = \hat{\Theta}_{t1} \cos(\pi(x/\tau_p))$ , če je  $\tau_p = \frac{D\pi}{2p} = \frac{r\pi}{p}$

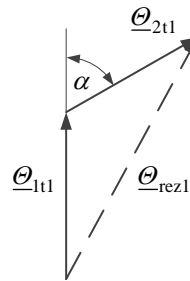
in  $x=0$  v simetrični tuljavi. Če vpeljemo kot  $\mathcal{G} = \pi(x/\tau_p)$ , dobimo  $\theta_x = \hat{\Theta}_{t1} \cos \mathcal{G}$ .

Za dve tuljavi, premaknjeni za kot  $\alpha$  v sosednjih utorih rotacijskega elektromehanskega pretvornika, je osnovna harmonska komponenta vzbujanja:  $\Theta_{rez1} = \Theta_{1t1} + \Theta_{2t1}$ .

Na splošno velja za porazdeljeno navitje  $\hat{\Theta}_{rez1} = \frac{4 IN}{\pi 2p} f_n$ , če je  $f_n$

faktor navitja, tj. razmerje med geometrijsko in aritmetično vsoto

vzbujanja dveh ali več tuljav:  $f_n = \frac{\sum_{\text{geom.}} \Theta}{\sum_{\text{arit.}} \Theta} = \frac{\Theta_{rez1}}{\sum_{i=1}^n \Theta_{1t1}}$ .

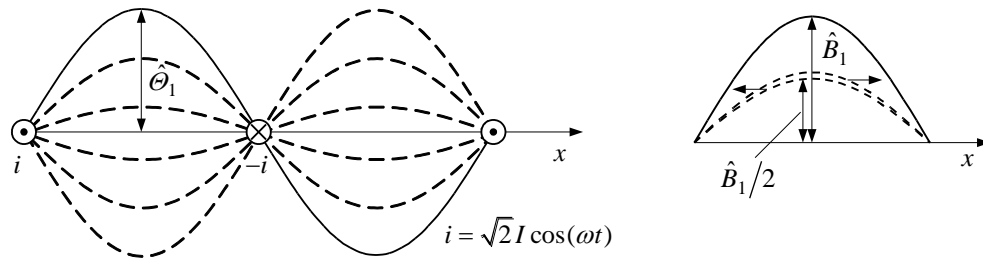


Za enakomerno porazdeljeno navitje velikega števila tuljav je enačba vzbujanja premica:

$\theta_x = \Theta_{\max} \frac{x}{\tau_p/2}$  za  $0 \leq x \leq \tau_p/2$ . (Velja za desno črtkano sliko (b) na strani 7.)

b) Izmenično napajanje  $i = \sqrt{2} I \cos(\omega t)$

Vzbujanje  $\theta(x,t) = \hat{\Theta}_1 \cos \mathcal{G} \cos(\omega t) \rightarrow b(x,t) = \frac{\mu_0 \theta(x,t)}{\delta}$  (V zračni reži je  $b \propto \theta$ .)



$$\theta(x, t) = \hat{\Theta}_1 \cos \vartheta \cos(\omega t) = \frac{\hat{\Theta}_1}{2} (\cos(\vartheta - \omega t) + \cos(\vartheta + \omega t)) \text{ ali za } b \propto \theta$$

$$b(x, t) = \frac{\hat{B}_1}{2} (\cos(\vartheta - \omega t) + \cos(\vartheta + \omega t))$$

$$b(x, t) = b_p(x, t) + b_n(x, t)$$

smer gibanja  $\rightarrow$   $\leftarrow$

Amplituda za pozitivni (direktni) ali negativni (inverzni) val potuje s hitrostjo, ki jo dobimo iz pogoja za vrednost argumenta:

$$\vartheta \mp \omega t = 0 \text{ ali za } \pi \frac{x}{\tau_p} \mp \omega t = 0 \rightarrow x = \pm \omega t \frac{\tau_p}{\pi},$$

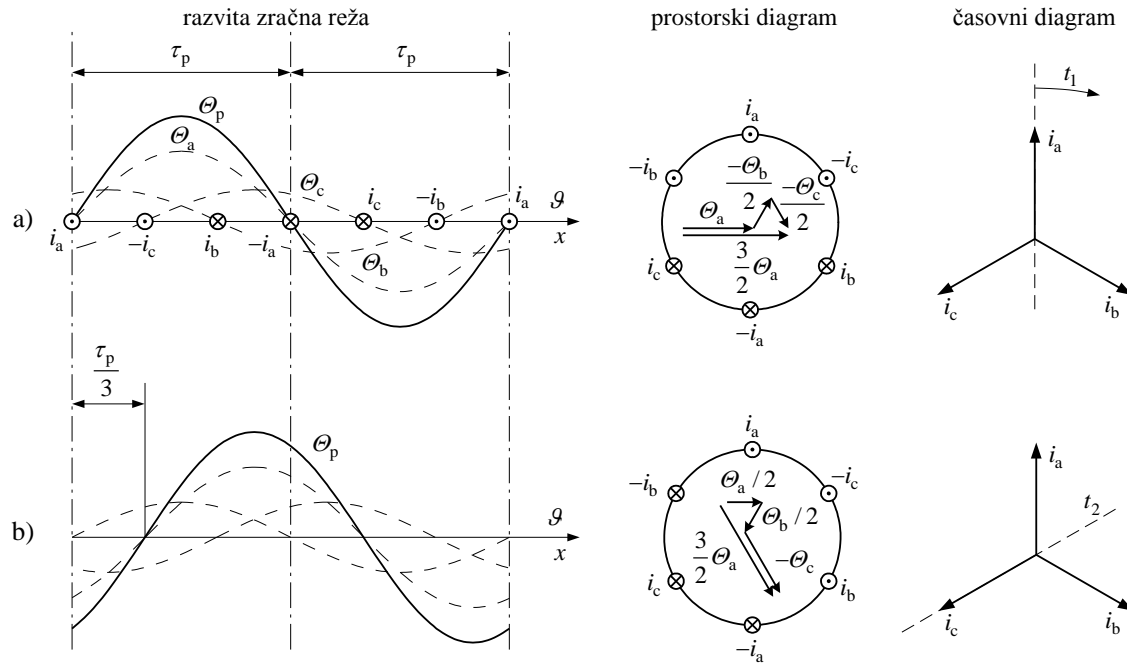
$$v = \frac{dx}{dt} = \pm \frac{\omega \tau_p}{\pi} = \pm 2f \tau_p = \pm \frac{2\tau_p}{T}.$$

Iz pogoja  $v = D \pi n = \pm 2f \tau_p = \pm 2f \frac{D \pi}{2p}$  dobimo izraz:  $n = \pm \frac{f}{p}$ .

To je osnovna enačba za vrtljaje (hitrost) vrtilnega magnetnega polja v električnih rotacijskih strojih.

Bolj praktična enačba za  $f = 50 \text{ Hz}$  je:  $n = \pm \frac{60f}{p} = \pm \frac{3000}{p} \text{ (min}^{-1} \equiv \text{vrt./min)}$ .

Magnetno polje porazdeljenega trifaznega navitja oziroma polja treh enofaznih navitij, premaknjenih v prostoru za mehanski kot  $\alpha_{mf} = \alpha_f / p = (2\pi/3) / p \equiv 120^\circ / p$ .



Slika velja za vzbujanje, ki povzroči magnetno polje zračne reže dvopolnega stroja s kazalci faznih tokov po prikazanih časovnih diagramih za  $\omega t = 0^\circ$  in  $60^\circ$ .

Z uporabo kota  $g$  in ustreznega krajevnega in časovnega premika faz, tj.  $120^\circ$ , dobimo:

$$\text{faza "a"} \quad \frac{\hat{B}_1}{2} (\cos(g - \omega t) + \cos(g + \omega t)) = b_{ap} + b_{an},$$

$$\text{faza "b"} \quad \frac{\hat{B}_1}{2} (\cos((g - 120^\circ) - (\omega t - 120^\circ)) + \cos((g - 120^\circ) + (\omega t - 120^\circ))) = b_{bp} + b_{bn},$$

$$\text{faza "c"} \quad \frac{\hat{B}_1}{2} (\cos((g - 240^\circ) - (\omega t - 240^\circ)) + \cos((g - 240^\circ) + (\omega t - 240^\circ))) = b_{cp} + b_{cn}.$$

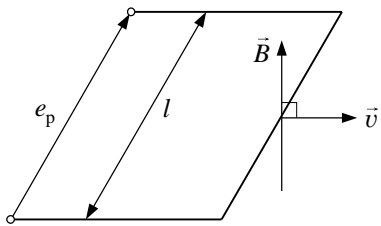


Vsota pozitivnih valov polja je:  $b_p = b_{ap} + b_{bp} + b_{cp} = \frac{3}{2} \hat{B}_1 \cos(\vartheta - \omega t)$ . Vsota negativnih valov polja je:  $b_n = b_{an} + b_{bn} + b_{cn} = 0$ , ker sta kazalca negativnega vala magnetnega polja druge oziroma tretje faze premaknjena za  $240^\circ$  oziroma  $120^\circ$ . Na splošno je za simetrični  $m$ -fazni sistem  $b_p = \frac{m}{2} \hat{B}_1 \cos(\vartheta - \omega t)$ , če je amplituda polja posamezne faze:

$$\hat{B}_1 = \frac{\mu_0 \hat{\mathcal{O}}_1}{\delta} \text{ oziroma vzbuja } \hat{\mathcal{O}}_1 = \frac{4 N f_n}{\pi} \sqrt{2} I \text{ ter za "m" faz } \hat{\mathcal{O}}_{1m} = \frac{m}{2} \frac{4 N f_n}{\pi} \sqrt{2} I.$$

### Inducirana napetost

a) Inducirana napetost vodnika (palice) zaradi gibanja v magnetnem polju



$$e_p = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = -(\vec{B} \times \vec{v}) \cdot \vec{l}$$

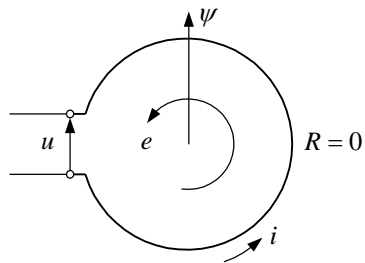
$$e_p = v \cdot B \cdot l \text{ za } \vec{B} \perp \vec{v}$$

Iz  $dA = l dx = -l ds = -l v dt$  (ker je  $dx = -ds$ )

$$\text{dokažemo: } e_p = \frac{v B l dt}{dt} = - \frac{B dA}{dt} = - \frac{d\phi}{dt}.$$

b) Inducirana napetost ovoja zaradi časovno spremenljivega magnetnega polja

Indukcijski zakon v integralni obliki (Faradayev zakon):



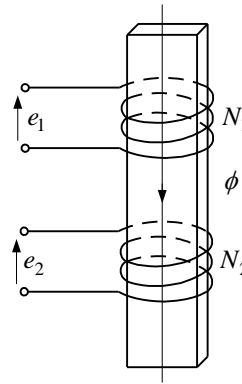
$$e = \oint_K \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = - \frac{d\psi}{dt}.$$

$E_1$  je električna poljska jakost.

Primer transformatorja:

$$e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\left| \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} \right| \quad K_U = \frac{N_1}{N_2} \text{ (napetostna prestava)}$$



Splošni indukcijski zakon, če je  $\psi = f(x, t)$ :

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{dx}{dt}\right) = -\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + v \frac{\partial\psi}{\partial x}\right) = e_t + e_r,$$

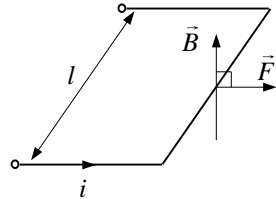
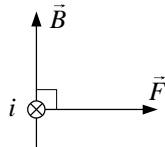
transformatorska napetost + rotacijska ali gibalna napetost.

Za dve navitji z medsebojno induktivnostjo  $L_{12}$  bo:  $\psi = L_{12} i_\mu$  in

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -\left(L_{12} \frac{di_\mu}{dt} + i_\mu \frac{dL_{12}}{dt}\right) = e_t + e_r.$$

## Sile v magnetnem polju

### Sila na tokovodnik (Lorenzova sila)



$$\vec{F} = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = q_1 l \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = l \cdot (\vec{i} \times \vec{B}) = (\vec{i} \times \vec{B}) \cdot l,$$

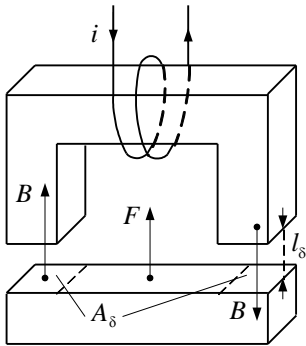
ker je  $i = v q_1$  bo  $F = i \cdot B \cdot l$ .

$q_1$  je linijski naboj.

Motor:  $\vec{F}$  deluje v smeri  $\vec{v}$  ali  $\Omega_m$ .

Generator:  $\vec{F}$  deluje proti smeri  $\vec{v}$  ali  $\Omega_m$ .

### Sila na železno jedro



Energija v zračni reži:

$$W_m = \frac{1}{2} \Phi_\delta \Theta_\delta \text{ in za } \Phi_\delta = \Theta_\delta A_\delta \text{ je } W_m = \frac{1}{2} \Theta_\delta^2 A_\delta.$$

$$F = \frac{dW_m}{dx} = \frac{1}{2} \Theta_\delta^2 \frac{dA_\delta}{dx} = -\frac{1}{2} \Theta_\delta^2 \frac{\mu_0 A_\delta}{l_\delta^2} \frac{dl_\delta}{dx}$$

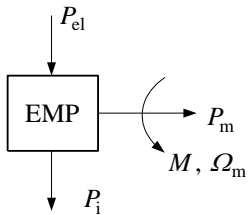
$$\text{Za } A_\delta = \frac{\mu_0 A_\delta}{l_\delta} \text{ in } dl_\delta = -dx \text{ je sila: } F = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 \Theta_\delta^2 A_\delta}{l_\delta^2}.$$

$$\text{Za } B_\delta = \frac{\mu_0 \Theta_\delta}{l_\delta} \text{ dobimo izraz za silo na železno jedro: } F = \frac{1}{2} \frac{B_\delta^2 A_\delta}{\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{B_\delta^2}{\mu_0} A_\delta.$$

Primeri uporabe: stikala, releji, magneti in koračni motorji.

### Prenos energije in moči

Električna → mehansko

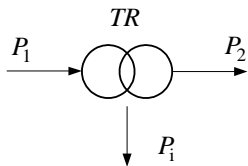


Stacionarno obratovanje:

$$P_{el} - P_i = P_m$$

EMP – elektromehanski pretvornik (motor)

Električna → električno

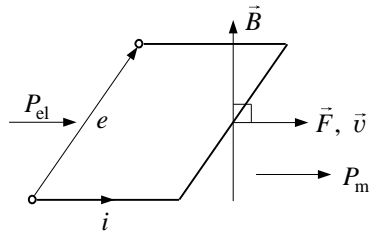


Stacionarno obratovanje:

$$P_1 - P_i = P_2$$

TR – transformator

Primer linearnega elektromehanskega pretvornika brez izgub



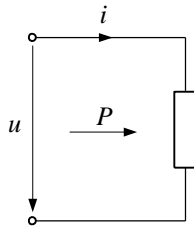
Sprejeta električna moč

$$P_{el} = ei = vBli$$

Oddana mehanska moč

$$P_m = Fv = iBlv$$

Sistem puščic



$$P = ui$$

$P > 0$  potrošnik (motor)

$P < 0$  proizvajalec (generator)

### Vrtilni moment

Izračun za vrtilni moment lahko naredimo na več načinov.

1) Iz moči  $P_{el} = ei = P_m = M\Omega_m$ ;  $\Omega_m = 2\pi n = v/r$  (mehanska kotna ali krožna hitrost)

$$\text{dobimo: } M = \frac{P_m}{\Omega_m}.$$

2) Iz inducirane napetosti

a) Iz gibalne inducirane napetosti dobimo:  $ei = vBli = viBl = vF \frac{r}{r} = M \frac{v}{r} \rightarrow M$ ,

$$M = iBlr = Fr.$$

Poznati moramo porazdelitev magnetnega polja (v zračni reži).

b) Iz absolutne vrednosti transformatorske inducirane napetosti dobimo:

$$e = \left| -\frac{d\psi}{dt} \right| \quad e i = \frac{d\psi}{dt} i = M \Omega_m$$

$$\Omega_m = \frac{d\alpha_m}{dt} = \frac{1}{p} \frac{d\alpha}{dt} \quad (\Omega_m - \text{ mehanska kotna hitrost})$$

$$\alpha = p\alpha_m \quad (\alpha_m \text{ je mehanski ali "prostorski" kot, } \alpha - \text{ električni kot})$$

$$M = \frac{ei}{\Omega_m} = \frac{d\psi}{dt} i \frac{pdt}{d\alpha} = pi \frac{d\psi}{d\alpha} \quad \left( \text{Za } \psi = N\phi \text{ velja } M = piN \frac{d\phi}{d\alpha} \right)$$

Poznati moramo porazdelitev magnetnega polja (v zračni reži).

3.) Iz energije magnetnega polja  $\left( F = \frac{dW_{\text{polja}}}{dx} \right)$

$$M = Fr = \frac{dW_{\text{polja}}}{dx} r = \frac{dW_{\text{polja}}}{d\alpha} \quad (\text{za } dx = r d\alpha)$$

Sila deluje v smeri povečanja medsebojnega magnetnega sklepa oziroma povečanja magnetne prevodnosti ali zmanjšanja magnetne upornosti.

Iz enačbe za energijo bo za eno vzbujačo navitje:

$$M = \frac{1}{2} \Theta \frac{d\Phi}{d\alpha} = \frac{1}{2} \Theta^2 \frac{d\mathcal{A}_m}{d\alpha} \quad \text{ali} \quad M = -\frac{1}{2} \Phi \frac{d\Theta}{d\alpha} = -\frac{1}{2} \Phi^2 \frac{dR_m}{d\alpha}.$$

V enačbah upoštevamo  $\Phi = \Theta \mathcal{A}_m$  ali  $\Theta = \Phi R_m$ .

Za dve ali več navitij je energijo bolje izraziti z induktivnostmi:

$$M = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{d\alpha} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{d\alpha} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\alpha}.$$

$L_1$  oziroma  $L_2$  sta lastni in  $L_{12}$  medsebojna induktivnost dveh navitij.

### Izgube in izkoristek

1) Izgube v navitju: a) jouske izgube, b) vrtnčne izgube zaradi skin-efekta

$$P_{\text{Cu}} = I^2 R \quad \text{ali dodatne izgube}$$

$$R = R_{\text{=}} + R_{\text{d}}$$

2) Izgube v Fe jedru: a) histerezne, b) vrtnčne

$$P_{\text{Fe}} = P_{\text{Feh}} + P_{\text{Fev}} = k_{\text{h}} f B^x m_{\text{Fe}} + k_{\text{v}} f^2 B^2 m_{\text{Fe}},$$

kjer je eksponent za histerezne izgube  $x = 1,6 \div 2,8$ .

3) Mehanske izgube v rotacijskih strojih

### Izkoristek

$$\eta = \frac{P_{\text{odd}}}{P_{\text{spr}}} = \frac{P_{\text{spr}} - P_{\text{i}}}{P_{\text{spr}}} = 1 - \frac{P_{\text{i}}}{P_{\text{spr}}} = 1 - \frac{P_{\text{i}}}{P_1}$$

### Segrevanje in ohlajevanje

#### Prenos toplote

1. Za širjenje toplote – toplotni tok – v trdnem telesu velja:

$$\Phi_{\text{t}} = A_{\text{t}} (\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad \lambda - \text{specifična toplotna prevodnost} \left( \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \right)$$

$$\text{toplotna prevodnost } A_{\text{t}} = \frac{\lambda A}{d} \quad A - \text{površina (m}^2\text{)}, d - \text{debelina telesa (m)}$$

2. Toplotna prehodnost s konvekcijo

$$\Phi_{\text{t}} = A_{\text{t}} (\vartheta_1 - \vartheta_2) = \alpha_{\text{k}} A_{\text{k}} (\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad \alpha_{\text{k}} - \text{konvekcijski koeficient} \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right)$$

Za zrak velja približna enačba:  $\alpha_k \approx 6,5 + 0,05(\vartheta_1 - \vartheta_2)$ . Za naravno konvekcijo je za nadtemperaturo  $40 \div 50$  K konvekcijski koeficient  $\alpha_k = 8,5 \div 9$  W/(m<sup>2</sup> · K).

3) Toplotna prehodnost s sevanjem

$$\Phi_t = A_t(\vartheta_1 - \vartheta_2) = \alpha_s A_s(\vartheta_1 - \vartheta_2)$$

$\alpha_s$  (sevalni koeficient) je funkcija temperature, temperaturne razlike in vrste materiala.

$$\alpha_s = C_1 \left( \vartheta_s^4 - \vartheta_{ok}^4 \right) \frac{1}{\Delta \vartheta}$$

$\vartheta_s$  je absolutna temperatura stene in  $\vartheta_{ok}$  absolutna temperatura okolice,

$C_1 = \varepsilon C_s$  sevalna konstanta površine telesa,  $\varepsilon$  je absorpcijsko razmerje ( $\varepsilon < 1$ ), tj. razmerje sprejete (absorbirane) in obsevane sevalne energije.

$$C_s = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \quad \text{sevalna konstanta črnega telesa}$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 = \vartheta_s - \vartheta_{ok} \quad \text{razlika temperatur stene in okolice}$$

Za nadtemperaturo  $40 \div 50$  K izračunamo sevalni koeficient  $\alpha_s \approx 5 + 0,033(\vartheta_1 - \vartheta_2)$ , tj.  $\alpha_s = 6,3 \div 6,65$  W/(m<sup>2</sup> · K).

### Segrevanje EEP

Električni in elektromehanski pretvorniki so nehomogena telesa, vendar jih jemljemo kot homogena telesa. V diferencialu časa  $dt$  se sprosti toplotna energija  $P_1 dt$ , katere del se akumulira (dvig temperature – prvi člen na desni strani enačbe), del odteče v okolico zaradi konvekcije in sevanja (drugi člen na desni).

$$P_1 dt = m c d(\Delta \vartheta) + \alpha A \Delta \vartheta dt$$

Rešitev za diferencial časa je:  $dt = \frac{\frac{mc}{A_t}}{\frac{P_i}{A_t} - \Delta\mathcal{G}} d(\Delta\mathcal{G})$ . V enačbi je toplotna prevodnost

$A_t = \alpha A$ , koeficient toplotne prehodnosti  $\alpha = \alpha_s + \alpha_k$  in specifična toplota  $c \left( \frac{\text{W} \cdot \text{s}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$ .

Čas  $t = -\frac{mc}{A_t} \ln \left( \frac{P_i}{A_t} - \Delta\mathcal{G} \right) + K$  Časovna konstanta:

Za  $t = 0$  je  $\Delta\mathcal{G} = \Delta\mathcal{G}_0$  ali 0.  $T = \frac{mc}{\alpha A}$  (nekaj minut do nekaj ur)

Enačba za segrevanje  $\Delta\mathcal{G} = \left( \frac{P_i}{A_t} - \Delta\mathcal{G}_0 \right) \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) + \Delta\mathcal{G}_0$

Enačba velja za segrevanje pri konstantnih izgubah in konstantnih pogojih hlajenja.

$\Delta\mathcal{G}_{\max} = \frac{P_i}{A_t} = \frac{P_i}{\alpha A}$ , če je  $\Delta\mathcal{G}_0 = 0$ , bo:

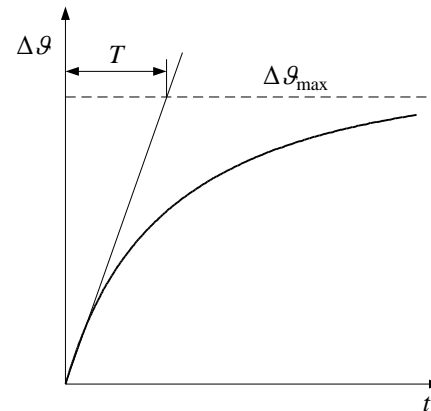
$$\Delta\mathcal{G} = \Delta\mathcal{G}_{\max} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right).$$

### Ohlajevanje EEP

$$\Delta\mathcal{G}_0 = \Delta\mathcal{G}_{\max}$$

$$P_i = 0$$

$$\Delta\mathcal{G} = \Delta\mathcal{G}_{\max} e^{-\frac{t}{T}}$$



Na splošno je časovna konstanta  $T$  večja za dimenzijsko večji EEP (večja masa  $m$ ).

Pri prisilnem hlajenju bo  $T$  manjša, ker se poveča  $\alpha$  (koeficient toplotne prehodnosti).



## TRANSFORMATOR

### Uvod

Transformator je statična naprava za prenos moči, ki z elektromagnetno indukcijo pretvarja sistem izmenične napetosti in toka v drug sistem napetosti in toka, običajno drugačnih velikosti in iste frekvence.

Primar		Sekundar
enofazni sistem	→	enofazni sistem ali dvofazni sistem
trifazni sistem	→	trifazni sistem ali šestfazni sistem ali dvanajstfazni sistem

na splošno:  $m_1$  fazni sistem →  $m_2$  fazni sistem ( $m_1 = m_2$  ali  $m_1 \neq m_2$ )

Najelementarnejša izvedba enofaznega transformatorja ima dve tuljavi (navitji):

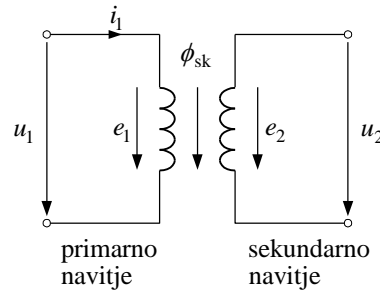
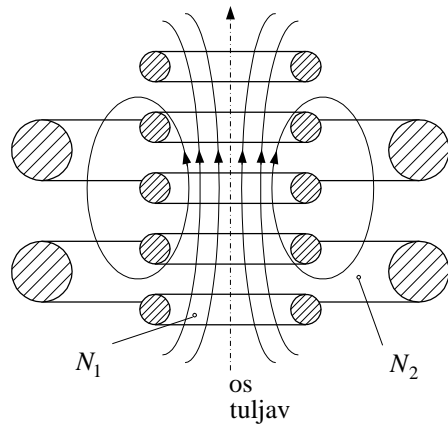
- 1) primarno tuljavo za dovod električne energije
- 2) sekundarno tuljavo za odvod električne energije

Navitji sta navadno galvansko ločeni.

Primer:  $N_1 = 5$  ovojev,  $N_2 = 2$  ovoja

Tok  $i_1 \rightarrow \theta_1 = i_1 N_1 \rightarrow \phi_1$  (6 silnic ali gostotnic)

$$i_2 = 0 \rightarrow \theta_2 = i_2 N_2 = 0$$



Magnetni sklep primarnega navitja:

$$\psi_1 = \left( 3 \times \frac{6}{6} + 2 \times \frac{4}{6} \right) \phi_1 = 4 \frac{1}{3} \phi_1 \quad (\text{idealno } \psi_1 = 5 \phi_1)$$

in sekundarnega navitja

$$\psi_2 = \left( 2 \times \frac{4}{6} \right) \phi_1 = 1 \frac{1}{3} \phi_1 \quad (\text{idealno } \psi_2 = 2 \phi_1).$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Skupni fluks: } \phi_{sk} = \frac{4}{6} \phi_1 = \frac{2}{3} \phi_1 \\ \text{Razsipani fluks: } \phi_{\sigma 1} = \frac{2}{6} \phi_1 = \frac{1}{3} \phi_1 \end{array} \right\} \text{Primarni fluks: } \phi_1 = \phi_{sk} + \phi_{\sigma 1} = \frac{2}{3} \phi_1 + \frac{1}{3} \phi_1$$

$$\psi_2 = \psi_{sk2} = 1 \frac{1}{3} \phi_1$$

$$\psi_1 = \psi_{sk1} + \psi_{\sigma 1} = \left( 5 \times \frac{2}{3} \right) \phi_1 + \left( 3 \times \frac{1}{3} \right) \phi_1 = 4 \frac{1}{3} \phi_1$$

V procesu transformacije sodeluje le skupni fluks  $\phi_{sk}$ . Pomen razsipanega fluksa, ki ne sodeluje v procesu transformacije, bo razložen kasneje.

Idealni transformator:  $\psi_{\sigma 1} = \psi_{\sigma 2} = 0$ .

Permeabilnost sredstva (jedra), okoli katerega je navito navitje,  $\mu \rightarrow \infty$

$$i_{1\mu} N_1 \rightarrow 0, \quad i_{1\mu} \rightarrow 0$$

### Način delovanja

Predpostavimo  $R_1 = R_2 = 0$

Primarno navitje  $\rightarrow$  vsiljena napetost  $u_1$ . Sekundarno navitje je odprto.

Napetost omrežja  $u_1$  požene skozi primarno navitje tok:

$$i_1 \rightarrow \theta_1 \rightarrow \phi_1 \rightarrow \psi_1.$$

Magnetni sklep  $\psi_1$  mora biti takšen, da bo ustvarjeno ravnotežje:

$$u_1 = -e_1 = -\left(-\frac{d\psi_1}{dt}\right) = \frac{d\psi_1}{dt} = \frac{d(\psi_{sk1} + \psi_{\sigma 1})}{dt} = -(e_{sk1} + e_{\sigma 1}).$$

Istočasno se pojavi v sekundarnem navitju z  $N_2$  ovoji inducirana napetost:

$$-e_2 = -\frac{(-d\psi_{sk2})}{dt} = \frac{d\psi_{sk2}}{dt} = u_2.$$

Primarni razsipani fluks  $\phi_{\sigma 1}$  oziroma magnetni sklep  $\psi_{\sigma 1}$  ustvari induktivni padec napetosti v primarnem navitju:

$$-e_{\sigma 1} = \frac{d\psi_{\sigma 1}}{dt} \text{ in ne sodelujejo v procesu transformacije.}$$

### Izvedba transformatorja

Transformator z dvema tuljavama brez železnega jedra (zračni transformator) ima velika razsipana fluksa  $\phi_{\sigma 1}$  in  $\phi_{\sigma 2}$  ter majhen skupni fluks  $\phi_{sk} = \phi_1 - \phi_{\sigma 1}$ .

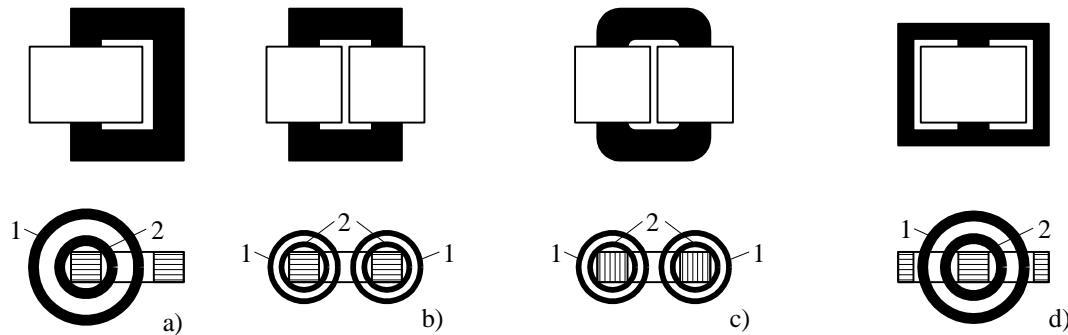
Zato uporabimo za vodenje fluksa jedro iz feromagnetnega materiala, tj. orientirane transformatorske pločevine ( $\mu_{\text{TFe}} \approx 4000 \div 40000$ , maksimalno).

### Izvedbe jader enofaznega transformatorja

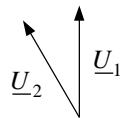
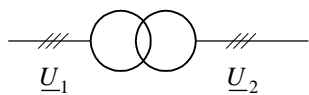
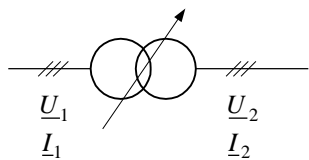
Ločimo jedrni (steborni) in plaščni tip jedra.

Pri jedrnem tipu je navitje nameščeno na enem ali dveh stebrih, ki jih povezuje jarem (sliki a in b). Enako velja za prerezano tračno jedro (slika c).

Pri plaščnem tipu (slika d) je fluks v jarmu polovičen glede na fluks v stebrih (polovičen presek jarma  $\rightarrow$  manjša višina transformatorja).



### Naloga transformatorja



Prenos energije in

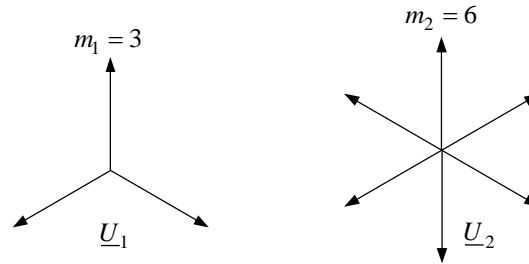
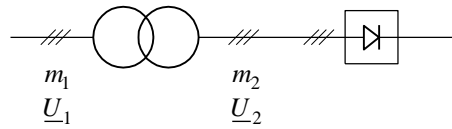
prilagoditev napetosti

prenos  $\rightarrow U_2$  (visoka)

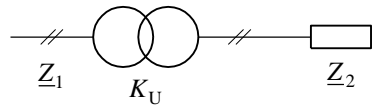
razdelitev  $\rightarrow U_2$  (nizka)

zasuk faze

## Industrija – fazni množilnik



## Električna vezja

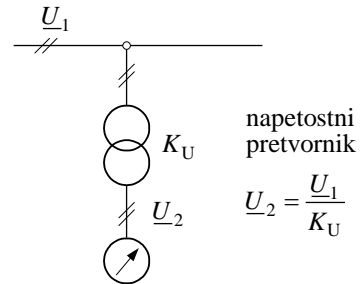
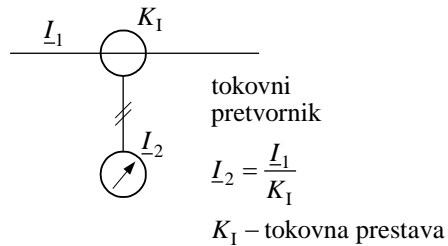


$$Z_1 = K_U^2 Z_2$$

prilagoditev impedance

 $K_U$  – napetostna prestava

## Merilna tehnika



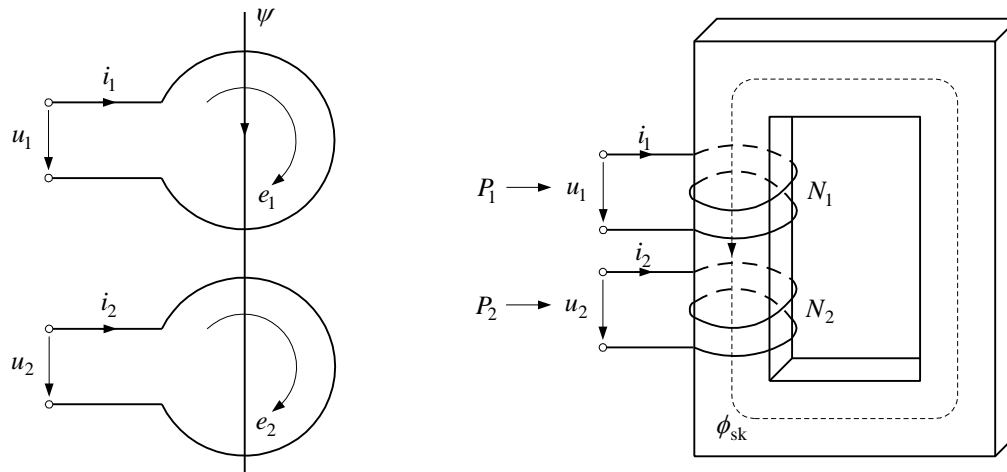
## Enofazni transformator z železnim jedrom

## Smerne puščice

Prirejene so po naslednji metodi:

Obe tuljavi (navitji) sta desno naviti.

Smer padca napetosti na navitju 1 je pozitivna in enako tudi tok. Ker magnetita obe navitji v isti smeri, je s tem določena smer toka v navitju 2 in tudi padec napetosti na navitju 2.



Pozitivna smer velja tudi za magnetni sklep skozi tuljavi ( $\psi$ ) oziroma magnetni fluks ( $\phi_{sk}$ ) v jedru. Pozitivni tok v tuljavah ustvari pozitivne amper-ovoje za integracijsko pot v smeri puščice skozi tuljavi.

### Delovanje idealnega transformatorja

Za lastnosti uporabljenih materialov velja:

- 1) permeabilnost magnetnega kroga  $\mu_{Fe} = \infty$ ,
- 2) električna prevodnost magnetnega kroga  $\gamma_{Fe} = 0$ ,
- 3) permeabilnost zraka  $\mu_{zr} = 0$ ,
- 4) električna prevodnost vodnikov  $\gamma_v = \infty$ ,
- 5) magnetni krog nima zračnih rež  $\delta_{zr} = 0$ .

Za zanko (navitje) z ohmsko upornostjo  $R$  in padcem napetosti  $Ri$  pišemo napetostno

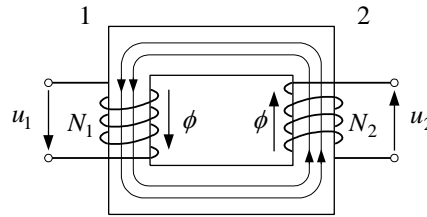
$$\text{enačbo: } u = Ri - e = Ri + \frac{d\psi}{dt}.$$

Ker je  $R = 0$ , velja za navitje 1 in 2:

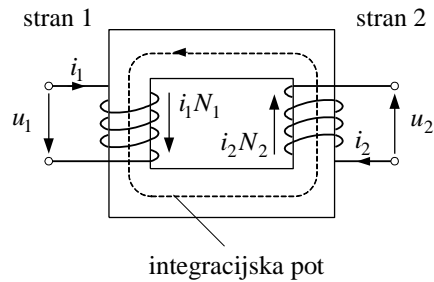
$$u_1 = -e_1 = \frac{d\psi_1}{dt},$$

$$u_2 = -e_2 = \frac{d\psi_2}{dt}.$$

Magnetna sklepa obeh navitij:  $\psi_1 = N_1\phi$   
 $\psi_2 = N_2\phi$



To velja za idealni transformator, ker poteka ves fluks v pozitivni smeri puščic skozi navitje 1 in 2. Zato je  $\phi_1 = \phi_2 = \phi_{sk} = \phi$ .



Ker ni vrtninčnih tokov, delujejo vzdolž integracijske poti amper-ovoji

$$i_1 N_1 \text{ in } i_2 N_2.$$

$$\mu_{Fe} = \infty \rightarrow \sum iN = \Theta = 0$$

$$i_1 N_1 + i_2 N_2 = 0$$

Za sinusno obliko primarne pritisnjene napetosti  $U_1$  (togo omrežje) in magnetni sklep ( $\underline{\Psi} = \hat{\Psi}e^{j\omega t}$ ) naredimo kompleksni zapis enačb idealnega transformatorja:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 = j\omega \frac{\underline{\Psi}_1}{\sqrt{2}} = j\omega N_1 \frac{\underline{\Phi}}{\sqrt{2}},$$

$$\underline{U}_2 = -\underline{E}_2 = j\omega \frac{\underline{\Psi}_2}{\sqrt{2}} = j\omega N_2 \frac{\underline{\Phi}}{\sqrt{2}},$$

$$\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = 0.$$

Iz prvih dveh enačb dobimo napetostno prestavo  $K_U$ :

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow \frac{U_1}{U_2} e^{j(\varphi_{u1} - \varphi_{u2})} = \frac{N_1}{N_2}.$$

$$K_U = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \text{ za } \varphi_{u1} = \varphi_{u2}$$

Napetost  $\underline{U}_1$  ali  $\underline{U}_2$  diktira velikost (amplitudo) in fazni položaj fluksa.

$$\underline{\Phi} = \frac{\sqrt{2}U_1}{j\omega N_1} = \frac{\sqrt{2}U_2}{j\omega N_2} \qquad \hat{\Phi} = \frac{\sqrt{2} U_1}{\omega N_1} = \frac{\sqrt{2} U_2}{\omega N_2}$$

$$\varphi_{\Phi} = \varphi_{u1} - \frac{\pi}{2} = \varphi_{u2} - \frac{\pi}{2} = \varphi_{e1} + \frac{\pi}{2} = \varphi_{e2} + \frac{\pi}{2} \quad \left( 4,44 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} = 4 \frac{\pi/2}{\sqrt{2}} = 4 \cdot 1,11 \right)$$

$$E_1 = \omega N_1 \frac{\hat{\Phi}}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_1 \hat{\Phi} \text{ je efektivna vrednost inducirane napetosti v primarnem in}$$

$$E_2 = \omega N_2 \frac{\hat{\Phi}}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_2 \hat{\Phi} \text{ v sekundarnem navitju.}$$

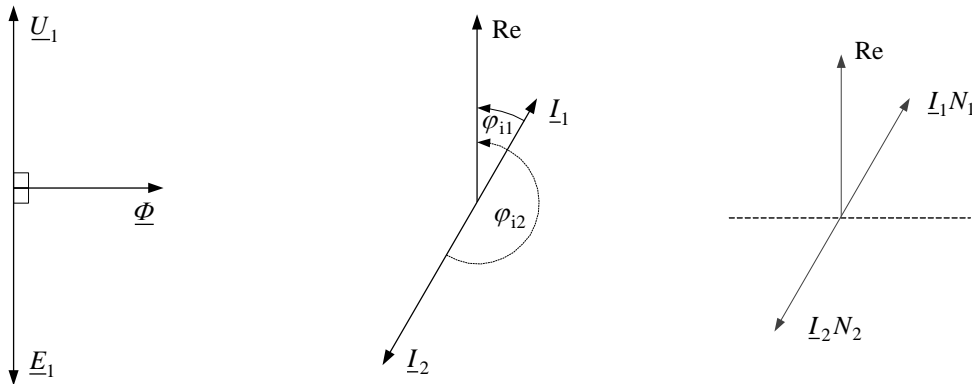
Kazalčni diagram prikazuje položaj  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{E}_1$  in  $\underline{\Phi}$ . Tretja enačba daje tokovno prestavo

$K_I$ :

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = -\frac{N_2}{N_1} \rightarrow K_I = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \text{ za } \varphi_{i2} = \varphi_{i1} - \pi.$$

Kazalčni diagram tokov je prikazan na srednji sliki za primer  $N_1 > N_2$ .

Na desni sliki so prikazani amper-ovoji, za katere velja:  $\underline{I}_1 N_1 = -\underline{I}_2 N_2$ .





### Prosti tek idealnega transformatorja

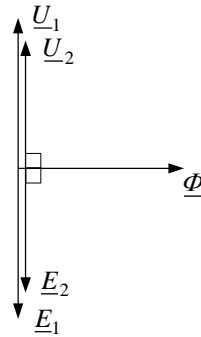
$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{\text{om}} \text{ (napetost omrežja)}$$

$$\underline{I}_2 = 0$$

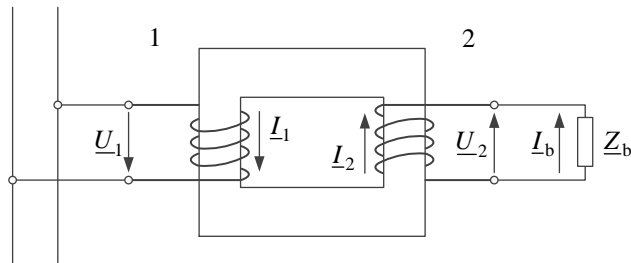
$$\underline{U}_2 = -\underline{E}_2 = \frac{N_2}{N_1} \underline{U}_1 = -\frac{N_2}{N_1} \underline{E}_1 = j\omega N_2 \frac{\underline{\Phi}}{\sqrt{2}}$$

Za  $\underline{I}_2 = 0$  sledi iz  $\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = 0 \rightarrow \underline{I}_1 = 0$ .

Kazalčni diagram je prikazan za primer  $N_1 > N_2$ .

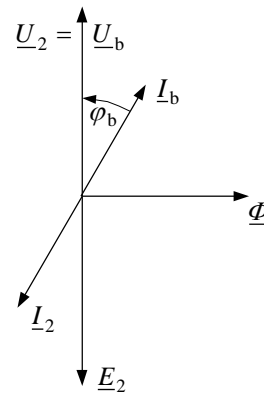


### Obremenitev idealnega transformatorja



$$\underline{U}_b = \underline{U}_2 \quad \underline{Z}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{I}_b}$$

$$\underline{I}_b = -\underline{I}_2$$



V kazalčnem diagramu se pojavita za sekundarno stran dva tokovna kazalca, katerih fazni položaj je prikazan na sliki za primer:  $\underline{Z}_b = R_b + jX_b$ .

Glede na izrek o toku moči velja:

$$\text{Re}(\underline{U}_b \underline{I}_b^*) > 0 \text{ in } \text{Re}(\underline{U}_2 \underline{I}_2^*) < 0.$$

Obremenitev idealnega transformatorja ne vpliva na velikost in fazno lego napetosti in fluksa.

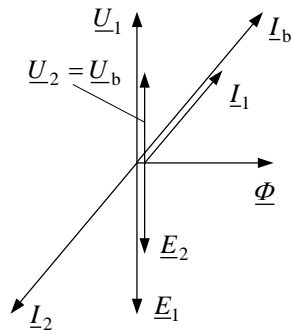
Velja:  $\underline{U}_2 = -\underline{E}_2 = \frac{N_2}{N_1} \underline{U}_1 = -\frac{N_2}{N_1} \underline{E}_1 = j\omega N_2 \frac{\underline{\Phi}}{\sqrt{2}}$ .

Iz pogoja ravnotežja  $\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = \frac{\underline{\Theta}}{\sqrt{2}} = 0$  sledi:  $\underline{I}_1 = -\frac{N_2}{N_1} \underline{I}_2$ .

Pri  $\mu_{Fe} = \infty$  ali  $R_m = 0$  bi vsako odstopanje od vrednosti  $\underline{\Theta} = 0$  povzročilo povečanje fluksa in inducirane napetosti preko vseh meja ( $\underline{\Theta} = \underline{\Phi}_m R_m$ ).

Naslednja slika prikazuje popolni kazalčni diagram z vsiljeno napetostjo na primarni strani  $\underline{U}_1$  in z bremenom  $\underline{Z}_b = R_b + jX_b$  na sekundarni strani.

Energijska bilanca:



$$P_1 = \text{Re}(\underline{U}_1 \underline{I}_1^*) = -\text{Re}\left(\frac{N_1}{N_2} \underline{U}_2 \frac{N_2}{N_1} \underline{I}_2^*\right) = -\text{Re}(\underline{U}_2 \underline{I}_2^*) = -P_2 = \text{Re}(\underline{U}_b \underline{I}_b^*) = P_b$$

Pri idealnem transformatorju prenašamo moč brez izgub, ustrezno razmerju ovojev se spremeni le napetostni nivo:

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1 = \frac{U_1}{K_U}$$

Transformirane (reducirane) veličine

Za  $\frac{N_1}{N_2} \gg 1$  ali  $\frac{N_1}{N_2} \ll 1$  kazalčni diagram ni pregleden.

Zato uvedemo transformirane veličine za napetost in tok.

Za napetost je:  $U'_2 = \frac{N_1}{N_2} U_2 = K_U U_2$ . Za tok je iz pogoja enakega vzbujanja:

$$\hat{\Theta}'_2 = \sqrt{2} I'_2 N_1 = \sqrt{2} I_2 N_2 = \hat{\Theta}_2 \rightarrow I'_2 = \frac{N_2}{N_1} I_2 = K_1 I_2 = \frac{1}{K_U} I_2.$$

Tudi moč mora ostati enaka in velja:

$$U_2' I_2' = \frac{N_1}{N_2} U_2 \frac{N_2}{N_1} I_2 = U_2 I_2 \rightarrow \text{navidezna moč } S_2' = S_2 \text{ in zato je tudi } P_2' = P_2.$$

Za idealni transformator veljajo sedaj naslednje enačbe:

$$\underline{U}_1 = j\omega \frac{\Psi_1}{\sqrt{2}} = j\omega N_1 \frac{\Phi}{\sqrt{2}},$$

$$\underline{U}_2' = j\omega \frac{N_1}{N_2} \frac{\Psi_2}{\sqrt{2}} = j\omega \frac{N_1}{N_2} N_2 \frac{\Phi}{\sqrt{2}} = j\omega N_1 \frac{\Phi}{\sqrt{2}}.$$

Razlika obeh enačb nam da:  $\underline{U}_1 - \underline{U}_2' = 0$ .

Za magnetne sklepe velja:

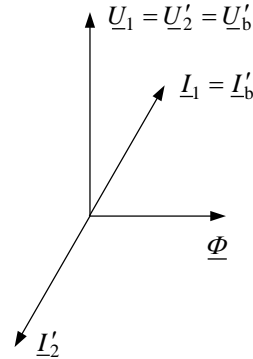
$$\Psi_2' = \frac{N_1}{N_2} \Psi_2 = K_U \Psi_2 \rightarrow \Psi_1 - \Psi_2' = 0.$$

Iz enačbe za amper-ovoje  $\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = 0$  dobimo  $\underline{I}_1 + \underline{I}_2' = 0$ .

Pri obremenitvi lahko pišemo:

$$\underline{U}'_b = \frac{N_1}{N_2} \underline{U}_b \quad \text{in} \quad \underline{I}'_b = \frac{N_2}{N_1} \underline{I}_b \rightarrow \underline{Z}'_b = \frac{\underline{U}'_b}{\underline{I}'_b} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \underline{Z}_b = K_U^2 \underline{Z}_b.$$

Na gornji sliki je prikazan ustrezeni kazalčni diagram idealnega transformatorja s transformiranimi veličinami sekundarne strani na primarno stran.



### Delovanje realnega transformatorja

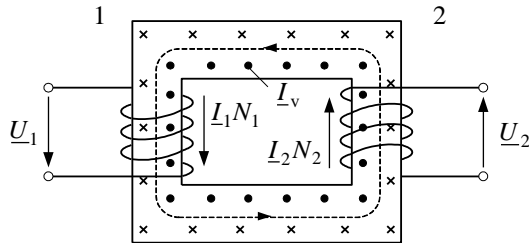
Zaradi:

$$1. \mu_{Fe} \neq \infty \rightarrow \oint_K \vec{H}_{Fe} \cdot d\vec{l} = \sqrt{2} \underline{I}_1 N_1 + \sqrt{2} \underline{I}_2 N_2 \neq 0,$$

2. histerezne zanke  $\rightarrow P_{\text{Feh}}$ ,
3.  $B = f(H)$  (nelinearna odvisnost med  $B$  in  $H$ )  $\rightarrow$  višje harmonske komponente,
4.  $\gamma_{\text{Fe}} \neq 0 \rightarrow$  vrtilni tokovi  $\rightarrow$  izgube vrtilnih tokov v železu  $P_{\text{Fev}}$ ,
5.  $\mu_{\text{zr}} = \mu_0 \neq 0 \rightarrow$  razsipani fluksi ( $\Psi_1 - \Psi_2 = \Psi_{\sigma} > 0$ ),
6.  $\gamma_{\text{v}} \neq \infty \rightarrow$  ohmske upornosti vodnikov  $\rightarrow$  padci napetosti ( $R_1 I_1$  in  $R_2 I_2$ )  $\rightarrow$   
jouske izgube v navitjih  $P_{\text{Cu}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$ ,
7.  $\Psi_{\sigma} \rightarrow$  vrtilni tokovi v masivnih vodnikih  $\rightarrow$   
dodatne izgube vrtilnih tokov  $P_{\text{Cud}}$ ,
8. ohmskih in razsipanih padcev napetosti  $\rightarrow \underline{U}_1 - \underline{U}'_2 \neq 0$ .

### Splošne enačbe

Križci in pike označujejo smer vrtilnih tokov.



Veljajo te enačbe:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d\Psi_1}{dt},$$

$$\underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d\Psi_2}{dt},$$

$$\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 + \underline{I}_v = \frac{\Phi}{\sqrt{2}}.$$

Zaradi lažje obravnave realnega transformatorja in glede na specifično obratovalno stanje obravnavamo transformator kot:

- a) tokovno idealni napetostno realni transformator,
- b) napetostno idealni tokovno realni transformator.

### Delovanje tokovno idealnega napetostno realnega transformatorja

Realni transformator je tokovno idealen za:

$$\mu_{\text{Fe}} = \infty \text{ in } \gamma_{\text{Fe}} = 0,$$

$$\mu_{\text{zr}} = \mu_0 \neq 0 \text{ in } \gamma_{\text{v}} \neq \infty.$$

Torej ne potrebujemo vzbujanja za magnetenje železa in je

$$\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = 0 \rightarrow \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = 0.$$

Zaradi razsipanja je  $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 \neq 0$ .

Splošne enačbe, ki opisujejo stanje tokovno idealnega realnega transformatorja s transformiranimi veličinami (če je  $\underline{\Psi} = \hat{\Psi} e^{j\omega t}$ ):

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j\omega \frac{\underline{\Psi}_1}{\sqrt{2}},$$

$$\underline{U}'_2 = R'_2 \underline{I}'_2 + j\omega \frac{\underline{\Psi}'_2}{\sqrt{2}},$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = 0.$$

Iz pogoja enakih izgub dobimo:  $I_2'^2 R_2' = I_2^2 R_2 \rightarrow$

$$\rightarrow R_2' = \left( \frac{I_2}{I_2'} \right)^2 R_2 = K_U^2 R_2, \text{ ker iz tretje enačbe velja } \underline{I}'_2 = -\underline{I}_1.$$

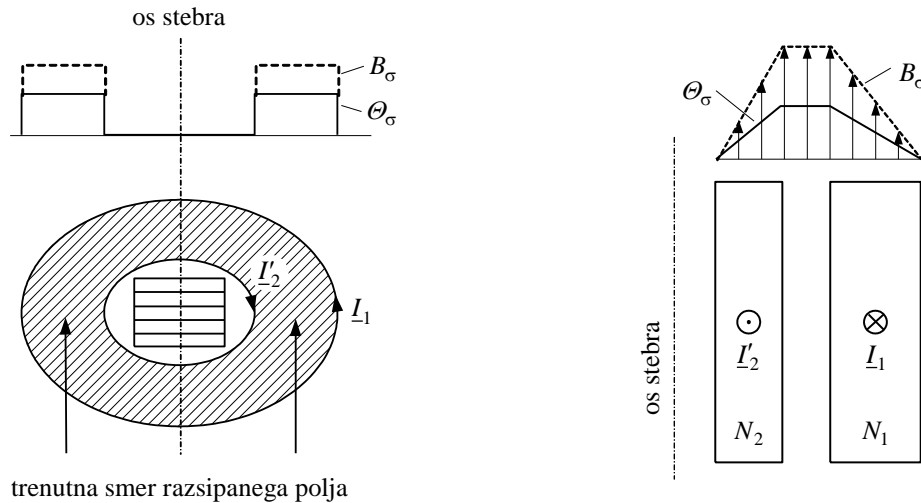
Razlika napetosti iz prvih dveh enačb je:

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = (R_1 + R_2') \underline{I}_1 + j\omega (\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) / \sqrt{2} = \underline{U}_r + \underline{U}_\sigma.$$

Del  $\underline{U}_r = (R_1 + R_2') \underline{I}_1 = R \underline{I}_1$  (ohmski padec napetosti) je v fazi s tokom.

Del  $\underline{U}_\sigma = j\omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) / \sqrt{2}$  (induktivni padec napetosti) prehiteva razsipani magnetni sklep za kot  $90^\circ$ .

Ker je  $\underline{I}_1 = -\underline{I}'_2$ , si amper-ovoji v stebru jedra nasprotujejo in razlika magnetnih sklepov  $\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2$  je prisotna le v prostoru med navitji. Na sliki je vsako navitje prikazano le z enim ovojem tanke črte, navitim okoli jedra v isti smeri (navadno smeri desnega vijaka).



Navitje ima vedno končno debelino. Zato ima slika razsipanja v preseku obliko trapeza.

Razsipani sklep pišemo s skupno induktivnostjo:

$$\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2 = L_\sigma \underline{I}_1 \sqrt{2} \text{ in s tem padce napetosti}$$

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = \underline{U}_r + \underline{U}_\sigma = (R + jX_\sigma) \underline{I}_1.$$

Tej enačbi ustreza prikazani kazalčni diagram, kjer je  $\underline{U}_1$  vsiljena napetost in obremenitev  $\underline{Z}_b = R_b + jX_b$ .

$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$  je hipotenuza pravokotnega – **Kappovega trikotnika**.

### Energijska bilanca

Če je  $\underline{I}_1 = -\underline{I}'_2$  in  $\underline{U}'_2 = \underline{U}'_b$  bo:

$$P_1 = \operatorname{Re}(\underline{U}_1 \underline{I}_1^*) = \operatorname{Re}(\underline{U}'_b \underline{I}_1^* + (R_1 + R'_2) \underline{I}_1 \underline{I}_1^*) =$$

$$= P_b + R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2,$$

$$P_1 = P_b + P_{Cu}.$$

Sprejeta moč se porabi za moč na potrošniku in izgube v navitju transformatorja.

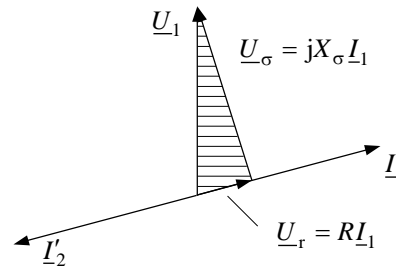
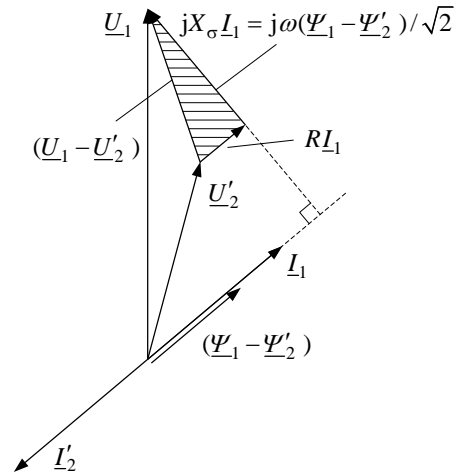
V kratkem stiku tokovno idealnega napetostno realnega transformatorja pri vsiljeni napetosti omrežja

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{om} \text{ ter } \underline{U}_2 = 0 \text{ bo:}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_r + \underline{U}_\sigma = (R + jX_\sigma) \underline{I}_1.$$

$$\text{Kratkostični tok: } \underline{I}_1 = -\underline{I}'_2 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_k}, \quad \underline{Z}_k = R + jX_\sigma,$$

$$(R = R_k = R_1 + R'_2), \quad (X_\sigma = X_k = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}).$$



### Delovanje napetostno idealnega tokovno realnega transformatorja

Realni transformator je napetostno idealen za:

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = 0 \quad \text{ob pogojih}$$

$$\mu_{zr} = 0, \quad \gamma_v = \infty \quad (\text{ni padcev napetosti in izgub } P_{Cu}),$$

$$\mu_{Fe} \neq \infty, \quad \gamma_{Fe} \neq 0 \quad (\text{potrebuje magnetilni tok in ima izgube } P_{Fe}).$$

Zaradi  $\mu_{zr} = 0$  bo:  $\Psi_1 = N_1 \Phi$  in  $\Psi_2 = N_2 \Phi$ .

Napetostni enačbi:  $u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}$

$$u_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

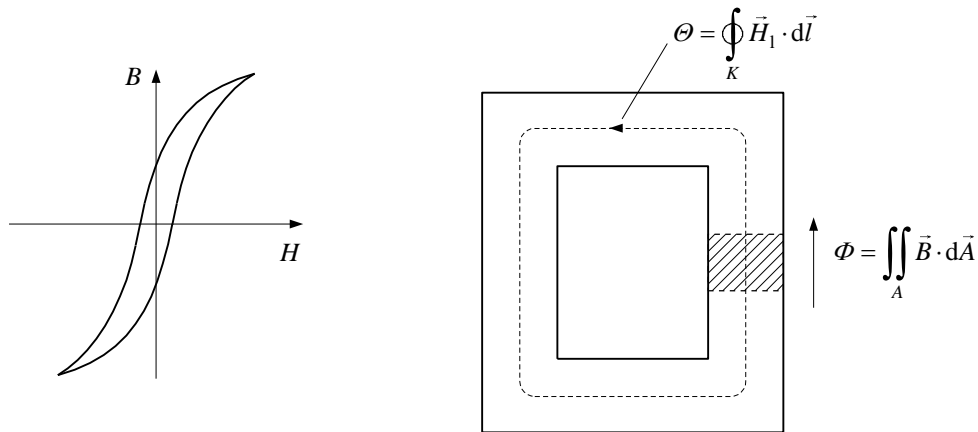
Za pritisnjeno napetost kosinusne (sinusne) oblike  $u_1 = \hat{U}_1 \cos(\omega t + \varphi_{u1})$  mora biti tudi fluks sinusne (kosinusne) oblike:

$$\phi = \frac{\hat{U}_1 \cos(\omega t + \varphi_{u1} - \pi/2)}{\omega N_1} = \hat{\Phi} \sin(\omega t + \varphi_{u1}).$$

### Pojavi magnetenja pri obratovanju na togem omrežju

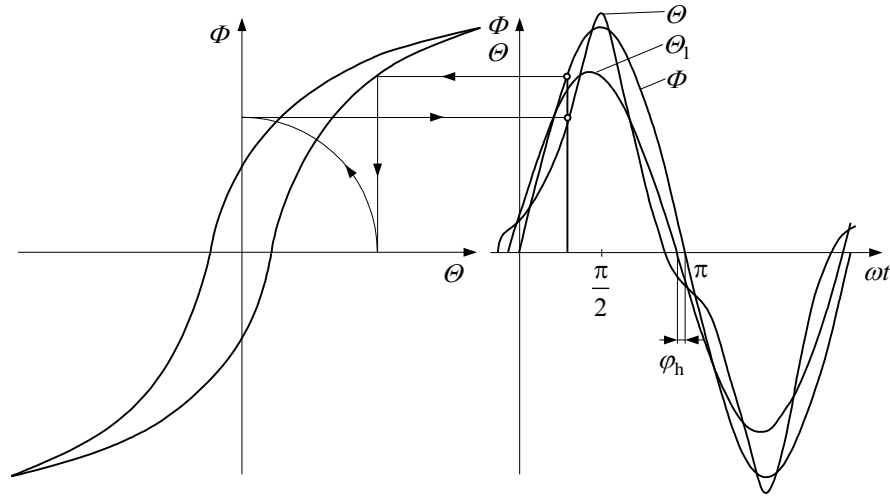
Magnetilna krivulja materiala jedra  $B = f(H)$  z dimenzijami jedra in definicijami

$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$  ter  $\Theta = \oint_K \vec{H}_1 \cdot d\vec{l}$  nam da magnetilno karakteristiko  $\Phi = f(\Theta)$  magnetnega kroga.

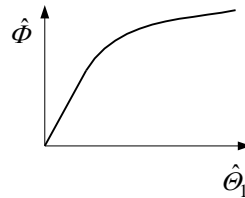
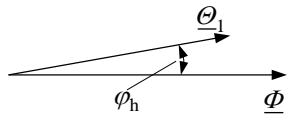


Napetost sinusne oblike diktira fluks sinusne oblike s faznim premikom  $90^\circ$ . Z upoštevanjem nelinearne magnetilne karakteristike (histerezne zanke)  $\Phi = f(\Theta)$  dobimo vzbujaalne amper-ovoje, ki niso sinusne oblike.





Funkcija  $\Theta = f(t)$  ima po Fourierju razen osnovne harmonske komponente ( $\nu = 1$ ) še lihe komponente reda ( $\nu = 3, 5, 7, \dots$ ).  $\Theta_1$  prehiteva fluks  $\Phi$  za kot  $\varphi_h$ . Med  $\hat{\Phi}$  in  $\hat{\Theta}_1$  velja nelinearna odvisnost.



### Izgube v jedru

Delimo jih na histerezne izgube (zaradi izmeničnega magnetenja) in vrtnčne izgube (zaradi vrtnčnega toka v lamelah jedra).

Histerezne izgube

$$P_{\text{Feh}} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \Theta \, d\Phi = f \int_t^{t+T} \Theta \, d\Phi = f(f, \Phi). \text{ Približno velja } P_{\text{Feh}} \propto f \hat{\Phi}^2.$$

### Vrtinčne izgube

V kratkostični zanki (lameli jedra) velja enačba:

$$0 = R_v \underline{I}_v - \underline{E}_v. \text{ Ker je } \underline{E}_v = -j\omega \frac{\Phi}{\sqrt{2}}, \text{ bo:}$$

$$\underline{I}_v = \frac{\underline{E}_v}{R_v} = -j \frac{\omega}{R_v} \frac{\Phi}{\sqrt{2}}.$$

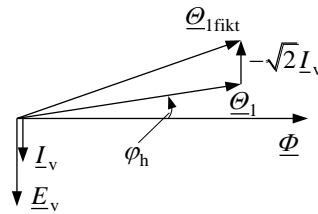
Vrtinčni tok prispeva k amper-ovojem na integracijski poti skozi magnetno jedro

( $N_v = 1$ ):

$$\underline{\mathcal{O}}_1 = (\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 + \underline{I}_v) \sqrt{2}.$$

Če združimo  $\underline{\mathcal{O}}_1$  in  $\underline{I}_v$ , dobimo skupne (fiktivne) amper-ovoje:

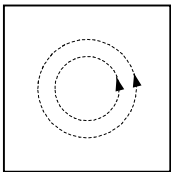
$$\underline{\mathcal{O}}_{1\text{fikt}} = \underline{\mathcal{O}}_1 - \sqrt{2} \underline{I}_v = \sqrt{2} \underline{I}_1 N_1 + \sqrt{2} \underline{I}_2 N_2.$$



Izgube vrtinčnih tokov v jedru

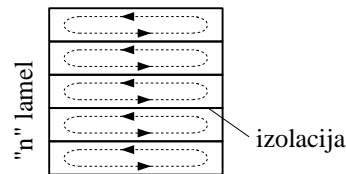
$$P_{\text{Fev}} = I_v^2 R_v = \left( \frac{\omega \hat{\Phi}}{R_v \sqrt{2}} \right)^2 R_v = \frac{\omega^2}{2 R_v} \hat{\Phi}^2 = f(f, \hat{\Phi})^2$$

masivno jedro



$$\Phi, R_{\text{Fe}}, E_v$$

lamelirano jedro



$$\Phi/n, nR_{\text{Fe}}, E_v/n$$

Vrtinčne izgube v masivnem jedru so:  $P_{\text{Fev}} = E_v I_v$ , če je tok

$$I_v = -\frac{d\Phi}{dt} \frac{1}{R_{\text{Fe}}} \quad \text{in} \quad I_{\text{vn}} = -\frac{d(\Phi/n)}{dt} \frac{1}{nR_{\text{Fe}}} = -\frac{1}{n^2} \frac{d\Phi}{dt} \frac{1}{R_{\text{Fe}}}.$$

Pri  $n$ -krat lameliranem jedru debeline  $d$  so vrtinčne izgube:

$$P_{\text{Fevn}} = n \frac{E_v}{n} \frac{I_v}{n^2} = \frac{P_{\text{Fev}}}{n^2} \rightarrow P_{\text{Fevn}} = f\left(\frac{1}{n^2}\right) = f(d^2).$$

Skupne izgube magnetenja v jedru:

$$P_{\text{Fe}} = P_{\text{Feh}} + P_{\text{Fev}} = f(f, \hat{\Phi}).$$

Izgube v železnem jedru podajamo kot specifične izgube na kilogram mase za določeno debelino pločevine:

$$p_{\text{Fe}} = k_h f B^x + k_v f^2 B^2 \quad (\text{W/kg}).$$

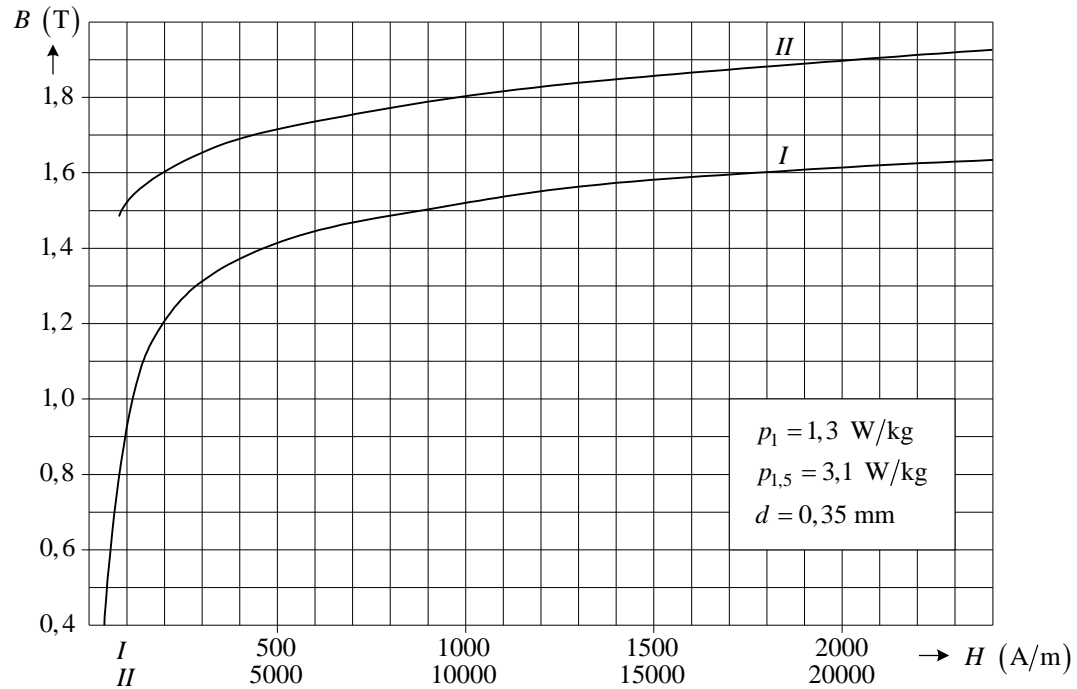
Potenca za histerezne izgube  $x \approx 1,6 \div 2,8$  in je odvisna od vrednosti  $B$ .

Proizvajalci pločevine podajajo izgube kot krivulje  $p_{\text{Fe}} = f(B)$  za  $f = 50$  Hz ali pri gostoti magnetnega pretoka 1 T ter 1,5 T.

Specifične izgube za poljuben  $B_x$  preračunamo po enačbi:

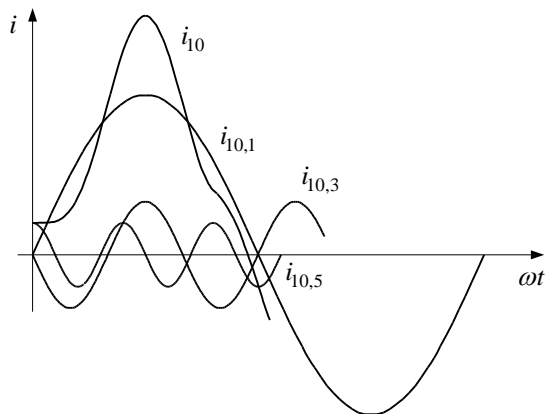
$$p_{\text{Fex}} \approx p_{\text{Fe}} \left( \frac{B_x}{B} \right)^2.$$

Primer za krivuljo  $B = f(H)$  s podatki za izgube. Krivulja za gostoto magnetnega pretoka je podana kot funkcija magnetne poljske jakosti v dveh različnih merilih označenih z I in II. Debelina pločevine  $d = 0,35$  mm. Vrednost za  $H$  je lahko podana v efektivnih vrednostih (RMS) in merjena, npr. pri 50 Hz, (AC krivulja) ali v temenskih vrednostih pri magnetenju z enosmernim tokom (DC krivulja).



### Tok prostega teka

Iz  $\theta$  dobimo tok prostega teka  $i_{10}$ . Ta vsebuje tudi višje harmonske komponente.



$$i_{10,1} = \frac{\theta_1}{N_1} - \frac{i_v}{N_1} \text{ (osnovna harmonska}$$

komponenta toka prostega teka)

$$i_{10} = \frac{1}{N_1} ((\theta_1 - i_v) + \theta_3 + \theta_5 + \dots + \theta_v)$$

$$i_{10} = i_{10,1} + i_{10,3} + i_{10,5} + \dots + i_{10,v}$$

S Fourierjevo analizo dobimo amplitudo tokov  $\hat{I}_{10v}$  in od tod  $I_{10v} = \frac{\hat{I}_{10v}}{\sqrt{2}}$ .

Skupni tok prostega teka bo:

$$I_{10} = \sqrt{I_{10,1}^2 + I_{10,3}^2 + I_{10,5}^2 + \dots + I_{10,v}^2} .$$

Če zanemarimo višje harmonske komponente, imamo samo veličine osnovne frekvence.

Zato uporabimo kompleksni zapis enačb.

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 = j\omega \frac{\underline{\Psi}_1}{\sqrt{2}} = j\omega N_1 \frac{\underline{\Phi}}{\sqrt{2}}$$

$$\underline{U}_2 = -\underline{E}_2 = j\omega \frac{\underline{\Psi}_2}{\sqrt{2}} = j\omega N_2 \frac{\underline{\Phi}}{\sqrt{2}}$$

Z uporabo transformiranih vrednosti velja:

$$\underline{U}'_2 = -\underline{E}'_2 = j\omega \frac{\underline{\Psi}'_2}{\sqrt{2}} = j\omega N_1 \frac{\underline{\Phi}}{\sqrt{2}}$$

in sledi  $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = 0 \rightarrow \underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2 = 0$  (ni razsipanih magnetnih polj).

Enačba ravnotežja amper-ovojev:

$$\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = \frac{\underline{\mathcal{O}}_1}{\sqrt{2}} - \underline{I}_v$$

in s transformiranimi vrednostmi

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \frac{1}{N_1} \left( \frac{\underline{\mathcal{O}}_1}{\sqrt{2}} - \underline{I}_v \right) = \frac{\underline{\mathcal{O}}_{1\text{fikt}}}{\sqrt{2} N_1} \approx \underline{I}_{10} \text{ (zanemarimo višje harmonske komponente).}$$

Odstopanje od idealnih razmer predstavljajo amper-ovoji  $\underline{\mathcal{O}}_1$ , ki so potrebni za vzbujanje in povratno delovanje  $\underline{I}_v$  v jedru.

**Prosti tek napetostno idealnega tokovno realnega transformatorja**

$\underline{I}_2 = 0 \rightarrow$  napetost na primarni strani je enaka omrežni napetosti.

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{\text{om}} \rightarrow \underline{\Phi} = \frac{\sqrt{2} \underline{U}_1}{j\omega N_1}$$

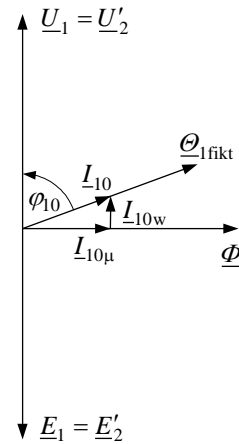
$$\underline{U}'_2 = \underline{U}_1, \underline{I}_1 \equiv \underline{I}_{10} = \frac{\underline{\Theta}_{1\text{fikt}}}{\sqrt{2} N_1}$$

Energijska bilanca:

$$P_{10} = P_{\text{mag}} = P_{\text{Fe}} = P_{\text{Feh}} + P_{\text{Fev}}$$

$$P_{10} = \text{Re}(\underline{U}_1 \underline{I}_{10}^*)$$

$$P_{10} = U_1 I_{10} \cos \varphi_{10}$$



### Obremenitev napetostno idealnega tokovno realnega transformatorja

$\underline{U}_1, \underline{Z}_b$  = impedanca bremena

$$\underline{I}_2 = -\underline{I}_b = -\frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = -\frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_b} = -\frac{N_2}{N_1} \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_b}$$

Tudi pri obtežbi dirigira vsiljena (pritisnjena) napetost  $\underline{U}_1$  velikost in fazo fluksa  $\underline{\Phi} = \sqrt{2} \underline{U}_1 / (j\omega N_1)$ . Torej ostanejo  $\underline{\Theta}_{1\text{fikt}}$  enaki kot v prostem teku.

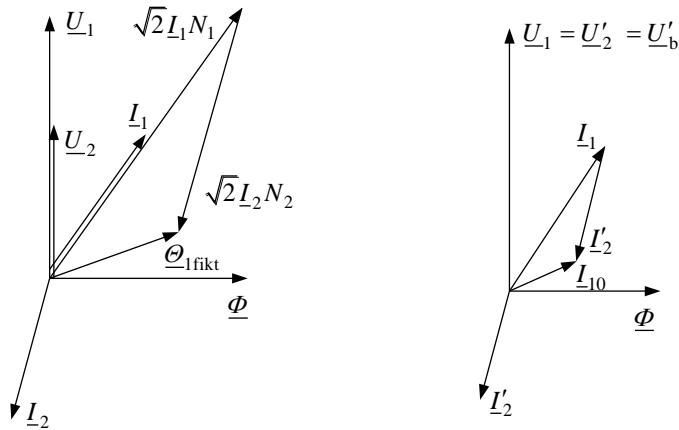
$$\text{Obremenitev z } \underline{I}_2 \rightarrow \underline{I}_2 N_2 \rightarrow \underline{I}_1 \rightarrow \underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = \frac{\underline{\Theta}_{1\text{fikt}}}{\sqrt{2}}$$

$$\underline{\Theta}_{1\text{fikt}} \rightarrow \underline{\Phi} \rightarrow \underline{E}_1 \rightarrow \underline{U}_1 + \underline{E}_1 = 0$$

Z uvedbo transformiranih sekundarnih vrednosti na primarno stran velja:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \frac{\underline{\Theta}_{1\text{fikt}}}{\sqrt{2} N_1} \rightarrow \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_{10}$$

Vsaka sprememba  $\underline{I}_2$  povzroči spremembo  $\underline{I}_1$ , tako da je  $\underline{I}_{10} = \text{konst.}$



### Energijska bilanca

$$P_1 = \operatorname{Re}(\underline{U}_1 \underline{I}_1^*) = \operatorname{Re}(\underline{U}_b \underline{I}_b^* + \underline{U}_1 \underline{I}_{10}^*) = P_b + P_{\text{mag}} = P_b + P_{\text{Fe}}$$

Sprejeta moč  $P_1$  pokriva moč porabnika in izgube v železu, ne pa izgub v navitjih transformatorja.

### Analitična obravnava

Splošne enačbe za stacionarno obratovanje

Izpeljava bo izvedena za linearno teorijo transformatorja, kjer velja:

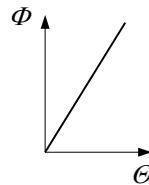
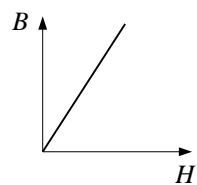
$$\mu_{\text{Fe}} = \text{konst.}, \quad \rightarrow \text{ni histerezne zanke} \quad \text{ter } \gamma_{\text{Fe}} = 0 \rightarrow \text{torej } P_{\text{Fe}} = 0$$

$$\mu_{\text{zr}} = \mu_0 = \text{konst.} \quad \text{in } \gamma_v = \text{konst.}$$

Zaradi linearne teorije veljajo linearni odnosi med magnetnimi sklepi in tokovi.

$$\underline{\Psi}_1 = L_1 \sqrt{2} \underline{I}_1 + L_{12} \sqrt{2} \underline{I}_2$$

$$\underline{\Psi}_2 = L_{21} \sqrt{2} \underline{I}_1 + L_2 \sqrt{2} \underline{I}_2$$



Velja tudi, da je  $L_{12} = L_{21}$ . Sedaj napišemo obe napetostni enačbi:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j\omega \frac{\Psi_1}{\sqrt{2}} = R_1 \underline{I}_1 + jX_{11} \underline{I}_1 + jX_{12} \underline{I}_2,$$

$$\underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 + j\omega \frac{\Psi_2}{\sqrt{2}} = R_2 \underline{I}_2 + jX_{21} \underline{I}_1 + jX_{22} \underline{I}_2.$$

Z uvedbo transformiranih veličin za navitje 2 z že znanimi odnosi

$$\underline{U}'_2 = K_U \underline{U}_2, \quad \underline{I}'_2 = K_I \underline{I}_2, \quad \Psi'_2 = K_U \Psi_2, \text{ dalje}$$

$$X'_{12} = X'_{21} = K_U X_{12}, \quad X'_2 = K_U^2 X_2 \quad \text{in} \quad R'_2 = K_U^2 R_2$$

$$\text{dobimo: } \underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j\omega \frac{\Psi_1}{\sqrt{2}} = R_1 \underline{I}_1 + jX_{11} \underline{I}_1 + jX'_{12} \underline{I}'_2,$$

$$\underline{U}'_2 = R'_2 \underline{I}'_2 + j\omega \frac{\Psi'_2}{\sqrt{2}} = R'_2 \underline{I}'_2 + jX'_{21} \underline{I}_1 + jX'_{22} \underline{I}'_2.$$

Razlika obeh napetostnih enačb nam da odstopanje od idealnih razmer.

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = R_1 \underline{I}_1 - R'_2 \underline{I}'_2 + j\omega (\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) / \sqrt{2}$$

### Nadomestno vezje transformatorja

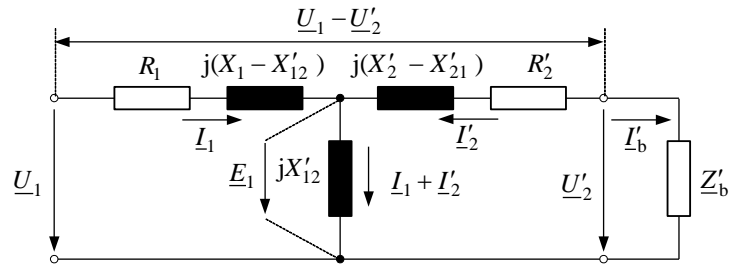
Transformator z dvema galvansko ločenima navitjema, tj. ločenima tokokrogoma, pretvorimo v vezje z galvansko povezanima tokokrogoma. To dosežemo, če dodamo prvi napetostni enačbi  $\pm jX'_{12} \underline{I}_1$  ter drugi enačbi  $\pm jX'_{21} \underline{I}'_2$  in smiselno združimo posamezne člene.

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j(X_{11} - X'_{12}) \underline{I}_1 + jX'_{12} (\underline{I}_1 + \underline{I}'_2) = R_1 \underline{I}_1 + j(X_{11} - X'_{12}) \underline{I}_1 - \underline{E}_1$$

$$\underline{U}'_2 = R'_2 \underline{I}'_2 + j(X'_{22} - X'_{21}) \underline{I}'_2 + jX'_{21} (\underline{I}_1 + \underline{I}'_2) = R'_2 \underline{I}'_2 + j(X'_{22} - X'_{21}) \underline{I}'_2 - \underline{E}'_2$$

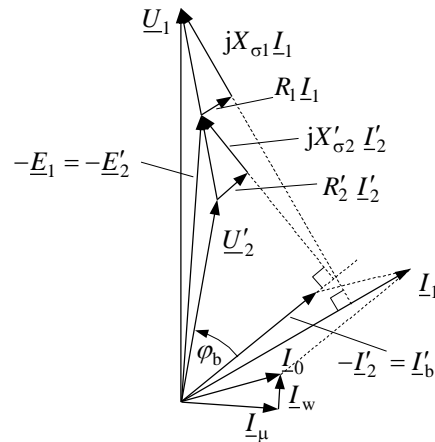
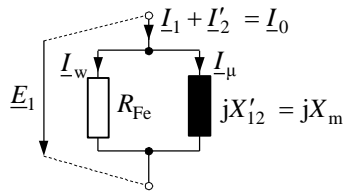
Tema dvema enačbama ustreza naslednje vezje.





Odstopanje od napetostno idealnega transformatorja  $\rightarrow$  padec napetosti  $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$  na vzdolžnih členih, odstopanje od tokovno idealnega transformatorja  $\rightarrow$  magnetilni tok  $\underline{I}_\mu = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2$ , ki teče preko prečnega člena.

Dalje je za navitji 1 in 2 na istem stebru ( $X_1 - X'_{12}$ ) reaktanca skupnega razsipanja med obema navitjema (v prostem teku navitje strani 2) in analogno temu ( $X'_2 - X'_{21}$ ) reaktanca skupnega razsipanja (v prostem teku navitje strani 1). Če sta navitji ločeni, je:  $X_1 - X'_{12} = X_{\sigma 1}$  in  $X'_2 - X'_{21} = X'_{\sigma 2}$ . Z upoštevanjem izgub v železu  $P_{10} = P_{Fe}$  ( $\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2$ ) dodamo v nadomestnem vezju vzporedno k magnetilni (glavni) reaktanci  $X'_{12} = X_m = X_g$  še nadomestno upornost izgub v železu  $R_{Fe}$ .



Sedaj lahko narišemo popoln kazalčni diagram obremenjenega transformatorja z impedanco  $\underline{Z}_b = R_b + jX_b$ .

### Približne razmere

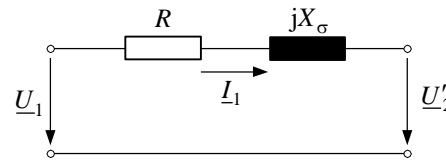
Če izključimo iz opazovanja obratovanje transformatorja v prostem teku in pri majhnih obremenitvah, bo  $\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = 0 \rightarrow \underline{I}'_2 = -\underline{I}_1$

in razlika napetostnih enačb:

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = (R_1 + R'_2)\underline{I}_1 + j((X_1 - X'_{12}) + (X'_2 - X'_{21}))\underline{I}_1,$$

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = (R + jX_\sigma)\underline{I}_1.$$

Enačbo  $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$  ponazarja poenostavljeno nadomestno vezje.



### Preskusi transformatorja

Delamo jih v prostem teku in v trajnem kratkem stiku. Z njimi ugotovimo dejanske razmere pri delovanju transformatorja.

#### Preskus prostega teka

Za  $I_2 = 0 \rightarrow I_1 = I_{10} \ll I_{1N} \rightarrow$  transformator je napetostno idealen. Iz meritev dobimo:

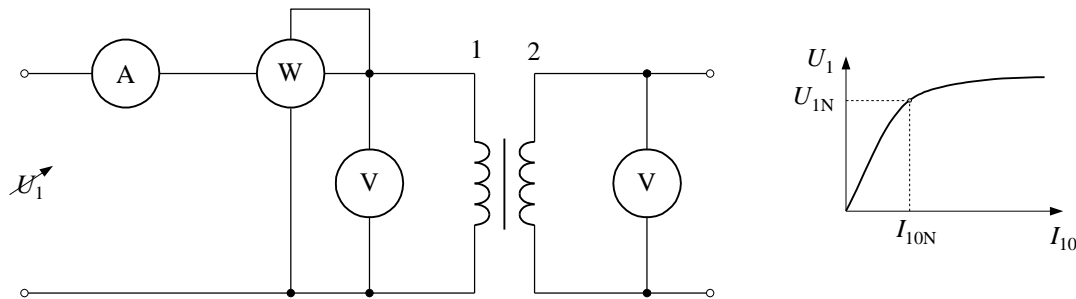
1) nazivno prestavno razmerje  $K_U = \frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$  in

2) karakteristiko prostega teka.

Velja, da sinusna napetost  $\underline{U}_1$  diktira sinusni fluks, ker je  $\underline{U}_1 + \underline{E}_1 = 0 \rightarrow \hat{\phi}_g = \frac{\sqrt{2}U_1}{\omega N_1},$

ki ga ustvarijo  $\hat{\phi}_{\text{fikt}} = \sqrt{2}I_{10}N_1.$

Torej je zaradi  $E_1 \approx U_1 = f(\hat{\Phi})$ ,  $\hat{\Phi} = f(\hat{\Theta})$  in  $\hat{\Theta}_{\text{fikt}} = f(I_{10})$  karakteristika prostega teka  $U_1 = f(I_{10})$  podobna magnetilni karakteristiki oziroma magnetilni krivulji, če lahko zanemarimo zračno režo.

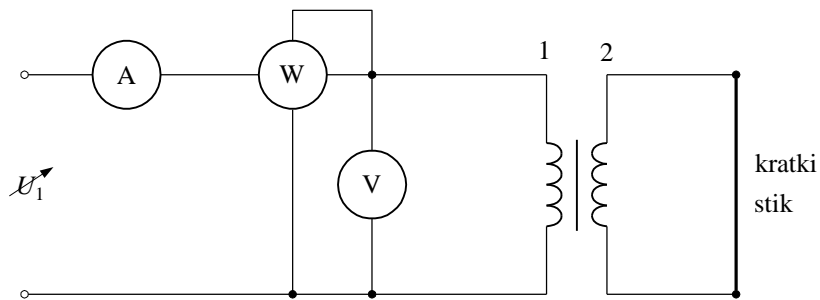


### 3) Izgube v železu

Ker je  $I_{10} \ll I_N$ , zanemarimo izgube v primarnem navitju ( $I_{10} \approx 0,01$  do  $0,02 I_N$ ). Meritev:  $P_w \approx P_{\text{Fe}0}$  (pri  $U = U_N$ ) nam da izgube magnetenja. Iz izgub je mogoče izračunati ekvivalentno upornost  $R_{\text{Fe}}$ ,  $I_{0w}$  ter iz  $I_0$  še  $I_{0\mu}$  in  $X'_{12} = X_m$ .

### Preskus kratkega stika

Po stikalni shemi merimo tok  $I_{\text{lk}}$  in moč  $P_{\text{lk}}$  pri spremenljivi napetosti na sponkah transformatorja.



Iz meritev dobimo:

1) kratkostično napetost  $U_k$ , pri kateri teče skozi navitji transformatorja nazivni tok.

Relativna vrednost za kratkostično napetost:

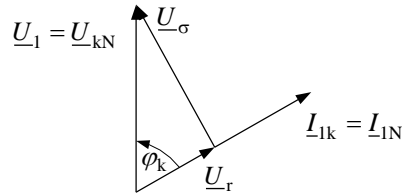
$$u_k^* = \frac{U_k}{U_N} \text{ ali } u_{k\%} = \frac{U_k}{U_N} 100.$$

V kratkem stiku je hipotenuza Kappovega trikotnika  $U_{kN} = U_1$  ter

$$U_r = U_{kN} \cos \varphi_k \text{ in } U_\sigma = U_{kN} \sin \varphi_k.$$

Trajni tok kratkega stika

$$I_k = \frac{U_N}{Z_k}, \text{ če je } Z_k = \sqrt{R^2 + X_\sigma^2}$$



Relativna vrednost trajnega toka kratkega stika

$$i_k^* = \frac{I_k}{I_N} = \frac{U_N}{Z_k I_N} = \frac{U_N}{U_k} = \frac{1}{u_k^*} \rightarrow I_k = \frac{1}{u_k^*} I_N$$

Relativna vrednost za ohmski in induktivni padec napetosti:

$$u_r^* = \frac{R I_N}{U_N} = \frac{R}{Z_N} = r, \text{ kjer je } \frac{U_N}{I_N} = Z_N - \text{nazivna impedanca.}$$

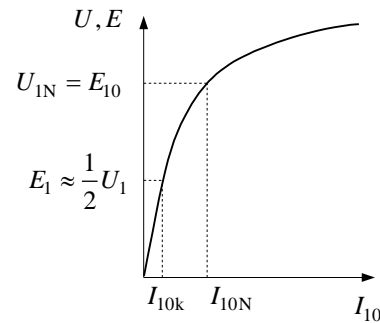
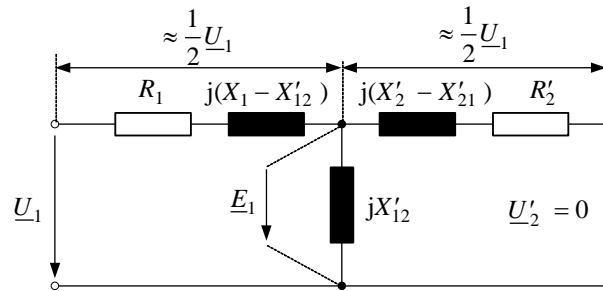
Velja tudi  $u_r^* = r = \frac{R I_N}{U_N} = \frac{R I_N^2}{U_N I_N} = \frac{P_{CuN}}{S_N} = p_{CuN}^*$  (relativne izgube v navitjih) in

$$u_\sigma^* = x_\sigma = \frac{X_\sigma I_N}{U_N} = \frac{X_\sigma I_N^2}{U_N I_N} = \frac{Q_{\sigma N}}{S_N} = q_{\sigma N}^* \text{ (relativna jalova moč razsipanega polja).}$$

2) Izgube v navitjih

Iz nadomestnega vezja v kratkem stiku vidimo, da je inducirana napetost enaka približno polovici pritisnjene napetosti:

$$E_1 \approx \frac{U_1}{2} \rightarrow \Phi_{kN} \approx \frac{\Phi_N}{2} \rightarrow I_{10k} < I_{10N}$$



V kratkem stiku pri zmanjšani napetosti  $U_k = (4 \div 16 \%) U_N$  za  $I_{1k} = I_{1N}$  in  $I_{2k} = I_{2N}$  bo:  $\Phi_k \ll \Phi_N \rightarrow B_k \ll B_N \rightarrow P_{\text{Fe}k} \approx 0$  in  $P_w = (P_{1k})_{I_1=I_N} \approx P_{\text{Cu}N} = I_{1N}^2 (R_1 + R'_2)$  (nazivne izgube v navitjih).

Z vatmetrom izmerimo v kratkem stiku celotne izgube v navitjih, tj. jouske izgube in izgube zaradi vrtilnih tokov v primeru masivnih vodnikov.

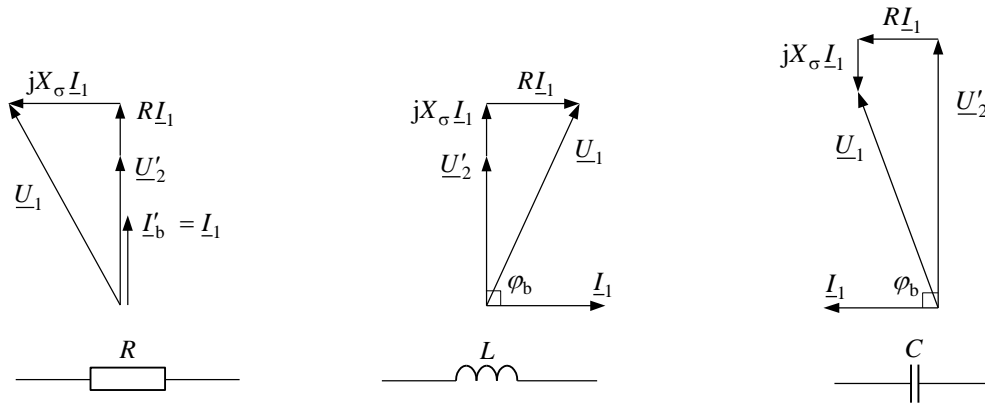
Ker je  $\Phi_k \approx \frac{\Phi_N}{2} \rightarrow I_\mu \approx 0 \rightarrow X'_{12} \approx \infty$ , velja v kratkem stiku enostavno nadomestno vezje, risano za približne razmere (str. 44). Iz  $U_k$  in  $I_k$  je mogoče dobiti tudi impedanco kratkega stika:

$$\underline{Z}_k = R_k + jX_k = \frac{U_k}{I_k}. \quad (R_k = R_1 + R'_2 \text{ in } X_k \approx X_\sigma)$$

### Obratovanje transformatorja na togem omrežju

Za togo omrežje velja:  $U_1 = \text{konst.}$

$U_2$  oziroma  $U'_2$  je funkcija velikosti in vrste (karakterja) bremena  $Z_b$ , kot kažejo slike v nadaljevanju.



### Kappov diagram

Za Kappov diagram ne izhajamo iz  $U_1 = \text{konst.}$ , temveč  $I_1 = \text{konst.}$  in  $\underline{U}'_2 = f(\varphi_b)$ ; pri tem je lega Kappovega trikotnika nespremenjena. Iz enačbe

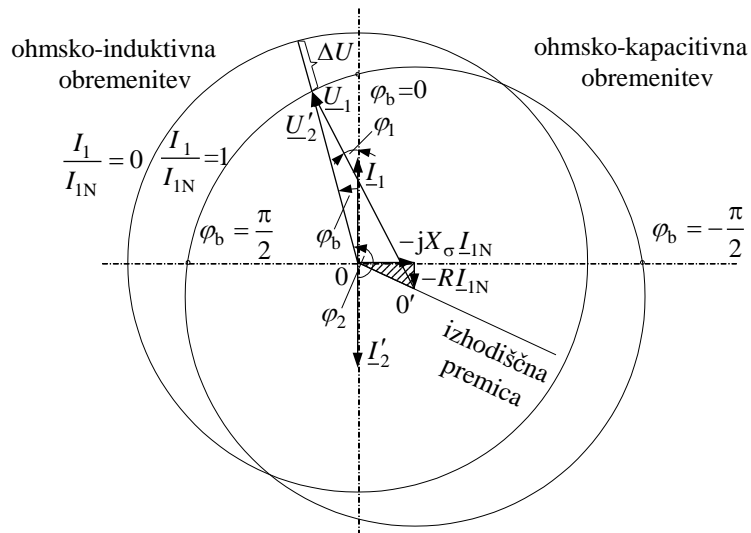
$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = (R + jX_\sigma)I_1 \text{ izrazimo } \underline{U}'_2:$$

$$\underline{U}'_2 = -(R + jX_\sigma)I_1 + \underline{U}_1.$$

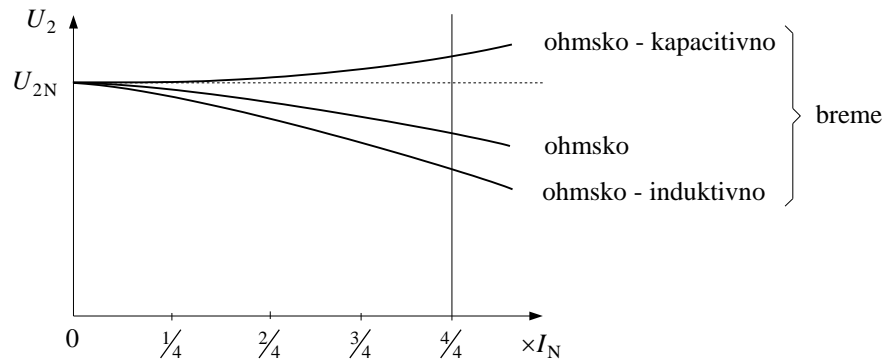
V kompleksni ravnini narišemo:

- 1)  $-(R + jX_\sigma)I_1$ ,
- 2) krožnice za različne  $I_1$ ,  
npr.  $I_1 = I_{1N}$  in  $I_1 = 0$   
na izhodiščni premici.

Za poljubni fazni kot  $\varphi_b$  dobimo  $\Delta U$  oziroma  $\underline{U}'_2$ .



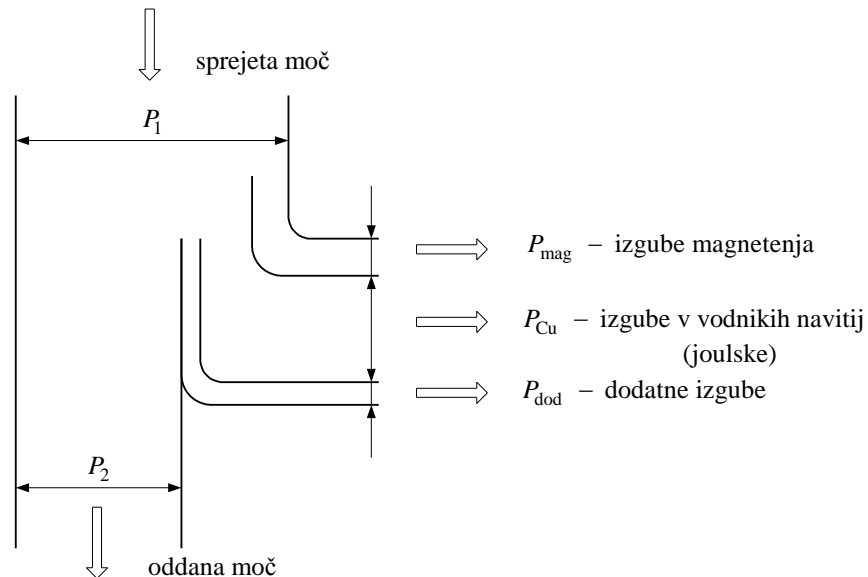
Zunanja karakteristika  $U_2 = f(I_2)$



Iz Kappovega diagrama dobimo za poljubne vrednosti toka  $I_2$ , npr.  $I_2 / I_{2N} = 1/4, 1/2 \dots$  in  $\varphi_b = \text{konst.}$ , zunanje (obremenitvene) karakteristike  $U_2 = f(I_2)$  pri  $U_1 = \text{konst.}$

### Energijska bilanca, izgube in izkoristek transformatorja

Energijska bilanca – shema pretoka moči



## Izgube

Skupne izgube so:

$$P_i = P_{\text{Fe}} + P_{\text{Cu}} + P_{\text{dod}}.$$

Dodatne izgube delimo: na tiste v železu – odvisne od napetosti – ki so zajete v izgubah prostega teka  $P_0$ , in tiste v vodnikih – odvisne od toka obremenitve – (izgube vrtilnih tokov v masivnih vodnikih pri transformatorjih večjih moči) in so zajete v izgubah kratkega stika  $P_k$ .

Zato lahko pišemo za poljubno obremenitev  $y = I / I_N$ :

$$P_i = P_{0N} + P_{kN} \left( \frac{I}{I_N} \right)^2 = P_{0N} + y^2 P_{kN} \quad \text{za} \quad y = \frac{I}{I_N} = \frac{S}{S_N},$$

kjer je  $S$  navidezna moč transformatorja.

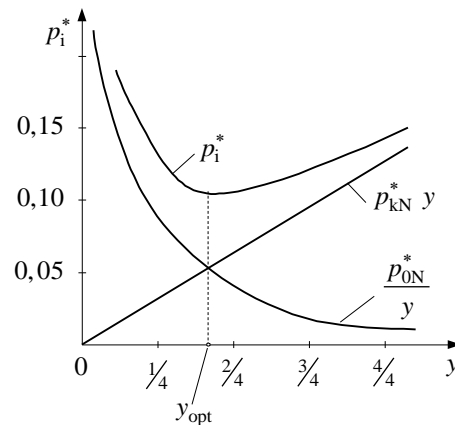
Uvedemo relativne izgube:

$$p_i^* = \frac{P_i}{S} = \frac{P_{0N}}{S_N} \frac{S_N}{S} + \frac{P_{kN}}{S_N} \frac{S_N}{S} y^2 = \frac{P_{0N}^*}{y} + p_{kN}^* y.$$

Pri določeni obremenitvi (določenem toku  $I < I_N$ ) za  $y = y_{\text{opt}}$  so skupne izgube ( $p_i^*$ ) najmanjše ( $p_{0N}^* / y = p_{kN}^* y$ ) in izkoristek je največji.

## Izkoristek

Definiramo ga kot:  $\eta = \frac{P_2}{P_1}$  ali  $\eta = \frac{P_1 - P_i}{P_1}$ .





Za  $P_2 = y S_N \cos \varphi$  in  $P_1 = P_2 + P_i = y S_N \cos \varphi + P_{0N} + y^2 P_{kN}$  bo:

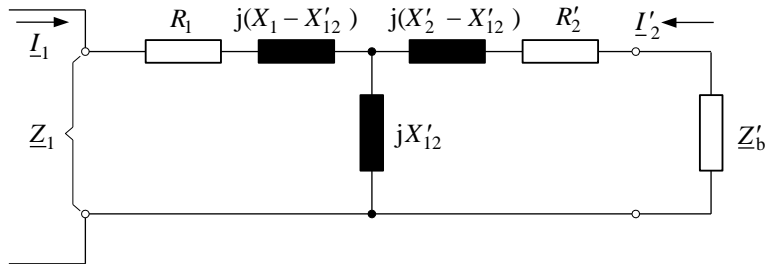
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{y S_N \cos \varphi}{y S_N \cos \varphi + P_{0N} + y^2 P_{kN}} \rightarrow \eta = f(y, \cos \varphi).$$

Primer:  $S_N = 20 \text{ kVA}$ ,  $y = 1$ ,  $\cos \varphi = 1,0 \rightarrow \eta = 0,97$

$$\cos \varphi = 0,8 \rightarrow \eta = 0,963$$

### Tokovni transformator

Deluje pri vsiljenem toku  $\underline{I}_1$ , ki naj bi bil nespremenljiv. Seveda ne moremo računati s tem, da bo tok v nekem tokokrogu ostal nespremenjen, če vanj zaporedno vežemo tokovni transformator. Zanj veljajo enake zakonitosti kot za napetostni transformator, torej tudi enako nadomestno vezje in enak kazalčni diagram.



### Idealni tokovni transformator

$$\text{Velja: } \underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = 0 \rightarrow \underline{I}_2 = -\frac{N_1}{N_2} \underline{I}_1 = -\frac{\underline{I}_1}{K_1} \text{ ali } \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = 0 \rightarrow \underline{I}'_2 = -\underline{I}_1$$

Bremenski tok  $\underline{I}_b = -\underline{I}_2$  povzroči na kompleksni upornosti dvopola  $\underline{Z}_b$  padec napetosti

$$\underline{U}_b = \underline{Z}_b \underline{I}_b = -\underline{Z}_b \underline{I}_2 = \underline{U}_2.$$

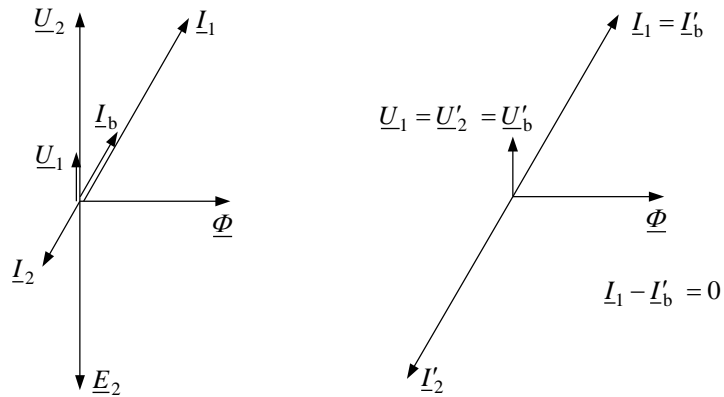
Padec napetosti na tokovnem transformatorju povratno vpliva na tokokrog.

Ker velja za napetost idealnega transformatorja  $\underline{U}_1 = K_U \underline{U}_2$  in  $\underline{Z}'_b = K_U^2 \underline{Z}_b$ , bo:

$$\underline{U}_1 = K_U \underline{U}_2 = K_U (-\underline{Z}_b \underline{I}_2) = K_U \underline{Z}_b K_U \underline{I}_1 = K_U^2 \underline{Z}_b \underline{I}_1 = \underline{Z}'_b \underline{I}_1.$$

$\underline{U}_1$  je napetost na primarni strani in istočasno padec napetosti na transformatorju. Zato mora biti impedanca  $\underline{Z}_b$  majhna glede na impedanco tokokroga 1, ki določa tok  $\underline{I}_1$ .

Kazalčni diagram obremenjenega idealnega tokovnega transformatorja



### Analitična obravnava realnega transformatorja

Iz padca napetosti na sekundarnem navitju (str. 42)

$$\underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 + jX_{21} \underline{I}_1 + jX_2 \underline{I}_2$$

za  $\underline{U}_2 = -\underline{Z}_b \underline{I}_2 = -(R_b + jX_b) \underline{I}_2$  dobimo:

$$\underline{I}_2 = -\frac{jX_{21}}{R_2 + jX_2 + \underline{Z}_b} \underline{I}_1; \underline{I}_2 \propto \underline{I}_1 \text{ in nista več premaknjena za } 180^\circ.$$

Padec napetosti na primarnem navitju:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_1 \underline{I}_1 + jX_{12} \underline{I}_2 = \left( R_1 + jX_1 + \frac{X_{12}^2}{R_2 + jX_2 + \underline{Z}_b} \right) \underline{I}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1.$$

Kompleksna upornost  $\underline{Z}_1$  je po nadomestnem vezju na sliki upornost med vhodnimi sponkami na primarni strani tokovnega transformatorja.

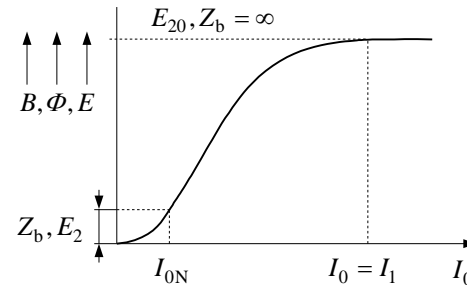
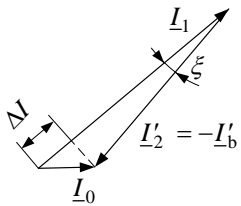
Ker je  $U_1 = f(I_1)$ , bo za  $I_1 = 0$ ,  $U_1 = 0$  in  $U_2 = 0$ . Zato ne uporabljamo tokovnega transformatorja za vir napetosti, ampak za meritve.

### Merilni tokovni transformator

Za realni transformator velja:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_0 > 0 \quad \text{ali} \quad \underline{I}_1 - \underline{I}'_b = \underline{I}_0.$$

Zaradi odstopanja od idealnih razmer, dobimo pogrešek prestave in pogrešek kota.



Pogrešek prestave:  $e_{\text{TT}} = \frac{\Delta I}{I_1} 100 \text{ (\%)}$

Pogrešek kota:  $\xi \rightarrow$  v stopinjah ali minutah

Da sta ta dva pogreška čim manjša, obratuje tokovni transformator v linearnem delu magnetilne karakteristike ( $B = 0,08 \div 1 \text{ T}$ ).

Razred točnosti ( 0,1 – 0,2 – 0,5 – 1 – 3 – 5) definira oba pogreška,

npr. razred 1  $\rightarrow e_{\text{TT}} = \pm 1 \text{ \%}$  in  $\xi = \pm 1^\circ = \pm 60'$ .

Ker se z večanjem obremenitve nad nazivno vrednost pogrešek prestave spremeni,

poznamo kot podatek še nadtokovno število.

Nadtokovno število je tisti mnogokratnik nazivnega toka, pri katerem doseže pogrešek prestave vrednost  $-10\%$ .

### **Nevarnost odprtih sponk na sekundarju**

Normalno je:  $I_1 + I_2' = I_{0N}$ .

Za  $Z_b = \infty \rightarrow I_2 = 0$ ,  $I_1 \equiv I_0 \rightarrow \Phi_0 = x\Phi \rightarrow B_0 = xB$  in

$P_{Fe} = k \left( \frac{B_0}{B} \right)^2 = x^2 P_{FeN} \rightarrow$  segrevanje jedra. Zaradi  $\Phi_0 = x\Phi \rightarrow E_{20} = xE_2$  (povišanje napetosti na sponkah). Zato je treba po odstranitvi bremena sekundarne sponke vezati na kratko.

### **Trifazna transformacija**

Trifazni sistem je najbolj razširjen po svetu. Eden od razlogov za to je v tem, da moč v simetričnem trifaznem sistemu nima izmeničnega deleža, kot je to npr. v enofaznem sistemu. Trifazni sistem tudi omogoča izkoriščanje pojava vrtilnih magnetnih polj v rotacijskih strojih.

Posamezne trifazne sisteme različnih napetostnih nivojev povezujejo trifazni napetostni transformatorji.

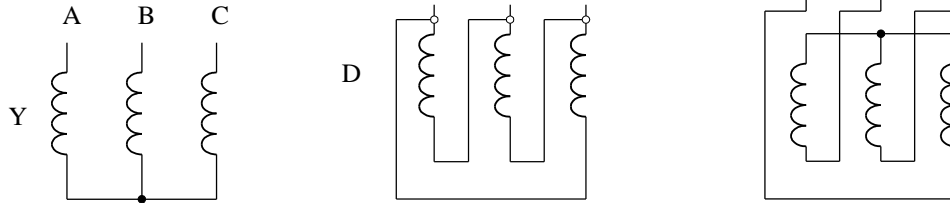
Možnosti: a) trije enofazni transformatorji b) trifazni transformator

### **Osnovne vezave navitij**

Poznamo tri tipične vezave:

- a) zvezdno Y
- b) trikotno D
- c) cikcak Z

Za zvezdno in cikcak vezavo velja  $\sum I = 0$ , če navitje nima ničnega vodnika. Pri trikotni vezavi so lahko fazni in linijski tokovi nesimetrični.



### Fazni premik

Ta nastane med primarno in sekundarno dejansko ali namišljeno fazno napetostjo.

Fazni premik je:  $n \times 30^\circ$  električnih ( $n = 0 \div 12$ ). Tipični premiki so:  $n = 0, 5, 6, 11$ .

Podaja se kot fazni zaostanek kazalca nižje napetosti proti kazalcu višje napetosti. Fazni premik je identičen premiku urnih kazalcev za cele ure.

### Vežalna skupina

Primer označevanja: Dy5

Velika črka:

– trikotna vezava primarne strani;

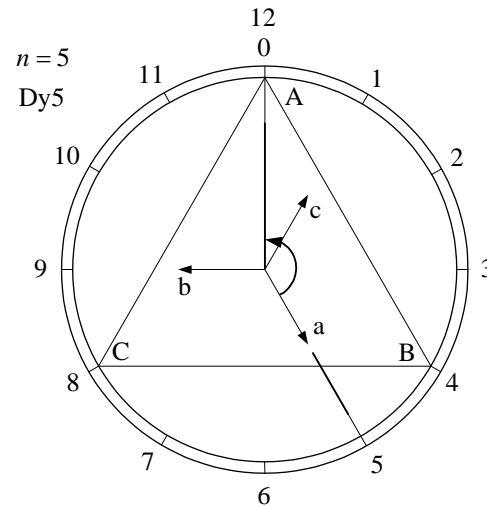
mala črka:

– zvezdna vezava sekundarne strani;

številka:

– fazni premik ( $5 \times 30^\circ = 150^\circ$ ).

Smer sekundarne fazne napetosti ( $U_a$ ) je enaka smeri linijske primarne napetosti ( $U_{AB}$ ) med fazo A in B.



Vežalno skupino Dy5 lahko spremenimo v Dy11 in obratno s ciklično permutacijo dveh sponk na primarni in naslednjih dveh sponk na sekundarni strani.

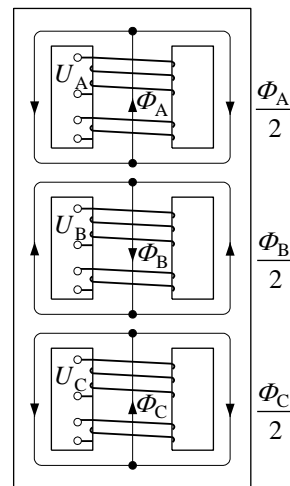
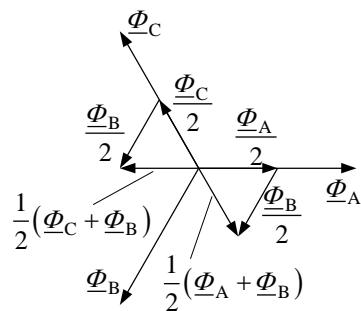
Vežalno skupino Yy0 lahko spremenimo v Yy6 in obratno. To izvedemo z zamenjavo začetkov in koncev navitij, ki so vezani v zvezdišče na primarni ali na sekundarni strani.

Primer uporabe:            generatorski transformator Dy5  
                               razdelilni transformator Yy0, Yd5  
                               krajevno omrežje Dy5, Yz5

### Vrste jeder

Trifazni plaščni transformator

Dobimo ga z nadzidavo treh enofaznih transformatorjev

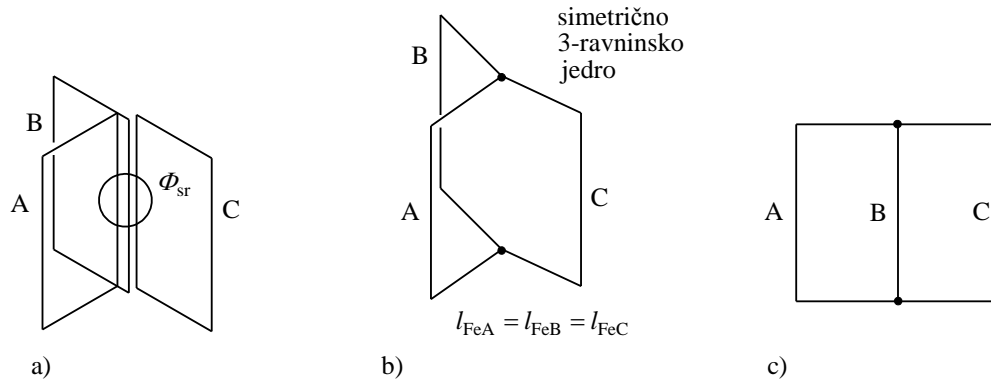


Jarem plaščnega transformatorja ima polovičen presek stebra, če je navitje na srednjem stebru navito v nasprotni smeri kot skrajni dve ali je obrnjeno zaporedje priklopa navitja na srednjem stebru (fazi).

Velja  $\underline{\Phi}_j = \underline{\Phi}_A / 2 + \underline{\Phi}_B / 2$  ali  $\underline{\Phi}_C / 2 + \underline{\Phi}_B / 2$ .

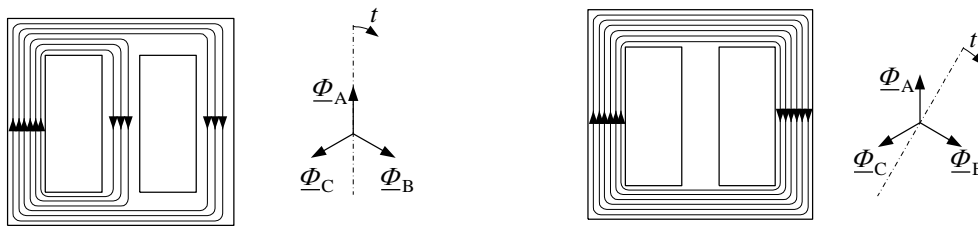
### Trifazni jedrni transformator

Nastal je iz treh enofaznih transformatorjev in je tehnično uporaben kot nesimetrična izvedba (slika c).



Ima dve magnetni vozlišči, v katerih velja pogoj  $\underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C = 0$ .

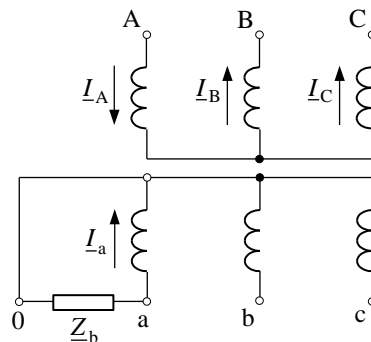
Slika prikazuje potek fluksov za  $\underline{\Phi}_A = \hat{\Phi}_A$  in  $\underline{\Phi}_B = 0$ .



### Nesimetrična obremenitev

- Pri vezavi YNyn z ničnim vodnikom na primarni in sekundarni strani ni težav.
- Pri vezavi Yyn z ničnim vodnikom samo na sekundarni strani nastane nesimetrija.

Najneugodnejši primer: čista enofazna obremenitev.



Ker je  $\underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C = 0$  in  $|\underline{\Phi}_A| = |\underline{\Phi}_B| = |\underline{\Phi}_C|$ , mora biti  $|\underline{\Theta}_A| = |\underline{\Theta}_B| = |\underline{\Theta}_C|$ .

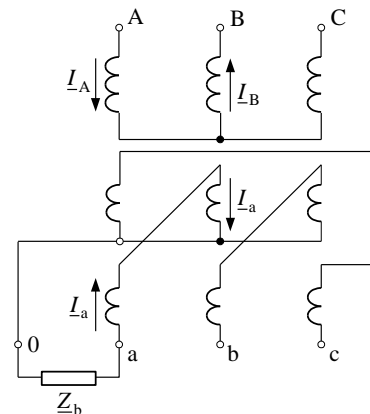
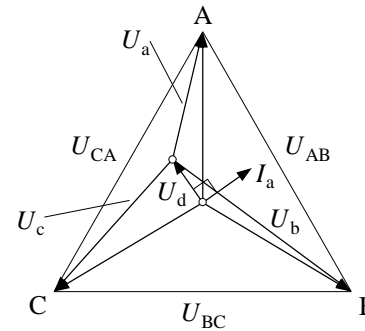
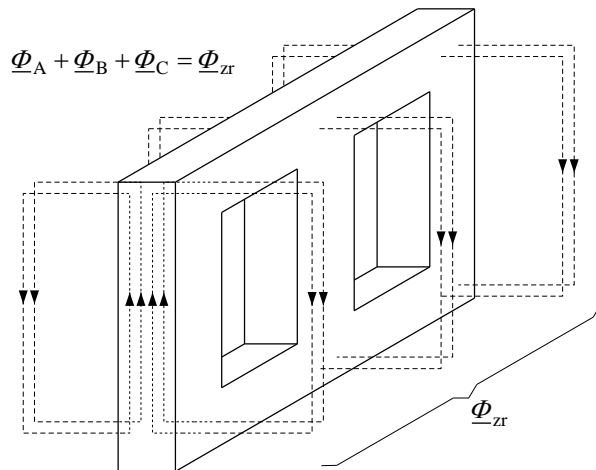
Pri nesimetrični obremenitvi bo bilanca amper-ovojev na stebrih:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{I}_a N_2 + \underline{I}_A N_1 = \underline{I}_x N_1 \\ 0 + \underline{I}_B N_1 = \underline{I}_x N_1 \\ 0 + \underline{I}_C N_1 = \underline{I}_x N_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \underline{I}_B = \frac{1}{3} \underline{I}'_a \\ \rightarrow \underline{I}_C = \frac{1}{3} \underline{I}'_a \\ \underline{I}_A = -(\underline{I}_B + \underline{I}_C) = -\frac{2}{3} \underline{I}'_a \end{array}$$

$\underline{I}_a N_2 + (\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C) N_1 = 3 \underline{I}_x N_1 = 3 \underline{\Theta}_{zr} / \sqrt{2}$ , ker je v zvezdi  $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$ . Sofazno

vzbujanje  $\underline{\Theta}_{zr} = \sqrt{2} \underline{I}_x N_1 = \frac{1}{3} \sqrt{2} \underline{I}_a N_2 \rightarrow \underline{I}_x = \frac{1}{3} \underline{I}_a \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{3} \underline{I}'_a$

$\underline{\Theta}_{zr} \rightarrow \underline{\Phi}_{zr} \rightarrow E_{zr} \rightarrow U_d$  (dodatna)  $\rightarrow$  premik ničlišča



- c) Pri vezavi Yzn brez ničnega vodnika na primarni strani ni težav (obremenjeni sta le dve fazi).
- d) Tudi pri vezavi Dyn ni težav, ker teče bremenski tok na primarni strani le v navitju ene faze.



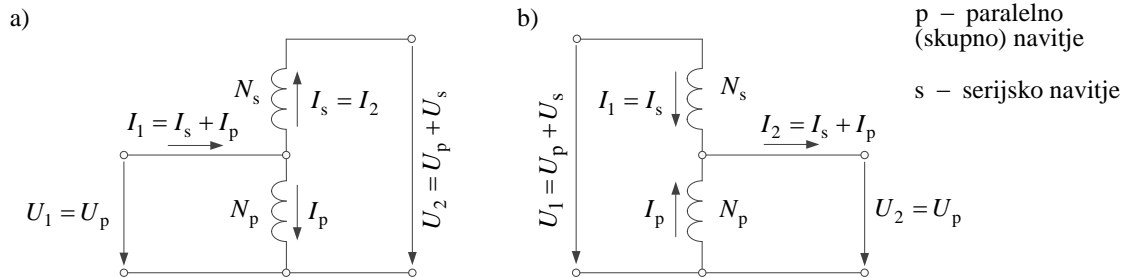
## Avtotransformator

Če združimo navitji normalnega transformatorja, bo del navitja skupen obema napetostnima stranema.

Skupno – paralelno navitje → razlika (diferenca) tokov

Serijsko navitje → obremenilni tok primarja ali sekundarja

Uporaba → zaradi prihranka materiala (železa in vodnikov). Ta prihranek je največji za primer  $K_U \approx 1$ . V trifazni izvedbi koristimo vezavo Y.



Za idealni enofazni avtotransformator (vezava a) velja:  $I_s N_s - I_p N_p = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow I_s = \frac{N_p}{N_s} I_p \quad \text{in} \quad \frac{U_s}{U_p} = \frac{U_2 - U_1}{U_1} = \frac{N_s}{N_p}.$$

Lastna ali tipska moč transformatorja, tj. moč, za katero je transformator grajen, je:

$$S_t = U_p I_p = U_s I_s = (U_2 - U_1) I_2 \quad \text{ali za vezavo b) } S_t = (U_1 - U_2) I_1.$$

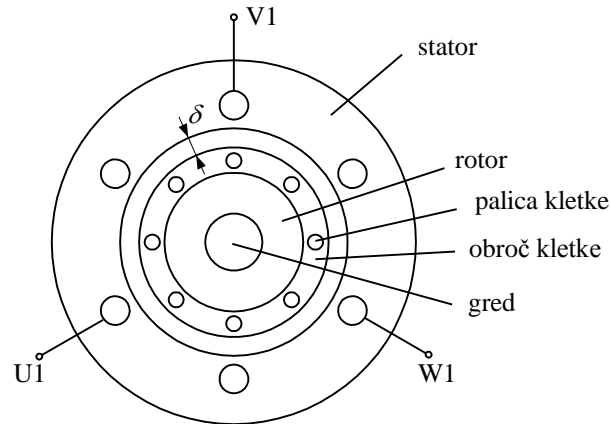
$$\text{Prehodna moč: } S_{\text{preh}} = U_1 I_1 = U_2 I_2$$

$$\text{Iz enačbe za tipsko moč velja: } S_t = U_2 I_2 \left(1 - \frac{U_1}{U_2}\right) = S_{\text{preh}} \left(1 - \frac{U_1}{U_2}\right). \quad (S_t < S_{\text{preh}})$$

$$\text{Obratno bi veljalo za vezavo b: } S_t = U_1 I_1 \left(1 - \frac{U_2}{U_1}\right) = S_{\text{preh}} \left(1 - \frac{U_2}{U_1}\right).$$

## ASINHRONSKI STROJ

Ima nekatere podobnosti s transformatorjem.



Primarno navitje – na statorju

Sekundarno navitje – na rotorju

Med njima je zračna reža  $\delta$ .

Število faz na statorju  $m_s$

Število faz na rotorju  $m_r$  ( $m_r \geq m_s$ )

Tokovi statorja povzročijo vrtilne amper-ovoje, ti pa vzbujajo vrtilni fluks, ki inducira napetost v obeh navitjih. Frekvenca inducirane napetosti v statorju  $f_s = f$ . Frekvenca inducirane napetosti v rotorju  $f_r \leq f_s$  ali  $f_r > f_s$ . Delovanje pri mirovanju rotorja je ekvivalentno kratkemu stiku transformatorja; rotorsko navitje je pri tem kratkosklenjeno (vezano na kratko).

Zaradi rezultirajočega vrtilnega magnetnega polja in tokov v kratkosklenjenem rotorskem navitju nastane sila, ki zavrti rotor. Vrtilno magnetno polje se vrti s sinhronskimi vrtiljaji  $n_s$ , rotor z vrtiljaji  $n \gtrless n_s$  – torej asinhrono.

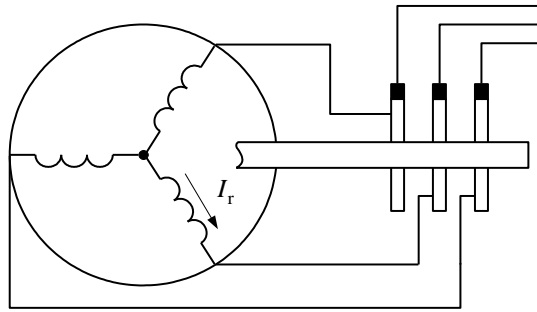
### Opis konstrukcije

Stator – lamelirana pločevina s  $Q_s$  utori, v katerih je  $m_s$  fazno navitje.

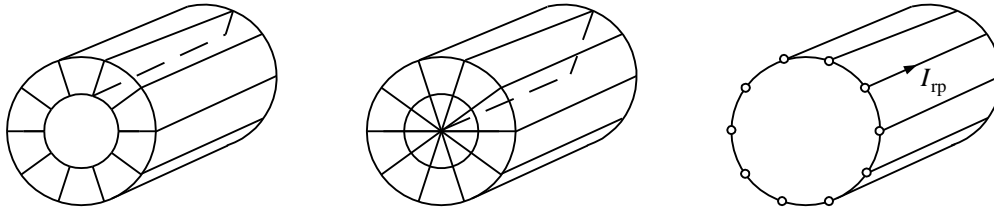
Rotor – lamelirana pločevina s  $Q_r$  utori.

Ločimo:

a) naviti rotor



b) rotor s kratkostično kletko



c) rotor z masivnim železom

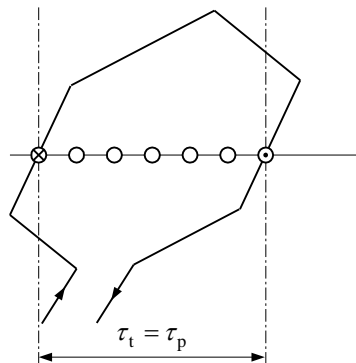
Mogoča je še cilindrična ali diskasta izvedba statorja in rotorja.

### Navitja asinhronskih strojev

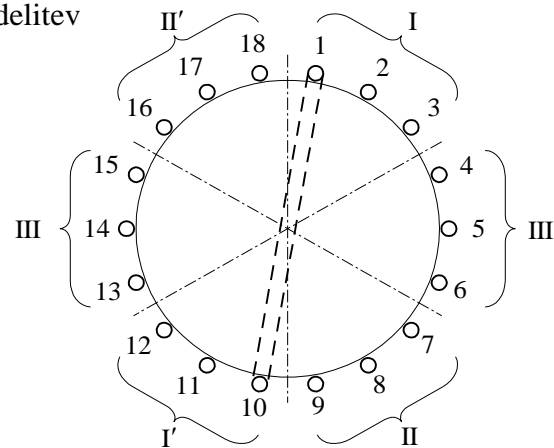
**Trifazna pasovna navitja:** poznamo enoplastna, dvoplastna in kombinirana navitja.

Enoplastno navitje:

premersko navitje ( $\tau_t = \tau_p$ )



Porazdelitev  
oboda



Posamezni fazi pripada pas:  $\alpha_p = \frac{360^\circ}{2m} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$  in je v njem  $q$  utorov. Za  $Q$  utorov

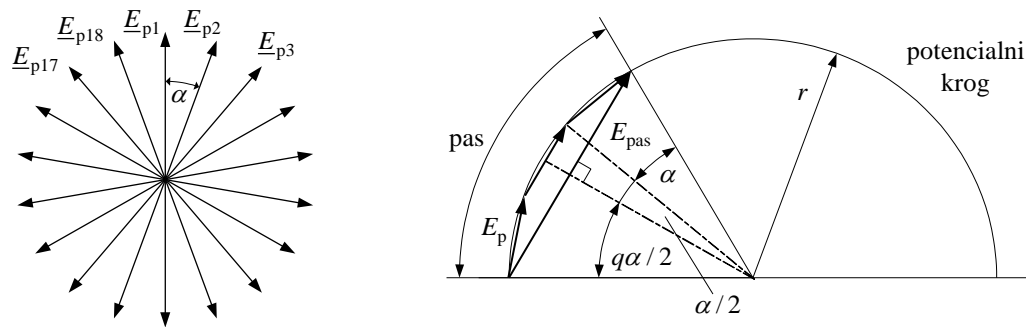
na obodu stroja je:  $Q_p = \frac{Q}{2p}$  število utorov na pol in  $q = \frac{Q_p}{m} = \frac{Q}{2pm}$  število utorov na pol in fazo. Polov lok je  $\tau_p \equiv Q_p$  utorov ali širina tuljave izražena s številom utorov.

Napetosti posameznih palic (ali vodnikov) utorov (oziroma njihovi kazalci) so med seboj premaknjeni za električni kot  $\alpha = p\alpha_Q = p \frac{360^\circ}{Q}$  in tvorijo utorno zvezdo.

**Trifazno enoplastno navitje:** izračun podatkov za primer ( $2p = 2$ ) in  $Q = 18$  utorov.

Število utorov na pol je  $Q_p = \frac{Q}{2p} = \frac{18}{2} = 9$ , število utorov na pol in fazo  $q = \frac{Q_p}{m} = \frac{9}{3} = 3$ ,

električni kot med utori  $\alpha = p \frac{360^\circ}{Q} = 1 \times \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ$ .

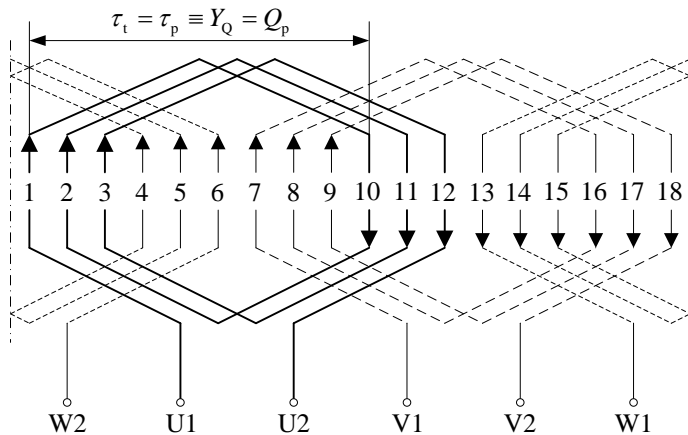


### 1) Pasovni faktor

$$f_p = \frac{\sum_{\text{geom.}} E_p}{\sum_{\text{arit.}} E_p} = \frac{2r \sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)}{q 2r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)}{q \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

Za naš primer je pasovni faktor:  $f_p = \frac{\sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)}{q \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\sin(3 \cdot 10^\circ)}{3 \sin(10^\circ)} = \frac{0,5}{3 \cdot 0,17365} = 0,96$ .

Premersko navitje: širina tuljav  $Y_Q$  izražena s številom utorov  $Y_Q = Q_p = 9$ . Nato določimo korak navitja. Slednji je določen kot izraz: korak =  $1 - (1 + Y_Q)$ , tj. za  $1 + Y_Q$  utorov od začetnega (prvega) utora naprej. Korak je:  $1 - (1 + Y_Q) = 1 - (1 + 9) = 1 - 10$ , tj. iz prvega v deseti utor.

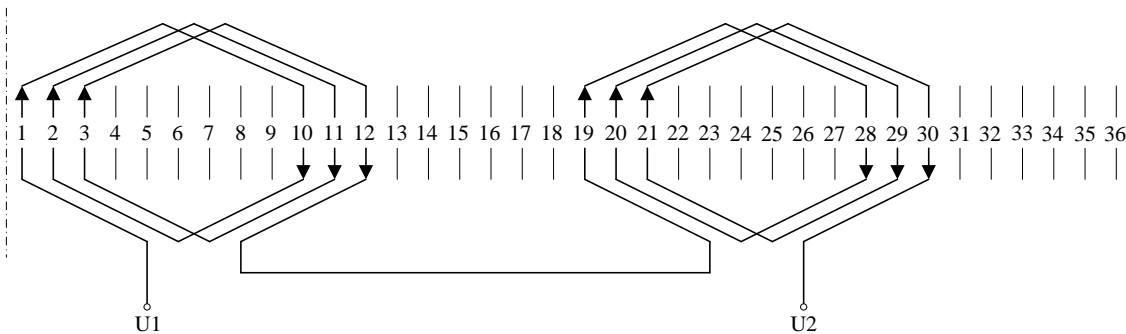


Začetek prve faze je označen z U1 in konec z U2. Na sliki vidimo, da je začetek druge faze v utoru št. 7, ki je glede na utor št. 1 premaknjen za  $6 \cdot 20^\circ = 120^\circ$  (električnih) in analogno začetek tretje faze v utoru št. 13 za  $12 \cdot 20^\circ = 240^\circ$ . Fazni premiki ustrezajo pogoju za nastanek krožnega vrtilnega polja. Smer toka v utorih prve faze se dvakrat menja. To ustreza dvema poloma. Tudi za vse tri faze skupaj velja enaka trditev. Smeri tokov na sliki ustrezajo položaju časovnice, ko je  $\omega t = 60^\circ$  in sta tokova prve in druge faze pozitivna ter polovične amplitude, tok tretje faze pa je negativen in maksimalen.

V primeru, da želimo dvakrat več polov ( $2p=4$ ), povečamo tudi število utorov za dvakrat, tj.  $Q=36$ .

Število utorov na pol je  $Q_p=36/4=9$ , premeraška širina tuljav  $Y_Q=Q_p=9$ , število utorov na pol in fazo  $q=\frac{9}{3}=3$ , električni kot med utori  $\alpha=p\frac{360^\circ}{Q}=2\times\frac{360^\circ}{36}=20^\circ$ .

Tako so praktično vsi podatki enaki kot za dva pola na 18 utorih. Tudi korak navitja (tuljav) bo enak  $1-(1+Y_Q)=1-(1+9)=1-10$ . Glede na spodnjo sliko (risano samo za prvo fazo) vidimo, da zaporedno povežemo skupino prvih treh tuljav, tj. konec v 12. utoru z začetkom druge skupine tuljav v 19. utoru. 19. utor je za  $360^\circ$  (električnih) premaknjen glede na 1. utor. Tako se štirikrat menja smer toka, kar ustreza štirim polom.



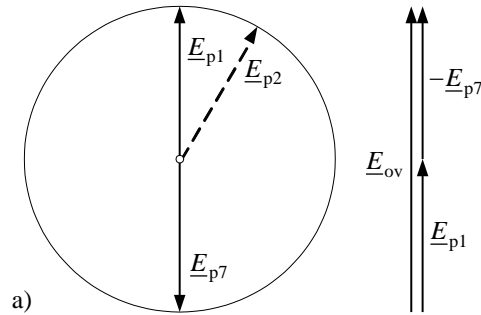
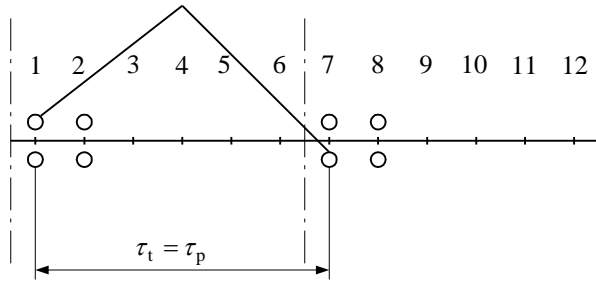
## 2) Tetivni faktor

V praksi se pokaže, da je smiselno skrajšati navitje, tj. skrajšati korak (tetivno navitje), s čimer skrajšamo glave navitja, ki povezujejo posamezne uture. Tako prihranimo tudi pri porabi materiala (baker). V glavah navitja, ki ležijo izven utorov statorskega paketa (v zraku), se zaradi šibkega polja napetost ne inducira.

Tetivno je lahko le dvoplastno navitje za  $x$  utorov ( $x \geq 1 \rightarrow \tau_t < \tau_p$  ali  $Y_Q < Q_p$ ), tako je širina tuljav  $Y_Q = Q_p - x$ . Dvoplastno navitje ima v utorih dve plasti tuljav s polovičnim številom ovojev. Torej je tuljav dvakrat več kot pri enoplastnem navitju.

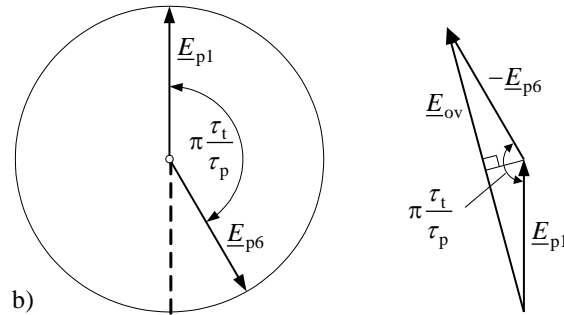
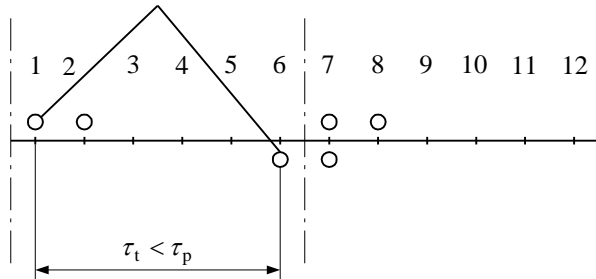
Primer za dvoplastno navitje:  $Q=12$ ,  $2p=2$ ,  $m=3$ ,  $q=2$ ,  $\alpha=30^\circ$ ,  $Q_p=12/2=6$ ,  
 $Y_Q = Q_p = 6$  in korak navitja:  $1-(1+Y_Q)=1-(1+6)=1-7$ .

a) Premerski korak 1-7



napetost ovoja  $\underline{E}_{ov} = \underline{E}_{p1} - \underline{E}_{p7}$

b) Tetivni korak 1-6 ( $Y_Q = Q_p - 1 = 6 - 1 = 5$ )

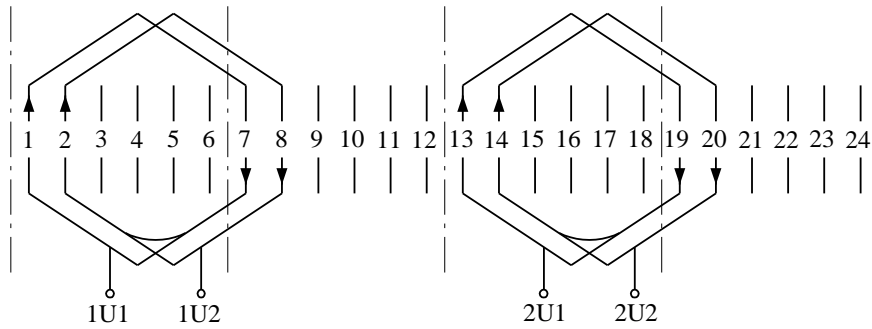


napetost ovoja  $\underline{E}_{ov} = \underline{E}_{p1} - \underline{E}_{p6}$

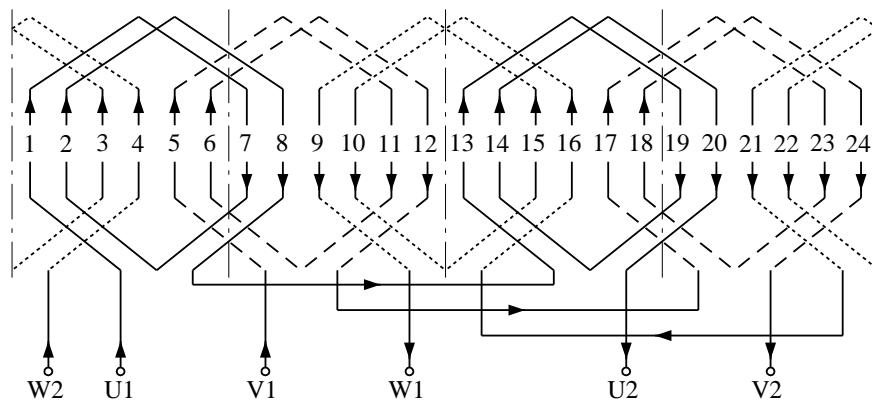
$$\text{tetivni faktor: } f_t = \frac{\sum_{\text{geom.}} E_{ov}}{\sum_{\text{arit.}} E_{ov}} = \frac{2E_p \sin\left(\frac{1}{2} \frac{\tau_t}{\tau_p} \pi\right)}{2E_p} = \sin\left(\frac{\tau_t}{\tau_p} \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{Y_Q}{Q_p} \frac{\pi}{2}\right)$$

faktor navitja:  $f_n = f_p f_t$  ( $f_n \leq 1$ )

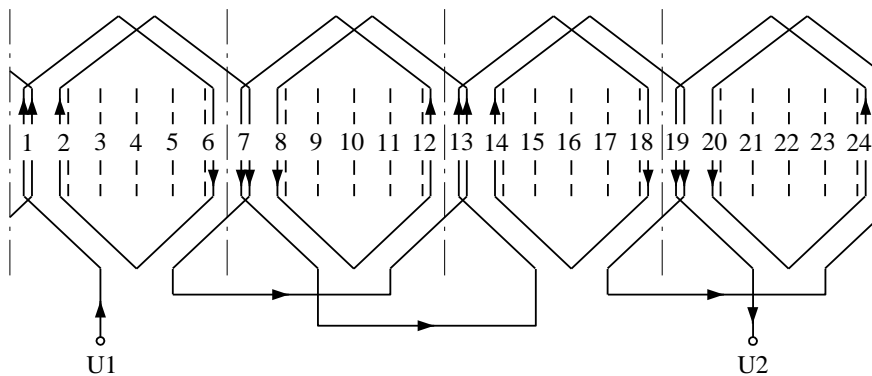
Primer:  $Q=24$ ,  $2p=4$ ,  $m=3$ ,  $q=2$ ,  $\alpha=30^\circ$  (električni kot),  $Y_Q = Q_p = 24/4 = 6$



a) Tuljave ene faze za enoplastno navitje



b) Enoplastno navitje: korak 1–7 (Smeri tokov so risane za  $\omega t = 60^\circ$ .)

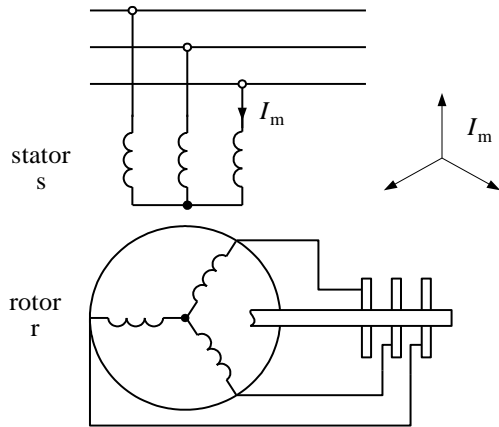


c) Dvoplastno navitje s skrajšanim korakom: korak 1–6, risano za eno fazo.



## Način delovanja

a) Rotorsko navitje – odprto (transformator v prostem teku)



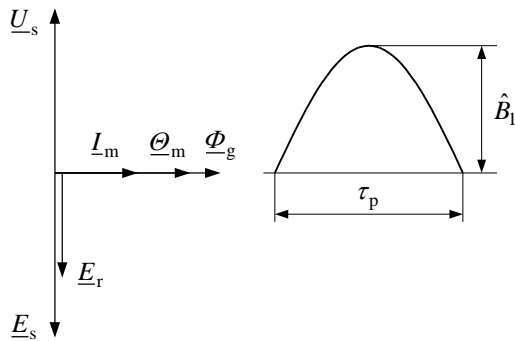
Amplituda vzbujalnih amper-ovojev statorja, ki jih povzroči magnetilni tok  $I_m$ :

$$\hat{\Theta}_s = \frac{m_s}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \sqrt{2} I_m,$$

ustvari vrtilni (glavni) fluks

$$\hat{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 A_\delta = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 \tau_p l.$$

$2/\pi$  je faktor srednje vrednosti za sinusno obliko magnetnega polja.



Vrtilni fluks  $\hat{\Phi}_g$  inducira napetosti:

$$E_s = 4,44 f N_s f_{ns} \hat{\Phi}_g,$$

$$E_r = 4,44 f N_r f_{nr} \hat{\Phi}_g,$$

frekvence  $f = f_s = f_r$ .

Pri mirujočem rotorju je  $E_{ro} = E_r$  inducirana napetost odprtih sponk (navitega) rotorja.

Faktor redukcije ali napetostno prestavno razmerje je:  $K_U = \frac{E_s}{E_r} = \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}}$ .

b) Rotorsko navitje – kratkosklenjeno

Amplituda vrtilnih amper-ovojev rotorja je:  $\hat{\Theta}_r = \frac{m_r}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_r f_{nr}}{2p} \sqrt{2} I_r$ .

Zaradi pogoja ravnotežja,  $U_s = -E_s$ , da ostane enak  $\Phi_g$  kot v prostem teku, se mora v statorskem navitju povečati tok od  $I_m$  na  $I_s$ .

$$\underline{\Theta}_s + \underline{\Theta}_r = \underline{\Theta}_m$$

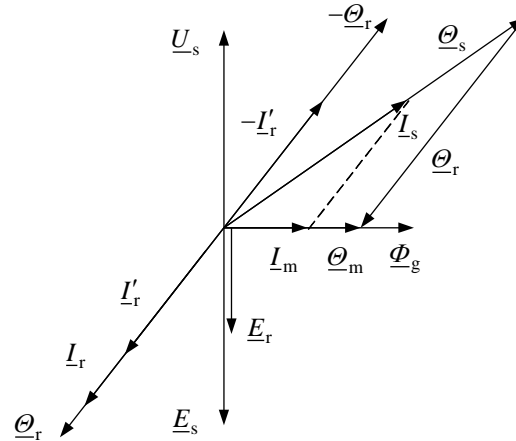
$$\underline{I}_s + \underline{I}'_r = \underline{I}_m$$

Zaradi kompenzacije amper-ovojev velja:

$$\hat{\Theta}'_r = \frac{m_s}{2} \frac{4 N_s f_{ns}}{\pi 2p} \sqrt{2} I'_r = \hat{\Theta}_r.$$

Tokovna prestava

$$K_I = \frac{I'_r}{I_r} = \frac{m_r N_r f_{nr}}{m_s N_s f_{ns}} = \frac{m_r}{m_s} \frac{1}{K_U}$$

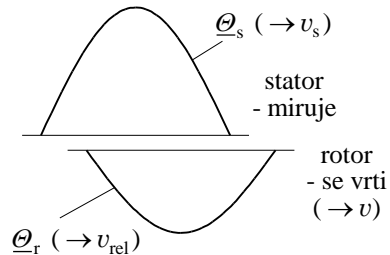


### Delovanje vrtečega stroja

Pojem slipa

$$s = \frac{n_{\text{rel}}}{n_s} = \frac{n_s - n}{n_s} \rightarrow n = n_s(1 - s) = \frac{f}{p}(1 - s)$$

- 1)  $n = 0$  do  $n_s$  asinhronski motor ( $s = 1 \div 0$ ),
- 2)  $n = n_s$  do  $+\infty$  asinhronski generator ( $s = 0 \div -\infty$ ),
- 3)  $n = 0$  do  $-\infty$  zavora, rotor se vrti proti vrtilnemu magnetnemu polju ( $s = 1 \div +\infty$ ).



Slip (zdrs) je razlika med sinhronskimi vrtljaji vrtilnega polja  $n_s$  in vrtljaji rotorja  $n$ .

Frekvence induciranih napetosti:

sinhronska hitrost vrtilnega magnetnega polja  $v_s = D\pi n_s$

hitrost rotorja  $v = D\pi n$

relativna hitrost  $v_{\text{rel}} = v_s - v = D\pi(n_s - n) = D\pi n_{\text{rel}} = D\pi n_s s = v_s s$

$$e_{sp} = Blv_s \quad (\text{inducirana napetost statorja – v palici ali vodniku})$$

$$e_{rp} = Blv_{rel} = Blv_s s = e_{sp} s \quad (\text{inducirana napetost rotorja – v palici})$$

$$f = f_s = pn_s \quad (\text{frekvenca inducirane napetosti statorja})$$

$$f_r = pn_{rel} = pn_s s = s f_s = s f \quad (\text{frekvenca inducirane napetosti rotorja})$$

$$X_{sr} = 2\pi f_r L_{sr} = 2\pi s f_s L_{sr} = s X_{srmir} \quad (\text{sprememba medsebojne reaktance})$$

### Sila in vrtilni moment kratkosklenjenega rotorskega navitja

Pojav nastanka sile na kratkosklenjeno rotorsko navitje (kletko):

$$\text{vrtilno magnetno polje zračne reže } B_1 \rightarrow E_{rp} = E_r \rightarrow I_{rp}.$$

Na posamezno palico (kletke) v vrtilnem magnetnem polju deluje sila na tokovodnik po Lorenzovem zakonu:

$$F_p = I_{rp} \frac{\hat{B}_1}{\sqrt{2}} l,$$

kjer je  $I_{rp}$  tok v posamezni palici rotorja in  $l$  dolžina tokovodnika.

V enačbi za silo moramo računati z efektivno vrednostjo osnovne harmonske komponente magnetnega pretoka. Z upoštevanjem enačbe za frekvenco v rotorju bo enačba za inducirano napetost v posamezni palici kletke  $z_r = 1$  (polovici ovoja  $N_r = z_r / 2 = 1/2$ ):

$$E_r = E_{rp} = s E_{sp} = s 2\pi f N_r f_{nr} \frac{\hat{\Phi}_g}{\sqrt{2}} = \frac{s \omega r}{p} \frac{\hat{B}_1}{\sqrt{2}} l.$$

Upoštevamo faktor navitja posamezne palice rotorja  $f_{nr} = 1$ ,  $\hat{\Phi}_g = (2/\pi) \hat{B}_1 \tau_p l$  in polov lok  $\tau_p = D\pi/(2p) = r\pi/p$ . Izrazimo  $B_1 = f(E_r)$  in enačba za silo dobi novo obliko:

$$F_p = \frac{p E_r I_{rp}}{s \omega r} = \frac{E_r I_{rp}}{s \Omega_{ms} r} = \frac{E_r I_{rp}}{s v_s},$$

kjer je  $\omega$  električna kotna frekvenca,  $\omega_s$  kotna frekvenca statorskega magnetnega polja ( $\omega_s = \omega$ ) in  $\Omega_{ms} = \omega_s / p = 2\pi f_s / p$  mehanska sinhronska kotna hitrost.

Sila deluje na posamezno palico rotorja s polmerom  $r = D/2$ . Za  $Q_r$  palic v rotorju dobimo končni izraz za vrtilni moment:

$$M = Q_r F_p r = \frac{Q_r E_r I_{rp}}{s \Omega_{ms}} = \frac{m_r E_r I_{rp}}{s \Omega_{ms}} = \frac{m_s E_r I_r}{s \Omega_{ms}} = \frac{P_{notr}}{\Omega_{ms}},$$

če je  $I_r = \frac{m_r}{m_s} I_{rp} = \frac{Q_r}{m_s} I_{rp}$ . (Transformiramo večfazni tok palic na trifazni tok rotorja.)

V primeru kratkostične kletke je število faz  $m_r$  enako številu utorov v rotorju  $Q_r$  oziroma enako številu palic ( $Q_r = m_r$ ). Enačba za vrtilni moment odzove v primeru, ko je  $s = 0$ . (Za  $s = 0 \rightarrow E_r = 0, I_r = 0$  in dobimo  $0/0$ .)

### Analitična obravnava

Napetostni enačbi:

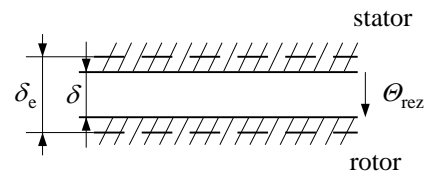
$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_{\sigma s} \underline{I}_s + j\omega(N_s f_{ns}) \frac{\underline{\Phi}_g}{\sqrt{2}} = R_s \underline{I}_s + jX_{\sigma s} \underline{I}_s - \underline{E}_s$$

$$\underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + jsX_{\sigma r} \underline{I}_r + js\omega(N_r f_{nr}) \frac{\underline{\Phi}_g}{\sqrt{2}} = R_r \underline{I}_r + jsX_{\sigma r} \underline{I}_r - s\underline{E}_r$$

$\underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_0}$  ustvarijo rezultirajoči amper-ovoji:  $\underline{\Theta}_{rez} = \underline{\Theta}_s + \underline{\Theta}_r$ .

Gostoto magnetnega pretoka podamo:

$$b_{rez}(x,t) = \hat{B}_{rez} \cos\left(\pi(x_s / \tau_p) - \omega t - \varphi_0\right).$$



Za  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$  velja za ekvivalentno (gladko) zračno režo:  $\hat{B}_{rez} = \frac{\mu_0}{\delta_e} \hat{\Theta}_{rez}$ .

Za  $x_s = 0$ , tj. v simetrali navitja faze "a", velja za rezultirajoče vzbujanje enačba:

$$\theta_{\text{rez}} = \hat{\Theta}_s \cos(\omega t + \varphi_{is}) + \hat{\Theta}_r \cos(\omega t + \varphi_{ir}).$$

$$\underline{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \tau_p l B_{\text{rez}} = \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p} ((N_s f_{ns}) \underline{I}_s + (N_r f_{nr}) \underline{I}_r) \sqrt{2}$$

Sedaj vstavimo enačbo za glavni fluks v levi del obeh napetostnih enačb za statorsko in rotorsko napetost na predhodni strani in dobimo enačbi naslednje oblike:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_{\sigma s} \underline{I}_s + j\omega (N_s f_{ns}) \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \left( \frac{N_s f_{ns}}{2p} \underline{I}_s + \frac{N_r f_{nr}}{2p} \underline{I}_r \right),$$

$$\underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + jsX_{\sigma r} \underline{I}_r + js\omega (N_r f_{nr}) \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \left( \frac{N_s f_{ns}}{2p} \underline{I}_s + \frac{N_r f_{nr}}{2p} \underline{I}_r \right).$$

Z uvedbo magnetilne reaktance ali reaktance zračne reže

$$X_m = \omega L_m = \omega \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{(N_s f_{ns})^2}{2p} \text{ pišemo napetostni enačbi:}$$

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_{\sigma s} \underline{I}_s + jX_m \underline{I}_s + jX_m \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \underline{I}_r,$$

$$\underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + jsX_{\sigma r} \underline{I}_r + jsX_m \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \underline{I}_s + jsX_m \left( \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \right)^2 \underline{I}_r.$$

Uvedemo lastno reaktanco statorja:  $X_s = X_{\sigma s} + X_m$ .

Iz napetostnih enačb dobimo izraz  $X_m \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} = \frac{X_m}{K_U} = X_{sr} = X_{rs}$ , ki je enak medsebojni

reaktanci med statorjem in rotorjem ali magnetilna reaktanca je:  $X_m = X_{sr} K_U = X'_{sr}$ .

Uvedemo lastno reaktanco rotorja:  $X_r = X_{\sigma r} + X_m \left( \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \right)^2 = X_{\sigma r} + \frac{X_m}{K_U^2} = X_{\sigma r} + \frac{X_{sr}}{K_U}$ .

Dobimo osnovni napetostni enačbi : 
$$\begin{cases} \underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_s \underline{I}_s + jX_{sr} \underline{I}_r \\ \underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + jsX_{rs} \underline{I}_s + jsX_r \underline{I}_r \end{cases}$$

### Nadomestno vezje asinhronskega stroja

1) Uvedemo reducirane vrednosti in za enako število faz  $m_s = m_r$  je:

$$\underline{U}'_r = \underline{U}_r K_U, \quad \underline{I}'_r = \frac{\underline{I}_r}{K_U}, \quad R'_r = R_r K_U^2 \quad \text{in} \quad X'_{\sigma r} = X_{\sigma r} K_U^2 \quad \text{ter} \quad X'_{sr} = X_{sr} K_U = X_m.$$

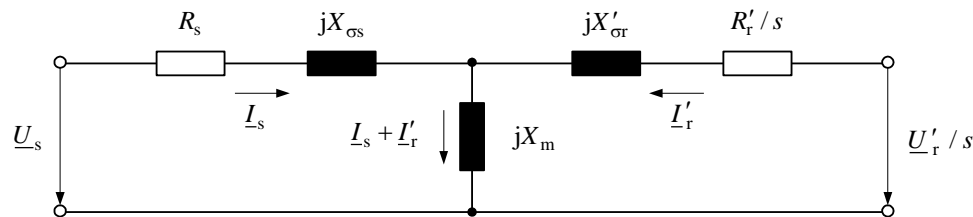
2) Dodamo prvi enačbi za napetost  $\pm jX'_{sr} \underline{I}'_r$  in drugi enačbi  $\pm jX'_{rs} \underline{I}'_r$ .

3) Enačbo za napetost v rotorju delimo še s slipom in dobimo:

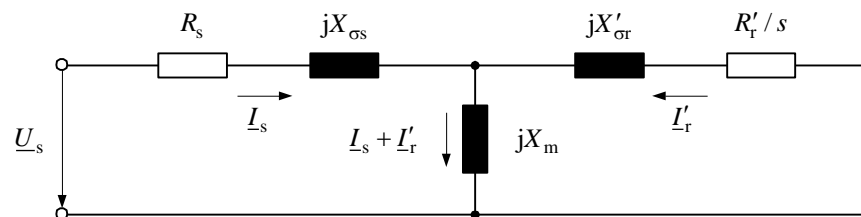
$$\underline{U}_s = (R_s + jX_{\sigma s}) \underline{I}_s + jX_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r),$$

$$\underline{U}'_r / s = (R'_r / s + jX'_{\sigma r}) \underline{I}'_r + jX_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r),$$

kjer je  $jX_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) = \underline{E}_s = \underline{E}'_r$ . Tema enačbama ustreza nadomestno vezje.



Za kratkosklenjeno navitje rotorja  $U_r = 0$  oziroma  $U'_r = 0$  velja vezje:

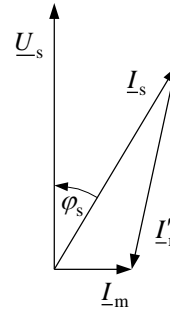


### Približne razmere

a) Prosti tek

Vzamemo  $(R_s + jX_{cs})I_m = 0$  in dobimo izraz za  $\underline{U}_s$ :

$$\underline{U}_s = jX_m(\underline{I}_s + \underline{I}'_r) = jX_m \underline{I}_m \rightarrow \underline{I}_m = \frac{\underline{U}_s}{jX_m}.$$



b) Obremenitev

Zanemarimo padec napetosti zaradi magnetilnega toka in vzamemo

$$\underline{I}_s = -\underline{I}'_r \text{ ter } \underline{U}'_r / s = 0.$$

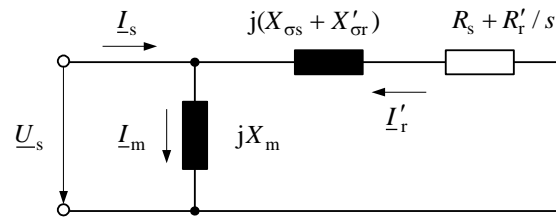
Napetostni enačbi dobita obliko:

$$\underline{U}_s = -(R_s + jX_{cs})\underline{I}'_r + jX_m(\underline{I}_s + \underline{I}'_r),$$

$$0 = (R'_r / s + jX'_{cr})\underline{I}'_r + jX_m(\underline{I}_s + \underline{I}'_r).$$

Odštejemo obe enačbi in dobimo:

$$\underline{U}_s = -\left((R_s + R'_r / s) + j(X_{cs} + X'_{cr})\right)\underline{I}'_r.$$



Tej enačbi ustreza zgornje poenostavljeno nadomestno vezje. Za slip  $s=1$  velja poenostavitev:  $R_k = R_s + R'_r$  in  $X_k = X_{\sigma i} = X_{cs} + X'_{cr}$ .

### Obratovanje asinhronskega stroja na togem omrežju

Navitje rotorja je kratkosklenjeno ( $\underline{U}_r = 0$ ).

Iz druge osnovne napetostne enačbe dobimo:

$$\underline{I}_r(R_r + jsX_r) = -jsX_{sr}\underline{I}_s, \text{ delimo s slipom "s"}$$

$$\underline{I}_r = \frac{-jX_{sr}}{R_r / s + jX_r} \underline{I}_s \text{ in vstavimo v prvo napetostno enačbo}$$

$$\underline{U}_s = U_s = \left( R_s + jX_s + \frac{X_{sr}^2}{R_r/s + jX_r} \right) \underline{I}_s = \underline{Z}_s \underline{I}_s .$$

Tok v statorskem navitju izračunamo:  $\underline{I}_s = \frac{U_s}{\underline{Z}_s} = \frac{U_s}{R_s + jX_s + \frac{X_{sr}^2}{R_r/s + jX_r}} .$

V prostem teku za  $s = 0$  je tok:  $\underline{I}_{s0} = \frac{U_s}{R_s + jX_s} .$

V idealnem kratkem stiku za  $s = \pm\infty$  je tok:  $\underline{I}_{ski} = \frac{U_s}{R_s + jX_s \left( 1 - \frac{X_{sr}^2}{X_s X_r} \right)} = \frac{U_s}{R_s + j\sigma X_s} .$

### Tirnica statorskega toka AS

Za približne razmere velja:  $\underline{I}_s = \frac{U_s}{jX_m} - \underline{I}'_r = \underline{I}_m - \underline{I}'_r .$

$$\underline{I}'_r = -\frac{U_s}{R_s + R'_r/s + jX_{\sigma i}} , \text{ kjer je } X_{\sigma i} \text{ reaktanca razsipanja } (X_{\sigma i} \approx X_{\sigma s} + X'_{\sigma r})$$

za idealni kratki stik, tj. skupno razsipanje statorja in rotorja.

Statorski tok je sedaj:  $\underline{I}_s = \frac{U_s}{jX_m} + \frac{U_s}{R_s + R'_r/s + jX_{\sigma i}} .$

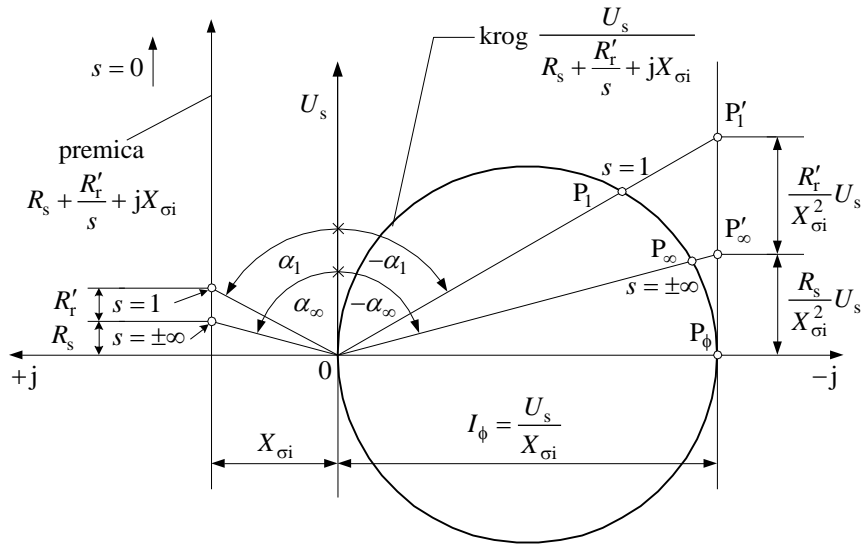
Gledamo karakteristične vrednosti toka za  $s = 0, 1$  in  $\pm\infty$ .

Za  $R_s + R'_r/s \rightarrow 0$  je tok čisto induktiven.

Drugi člen enačbe za statorski tok predstavlja krožnico s premerom:  $\underline{I}_\Phi = \frac{U_s}{jX_{\sigma i}} .$

Za krožnico velja grafični postopek in jo dobimo z inverzijo kompleksnih veličin.



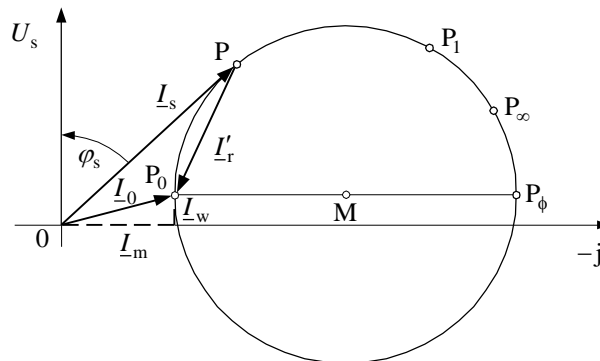
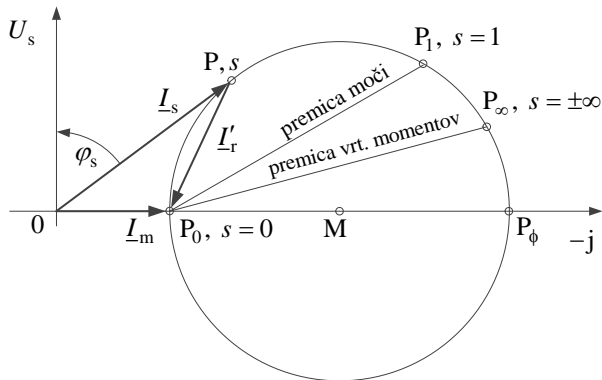


$$\overline{P_\Phi P'_\infty} = \text{ctg} \alpha_\infty I_\Phi = \frac{R_s}{X_{\sigma i}^2} U_s \quad \text{in} \quad \overline{P'_\infty P'_1} = \text{ctg} \alpha_1 I_\Phi - \overline{P_\Phi P'_\infty} = \frac{R'_r}{X_{\sigma i}^2} U_s, \text{ \u010de je}$$

$$\text{ctg} \alpha_\infty = \frac{R_s}{X_{\sigma i}} \quad \text{in} \quad \text{ctg} \alpha_1 = \frac{R_s + R'_r}{X_{\sigma i}}.$$

Sedaj premaknemo kro\u017cnico iz koordinatnega izhodi\u0161\u010da za velikost magnetilnega toka

$\underline{I}_m = -jU_s / X_m$  v desno in dobimo krivuljo toka  $\underline{I}_s = f(s)$ .



Z upoštevanjem izgub v železu in izgub trenja in ventilacije dobi tok prostega teka  $\underline{I}_0$  še vatno komponento  $\underline{I}_w$ .

### Energijska bilanca

Shema pretoka moči

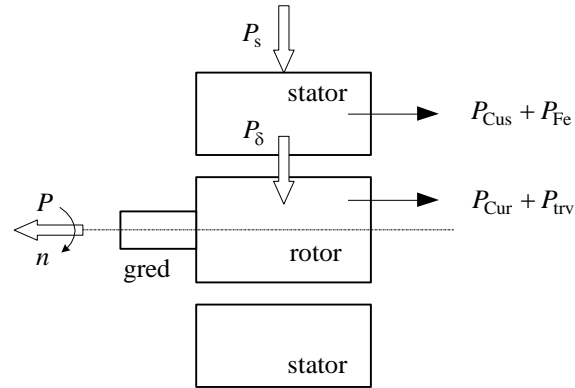
$$P_s = P_{\text{Cus}} + P_{\text{Fe}} + P_\delta \quad (P_{\text{Fe}} = P_{\text{Fes}})$$

$P_\delta$  (moč zračne reže)

$$P_\delta = P_{\text{Cur}} + P_{\text{trv}} + P \quad (P_{\text{Fer}} = 0, f_r \rightarrow 0)$$

$P = P_m$  oddana moč ali mehanska moč na gredi motorja. Sprejeta moč je:

$$P_s = P_{\text{Cus}} + P_{\text{Fe}} + P_{\text{Cur}} + P_{\text{trv}} + P.$$



Izračun moči za  $m$ -fazni stator ( $m_s = 3$ )

Dovedena moč na stator:

$$P_s = m_s U_s I_s \cos \varphi_s$$

Joulske izgube v navitju statorja:

$$P_{\text{Cus}} = m_s I_s^2 R_s$$

Dovedena moč na rotor:

$$P_\delta = m_s I_r'^2 \frac{R_r'}{s} = \frac{P_{\text{Cur}}}{s}$$

Joulske izgube v navitju rotorja:

$$P_{\text{Cur}} = m_s I_r'^2 R_r' = m_r I_r'^2 R_r'$$

Mehanska moč na gredi:

$$\begin{aligned} P &= P_\delta - P_{\text{Cur}} = m_s I_r'^2 R_r' \left( \frac{1}{s} - 1 \right) = \\ &= m_s I_r'^2 R_r' \left( \frac{1-s}{s} \right) = P_\delta (1-s) \end{aligned}$$

Vrtilni moment (navor para sil) motorja

Pri " $n$ " vrtljajih rotorja je  $\Omega_m = 2\pi n = 2\pi n_s (1-s) = \Omega_{ms} (1-s)$  in  $P_\delta = \Omega_{ms} M_\delta$ .

$$M = \frac{P}{\Omega_m} = \frac{P}{\Omega_{ms}(1-s)} = \frac{m_s I_r'^2 R_r'}{\Omega_{ms}(1-s)} \frac{1-s}{s} = \frac{P_\delta}{\Omega_{ms}} = M_\delta$$

$M = M_\delta$  velja le, če so izgube trenja in ventilacije  $P_{trv} = 0$  oziroma  $M_{trv} = 0$ .

### Področja obratovanja na krožnem diagramu

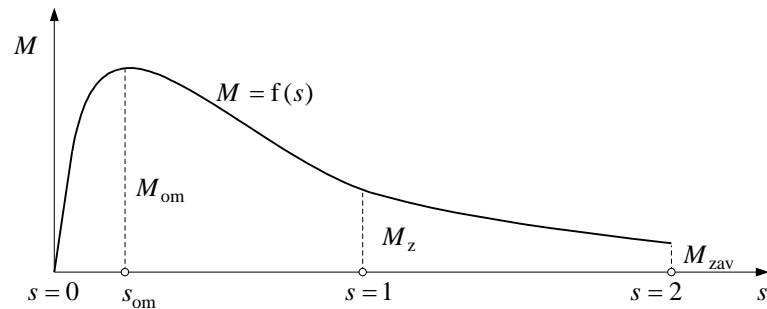
Glede na točke na krožnici dobimo za različne vrednosti slipa naslednja področja obratovanja:

- rotor zaostaja za vrtilnim poljem  $s=0$  do 1, **"motorsko področje"** ( $n = n_s \div 0$ );
- rotor se vrti proti vrtilnemu polju  $s=1$  do  $+\infty$ , **"zavorno področje"** ( $n = 0 \div -\infty$ );
- rotor se vrti hitreje kot vrtilno polje  $s=0$  do  $-\infty$ , **"generatorsko področje"** ( $n = n_s \div +\infty$ ).

### Vrtilni moment

Vrtilni moment  $M = f(s)$  dobimo grafično (iz krožnega diagrama) ali analitično.

- Oblika poteka vrtilnega momenta  $M = f(s)$  za področje slipa  $s = 0 \div 2$



Oznake na sliki  $M = f(s)$  imajo naslednji pomen:

$M_{om}$  je omahni vrtilni moment,

$M_z$  je zagonski vrtilni moment,

$M_{zav}$  je začetni zavorni vrtilni moment.

b) Analitična izpeljava iz moči  $P_\delta$

$$M = \frac{P_\delta}{\Omega_{ms}} = \frac{m_s I_r'^2 R_r'}{\Omega_{ms} s} \quad \text{za} \quad I_r' = \frac{U_s}{\sqrt{(R_s + R_r'/s)^2 + X_{\sigma i}^2}} \quad (\text{str. 74}) \text{ dobimo:}$$

$$M = \frac{m_s U_s^2}{\Omega_{ms}} \frac{R_r'/s}{(R_s + R_r'/s)^2 + X_{\sigma i}^2} = \frac{m_s U_s^2}{\Omega_{ms}} \frac{1}{(R_s^2 + X_{\sigma i}^2)s/R_r' + R_r'/s + 2R_s}.$$

Največji (omahni) vrtilni moment dobimo iz pogoja:

$$\frac{\partial M}{\partial s} = 0, \text{ ki da vrednost za } s_{om}, \quad s_{om} = \pm \frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + X_{\sigma i}^2}} \approx \pm \frac{R_r'}{X_{\sigma i}} \quad \text{za } (R_s \ll X_{\sigma i}) \text{ ter}$$

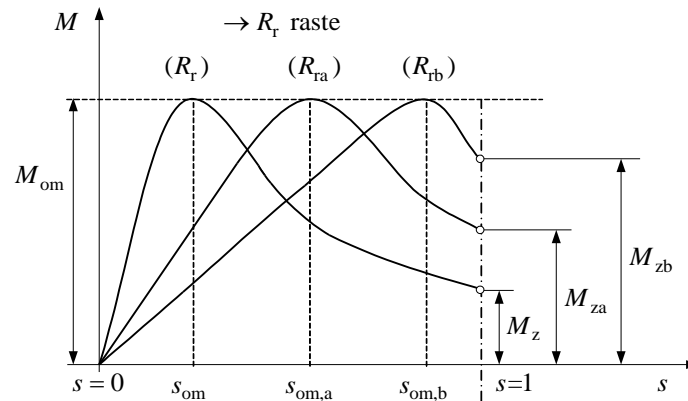
$$M_{om} = \frac{m_s U_s^2}{2\Omega_{ms}} \frac{1}{R_s + \sqrt{R_s^2 + X_{\sigma i}^2}} \Rightarrow M_{om} \approx \frac{3}{2\Omega_{ms}} \frac{U_s^2}{X_{\sigma i}}.$$

**Vpliv spremembe  $R_r$  in  $X_{\sigma i}$  na potek vrtilnega momenta**

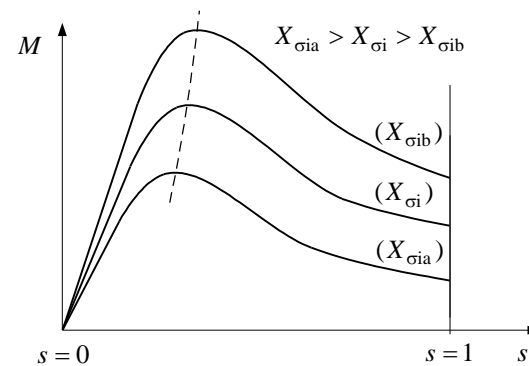
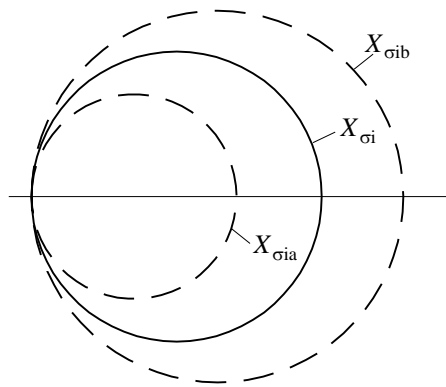
a) Večanje  $R_r$  ( $R_r'$ )

$$R_{rb} > R_{ra} > R_r$$

Z večanjem  $R_r$  se pomika točka  $s_{om}$  po krožnici proti večjim vrednostim slipa. Mogoče je celo, da je  $s_{om} > 1$ .



b) Sprememba  $X_{\sigma i} = X_{\sigma s} + X'_{\sigma r}$



### Klossova enačba

Ponazarja razmerje  $\frac{M}{M_{om}}$ , ki ga dobimo iz enačbe za  $M$  oziroma  $M_{om}$ :

$$\frac{M}{M_{om}} = \frac{2(1 + s_{om} R_s / R'_r)}{s / s_{om} + s_{om} / s + 2s_{om} R_s / R'_r}.$$

Če je  $R_s \approx R'_r$  in  $s_{om} \ll 1$ , dobimo za  $R_s \rightarrow 0$ .

Klossovo razmerje:  $\frac{M}{M_{om}} = \frac{2}{s / s_{om} + s_{om} / s},$

kjer je omahni slip  $s_{om} \approx \frac{R'_r}{X_{\sigma i}}$  in  $M_{om} \approx \frac{3}{2\Omega_{ms}} \frac{U_s^2}{X_{\sigma i}}.$

Za  $s \rightarrow 0$  velja  $s / s_{om} \ll s_{om} / s$  in  $\frac{M}{M_{om}} = \frac{2s}{s_{om}} = k_1 s$  (enačba premice).

Za  $s \rightarrow 1$  velja  $s / s_{om} \gg s_{om} / s$  in  $\frac{M}{M_{om}} = \frac{2s_{om}}{s} = k_2 \frac{1}{s}$  (hiperbola).

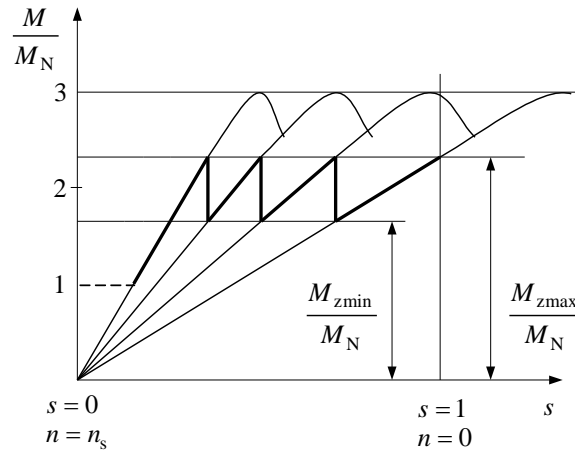
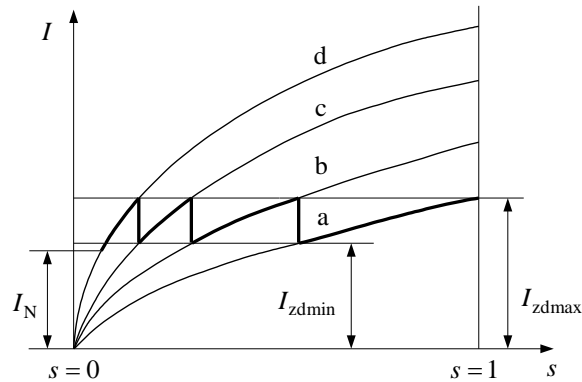
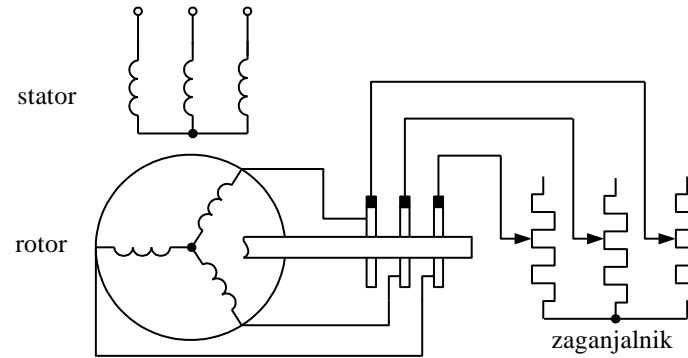
## Zagon asinhronskega motorja

Zagon AM je proces, ki traja določen čas, da rotor od  $n = 0$  doseže vrtljaje  $n$ . Idealno: razmerje  $M_z / M_N$  čim večje in  $I_z / I_N$  čim manjše.

### a) Zagon motorja z zaganjalnikom

V času zagona vključimo preko drsnih obročev dodatne ohmske upore (velja le za naviti rotor).

$$\begin{aligned} R_a + R_r &> R_b + R_r > \\ &> R_c + R_r > R_r \end{aligned}$$



Maksimalni dopustni zagonski tok  $I_{zdmax} < I_z$

Minimalni dopustni zagonski tok  $I_{zdmin} \approx I_N$

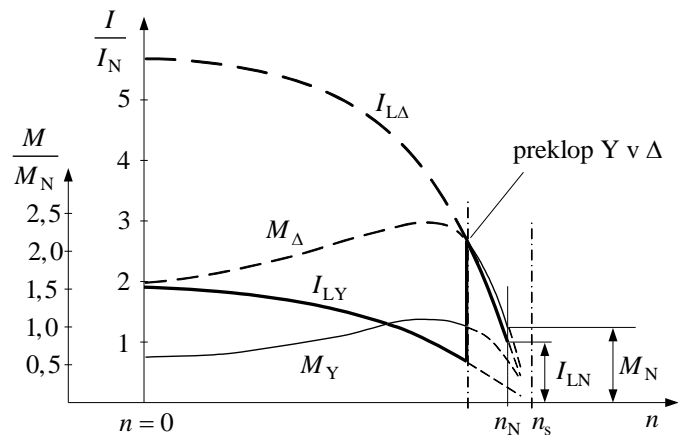
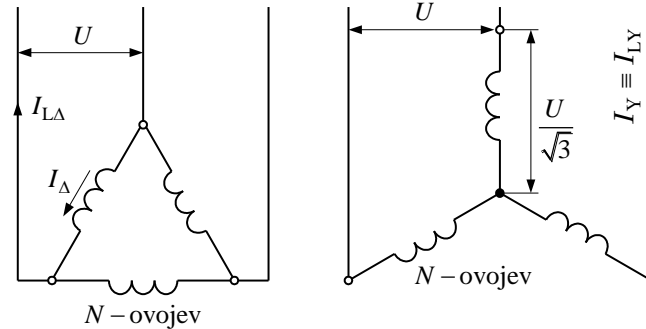
### b) Zagon motorja s stikalom Y/Δ

V zvezdni vezavi je napetost na navitju:  $U_Y = \frac{U}{\sqrt{3}} = U_s$ .

Tok v dovodih za zvezdno vezavo v primerjavi s trikotno vezavo je:

$$I_{LY} = I_Y = \frac{I_{\Delta}}{\sqrt{3}} = \frac{I_{L\Delta}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{I_{L\Delta}}{3}$$

Prikaz krivulj toka (in vrtilnega momenta) s preklpom iz Y v  $\Delta$



Napetost na navitju je  $U / \sqrt{3} \rightarrow$

$$\Phi_Y = \frac{\Phi_{\Delta}}{\sqrt{3}} \rightarrow B_Y = \frac{B_{\Delta}}{\sqrt{3}}$$

Zagonski vrtilni moment

$$M_Y = k B_Y I_Y = k \frac{B_{\Delta}}{\sqrt{3}} \frac{I_{\Delta}}{\sqrt{3}}$$

$$M_Y = \frac{1}{3} M_{\Delta}$$

c) Zagonski transformator (avtotransformator)

Prestava  $K_U = \frac{U_{IN}}{U_{Ix}} \geq 1$  in  $K_I = \frac{I_L}{I_s} = \frac{1}{K_U} \leq 1$ , statorski fazni tok motorja  $I_{sx} = K_I I_s$ ,

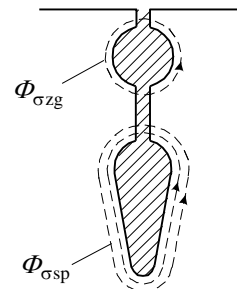
tok iz omrežja (linije)  $I_{Lx} = K_I I_{sx} = K_I^2 I_s$  in  $M_x = K_I^2 M$ .

**Posebne izvedbe kratkostičnih kletk**

a) Dvojna kletka

Zgornja je zagonska kletka.

Spodnja je obratovalna kletka.

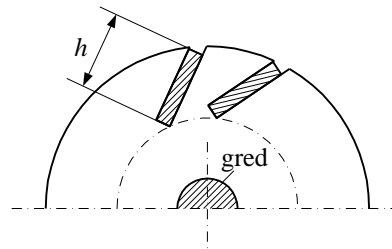


$$\Phi_{\sigma sp} > \Phi_{\sigma zg} \rightarrow X_{\sigma sp} > X_{\sigma zg}; X_{\sigma r} = s X_{\sigma r mir}$$

b) Globoki utori

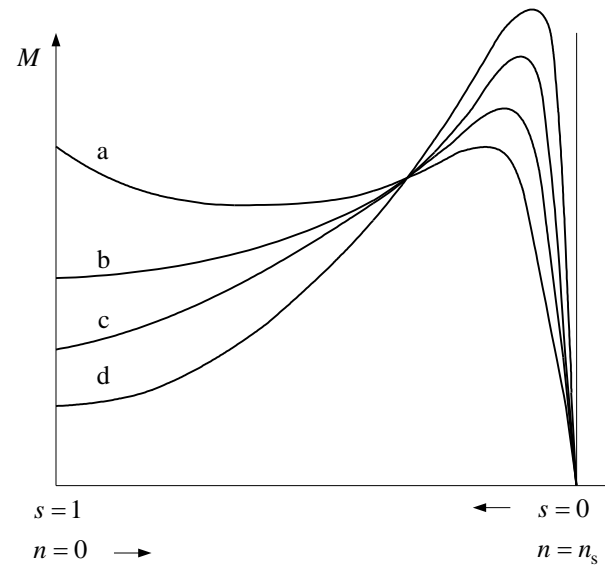
Izkoristimo vpliv izriva toka.

Višino oziroma globino utora  $h$  povečamo z nagibom utora.



Oblike krivulj vrtilnih momentov raznih izvedb rotorskih navitij:

- a) dvojna kletka,
- b) globoki utori,
- c) normalna kletka,
- d) naviti rotor.



**Možnosti spreminjanja hitrosti vrtenja**

$$n = n_s(1-s) = \frac{f}{p}(1-s)$$

- 1) s spremembo frekvence,
- 2) s spremembo števila polovih parov,
- 3) s spremembo slipa.

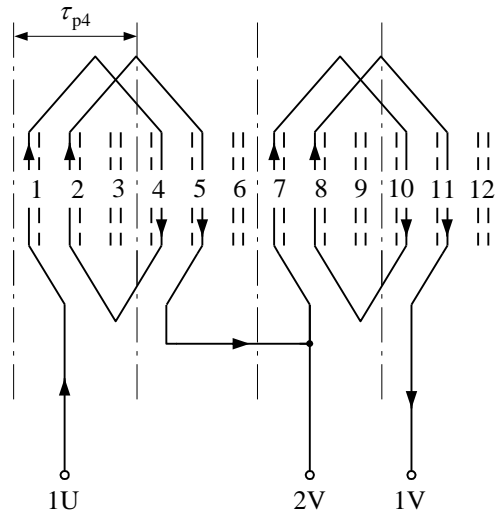
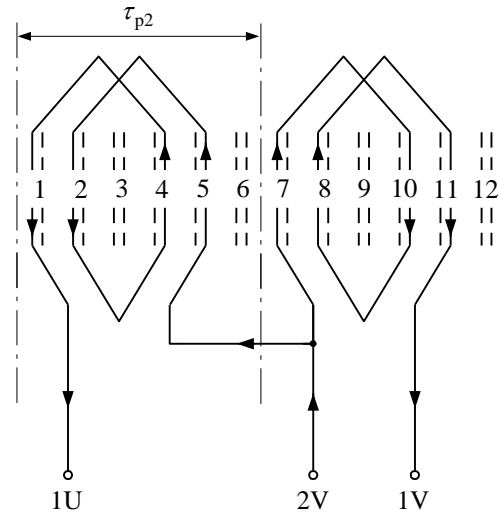
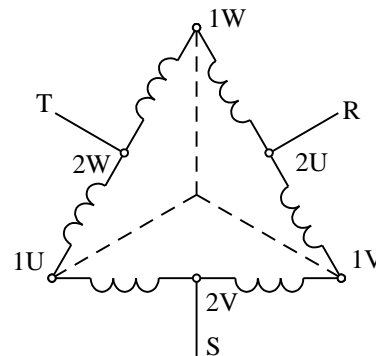
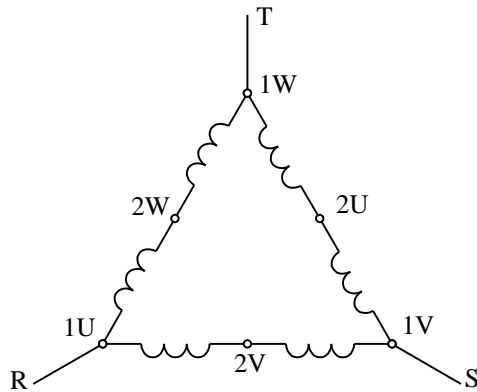
1) Sprememba frekvence

Iz  $U = k f \Phi$  dobimo:  $\frac{U}{f} = \frac{U_x}{f_x} = k \Phi = \text{konst.}$  (velja do vrednosti  $U_x \leq U_N$ ).



## 2) Sprememba števila polov

a) Z več navitji za različno število polov

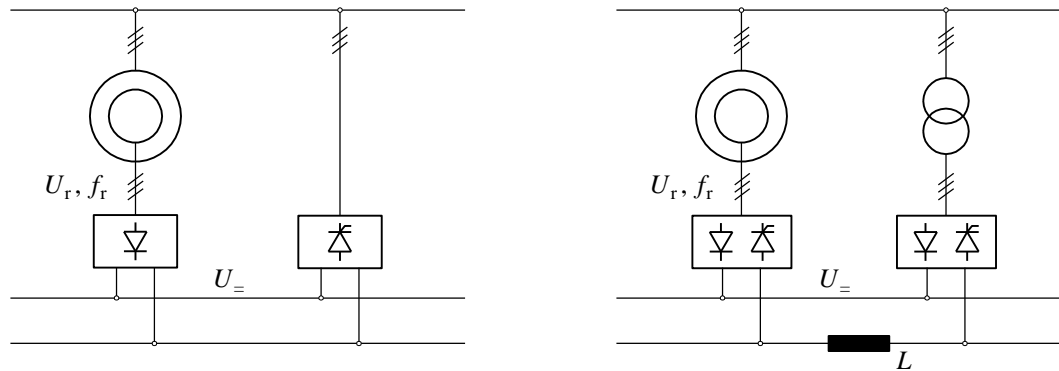
b) Vezava Dahlander v razmerju 2:1. Pri tem uporabljamo največ kombinaciji za vezje v vezavi  $\Delta/YY$  ali  $Y/YY$ . Največ se uporablja prvo vezje, drugo le za pogon ventilatorjev.Smeri tokov za  $2p = 4$ .Smeri tokov za  $2p = 2$ .Prikaz vezja za vezavo  $\Delta/YY$ 

### 3) Sprememba slipa (pri motorjih z drsnimi obroči)

Ker je  $M = \frac{P_\delta}{\Omega_{ms}}$ , bo  $M = \text{konst.}$  za  $P_\delta = \text{konst.}$  in z upornostjo  $R_{\text{dod}}$  v rotorju velja:

$$P_\delta = m_s I_{rN}^2 \frac{R'_r}{s_N} = m_s I_{rN}^2 \frac{R'_r + R'_{\text{rdod}}}{s_x} \Rightarrow s_x = \frac{R'_r + R'_{\text{rdod}}}{R'_r} s_N.$$

Pri večjem slipu se povečajo izgube  $P_{\text{cur}} = P_\delta s_x$  v rotorskem tokokrogu. To ni gospodarno. Gospodarnejša je uporaba kaskade, tj. usmernika – razsmernika ( $U_r, f_r, U_ =$  so variabilni) ali pretvorniške kaskade ( $U_r, f_r$  sta variabilni,  $U_ = \text{konst.}$ ) v rotorskem tokokrogu.



### Spreminjanje vrtilnega momenta

Vrtilni moment (ali navor) je po nadomestnem vezju proporcionalen moči zračne reže oziroma moči na upor  $R'_r / s$ :

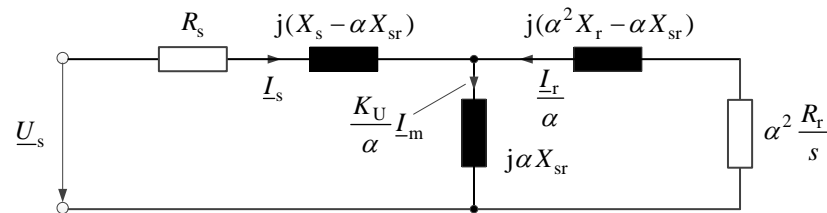
$$M = \frac{3}{\Omega_{ms}} I_r'^2 \frac{R'_r}{s} = \frac{3}{\Omega_{ms}} I_r'^2 \frac{R_r}{s},$$

kjer je  $I_r'$  rotorski tok reduciran na stator  $I_r' = I_r K_I = \frac{I_r}{K_U}$  in  $R_r' = K_U^2 R_r$  (za  $m_s = m_r$ ).

Uvedemo padec napetosti v rotorju na nadomestnem uporu  $R_r/s$  ( $E_{Rr} = I_r R_r/s$ ). Rotorski tok  $I_r$  oziroma  $I_r'$  je nasproten statorskemu toku  $I_s$  in je zato padec napetosti  $E_{Rr}' = I_r' R_r'/s$  nasprotnega predznaka kot inducirana napetost zaradi vrtilnega magnetnega polja  $E_m = E_s = E_r'$ .

$$M = \frac{3p}{\omega} E_{Rr}' I_r' = \frac{3p}{\omega} E_{Rr} I_r$$

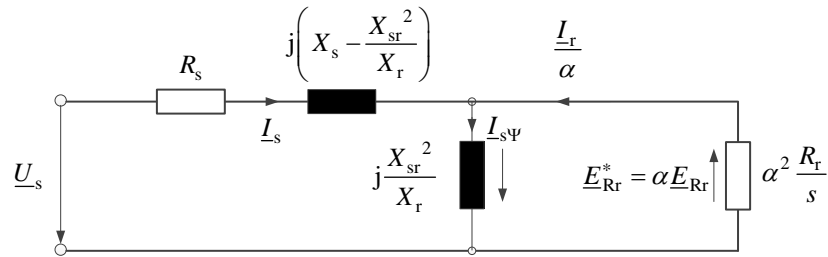
V asinhronskem motorju dosežemo spreminjanje (vodenje) vrtilnega momenta s spreminjanjem napetosti  $E_{Rr}$ , tj. s spreminjanjem toka  $I_r$ . (Fazni kot med  $E_{Rr}$  in  $I_r$  je nič.) Za ta namen modificiramo običajno nadomestno vezje. Statorsko in rotorsko razsipano reaktanco izrazimo kot razliko lastne in medsebojne reaktance med statorjem in rotorjem. Za transformacijsko konstanto  $\alpha$  (v vezju) lahko izberemo poljubno vrednost razen vrednosti nič. Za primer, da je  $\alpha = K_U$ , tj. enak razmerju efektivnih statorskih in rotorskih ovojev, dobimo ponovno običajno nadomestno vezje.



Iz pogoja  $\alpha^2 X_r - \alpha X_{sr} = 0$  dobimo:  $\alpha = X_{sr}/X_r$ , tj. transformacijsko konstanto pri kateri izgine razsipana reaktanca v rotorskem tokokrogu nadomestnega vezja.

Novi tok v rotorju je sedaj  $1/\alpha$  krat dejanski (trifazni) tok rotorja ( $I_r$ ) in nova napetost v rotorju je  $\alpha$  krat prvotna napetost (padec napetosti  $E_{Rr}$  na upornosti) v rotorju. Ta nova napetost (padec napetosti  $E_{Rr}^*$ ) je pritisnjena na sponke nove magnetilne (glavne) reaktance in je s tem direktno povezana s fluksom rotorja, ki povzroči napetost  $E_{Rr}$  ( $E_{Rr}^* = \alpha E_{Rr}$ ).

Z upoštevanjem produkta za  $\alpha X_{sr} = X_{sr}^2 / X_r$ , dobimo novo nadomestno vezje.



To nadomestno vezje preoblikujemo, če uvedemo tranzientni (prehodni) parameter stroja.

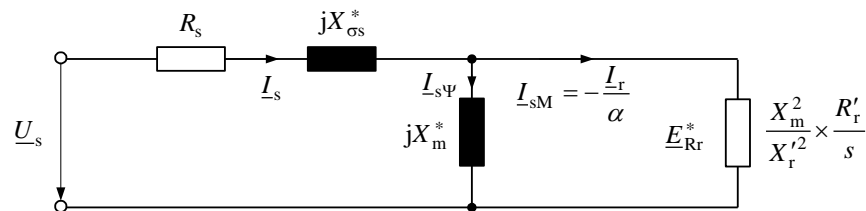
Ta je definiran kot statorska razsipana reaktanca celotnega stroja in podan z enačbo:

$$X_{\sigma s}^* = X_s - \frac{X_{sr}^2}{X_r} = X_s \left( 1 - \frac{X_{sr}^2}{X_s X_r} \frac{K_u^2}{K_u^2} \right) = X_s \left( 1 - \frac{X_m^2}{X_s X_r'} \right) = \sigma X_s.$$

Indeks zvezdica ne pomeni relativno, ampak pomeni spremenjeno razsipano reaktanco statorja. Podobno označimo z zvezdico spremenjeno magnetilno reaktanco:

$$X_m^* = \alpha X_{sr} = \frac{X_{sr}^2}{X_r} \frac{K_u^2}{K_u^2} = \frac{X_m^2}{X_r'}.$$

Z upoštevanjem, da je:  $\alpha = \frac{X_{sr}}{X_r} \frac{K_u^2}{K_u^2} = \frac{X_m}{X_r'} K_u$  in  $\alpha^2 \frac{R_r}{s} = \frac{X_m^2}{X_r'^2} \times \frac{R_r'}{s}$ , dobimo končno preoblikovano nadomestno vezje, v katerem so vse veličine transformirane na stator.



Statorski tok je tako razdeljen na dve (med seboj pravokotni) komponenti toka, in sicer

jalovo komponento toka  $I_{s\Psi} = I_s \sin \gamma$  ( $I_{s\Psi} = \frac{K_u}{\alpha} I_m$ , tj. vzbujalni tok) ter delovno

komponento toka  $I_{sM} = I_s \cos \gamma$ ; ta predstavlja vrtilni moment (navor para sil). V anglo-ameriški literaturi je delovna komponenta toka  $I_{sM}$  označena kot  $I_{sT}$  ( $T = Torque$ ).

### Spreminjanje vrtilnega momenta s komponentama toka $I_{s\Psi}$ in $I_{sM}$

Inducirana napetost oziroma na stator reduciran padec napetosti  $E_{Rr}^*$  na rotorski nadomestni upornosti  $\alpha^2 R_r / s$  je enaka časovni spremembi rotorskega magnetnega sklepa:

$$\underline{E}_{Rr}^* = -j\omega \underline{\Psi}_r^* / \sqrt{2} = -jX_m^* I_{s\Psi}.$$

V enačbi lahko reducirane vrednosti tudi izpustimo in velja:

$$\underline{E}_{Rr} = -j\omega \underline{\Psi}_r / \sqrt{2}.$$

Glede na preurejeno vezje je podana jalova komponenta toka za vzbujanje  $I_{s\Psi}$  z enačbo:

$$I_{s\Psi} = -\frac{\underline{E}_{Rr}^*}{jX_m^*} = -\frac{\alpha \underline{E}_{Rr}}{j\alpha X_{sr}} = -\frac{\underline{E}_{Rr}}{j\omega L_{sr}}.$$

Iz zadnje enačbe je inducirana napetost  $E_{Rr} = \omega L_{sr} I_{s\Psi}$ .

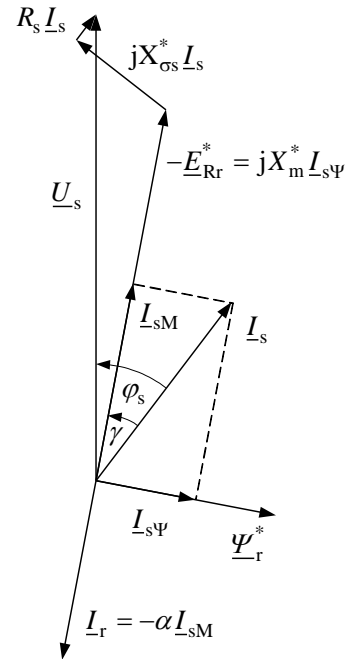
Produkt  $L_{sr} I_{s\Psi}$  v enačbi za inducirano napetost  $E_{Rr}$

predstavlja rotorski magnetni sklep  $\Psi_r = L_{sr} I_{s\Psi}$  (efektivno vrednost, ker tok ni množen s  $\sqrt{2}$ ) in reducirana vrednost tega je:  $\Psi_r^* = \alpha \Psi_r = \alpha L_{sr} I_{s\Psi} = L_m^* I_{s\Psi}$ .

Komponento toka  $I_{sM}$  za vrtilni moment dobimo neposredno iz vezja kot izraz:

$$I_{sM} = |I_{sM}| = \frac{I_r}{\alpha} \rightarrow I_r = \alpha I_{sM}.$$

Končna enačba za vrtilni moment stroja, če v njo vstavimo izraz za napetost  $E_{Rr}$  in tok  $I_r$  (brez negativnega predznaka), se glasi:



$$M = \frac{3p}{\omega} (\omega L_{sr} I_{s\Psi}) (\alpha I_{sM}) = 3p \alpha L_{sr} I_{s\Psi} I_{sM} = 3p L_m^* I_{s\Psi} I_{sM}.$$

Enačba predstavlja izraz, ki je funkcija obeh komponent statorskega toka. Osnovna enačba za vrtilni moment dobi (z upoštevanjem  $\Psi_r^* = L_m^* I_{s\Psi}$  in  $I_{sM} = I_s \cos \gamma$ ) obliko:

$$M = 3p \Psi_r^* I_s \cos \gamma = 3p \Psi_r^* I_{sM},$$

tj. produkt rotorskega magnetnega sklepa in delovne komponente statorskega toka.

Glede na nadomestno vezje dobimo delovno komponento statorskega toka  $I_{sM}$ :

$$I_{sM} = -\frac{\alpha \underline{E}_{Rr}}{\alpha^2 \frac{R_r}{s}} = -\frac{1}{\alpha} \frac{s \underline{E}_{Rr}}{R_r} = -\frac{X_r}{X_{sr}} \frac{s \underline{E}_{Rr}}{R_r} = -\frac{L_r}{L_{sr}} \frac{s \underline{E}_{Rr}}{R_r}.$$

S kombinacijo zadnje enačbe in predhodne enačbe za  $\underline{E}_{Rr}$  dobimo povezavo med obema komponentama statorskega toka  $I_{sM}$  in  $I_{s\Psi}$ :

$$I_{sM} = j \frac{L_r}{R_r} s \omega I_{s\Psi}.$$

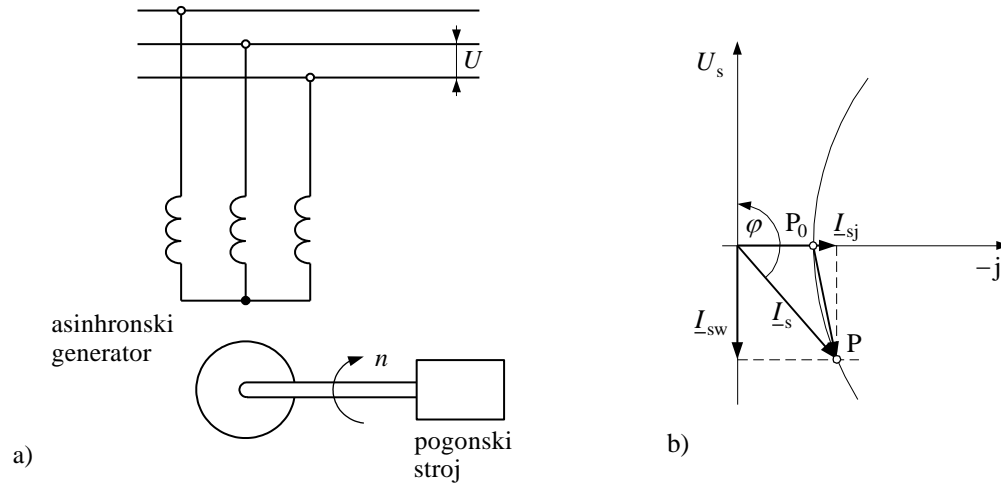
Ta povezava je posledica dejstva, da sta napetosti na novi magnetilni (medsebojni) reaktanci in na nadomestni (fiktivni) rotorski upornosti enaki. Z obema komponentama toka je določena tudi slipna kotna frekvenca. S preureditvijo zadnje enačbe dobimo izraz za slipno kotno frekvenco:

$$s\omega = \frac{R_r}{L_r} \frac{I_{sM}}{I_{s\Psi}} = \frac{R_r'}{L_r'} \frac{I_{sM}}{I_{s\Psi}} = \frac{1}{\tau_r} \frac{I_{sM}}{I_{s\Psi}}.$$

$\tau_r$  je električna časovna konstanta sprememb vseh rotorskih veličin. Ko izberemo obe komponenti toka (v stacionarnem obratovanju stroja – motorja), nam s tem po tej enačbi le ena sama vrednost slipa zagotavlja ustrezni magnetni sklep rotorja  $\Psi_r$  in vrtilni moment  $M$ .

## Asinhronski generator

Obratovanje na togem omrežju

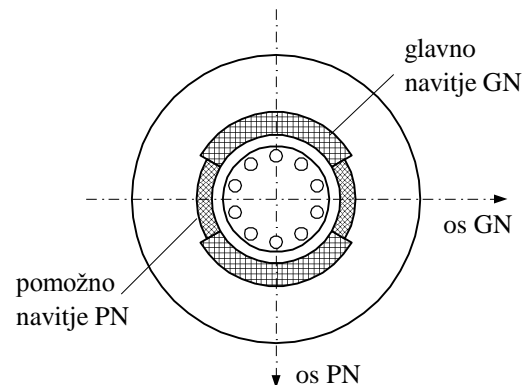


Omrežje mu dovaja jalovo moč ( $Q_{Gs} = 3U_s I_s \sin \varphi = 3U_s I_{sj}$ ), delovno pa daje pogonski stroj. Asinhronski stroj dela kot generator, če je slip  $s = (0 \div -1)$ . Tedaj breme poganja rotor hitreje od hitrosti vrtilnega magnetnega polja in generator oddaja električno moč. Za slip  $s < -1$  dela stroj v področju generatorskega zaviranja in ne oddaja el. moči.

## Enofazni asinhronski motor

Gradimo jih za moči do 2,2 kW.

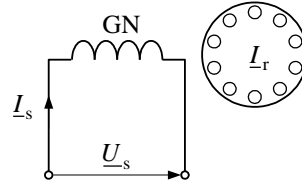
Ločimo glavno navitje (navadno zasede 2/3 utorov statorja) in pomožno navitje, katerega os je za 90 (električnih) stopinj premaknjena glede na os glavnega navitja (navadno zasede preostalo 1/3 utorov statorja).



a) Način delovanja, če je priključeno samo glavno navitje.

Napetost  $U_s$  sinusne oblike diktira sinusni fluks  $\Phi_g$ . Osnovna harmonska komponenta gostote magnetnega pretoka je funkcija krajevne porazdelitve v statorskih koordinatah  $x_s$  oziroma kota po obodu v zračni reži  $\vartheta_s = (\pi/\tau_p)x_s$  in časa:

$$b_1 = f(x_s, t) = \hat{B}_1 \cos \vartheta_s \cos(\omega t) = \\ = \frac{\hat{B}_1}{2} (\cos(\vartheta_s - \omega t) + \cos(\vartheta_s + \omega t)).$$



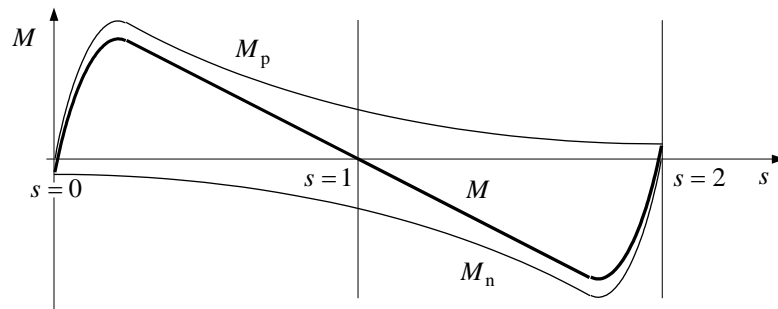
V koordinatnem sistemu rotorja je osnovna harmonska komponenta polja za

$$\vartheta_s = \vartheta_r + p\Omega_m t = \vartheta_r + p(2\pi n)t, \text{ z upoštevanjem } n = n_s(1-s) = \frac{f}{p}(1-s) \text{ in}$$

$$\vartheta_s = \vartheta_r + 2\pi p n t = \vartheta_r + 2\pi p n_s(1-s)t = \vartheta_r + \omega(1-s)t, \text{ je:}$$

$$b_1 = f(x_r, t) = \frac{\hat{B}_1}{2} \cos(\vartheta_r - s\omega t) + \frac{\hat{B}_1}{2} \cos(\vartheta_r + (2-s)\omega t).$$

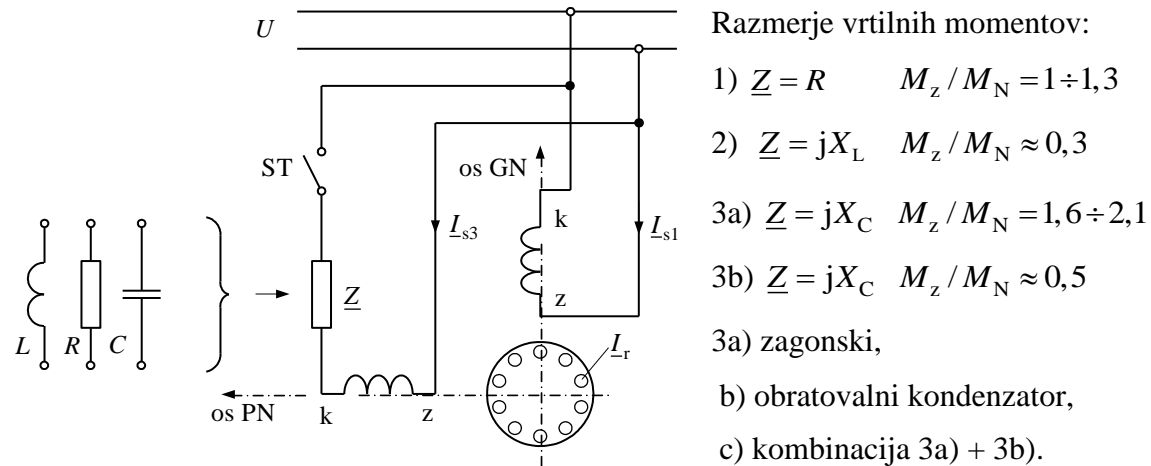
V rotorju dobimo inducirano napetost frekvence  $sf$  in  $(2-s)f$ , tj. inducirano napetost pozitivne in negativne komponente polja. Pri  $s=1$  sta obe vrtilni magnetni polji enaki in razvijeta enak vrtilni moment. Takšen motor zato sam ne zažene.





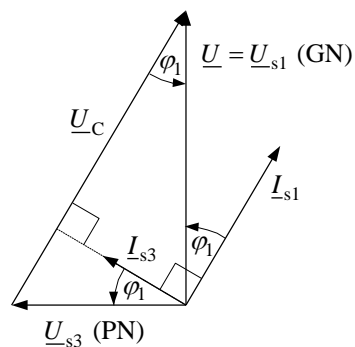
## b) Zagon

Za zagon motorja rabimo pomožno navitje. Tok v pomožni fazi moramo časovno premakniti in dobimo nesimetrično (eliptično vrtilno magnetno polje). Največji premik da kondenzator.



Stikalo ST izklopi zagonski kondenzator pri  $n \approx 0,75n_s$ .

Kazalčni diagram, narisan za primer 3b)



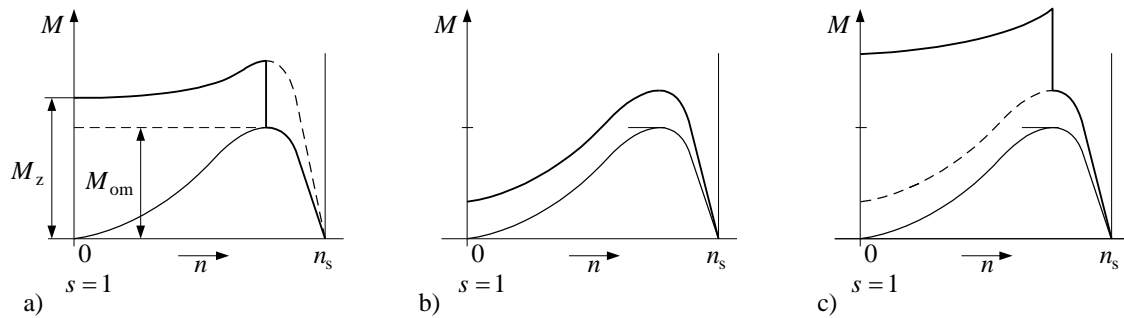
V tem primeru imamo dvofazno nesimetrično vzbujanje  $\Theta_{s1} \neq \Theta_{s3}$ .

$$U_C > U_s$$

$$\cos \varphi \approx 1$$

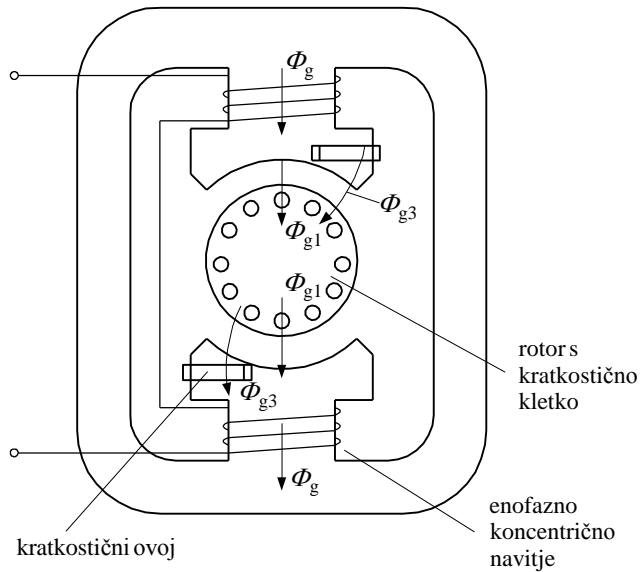
Kondenzatorski motor se zavrti od pomožne h glavni fazi. Za nasprotno smer vrtenja moramo zamenjati priključke, tj. začetek (z) in konec (k) pomožne ali glavne faze.

Krivulje vrtilnih momentov pri zagonu s pomožnim navitjem za primere 3a), 3b) in 3c)



### Motor z zasenčenimi poli

Te vrste motorjev gradimo za majhne moči (nekaj deset vatov). Na del polovega čevlja je nameščen kratkostični ovoj (obroč).



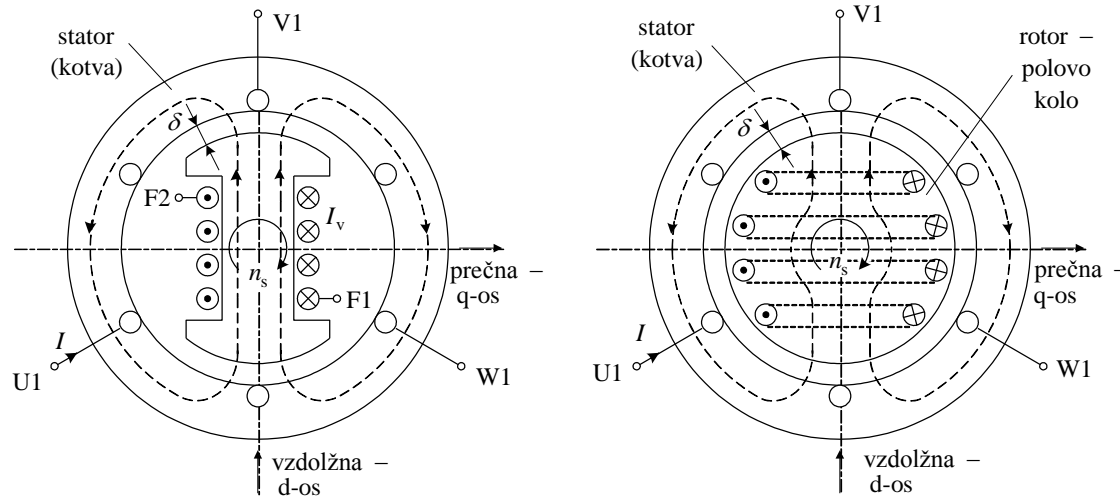
Glavni fluks  $\Phi_g$  se razdeli na del  $\Phi_{g1}$ , ki gre neposredno v rotor, in zasenčen del  $\Phi_{g3}$  skozi kratkostični obroč. Ta je časovno zakasnjjen proti  $\Phi_{g1}$  in manjši. Nastane eliptično vrtilno magnetno polje. Zaradi zakasnitve ( $\Phi_{g3}$  glede na  $\Phi_{g1}$ ) se bo rotor vedno zavrtel od nezasenčenega proti zasenčenemu delu. Za spremembo smeri vrtenja moramo obrniti (premontirati) rotor.

## SINHRONSKI STROJ

### Opis konstrukcije

Ločimo dve konstrukcijski izvedbi, in sicer stroj z izraženimi poli na rotorju in stroj z neizraženimi poli ali stroj s cilindričnim rotorjem. Za obe izvedbi velja, da je primarno navitje na rotorju in sekundarno navitje na statorju. Stator je enak statorju AS.

Pri izraženih polih je zračna reža  $\delta = f(x)$ , neizraženi poli  $\delta = \text{konst.}$



Pri izraženih polih je zračna reža " $\delta$ " v "d" in "q" osi različna (magnetna prevodnost  $\Lambda_d \neq \Lambda_q$ ). Vzbujačno navitje je pri izraženih polih koncentrično, a pri cilindričnem rotorju pasovno (navadno razporejeno na 2/3 oboda).

### Način delovanja

Rotor napajamo z enosmernim vzbujačnim tokom  $I_v$  oziroma  $I_{vd}$ . Da ustvarimo vzbujačne vrtilne amper-ovoje  $\Theta_v$ , ga vrtimo z  $n_s = f / p$  vrtljaji. Za cilindrični rotor je

$$\hat{\Theta}_v = \frac{4}{\pi} \frac{N_v f_{nv}}{2p} I_v.$$

Za izražene pole je faktor navitja  $f_{nv} = 1$ , ovoji pola  $N_{vp} = N_v / (2p)$  ter  $\hat{\Theta}_v = \frac{4}{\pi} N_{vp} I_v$ .

### Prosti tek

$\hat{\Theta}_{v0} \rightarrow \hat{B}_\delta = \frac{\mu_0 \hat{\Theta}_{v0}}{\delta_e} = \hat{B}_1$  gostota magnetnega pretoka osnovne harmonske komponente

oziroma srednja vrednost glavnega fluksa zračne reže  $\hat{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 A_\delta = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 \tau_p l$

( $\tau_p$  je polov lok,  $l$  dolžina paketa,  $\delta_e$  ekvivalentna zračna reža stroja).

V prostem teku je tok v statorskem navitju ali navitju kotve (s tujko armature) enak  $I_s = I_a = I = 0$ . Glavni fluks inducira napetost prostega teka v statorskem navitju, ki je pri vzbujanju  $I_v = I_{v0}$  enaka omrežni napetosti:

$$U = 4,44 f N_s f_{ns} \hat{\Phi}_g.$$

$\Phi_g = \Phi_{g0} = \Phi_{p0}$  je fluks polovega kolesa zaradi vzbujalnega navitja koncentrično navitega okoli polovega kolesa ali razporejenega na cilindričnem rotorju.

### Obremenitev

Pri obremenitvi nam storski tok  $I$  ustvari v trifaznem navitju storske amper-ovoje  $\Theta_a$  (reakcijske ali armaturne oziroma slovensko amper-ovoje kotve):

$$\hat{\Theta}_a = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \sqrt{2} I.$$

Skupaj z vzbujalnimi amper-ovoji  $\Theta_v$  (rotorja) dobimo rezultirajoče amper-ovoje:

$$\underline{\Theta}_{rez} = \underline{\Theta}_v + \underline{\Theta}_a.$$

Amper-ovoje reakcije preračunamo na vzbujalno (primarno) stran stroja (za cilindrični rotor) iz pogoja enakosti reduciranih in prvotnih amper-ovojev s tokovno prestavo  $K_1$

$$\hat{\Theta}_{va} = \frac{4}{\pi} \frac{N_v f_{nv}}{2p} I_{va} = \hat{\Theta}_a \quad \Rightarrow \quad I_{va} = \frac{3}{2} \frac{N_s f_{ns}}{N_v f_{nv}} \sqrt{2} I = K_1 \sqrt{2} I \text{ in velja za}$$

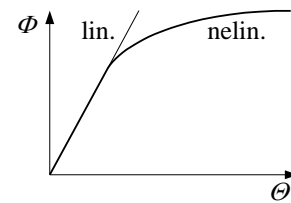
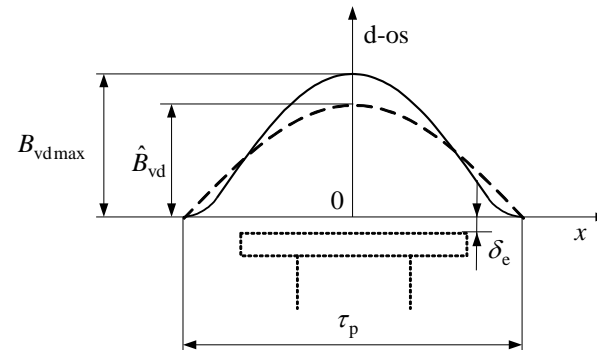
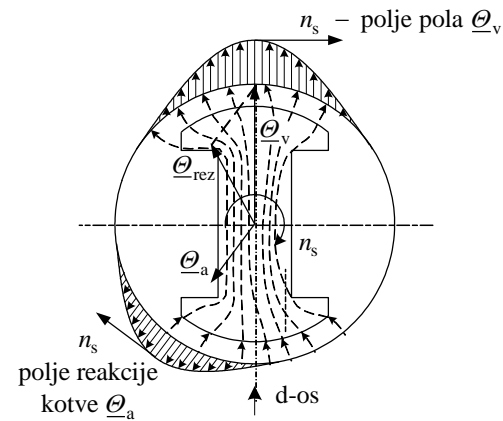
rezultirajoče vzbujanje:  $\underline{I}_{vrez} = \underline{I}_v + \underline{I}_{va}$ .

Vpliv reakcije kotve je zajet v magnetilni reaktanci stroja  $X_m \propto 1/\delta_e$  (str. 104), ker deluje reakcija kotve preko zračne reža na vzbujalno stran sinhronskega stroja.

Za  $\Phi_g = \Phi_{g0} = \text{konst.}$  ( $U = \text{konst.}$ )

moramo spremeniti vzbujanje, da bo

$$\Theta_{rez} = \Theta_{v0} \text{ oziroma } \Theta_v > \Theta_{v0}.$$



V prostem teku leži amplituda glavnega fluksa  $\hat{\Phi}_{g0}$  v d-osi pola, pri obremenitvi pa je fluks premaknjen glede na d-os pola in je njegov položaj odvisen od velikosti in karakterja bremena, tj. od velikosti in smeri reakcije kotve.

Magnetilna karakteristika je v nasičenju nelinearna krivulja in le v začetnem (nenasičenem) delu je linearna in lahko geometrijsko seštevamo flukse.

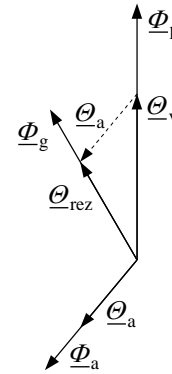
Za linearno teorijo ( $\mu_{Fe} = \text{konst.}$ ) velja:

$$\text{stator } \underline{\Theta}_a \rightarrow \underline{\Phi}_a = \hat{\Phi}_a e^{j\varphi_1} \quad \sqrt{2}I \rightarrow \hat{\Phi}_a$$

$$\text{rotor } \underline{\Theta}_v \rightarrow \underline{\Phi}_p = \hat{\Phi}_p e^{j\varphi_0} \quad I_v \rightarrow \hat{\Phi}_p$$

$$\text{rezult. } \underline{\Theta}_{\text{rez}} \rightarrow \underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_{\text{rez}}}$$

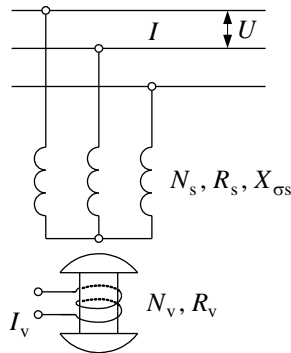
$$\underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_{\text{rez}}} = \underline{\Phi}_p + \underline{\Phi}_a = \hat{\Phi}_p e^{j\varphi_0} + \hat{\Phi}_a e^{j\varphi_1}$$



$\varphi_0$  je fazni položaj fluksa polovega kolesa za  $\omega t = 0$ ,  $\varphi_1$  fazni položaj toka in  $\varphi_{\text{rez}}$  fazni položaj glavnega fluksa.

**Obratovanje stroja na togem omrežju ( $U = \text{konst.}, f = \text{konst.}$ )**

Trifazni stroj ( $m = 3$ )



**a) Inducirane napetosti**

$$\underline{E}_g = -j\omega(N_s f_{\text{ns}}) \frac{\Phi_g}{\sqrt{2}}$$

s kotom  $\varphi_e = \varphi_{\text{rez}} - \pi/2$

in s komponentama fluksa

$$\underline{E}_g = \underline{E}_p + \underline{E}_a.$$

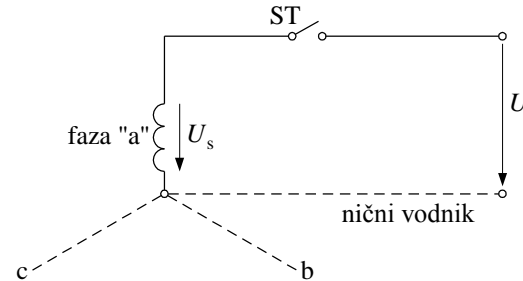
Za  $R_s = 0$  in  $X_{\sigma s} = 0$  velja  $-\underline{E}_g = \underline{U}_s$  ali s komponentama napetosti polovega kolesa  $\underline{U}_{Ep}$  in napetosti reakcije kotve  $\underline{U}_a$ .

$$\underline{U}_{Ep} = -\underline{E}_p \quad \text{in} \quad \underline{U}_a = -\underline{E}_a$$

$$\underline{U}_s = \underline{U}_{Ep} + \underline{U}_a, \quad U_{Ep} \propto I_v / \sqrt{2} \quad \text{in} \quad U_a \propto I$$

### b) Sinhronizacija na omrežje

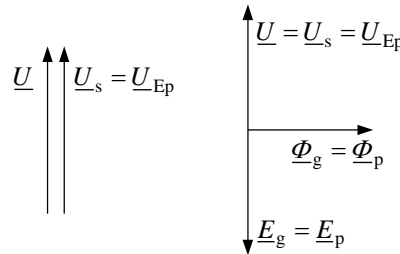
Vzbujen sinhronski stroj (generator), ki ima  $n_s$  vrtljajev, priključimo na omrežje preko stikala ST, če je  $\underline{U}_{st} = \underline{U} - \underline{U}_s = 0$ . Zato je tudi  $I = 0$ , tj. pri  $\underline{U}_s = \underline{U}$  in  $\underline{U}_{Ep} = \underline{U}$ .



Vzbujen sinhronski stroj sinhroniziramo torej na omrežje v neobremenjenem stanju.

Pogoja za sinhronizacijo sta naslednja:

- 1)  $U_s = U_{Ep} = U$  in  $\varphi_{us} = \varphi_{up} = \varphi_u$ ,
- 2)  $\omega_s = \omega$  (omrežja),  $n = n_s = \frac{f_s}{p} = \frac{f}{p}$ .



### Prevzem obremenitve

- 1) Prevzem jalove obremenitve pri  $R_s = 0$  in  $X_{\sigma s} = 0$
- 2) Prevzem delovne obremenitve pri  $R_s = 0$  in  $X_{\sigma s} = 0$

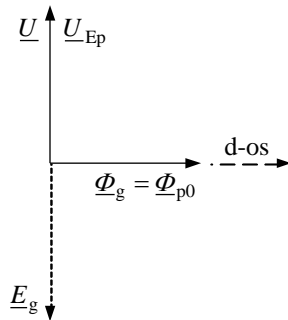
Izhajamo iz sinhronizma  $I = 0$ . Pri obremenitvi, če zanemarimo padec napetosti, bo za  $\underline{U}_s = \underline{U}$  fluks  $\underline{\Phi}_g = \text{konst.} = \underline{\Phi}_p + \underline{\Phi}_a$ .

#### 1) Prevzem jalove obremenitve

Stroju (generatorju ali motorju) spremenimo dovedeno jalovo moč, če spremenimo  $I_v$  glede na vrednost v prostem teku ( $I_{v0}$ ) (pri tem predpostavimo, da je  $P_1 = 0$ , ker je  $R_s = 0$  in  $R_v = 0$ ). Velikost vzbujanja je lahko  $I_v > I_{v0}$  ali  $I_v < I_{v0}$ .

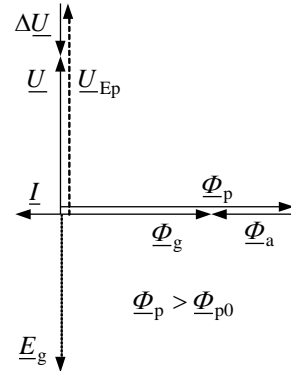
a) sinhronizirano

$$I = 0, I_v = I_{v0}$$



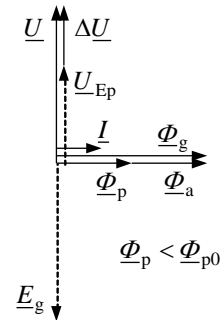
b) prevzbujanje

$$I > 0, I_v > I_{v0}$$



c) podvzbujanje

$$I > 0, I_v < I_{v0}$$

b)  $I$  je za omrežje kapacitiven, za stroj induktiven.c)  $I$  je za omrežje induktiven, za stroj kapacitiven.

## 2) Prevzem delovne obremenitve

Izhajamo iz predpostavke, da je  $I_v = I_{v0}$ ,  $\hat{\Phi}_{rez} = \hat{\Phi}_{p0}$  in  $\hat{U}_{Ep} = \hat{U}_{Ep0}$ ; s priključkom mehničnega bremena (motor) ali s priključkom  $Z_b$  na sponke generatorja izsilimo prevzem delovne moči. Pustimo, da je  $I_v = \text{konst.}$

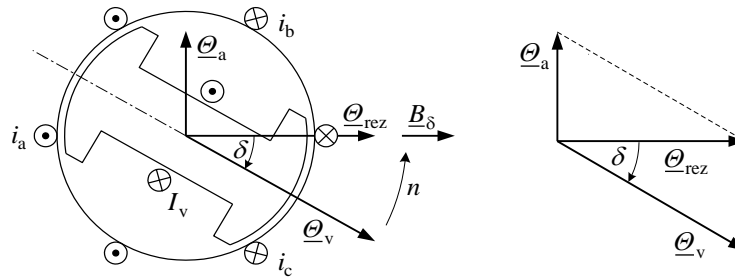
### a) Sinhronski motor

Mehanska obremenitev,  $M_b = M_p < 0$ , povzroči zaostajanje rotorja za vrtilnim magnetnim poljem  $\Phi_g$ . Zato fluks  $\Phi_p$  zaostaja za prvotnim položajem  $\Phi_{p0} = \Phi_g$  in je  $-\underline{E}_g \neq \underline{U}$ . Napetostna razlika  $\underline{U} - \underline{U}_{Ep}$  požene tok  $\underline{I}$  in ta povzroči reakcijo  $\underline{\Phi}_a$  oziroma fluks  $\underline{\Phi}_a$ . Velja pogoj za rezultirajoče magnetno polje:

$$\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_p = \underline{\Phi}_g = \frac{\sqrt{2} \underline{U}_s}{j\omega(N_s f_{ns})}$$



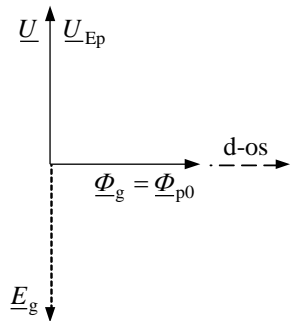
Prostorska slika in kazalčni diagram magnetnih napetosti motorja ( $2p = 2$ )



Kazalčni diagrami

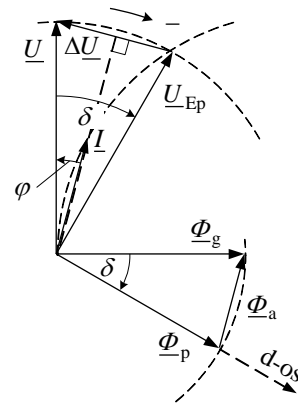
1) Sinhroniziran stroj

$$I = 0, n = n_s$$



2) Obremenjen stroj

$$I > 0, \text{ kolesni kot } \delta < 0$$



Pri obremenitvi se pojavi kolesni kot  $\delta$ . Kolesni kot  $\delta$  je kot med d-osjo rotorja (fluksom  $\Phi_p$ ) in rezultirajočim vrtilnim poljem (fluksom  $\Phi_g$ ). Sinhronski motor vzame delovno moč iz omrežja ( $I > 0, \delta < 0$ ) in razvije vrtilni moment  $+M$ :

$$M = \frac{m}{\Omega_{ms}} U_s I \cos \varphi. \text{ Za število faz } m = 3, \Omega_{ms} = \frac{\omega_s}{p}, \omega_s = \omega \text{ (omrežni) bo:}$$

$$M = \frac{3p}{\sqrt{2}} (N_s f_{ns}) \hat{\Phi}_g I \cos \varphi = K \hat{\Phi}_g I \cos \varphi \quad \left( \varphi = \varphi_0 + \frac{\pi}{2} - \varphi_1 = \varphi_u - \varphi_1 \right).$$

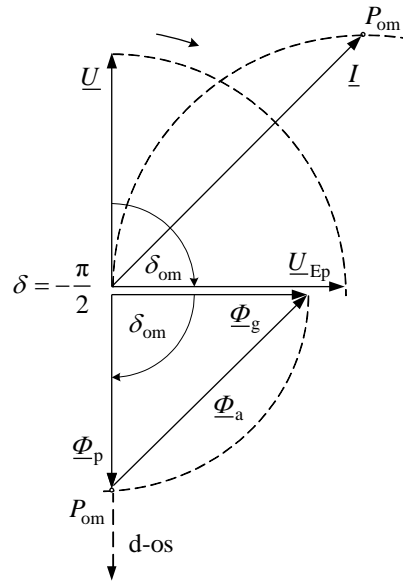
3) Meja stabilnosti  $\delta_{om} = -\frac{\pi}{2}$

V stacionarnem obratovanju velja:

$$M + M_b = 0. \quad (M_b = M - \text{bremnski})$$

$M$  motorja bo največji pri  $\delta_{om} = -\frac{\pi}{2}$ .

Pri  $|\delta| > |\delta_{om}|$  pade stroj iz sinhronizma.



**b) Sinhronski generator**

Če pogonski stroj  $M_p > 0$  pospeši gibanje rotorja (polovega kolesa),  $\Phi_p$  prehiteva glede na položaj  $\Phi_{p0}$ .

Zato nastane razlika  $\underline{U} - \underline{U}_{Ep}$ , ki požene tok:  $\underline{I} \rightarrow \underline{\theta}_a \rightarrow \underline{\Phi}_a$ .

Velja pogoj:

$$\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_p = \underline{\Phi}_g = \frac{\sqrt{2}U_s}{j\omega(N_s f_{ns})}$$

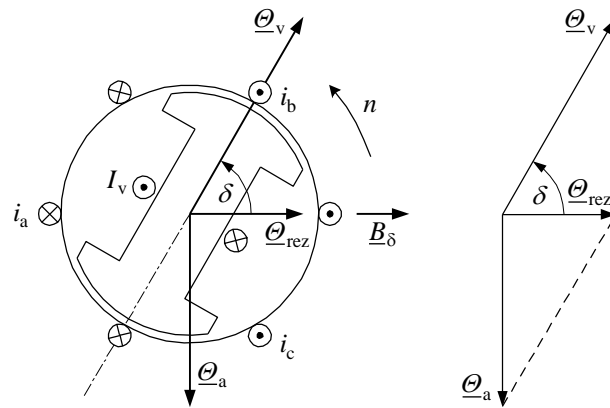
Tok naraste za toliko, da bo v stacionarnem obratovanju:

$$-M + M_p = 0$$

Tok ima negativno vatno komponento.

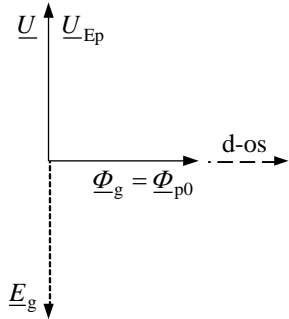
$$-M = K\Phi_g I \cos \varphi$$

Dovajanje mehanske moči na gred  $\rightarrow$  oddajanje električne moči v omrežje (kolesni kot  $\delta > 0$ )

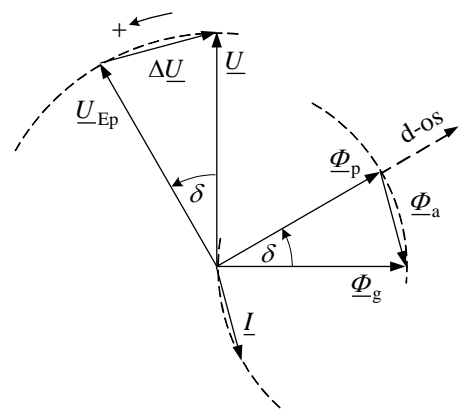


Kazalčni diagrami

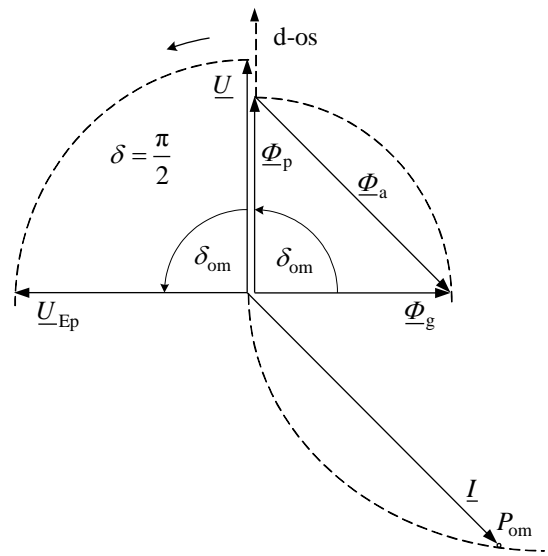
1) Sinhroniziran stroj



2) Obremenjen stroj



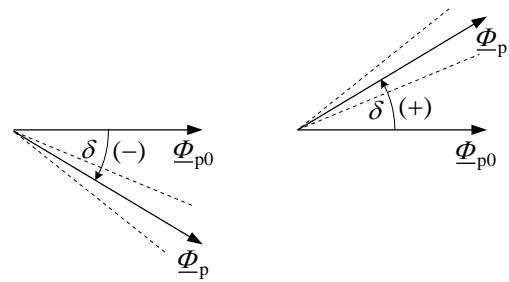
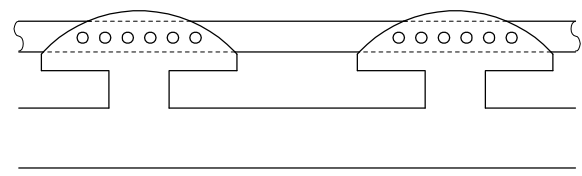
3) Meja stabilnosti  $\delta_{om} = +\frac{\pi}{2}$



Preden se ustali kolesni kot, ki ustreza neki obremenitvi (kotu  $\delta_0$ ), polovo kolo,  $\Phi_p$  in kot  $\delta$  nihajo okoli lege  $\delta_0$  – mehanično nihanje. Zato potrebujemo dušenje. To dosežemo s kratkostično kletko na polih rotorja.

- $n < n_s$  asinhronski motor
- $n > n_s$  asinhronski generator

Pri motorju služi kletka tudi za zagon.



### Analična obravnava

Za stacionarno obratovanje je  $n = n_s = f / p$  ( $s^{-1}$ ).

Izpeljava je izvedena za neizražene pole. Pri izraženih polih moramo upoštevati

$A_d \neq A_q$ . Magnetilna karakteristika sinhronskega stroja je linearna ( $\mu_{Fe} = \text{konst.}$ )

Napetostna enačba statorja:  $\underline{U} = \underline{U}_s = R_s \underline{I} + j\omega L_{cs} \underline{I} + j\omega (N_s f_{ns}) \frac{\Phi_g}{\sqrt{2}}$

a)  $\underline{\Phi}_g$  kompleksna vrednost vrtilnega (glavnega) fluksa

Rezultirajoči amper-ovoji ( $\underline{\Theta}_{\text{rez}} = \underline{\Theta}_v + \underline{\Theta}_a$ ) v zračni reži  $\hat{\Theta}_{\text{rez}} \rightarrow \hat{B}_{\text{rez}} \rightarrow \hat{\Phi}_g$ .

V statorskih koordinatah je glavni fluks:  $\phi_g = \hat{\Phi}_g \cos(\vartheta_s - \omega t - \varphi_{\text{rez}})$ . V simetrali neskrajšane tuljave ( $x_s = 0$  ali  $\vartheta_s = \pi(x_s / \tau_p) = 0$ ) je glavni fluks enak  $\underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_{\text{rez}}}$ .

Glavni fluks je sestavljen iz fluksa polovega kolesa in fluksa reakcije kotve.

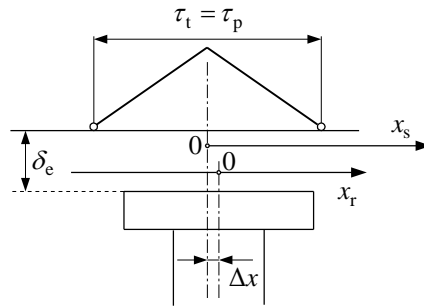
b)  $\underline{\Phi}_p$  fluks polovega kolesa

Vzbujanje  $\theta_v(\vartheta_r) = \hat{\Theta}_v \cos(\vartheta_r)$  povzroči v zračni reži gostoto magnetnega pretoka  $b_v(\vartheta_r) = \hat{B}_v \cos \vartheta_r$ , pisano v rotorskih koordinatah ( $\vartheta_r = \pi(x_r / \tau_p)$ )

oziroma fluks polovega kolesa  $\underline{\Phi}_p = \hat{\Phi}_p e^{j\vartheta_0}$

in ta napetost  $\underline{U}_{Ep} = U_{Ep} e^{j(\vartheta_0 + \pi/2)}$ .

$\vartheta_0 = \frac{\pi}{\tau_p} \Delta x_0$  je premik rotorja za  $\omega t = 0$  glede na simetralo navitja kotve (faze "a").



V statorskih koordinatah je vzbujanje  $\theta_v = \hat{\Theta}_v \cos\left(\vartheta_s - \omega t - \varphi_{\text{up}} + \frac{\pi}{2}\right)$ .

Spremembo koordinat rotorja, ki se vrtili z  $n_s$  vrtljaji, dobimo iz naslednjih izvajanj:

$$x_r = x_s - \Delta x = x_s - \omega t - \Delta x_0.$$

Vstavimo izraz za  $v = r\Omega_{ms} = D\pi n = 2p\tau_p \frac{f}{p} = \frac{\tau_p}{\pi} \omega$  in izpeljemo:

$$x_r = x_s - \frac{\tau_p}{\pi} \omega t - \Delta x_0 \quad \left| \times \frac{\pi}{\tau_p}, \quad \left( \vartheta_0 = \varphi_{up} - \frac{\pi}{2} = \varphi_u + \delta - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\vartheta_r = \vartheta_s - \omega t - \varphi_{up} + \frac{\pi}{2}. \quad \left( \vartheta_0 + \frac{\pi}{2} = \varphi_{up} = \varphi_u + \delta \right)$$

Navadno vzamemo položaj napetosti  $\varphi_u = 0$   $\left( \vartheta_0 + \frac{\pi}{2} = \delta \right)$  in bo:  $\underline{U}_{Ep} = U_{Ep} e^{j\delta}$ .

Inducirano napetost izračunamo po znani enačbi:  $U_{Ep} = 4,44 f N_s f_{ns} \hat{\Phi}_p$ .

c)  $\underline{\Phi}_a$  fluks reakcije kotve

Ta fluks povzročijo bremenski tokovi  $i_a, i_b$  in  $i_c$ . V fazi "a" je trenutna vrednost toka

$$i_a = \sqrt{2} I_a \cos(\omega t + \varphi_i) \text{ ali kompleksno } \underline{I}_a = \underline{I} = I e^{j\varphi_i}.$$

V statorskem koordinatnem sistemu bo:

$$\theta_a(x_s) = \hat{\Theta}_a \cos(\vartheta_s - \omega t - \varphi_i), \text{ ki povzroči v zračni reži gostoto magnetnega pretoka}$$

$$b_a = \hat{B}_a \cos(\vartheta_s - \omega t - \varphi_i).$$

V rotorskem koordinatnem sistemu bo:

$$\theta_a(x_r) = \hat{\Theta}_a \cos(\vartheta_r + (\varphi + \delta - \pi/2)), \text{ če je } \varphi = \varphi_u - \varphi_i.$$

Položaj amper-ovojev reakcije kotve  $\theta_a$  je  $f(\varphi, \delta)$ , tj. funkcija faznega kota in kolesnega kota ali kota obremenitve stroja.

### Stroj s cilindričnim rotorjem

Vzbujanje in reakcija kotve ustvarita rezultirajoče vzbujanje v zračni reži stroja ( $\underline{\Theta}_{\text{rez}} = \underline{\Theta}_v + \underline{\Theta}_a$ ). Za  $x_s = 0$ , tj. v simetrali tuljave faze "a", je rezultirajoče vzbujanje:

$$\theta_{\text{rez}} = \hat{\Theta}_{\text{rez}} \cos(\omega t + \varphi_{\text{rez}}).$$

Rezultirajoče vzbujanje ustvari rezultirajočo gostoto magnetnega pretoka v zračni reži:

$$b(x_s) = b_v(x_s) + b_a(x_s).$$

Amplitudo gostote magnetnega pretoka osnovne harmonske komponente v zračni reži

( $B_1 = B_\delta = B_{\text{rez}}$ ) izračunamo iz enačbe  $\hat{B}_1 = \frac{\mu_0}{\delta_e} \hat{\Theta}_{\text{rez}}$  in temensko srednjo vrednost

fluksa pola  $\hat{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 \tau_p l$ . Kompleksna vrednost fluksa je:  $\underline{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \underline{\Theta}_{\text{rez}}$ .

Napetostna enačba statorja bo sedaj z upoštevanjem enačb za amplitudo vzbujanja  $\hat{\Theta}_v$  in reakcijo kotve  $\hat{\Theta}_a$ :

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I} + jX_{\text{cs}} \underline{I} + j\omega(N_s f_{\text{ns}}) \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{4}{\pi} \left( \frac{N_v f_{\text{nv}}}{2p} \frac{I_v}{\sqrt{2}} e^{j(\varphi_{\text{up}} - \pi/2)} + \frac{3}{2} \frac{N_s f_{\text{ns}}}{2p} \underline{I} \right).$$

Če je magnetilna (glavna) reaktanca

$$X_m = \omega L_m = \omega \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{(N_s f_{\text{ns}})^2}{2p} \quad (\text{tj. enaka kot za asinhronski stroj str. 71}),$$

bo:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I} + jX_{\text{cs}} \underline{I} + jX_m \frac{2}{3} \frac{N_v f_{\text{nv}}}{N_s f_{\text{ns}}} \frac{I_v}{\sqrt{2}} e^{j(\varphi_{\text{up}} - \pi/2)} + jX_m \underline{I}.$$

Izraz  $X_m \frac{2}{3} \frac{N_v f_{\text{nv}}}{N_s f_{\text{ns}}} = \frac{X_m}{K_I} = X_{\text{avd}}$  je medsebojna reaktanca med statorjem in rotorjem.

Napetostna enačba statorja dobi pri zamenjavi vrstnega reda zadnjih dveh členov obliko:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I} + jX_{cs} \underline{I} + jX_m \underline{I} + X_{avd} \frac{I_v}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_{up}} .$$

Uvedemo sinhronsko reaktanco  $X_d = X_m + X_{cs}$  ( $X_m = X_{avd} K_I$ ) in napetost polovega kolesa  $U_{Ep} = X_{avd} I_v / \sqrt{2}$ , tako da dobimo končno obliko napetostne enačbe statorja:

$$\underline{U} = \underline{U}_s = R_s \underline{I} + jX_d \underline{I} + \underline{U}_{Ep} .$$

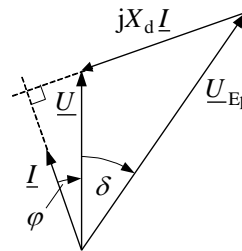
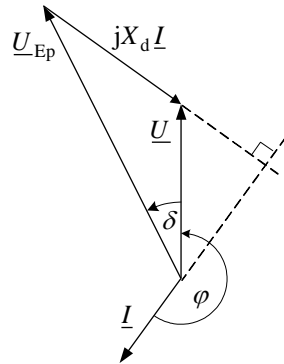
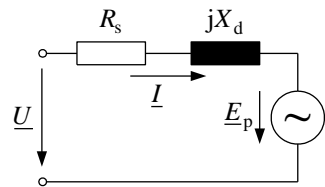
Tej enačbi priredimo nadomestno vezje sinhronskega stroja s cilindričnim rotorjem.

Napetost polovega kolesa  $\hat{U}_{Ep} = -\hat{E}_p \propto I_v$  in njen položaj  $\varphi_{up} = \varphi_u + \delta$ .

Ker je  $R_s \ll X_d$ , vzamemo  $R_s = 0$  in dobimo kazalčni diagram generatorja ali motorja s cilindričnim rotorjem.

Sinhronska reaktanca je navadno podana relativno:  $x_d = \frac{X_d}{Z_N}$  in je  $Z_N = \frac{U_{Nf}}{I_{Nf}}$ .

$$x_d = 0,8 \div 2,5$$



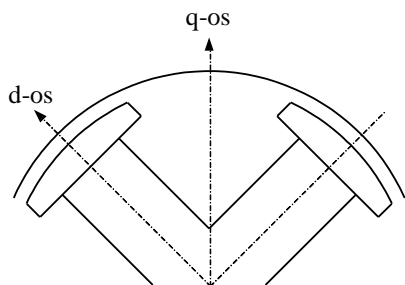
### Stroj z izraženimi poli

Ločimo vzdolžno ali d-os in prečno ali q-os.  $X_d \neq X_q$  oziroma je  $X_d > X_q$ .

$$X_d = X_{cs} + X_{ad} \quad \text{in} \quad X_{ad} = \beta_{ad} X_m$$

$$X_q = X_{cs} + X_{aq} \quad \text{in} \quad X_{aq} = \beta_{aq} X_m$$

$\beta_{ad}$  in  $\beta_{aq}$  sta faktorja oblike pola v d in q-osi.



Velja napetostna enačba:

$$\underline{U} = R_s \underline{I} + jX_d \underline{I}_d + jX_q \underline{I}_q + \underline{U}_{Ep}$$

Kazalčni diagram stroja z izraženimi poli.

Velja za  $R_s = 0$ .

Za risanje kazalčnega diagrama mora biti podano:

$\underline{U}$ ,  $\underline{U}_{Ep}$  in  $\underline{I}$  ali

$\underline{U}$ ,  $\underline{I}$ ,  $X_d$ ,  $X_q$  ter kolesni kot  $\delta$ .

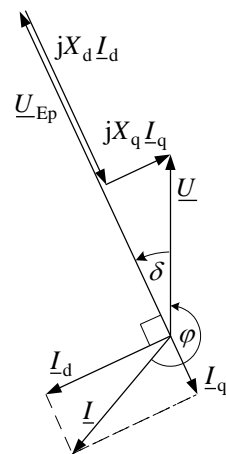
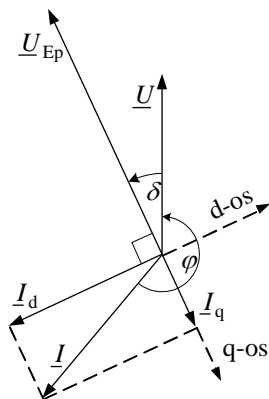
**Trajni kratki stik ( $U = 0$ )**

Za  $R_s = 0$  bo:

$$0 = jX_d \underline{I}_d + jX_q \underline{I}_q + \underline{U}_{Ep}$$

Obe komponenti toka v kratkem stiku sta:

$$jX_q \underline{I}_q = 0 \rightarrow \underline{I}_q = 0 \text{ in}$$





$$jX_d I_d + \underline{U}_{Ep} = 0 \rightarrow \underline{I}_k = \underline{I}_{dk} = -\frac{\underline{U}_{Ep}}{jX_d} = j \frac{\underline{U}_{Ep}}{X_d}.$$

Efektivna vrednost trajnega toka kratkega stika je:  $I_k = \frac{U_{Ep}}{X_d}$ .

Vrednost  $X_d$  določimo iz meritev:

a) v prostem teku  $U_{Ep} = U$  napetost prostega teka,

b) v kratkem stiku  $I_k$  tok kratkega stika.

$$X_d = \frac{U_{Ep}}{I_k} = \frac{U}{I_k} = \left( \frac{\text{napetost prostega teka}}{\text{tok kratkega stika}} \right) \text{ pri enakem vzbujanju}$$

### Obratovanje nenasičenega stroja na togem omrežju

Izpeljemo enačbe za stroj z izraženimi poli.

$$\underline{I} = \underline{I}_d + \underline{I}_q, \quad \underline{I}_d = -jI_d e^{j\varphi_{up}} \quad \text{in} \quad \underline{I}_q = I_q e^{j\varphi_{up}}$$

$\varphi_{up} = \varphi_u + \delta$  za  $R_s = 0$  in  $\varphi_u = 0$  bo  $\varphi_{up} = \delta$  in dobimo iz predhodne napetostne enačbe enačbo:

$$U = X_d I_d e^{j\delta} + jX_q I_q e^{j\delta} + U_{Ep} e^{j\delta}. \quad \text{Enačbo množimo z } e^{-j\delta}.$$

Realni del enačbe:

$$U \cos \delta = X_d I_d + U_{Ep} \rightarrow I_d = \frac{U \cos \delta}{X_d} - \frac{U_{Ep}}{X_d}$$

Imaginarni del enačbe:

$$-U \sin \delta = X_q I_q \rightarrow I_q = -\frac{U \sin \delta}{X_q}$$

To vstavimo v začetno enačbo za tok  $\underline{I} = \underline{I}_d + \underline{I}_q$  in dobimo rešitev za tok kotve:

$$\underline{I} = j \frac{U_{Ep}}{X_d} - j \frac{U}{X_d} e^{j\delta} \cos \delta - \frac{U}{X_q} e^{j\delta} \sin \delta.$$

Z upoštevanjem  $\cos \delta = \frac{1}{2}(e^{j\delta} + e^{-j\delta})$  in  $j \sin \delta = \frac{1}{2}(e^{j\delta} - e^{-j\delta})$  izračunamo tok:

$$\underline{I} = j \frac{U_{Ep}}{X_d} + j \frac{U}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) e^{j2\delta} - j \frac{U}{2} \left( \frac{1}{X_d} + \frac{1}{X_q} \right).$$

Za cilindrični rotor  $X_d = X_q$  velja:  $\underline{I} = j \frac{U_{Ep} - U}{X_d} = \frac{U - U_{Ep}}{jX_d} = \frac{\Delta U}{jX_d}$ .

Vrtilni moment:

$$M = \frac{P}{\Omega_{ms}} \rightarrow P = \operatorname{Re}(\underline{U} \underline{I}^*) \text{ in za } m_s = 3 \text{ ter } \Omega_{ms} = \frac{\omega}{p} \text{ dobimo:}$$

$$M = \frac{pP}{\omega} = \frac{3p}{\omega} \operatorname{Re}(\underline{U} \underline{I}^*) = \frac{3p}{\omega} U I_w \text{ za } \underline{U} = U.$$

Z upoštevanjem enačbe za tok izpeljemo:

$$M = -\frac{3p}{\omega} \left( \frac{U U_{Ep}}{X_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \right).$$

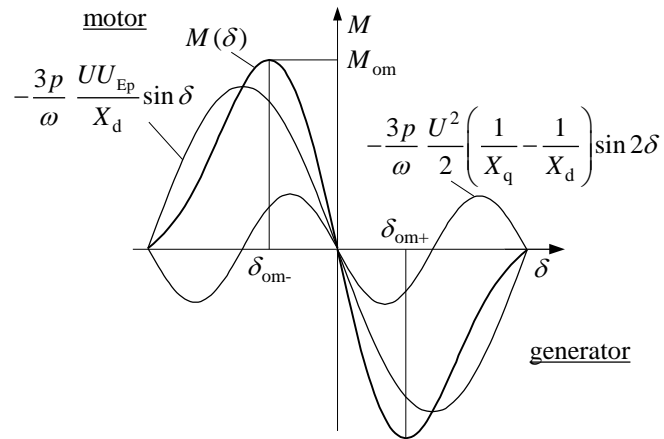
sinhronski vrtilni moment      reaktančni (reluktančni) vrtilni moment

Za cilindrični (turbo) rotor je  $X_d = X_q$  in dobimo le sinhronski vrtilni moment:

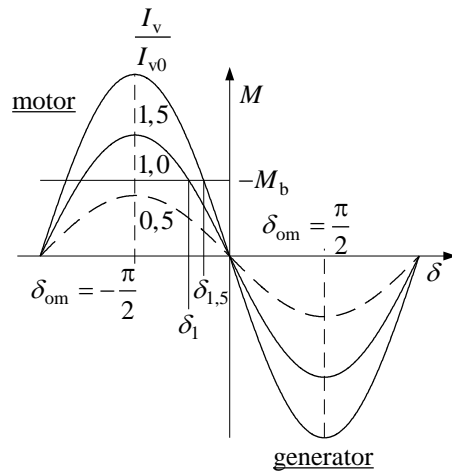
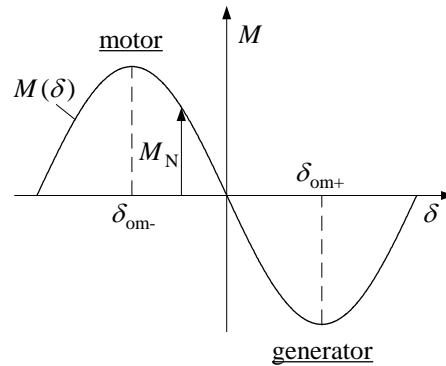
$$M = -\frac{3p}{\omega} \frac{U U_{Ep}}{X_d} \sin \delta, \quad M = f(I_v, \delta).$$

Sliki vrtilnega momenta:

izraženi poli  $|\delta_{om}| < \frac{\pi}{2}$



cilindrični rotor  $|\delta_{om}| = \frac{\pi}{2}$



Za določen vrtilni moment je kolesni kot  $\delta$  toliko večji, kolikor je manjši vzbujalni tok. Če je vzbujalni tok premajhen (črtkana krivulja), pade motor iz sinhronizma ali iz koraka. Govorimo o statični stabilnosti.

### Statična stabilnost

Stroj je sposoben, da prevzame obremenitev, če ga obremenimo počasi. Mejo stabilnosti določa omahni vrtilni moment. Za stroj s cilindričnim rotorjem velja:

$$|M_{\text{om}}| = \frac{3p}{\omega} \frac{U_N U_{\text{EpN}}}{X_d} \quad \text{in z} \quad M_N = \frac{3p}{\omega} U_N I_N \cos \varphi$$

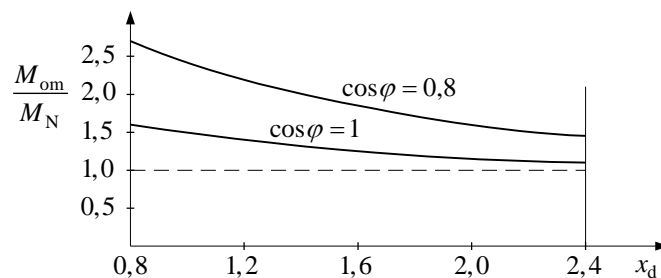
dobimo razmerje za relativni

omahni vrtilni moment

$$\left| \frac{M_{\text{om}}}{M_N} \right| = \frac{U_{\text{EpN}}}{X_d I_N \cos \varphi} .$$

$U_{\text{Ep}} = f(X_d, \cos \varphi)$ , tj. padca napetosti ( $X_d I$ ) na  $X_d$  in  $\cos \varphi$ .

Za razne  $\cos \varphi$  je:  $\frac{M_{\text{om}}}{M_N} = f(X_d)$ .



Za stabilno obratovanje, npr. za motor, obremenjen z  $M_b$ , velja:

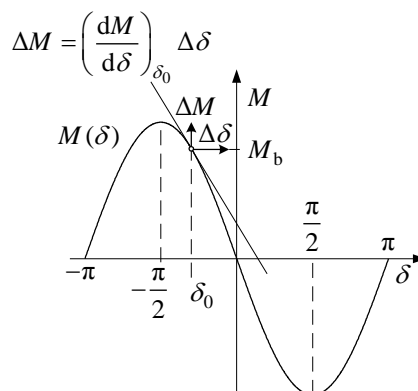
$$M = -M_b > 0 .$$

Pri povečani obremenitvi bo  $dM/d\delta < 0$ .

Pri majhnih spremembah kota  $\delta$  velja v točki obratovanja linearna odvisnost  $M = f(\delta)$ .

$$\Delta M = \left( \frac{dM}{d\delta} \right)_{\delta_0} \Delta \delta ,$$

če je  $\delta_0$  kot obratovanja pred spremembo obremenitve.



### Spreminjanje vrtilnega momenta sinhronskega motorja

Sinhronskemu motorju spreminjamo (vodimo) vrtilni moment z napetostjo kotve ali z vzbujanjem. Pri obratovanju s frekvenčnim pretvornikom spreminjamo motorju

istočasno napetost in frekvenco in s tem število vrtljajev ( $U = 0 \div U_N$ ,  $f = 0 \div x f_N$ ,  $x$  je večkratnik  $f_N$ ). Če spreminjamo vrtilni moment z vzbujanjem, se spreminja le kolesni kot. Pri vzbujanju s trajnimi magneti vzbujanja ne moremo korigirati neposredno, ampak posredno s spreminjanjem kota statorskega toka.

Glede na kazalčni diagram na sliki a) za motor s cilindričnim rotorjem lahko uvedemo interni kot  $\gamma$ , tj. kot med napetostjo polovega kolesa  $U_{Ep}$  in tokom kotve  $I$ :

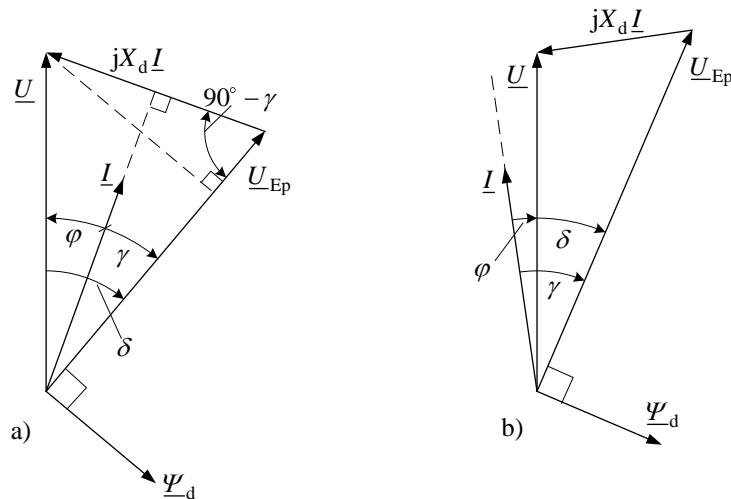
$$\gamma = \delta + \varphi = \varphi_{up} - \varphi_1.$$

Enačbo za sinhronski vrtilni moment stroja lahko preuredimo:

$$M = -\frac{3p}{\omega} \frac{U U_{Ep}}{X_d} \sin \delta = \frac{3p}{\omega} U_{Ep} I \cos \gamma = K \hat{\Phi}_g I \cos \gamma,$$

kjer je  $|-U \sin \delta| = I X_d \sin(90 - \gamma) = I X_d \cos \gamma$  in  $U_{Ep} = \omega N_s f_{ns} \hat{\Phi}_g / \sqrt{2}$ .

Vrtilni moment je največji, ko je  $\gamma = 0$ , tj. v primeru  $\varphi = -\delta$ . Tedaj je tok kotve v fazi z napetostjo polovega kolesa.



V primeru večjih sinhronskih motorjev to ni najbolj ugodno, ker tok zaostaja za omrežno napetostjo (slika a). Pri večjih motorjih želimo navadno, da tok prehiteva omrežno napetost (proizvodnja jalove energije). V tem primeru je kot  $\gamma = 40^\circ \div 60^\circ$  in tok prehiteva napetost (slika b).

### Stacionarno obratovanje motorja s cilindričnim rotorjem v d – q modelu

Tok kotve lahko razstavimo na dve komponenti (d – q):

$$I_d = I \sin \gamma \text{ in } I_q = I \cos \gamma .$$

Kot  $\gamma$  je pri tem prostorski kot med q-osjo, kjer je locirana napetost  $U_{Ep}$ , in statorskim tokom. V konvencionalni teoriji je  $\gamma$  (časovni) fazni kot. Slika prikazuje kazalčni diagram sinhronskega stroja s cilindričnim rotorjem v d – q komponentah.

Napetost polovega kolesa lahko izrazimo tudi kot "padec napetosti":

$$\underline{U}_{Ep} = jX_{avd} \underline{I}_v = j\omega L_{avd} \underline{I}_v = j\omega \frac{\Psi_d}{\sqrt{2}} .$$

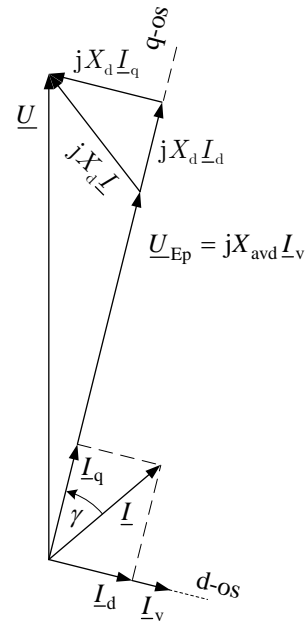
$X_{avd} = X_m / K_I$  je medsebojna reaktanca med navitjem kotve z indeksom "a" in vzbujalnim navitjem v d-osi, tj. magnetilna (glavna) reaktanca statorja motorja deljena s tokovno prestavo (str. 104) ter  $\hat{\Psi}_d = L_{avd} I_v$  vrednost magnetnega sklepa v "d" osi rotorja. Napetost polovega kolesa  $U_{Ep} = f(f, I_v)$ .

Enačbo za sinhronski vrtilni moment lahko preoblikujemo v obliko:

$$M = \frac{3p}{\omega} U_{Ep} I \cos \gamma = \frac{3p}{\omega} \frac{\omega L_{avd} I_v}{\sqrt{2}} I_q = 3p \Psi_d I_q .$$

Vidimo, da prispeva k vrtilnemu momentu le "q" komponenta statorskega toka, ki je pravokotna na os vzbujanja in je v fazi z napetostjo  $U_{Ep}$ . Pri vzbujanju s trajnimi magneti ( $\Psi_d = \text{konst.}$ ) se spreminja vrtilni moment le s "q" komponento statorskega toka,

"d" komponenta statorskega toka (v osi vzbujanja) vpliva le na vzbujanje (reakcija kotve), toda posredno tudi na velikost vrtilnega momenta. Zato moramo, če želimo spreminjati vrtilni moment, krmiliti statorski tok po amplitudi in fazi. Statorski tok povečujemo z napetostjo na sponkah kotve, toda to je mogoče največ do nazivne vrednosti. V primeru, da se frekvenca  $f$  povečuje preko nazivne vrednosti  $f_N$ , se povečuje tudi vhodna reaktanca stroja in zato pri konstantni napetosti z večanjem frekvence  $f$  pada tok kotve  $I(I_q)$  in s tem tudi vrtilni moment. Razmere so podobne kot pri slabljenju magnetnega polja v asinhronskem motorju.

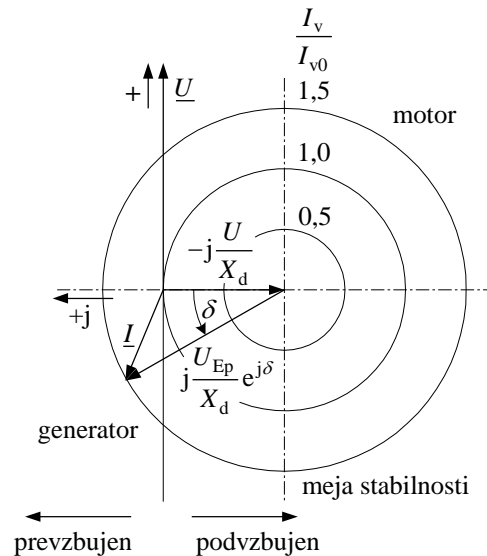


### Tokovne karakteristike za cilindrični rotor

Za tok kotve pri cilindričnem rotorju velja enačba (str. 108):

$$\underline{I} = -j \frac{U}{X_d} + j \frac{U_{Ep} e^{j\delta}}{X_d}.$$

Za  $U_{Ep} = \text{konst.}$  ( $I_v = \text{konst.}$ ) in kolesni kot  $\delta \neq \text{konst.}$  dobimo tokovne karakteristike statorskega toka  $\underline{I}$  v odvisnosti od kota  $\delta$  (krožnice v kompleksni ravnini). Področje, v katerem obratuje motor ali generator, je obratovalni diagram. Ta obsega le del celotnega področja.



### Približna obravnava nasičenega stroja

Superpozicija komponent magnetnega polja v zračni reži ne velja več:  $B_{\text{rez}} \neq B_v + B_a$ .

Za stacionarno obratovanje je pomembna sinhronska reaktanca ( $X_d = X_{\text{os}} + X_m$ ), katere glavni delež določa ekvivalentna zračna reža  $\delta_e$  ( $X_m = f(1/\delta_e)$ ). Na velikost  $\delta_e$  vpliva nasičenje. V nasičenju ni več sorazmernosti med tokom in magnetnim poljem zračne reže. Približno bomo upoštevali nasičenje pri stroju, ki obratuje v prostem teku in kratkem stiku.

#### Prosti tek in kratki stik

Prosti tek:  $I_v = I_{v0}$  in  $I = 0$  ali  $I_v = I_{v\delta}$  in  $I = 0$  za karakteristiko zračne reže (KZR).

$$U = E_g = \omega(N_s f_{\text{ns}}) \frac{\hat{\Phi}_g}{\sqrt{2}}$$

Karakteristiko prostega teka (KPT):

$$U = E_g = f(I_v) \text{ izmerimo pri } n = \text{konst.}$$

Kratki stik:  $E_{\text{gk}} < E_g$

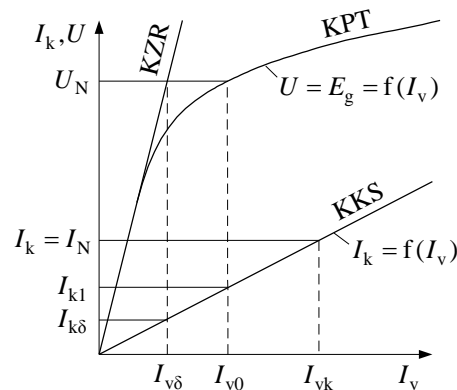
$$\Phi_{\text{gk}} < \Phi_g \text{ zaradi reakcije kotve}$$

Karakteristika kratkega stika (KKS):  $I_k = f(I_v)$

Pomemben je vzbujalni tok  $I_{vk}$ . To je tisti vzbujalni tok, pri katerem bo v trifaznem trajnem kratkem stiku tok kotve enak nazivnemu toku ( $I_k = I_N$ ).

Za vrednost nenasičene sinhronske reaktance velja po IEC standardu 60034-4, da je to razmerje napetosti prostega teka  $U = U_{\text{Ep}}$  in toka kratkega stika  $I_{k\delta}$ :

$$X_d = \frac{U_N}{I_{k\delta}} \text{ pri enakem vzbujanju } (I_v = I_{v\delta}).$$





Relativna vrednost sinhronske reaktance je:  $x_d = \frac{X_d}{Z_N} = \frac{X_d I_N}{U_N} = \frac{U_N I_N}{I_{k\delta} U_N} = \frac{I_N}{I_{k\delta}} = \frac{I_{vk}}{I_{v\delta}}$ .

Kot merilo povratnega delovanja kotve je po IEC podano razmerje vzbujalnega toka  $I_{v0}$  in  $I_{vk}$  definirano kot kratkostično razmerje nasičenega stroja  $K_c = \frac{I_{v0}}{I_{vk}}$ .

Veliko razmerje pomeni, da je potreben večji tok kratkega stika  $I_{k1}$  za kompenzacijo polja vzbujalnega toka  $I_{v0}$  (tj. majhen vpliv reakcije kotve).

### a) Metoda določanja vzbujalnega toka nasičenega stroja

Za neko obremenitev pri napetosti na sponkah  $\underline{U}$  in toku  $\underline{I}$  je treba določiti  $I_v$  in kolesni kot  $\delta$ .

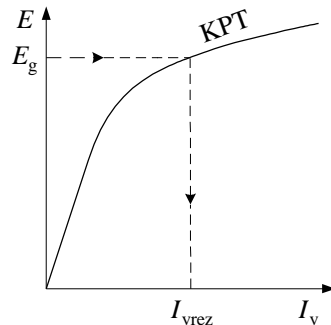
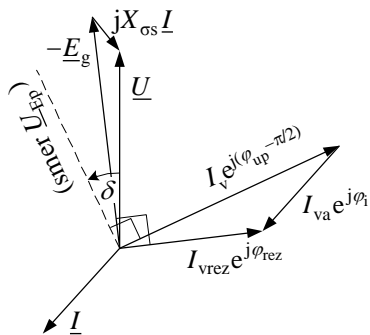
Matematično velja:  $I_{vrez} e^{j\varphi_{rez}} = I_v e^{j(\varphi_{up} - \pi/2)} + I_{va} e^{j\varphi_1}$ . ( $I_{va} = K_1 \sqrt{2} I$ , str. 95)

Za  $R_s = 0$  dobimo napetostno enačbo:

$$\underline{U} = j\omega L_{cs} \underline{I} + j\omega(N_s f_{ns}) \frac{\Phi_g}{\sqrt{2}} \text{ in } \underline{E}_g = -j\omega(N_s f_{ns}) \frac{\hat{\Phi}_g}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_{rez}}.$$

Velja:  $\underline{U} = jX_{cs} \underline{I} - \underline{E}_g$  (spodnja slika) ali  $\underline{U} - jX_{cs} \underline{I} = -\underline{E}_g$  (slika str. 116).

Grafična metoda določanja vzbujalnega toka za cilindrični stroj pri dani obremenitvi  $\underline{I}$  in napetosti  $\underline{U}$

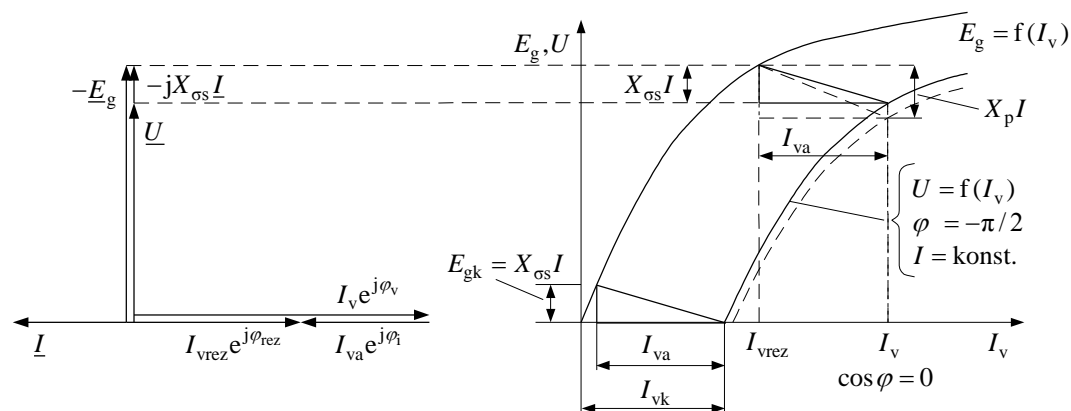


Iz znane karakteristike prostega teka (KPT) določimo  $I_{vrez}$  za  $E_g$ . Poznati moramo še  $I_{va}$  in dobimo  $I_v$  ter kolesni kot  $\delta$  oziroma smer  $U_{Ep}$ .

### b) Notranja karakteristika

$U = f(I_v)$  za  $I = \text{konst.}$ ,  $\cos \varphi = 0$  ( $\varphi = -\pi/2$ ) (prevzbujen stroj)

Za  $\varphi_1 = \varphi = -\pi/2$  in  $\varphi_{up} = \varphi_u + \delta = 0$  velja  $I_{vrez} e^{j\varphi_{rez}} = (I_v - I_{va}) e^{-j\pi/2}$



Trikotnik s stranicami  $X_{cs}I$  in  $I_{va}$  potuje po KPT za  $I = \text{konst.}$  in dobimo  $U = f(I_v)$ . V kratkem stiku je  $U = 0$  in velja  $E_{gk} = X_{cs}I$ . Zaradi porasta vzbujanja od  $I_{v0}$  na  $I_{vN}$  poraste razsipanje med poli v rotorju in napetost na sponkah bo manjša. Govorimo o Potierovi reaktanci  $X_p > X_{cs}$ , zato bo dejanska krivulja  $U(I_v)$  nižja – črtkana črta na sliki.

### c) Ameriški diagram (ASA)

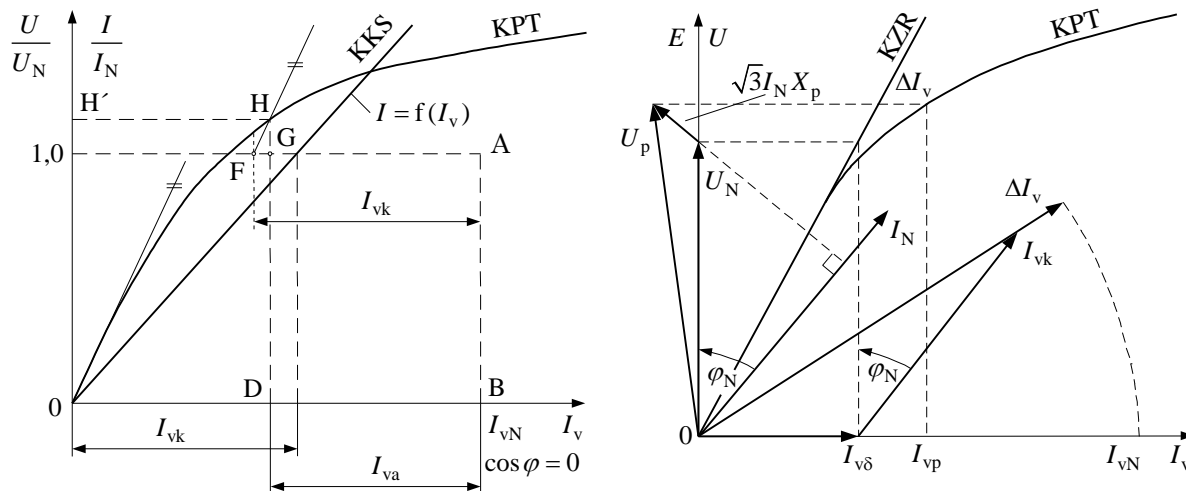
Za določanje  $I_{vN}$  pri  $U_N$ ,  $I_N$  in poljubnem  $\cos \varphi$  služi ASA diagram. Za konstrukcijo potrebujemo karakteristiko prostega teka (KPT) in kratkega stika (KKS),  $I_{vN}$  pri  $U_N$ ,  $I_N$  in  $\cos \varphi = 0$  (ind.) ter  $X_p$  (Potierovo reaktanco).

### Določanje Potierove reaktance:

Iz KKS ( $I = f(I_v)$ )  $\rightarrow I_{vk}$  za  $I = I_N$ . Razdalja  $\overline{OB}$  ustreza  $I_{vN}$ ,  $\cos \varphi = 0$  (ind.). Od točke A odštejemo  $I_{vk} \equiv \overline{AF}$ . V točki F potegnemo vzporednico tangenti na KPT in dobimo relativno Potierovo reaktanco  $x_p = \overline{HG}$ . KPT in KKS sta risani v relativnih enotah.

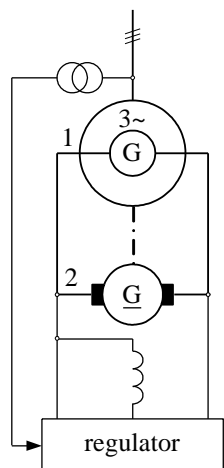
### ASA diagram

Pravokotno na  $I_N$  nanesemo iz konca  $U_N$  vrednost padca napetosti  $\Delta U_p = \sqrt{3}I_N X_p$  (za vezavo Y) in dobimo Potierovo napetost  $U_p$ . Projekcija napetosti  $U_p$  na ordinato nam da, med karakteristikama KZR in KPT, vrednost povečanja vzbujanja zaradi nasičenja  $\Delta I_v$ . ASA diagram za skupni vzbujalni tok je:  $\vec{I}_{vN} = (\vec{I}_{v\delta} + \vec{I}_{vk}) + \Delta \vec{I}_v$ .

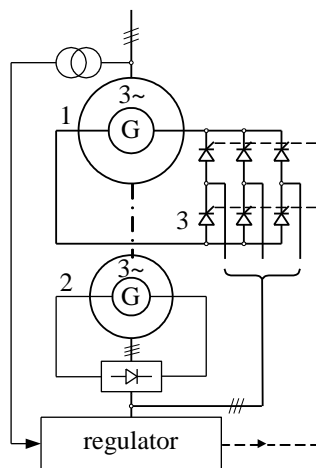


### **Sistemi za vzbujanje sinhronskih generatorjev**

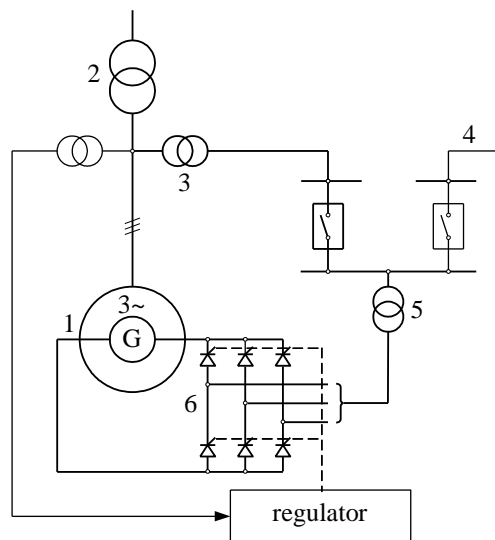
Za vzbujanje manjših sinhronskih generatorjev uporabljamo enosmerne samovzbujalne generatorje. Za večje sinhronske stroje uporabljamo trifazne sinhronske vzbujalnike ali tiristorske usmernike (statične pretvornike). Vzbujalna moč znaša približno 1 % od  $S_N$ .



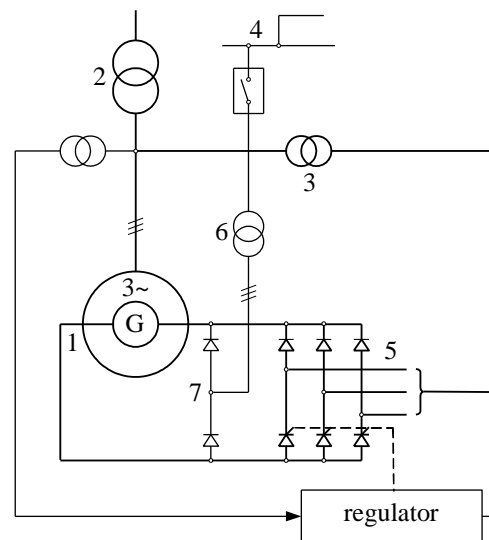
1 trifazni sinhronski generator  
2 enosmerni vzbujalni generator



2 trifazni sinhronski vzbujalnik  
3 polno krmiljeni tiristorski usmernik



2 blok transformator  
3 transformator lastne rabe  
4 tuje omrežje  
5 vzbujalni transformator  
6 polno krmiljeni tiristorski usmernik



5 polovično krmiljeni tiristorski usmernik  
6 pomožni transformator  
7 pomožni usmernik

## Uporaba trajnih magnetov za vzbujanje

Izbiramo lahko med keramičnimi trajnimi magneti in trajnimi magneti iz kovinskih zlitin. Keramični trajni magneti so npr. barijev ali stroncijev ferit. Med kovinskimi zlitinami pa so najbolj poznani AlNiCo magneti in zlitine na osnovi redkih zemelj, npr. samarij s kobaltom ali v novejšem času neodim-železo-bor.

## Magnetna histereza

V nematerialnem prostoru bo gostota magnetnega pretoka

$$B = \mu_0 H . \quad \left( \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s} / (\text{A} \cdot \text{m}) \right)$$

$B$  se v feromagnetnem materialu menja.

$$B = \mu_0 H + B_i ,$$

kjer je  $B_i$  magnetna polarizacija (enota T ali mT). Magnetna polarizacija je:

$$B_i = \kappa \mu_0 H . \quad \kappa \text{ je magnetna susceptibilnost (dovzetnost).}$$

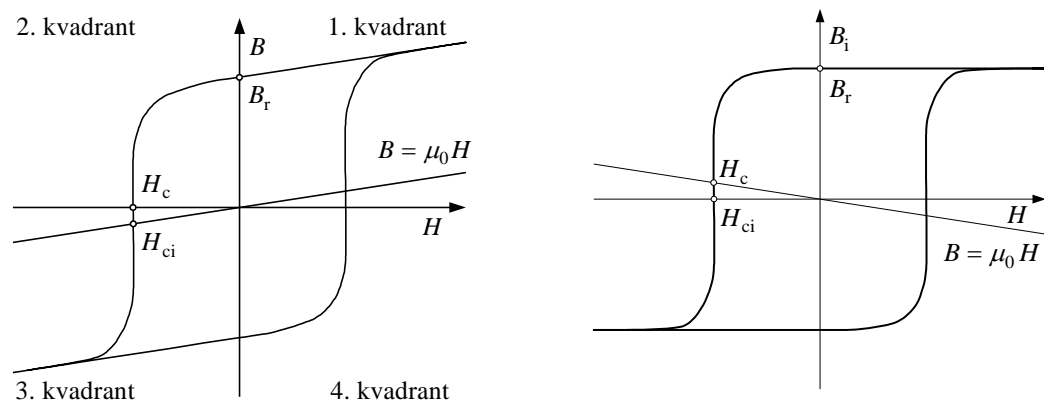
Sledi:  $B = \mu_0(1 + \kappa)H = \mu_0 \mu_r H$ , kjer je relativna permeabilnost  $\mu_r = 1 + \kappa$ .

V nasičenju bo  $\mu_r = 1$  in potek  $B(H)$  bo premica. Relativna permeabilnost se podaja za trafo ali dinamo pločevine. Pri trajnih magnetih pa se podaja povratno (recoil) permeabilnost  $\mu_p \approx 1 \div 1,1$ . (Permeabilis je lat. prepusten.)

Magnetno polarizacijo  $B_i$  lahko izrazimo tudi kot funkcijo magnetne poljske jakosti  $H$ :

$$B_i = B - \mu_0 H .$$

To je notranja (intrinsic) gostota magnetnega pretoka, prikazana na desni sliki v nadaljevanju. Pri kvalitetnih trajnih magnetih je točka remanentne gostote magnetnega pretoka na obeh slikah ( $B_r$ ) enaka. (Remanere lat. je ostanek.)



Karakteristične točke za obe krivulji so:

$H = 0 \rightarrow B_r$  (remanentna gostota magnetnega pretoka)

$B = 0 \rightarrow H_c$  (koercitivna magnetna poljska jakost) (Coercere lat. je zadržanje.)

$B_i = 0 \rightarrow H_{ci}$  (koercitivna magnetna poljska jakost polarizacije)

Za vzbujanje s trajnimi magneti koristimo II (IV) kvadrant. Ta del histerezne krivulje imenujemo krivulja razmagnetenja. Za vzbujanje s trajnimi magneti je bistveno, da sta  $B_r$  in  $H_{ci}$  čim večja. V bistvu pa je pomembna shranjena magnetna energija, tj. produkt  $(BH)$ .

$(BH) = \text{max.}$  vrednost na kolenu razmagnetilne krivulje.

### Delovna premica

Magnet je vgrajen v magnetni krog (mehko železo), ki ima navadno še zračno režo. Če zanemarimo razsipanje, velja:

$$\Phi = B_m A_m = B_\delta A_\delta.$$

Če zanemarimo padec magnetne napetosti v železu, velja:

$$\Theta = -H_m l_m = H_\delta l_\delta$$

in sledi

$$B_\delta = \mu_0 H_\delta = -\mu_0 H_m \frac{l_m}{l_\delta}.$$

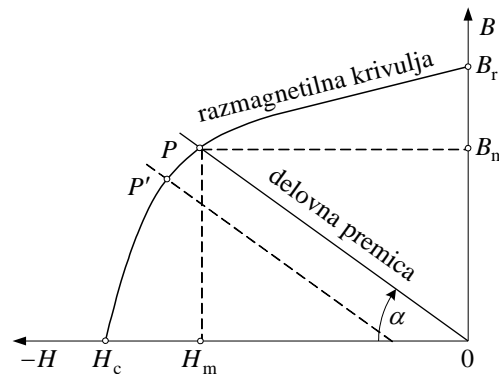
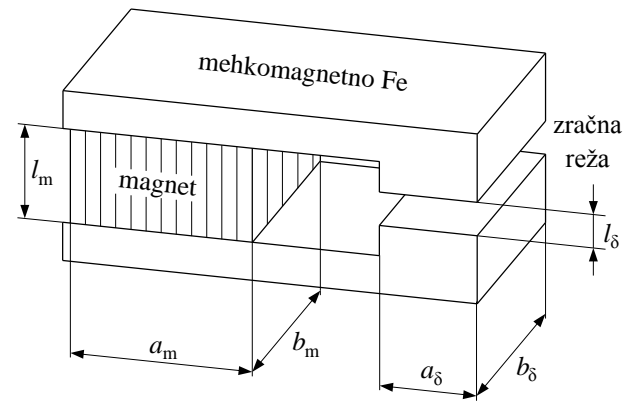
Delovna točka magneta bo sedaj:

$$B_m = B_\delta \frac{A_\delta}{A_m} = -\mu_0 H_m \frac{A_\delta l_m}{A_m l_\delta}$$

in kot delovne premice

$$\alpha = \arctg\left(\frac{-B_m}{H_m}\right) = \arctg\left(\mu_0 \frac{A_\delta l_m}{A_m l_\delta}\right).$$

Reakcija kotve nam premakne delovno premico iz točke P v točko P'. Ta ne sme biti pod kolenom krivulje, sicer magnet nepovratno razmagnetimo (oslabimo).



### Sinhronski motorji s trajnimi magneti

Zanje je značilen velik ekonomski pomen zaradi večjega izkoristka, kot ga imajo asinhronski motorji. Sinhronske motorje posebnih izvedb uporabljamo v gospodinjstvu in tehniki. S stališča tehnike je pomemben predvsem sinhronski vrtilni moment.

Statorji so grajeni različno:

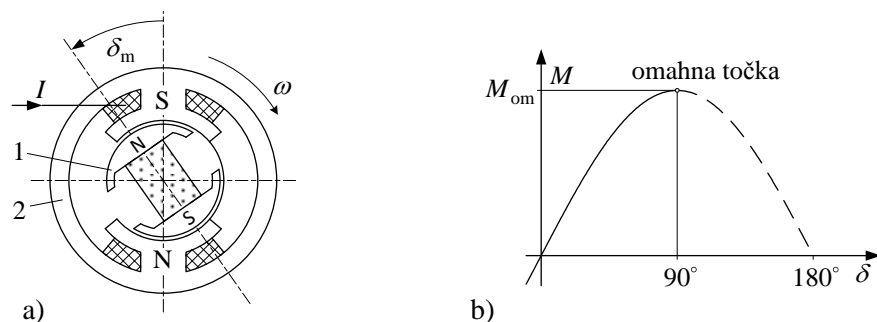
- obročasta tuljava s krempljastimi poli,
- stranske tuljave s krempljastimi ali zobčastimi poli,

- poli s posameznimi tuljavami,
- normalni trifazni stator – enak statorju asinhronskega motorja (večje enote).

Za motorje s trajnimi magneti na rotorju velja, da imajo visok sinhronski vrtilni moment, vendar ne zaženejo sami.

### Sinhronski in reluktančni vrtilni moment

Najprej bomo dognali povezavo med sinhronskim vrtilnim momentom in podatki o magnetu, pri tem bomo predpostavili, da stator (2) na sliki a) ustvarja vzbujanje ( $\Theta_{el}$  s sinusno porazdeljenim magnetnim poljem).



Pri premiku za (mehanski) kot  $\delta_m$  iz vzdolžne smeri bo električno vzbujanje  $\Theta_{el}$  (sinusne oblike) povzročilo spremembo magnetne napetosti v trajnem magnetu na rotorju (1) na sliki a). To ima za posledico spremembo energije  $\Delta W$ :

$$\Delta W = \frac{1}{2} \Phi_{\delta} \Theta_{el} \cos(p\delta_m).$$

V enačbi je  $\Phi_{\delta} = B_{\delta} A_{\delta}$ ,  $\Theta_{el} = I N$  ter  $p$  število polovih parov. Iz napisanega sledi:

$$M = \left| \frac{dW}{d\delta} \right| = p \frac{1}{2} \Phi_{\delta} \Theta_{el} \sin\delta$$



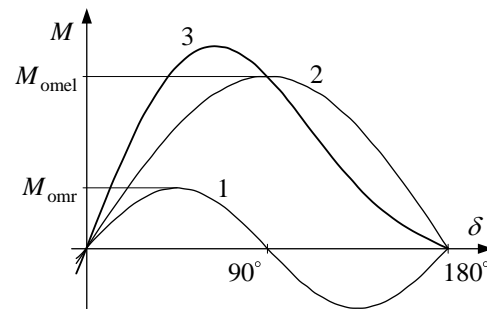
in nastane maksimalni, tj. omahni vrtilni moment pri kotu  $\delta = p \delta_m = 90^\circ$  (slika b)

$$M_{\text{om}} = p \frac{1}{2} \Phi_\delta \Theta_{\text{el}}.$$

Za stator uporabljamo navadno lamelirano mehko železo. Magnet v polih iz železa zgradi nasprotno magnetno polje in tako reluktančni (lepilni) vrtilni moment nasprotuje zasuku rotorja.

Na desni sliki je označen reluktančni vrtilni moment  $M_r$  z 1, sinhronski (električni) vrtilni moment, ki je posledica električnega napajanja statorja, z 2 ter rezultirajoči vrtilni moment s 3.

Da motor zažene, mora biti  $M_{\text{el}} > M_r$ . Navadno velja, da je  $M_{\text{el}} \approx 3M_r$ .



Enačbo za omahni vrtilni moment lahko pišemo tudi drugače:

$$M_{\text{om}} = p \frac{1}{2} \Phi_\delta \Theta_{\text{el}} = p \frac{1}{2} \Phi_\delta \Theta_p \frac{\Theta_{\text{el}}}{\Theta_p}.$$

V enačbi je fluks zračne reže  $\Phi_\delta$  enak fluksu trajnega (permanentnega) magneta ( $\Phi_\delta \approx \Phi_p$ ), če zanemarimo razsipanje v rotorju.  $\Theta_p$  je vzbujanje trajnega magneta. Za  $\Phi_p = B_m A_m$ ,  $\Theta_p = H_m l_m$  in specifično energijo  $w_p = B_m H_m / 2$  ter volumen magneta  $V_m = A_m l_m$  bo omahni vrtilni moment iz energije:

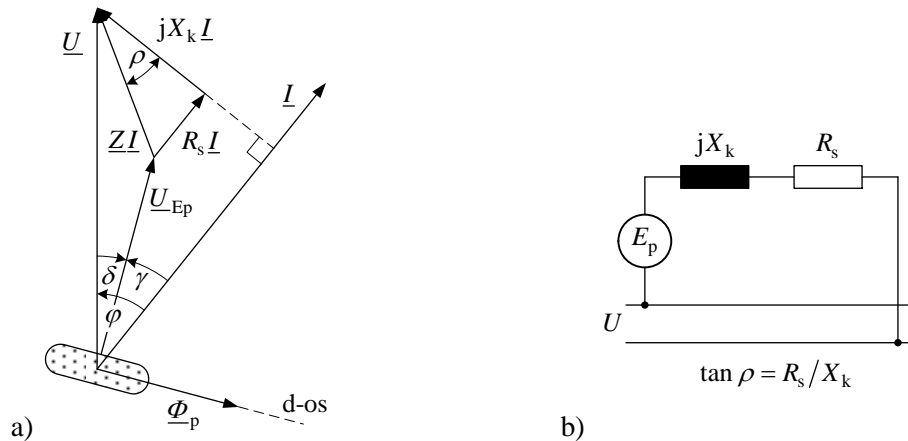
$$M_{\text{om}} = p w_p V_m \left( \Theta_{\text{el}} / \Theta_p \right)$$

sorazmeren volumnu magneta in odvisen od kvalitete magneta, tj. od shranjene energije magneta. Zato uporabljamo danes za sinhronske servomotorje predvsem magnete na osnovi redkih zemelj, npr. neodim-železo-bor ( $B_r = 1 \div 1,21 \text{ T}$  in  $H_{\text{ci}} = 690 \div 920 \text{ kA/m}$ ).

### Trifazni sinhronski motorji

Glede na trifazno navitje na statorju se magnet vrti z mehansko (sinhronsko) kotno hitrostjo  $\Omega_{ms} = \omega / p$  in inducira napetost polovega kolesa  $E_p = \omega N_s f_{ns} \hat{\Phi}_\delta / \sqrt{2}$ .

Pri malih motorjih ne smemo zanemariti ohmske upornosti statorskega navitja, ki je prikazana v kazalčnem diagramu (slika a), tj. v Kappovem trikotniku padcev napetosti in v nadomestnem vezju (slika b).

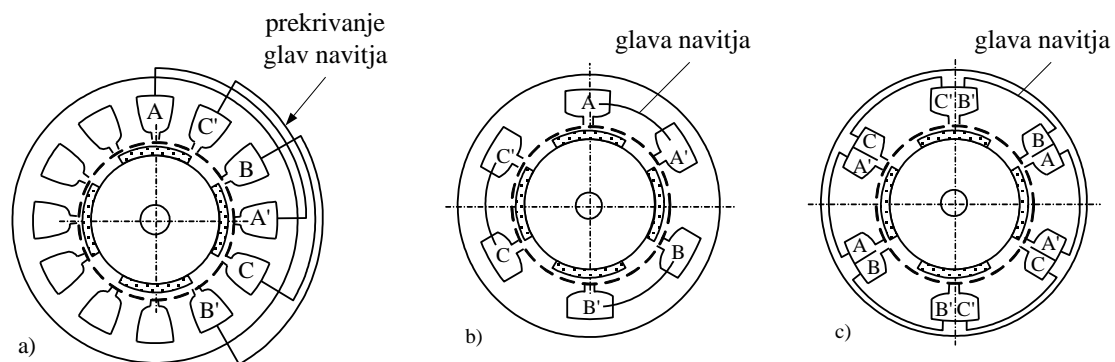


Za sinhronsko (kratkostično) reaktanco na sliki b velja približna enačba:  $X_k \approx E_p / I_k$ .

### Sinhronski motorji s trajnimi magneti in z izraženimi poli na statorju

Sinhronski motorji s trajnimi magneti so v angleški literaturi označeni s kratico PMSMs (permanent magnet synchronous motors). Posebnost te vrste motorjev je v tem, da navitje kotve ni porazdeljeno v utorih statorja (slika a) za 4-polni PMSM s porazdeljenim navitjem za  $Q_s = 12$ , ( $q_s = 1$ ), ampak je koncentrirano nameščeno na zobeh statorja ali po nemški literaturi navito na izražene pole statorja. Velja, da lahko reduciramo lepilni vrtilni moment pri toku nič, če imajo takšni motorji na statorju število utorov  $Q_s \neq 2p$ . Število utorov  $Q_s$  na statorju je:  $Q_s = 2p + 2k$  in faktor

$k = \pm 0,5, \pm 1, \pm 2 \dots$ . Za vse motorje z navitjem na polih statorja je število utorov na pol in fazo  $q_s \leq 0,5$ . Za primer na slikah b) in c) je:  $Q_s = 6$  in  $2p = 4$  ( $k = 1$ ). Tako imamo eno tuljavo na fazo za enoplastno navitje in dve tuljavi na fazo za dvoplastno (dvodelno) navitje. Na splošno obstaja mnogo kombinacij za  $Q_s$  in  $2p$  tako kot:  $3/2, 3/4, 6/4, 6/8, 9/8, 9/10, 9/12, 12/10, 12/14, 24/16, 24/22, \dots 36/42$  itd. Število period lepilnega vrtilnega momenta je pri toku nič enako produktu med  $Q_s / p$  in  $2p$ .

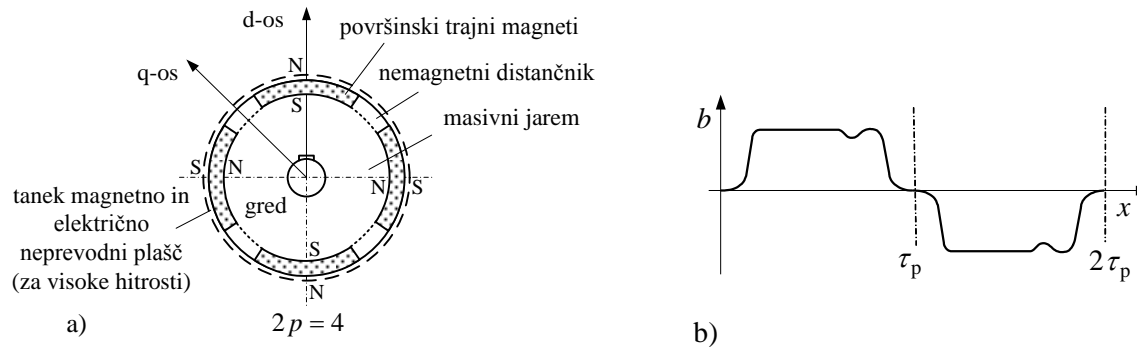


PMSMs motorji imajo  $2p$  polov. Tako ima statorsko navitje za  $Q_s \neq 2p$  relativno velik faktor navitja za  $2p$  period. V primeru  $Q_s = 6$  in  $2p = 4$  je ta faktor za koncentrirano navitje glede na širino tuljave enak  $\sin(120^\circ / 2) = \sqrt{3} / 2 = 0,866$ . S takšnim navitjem je mogoče doseči v statorskih fazah praktično sinusno inducirano napetost.

Ti motorji nimajo kletke v rotorju in jih ne moremo priključiti direktno na AC omrežje. Odvisni so od frekvenčno variabilnega napajanja z močnostno elektroniko. Celo če imajo kletko, ima statorsko vzbujanje zaradi  $Q_s \neq 2p$  zelo močno izražene harmonike.

Oblika polja za primer motorja s trajnimi magneti na površini rotorja (slika a v nadaljevanju z označenima "d" in "q" osema) in navitjem na izraženih polih statorja za  $q_s = 0,5$  je prikazana na sliki b.

Lok trajnih magnetov je običajno enak loku statorske utorne širine  $\tau_m = \tau_u = D\pi / Q_s$ , da reduciramo lepilni vrtilni moment.



### Izračun vrtilnega momenta

Predpostavimo, da se magnetni sklep trajnih magnetov na statorju, z dvema tuljavama na fazo, spreminja sinusno. Maksimalni magnetni sklep za dve tuljavi z  $N_t$  ovoji bo tako:

$$\hat{\Psi}_p = 2N_t \times B_{\delta_e} A_m,$$

kjer je  $B_{\delta_e}$  gostota magnetnega pretoka v ekvivalentni zračni reži ( $\delta_e$ ) in  $A_m$  površina magneta v smeri zračne reže. Maksimalni magnetni sklep se bo pojavil v d-osi, tj. v simetrali trajnih magnetov, medtem ko je q-os simetrala med magneti (slika a).

Za sinusno razporeditev magnetnih sklepov velja:

$$\Psi_p(\mathcal{G}_r) = \hat{\Psi}_p \sin \mathcal{G}_r.$$

$\mathcal{G}_r$  je električni kot in je  $p$ -krat večji od mehanskega kota ( $\mathcal{G}_r = p\mathcal{G}_{rm}$ ).

$B_{\delta_e}$  je določen z enačbo:

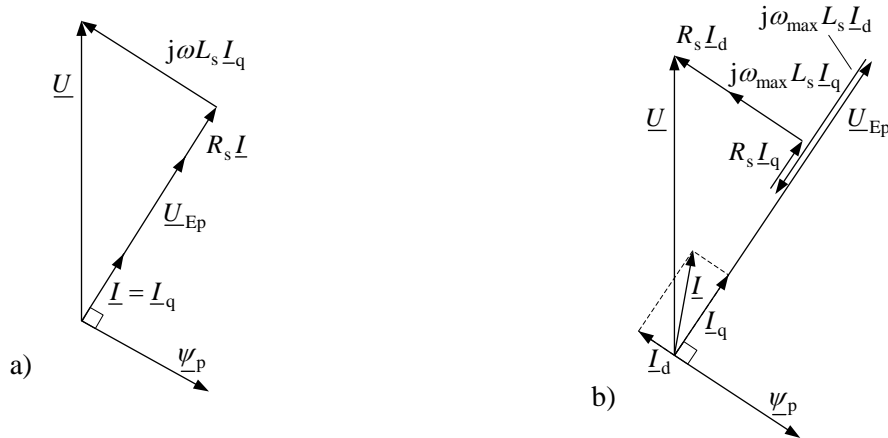
$$B_{\delta_e} \approx \frac{B_r}{1+k_r} \frac{l_m}{l_m + \delta_e}.$$

Faktor  $k_r = 0,1 \div 0,2$  in upošteva robni pretok.  $l_m$  je debelina magneta.

Vrtilni moment v primeru, da je tok kotve v fazi z inducirano napetostjo polovega kolesa  $U_{Ep} = \omega \hat{\Psi}_p / \sqrt{2}$ , torej v primeru za  $I_d = 0$ , ko imamo samo "q" komponento toka  $I_q = I$ , izračunamo po znani enačbi:

$$M = 3p \frac{\hat{\Psi}_p}{\sqrt{2}} I.$$

V primeru, da je tok v fazi z inducirano napetostjo ( $I_d = 0$ ), velja kazalčni diagram na sliki a, v katerem upoštevamo sinhronsko induktivnost  $L_s$  in statorsko upornost  $R_s$ . Na sliki b je  $I_d < 0$  in reakcija zmanjšuje vzbujanje.

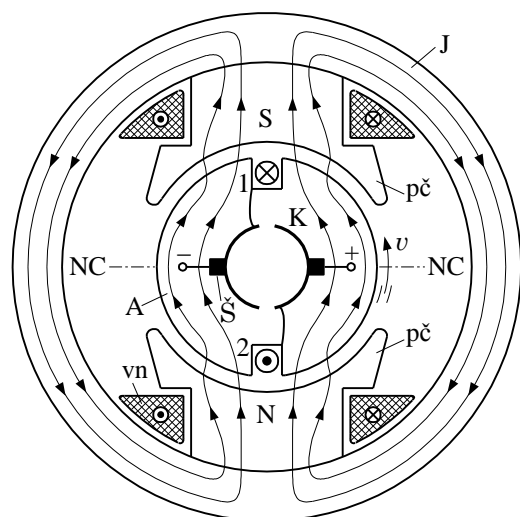


Sinhronska induktivnost v tem primeru ni enaka samo vsoti magnetilne  $L_m$  in razsipane induktivnosti  $L_{\sigma s}$  (tj.  $L_d$  za klasične stroje), ampak je potrebno dodati še medsebojno induktivnost med sosednjimi fazami  $L_{12} \approx L_m / 3$ . V primeru, ko ima  $I_d$  komponenta toka kotve nasprotno smer kot vzbujanje trajnega magneta (za vodenje pri večjih hitrostih vrtenja rotorja  $\omega_{\max} > \omega_N$ ), velja kazalčni diagram na sliki b.

## KOMUTATORSKI STROJ

### Opis konstrukcije

Komutatorski stroj predstavlja električni stroj s komutatorjem v sekundarnem delu. Sklop komutatorja (kolektor – ščetke) je mogoče zamenjati z elektroniko. Glede na pritisnjeno napetost razlikujemo enosmerni ali izmenični stroj. Glavni sestavni deli so: stator in rotor s komutatorjem.



Skica dvopolnega enosmernega stroja

Stator sestavljajo:

- J – masivni jarem statorja,
- pč – poli s polovimi čevlji,
- vn – vzbujalno navitje.

Rotor sestavljajo:

- A – kotva (armatura) iz dinamo pločevine
- (1, 2 – navitje kotve),
- K – komutator (kolektor),
- Š – nepremične ščetke.

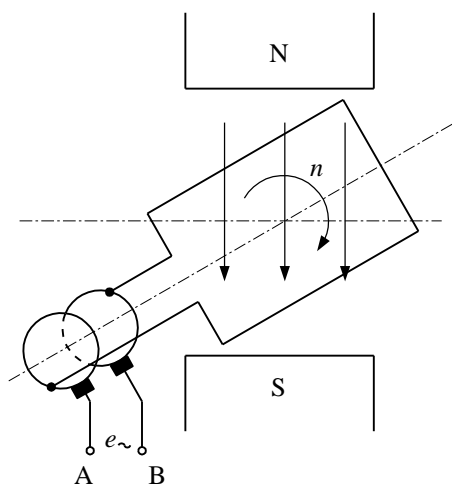
### Način delovanja

#### a) Generator

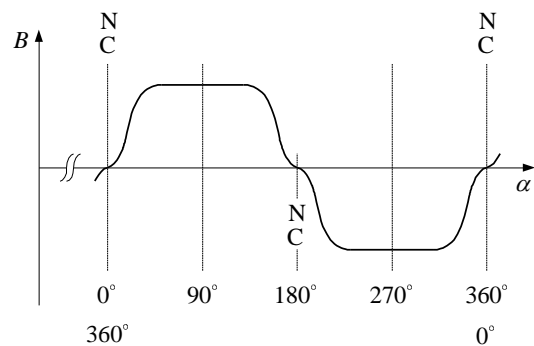
Tuljavo rotorja vrtimo v enosmernem magnetnem polju. V posamezni stranici tuljave – vodniku (palici) se inducira napetost po enačbi:

$$e_p = vBl.$$

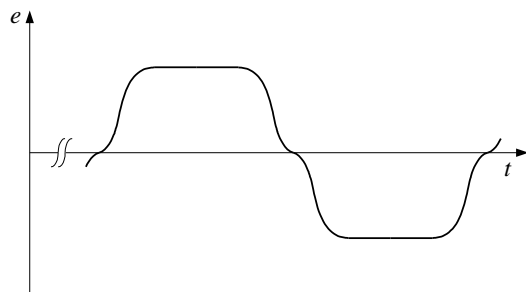
Ta je po obliki enaka obliki magnetnega polja.



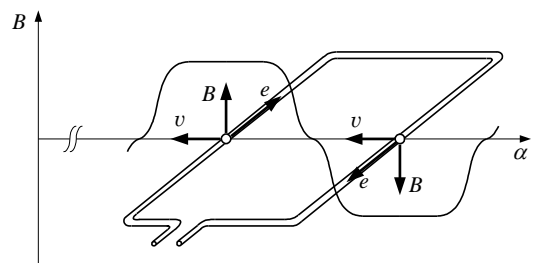
Tuljava priključena na dva drsna obroča



Razdelitev magnetnega polja izraženih polov



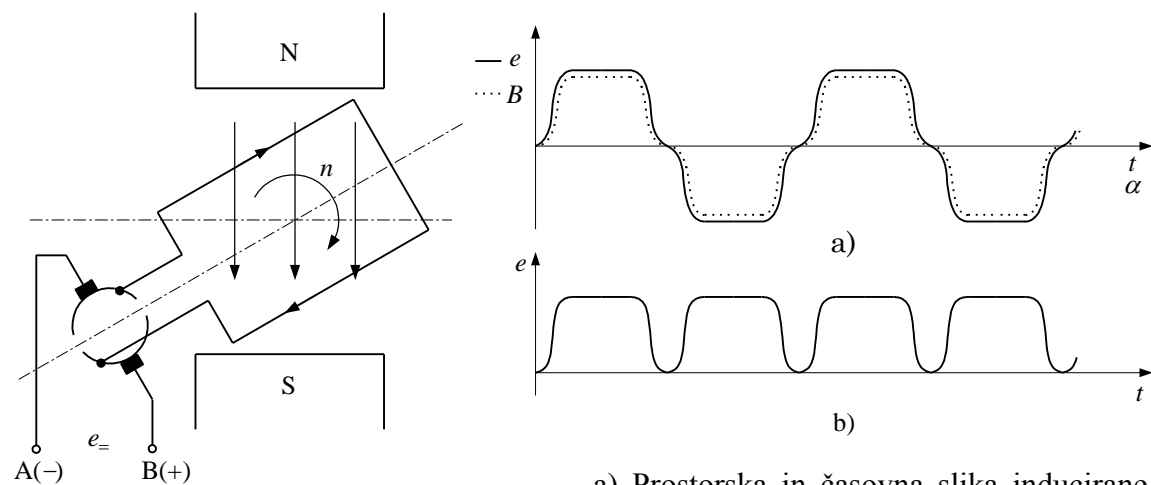
Inducirana napetost vodnika



Inducirana napetost tuljave

Inducirani napetosti v obeh stranicah tuljave sta nasprotno usmerjeni. Geometrijska vsota je dvakratna. Časovno je po obliki napetost izmenična. Takšno napetost dobimo tudi na drsnih obročih.

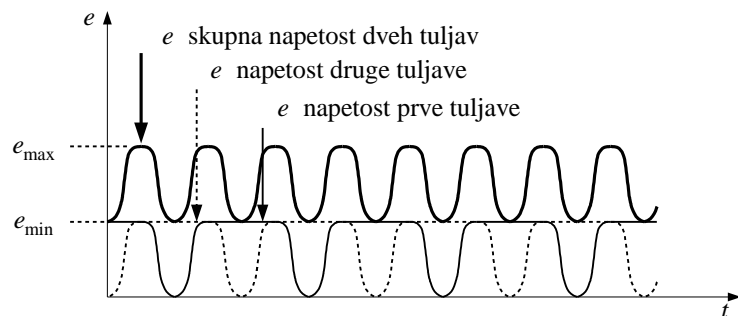
Namesto dveh drsnih obročev vzamemo le enega, ki ga prerežemo, torej dve lameli. Začetek tuljave vežemo na eno in konec na drugo lamelo.



a) Prostorska in časovna slika inducirane napetosti tuljave

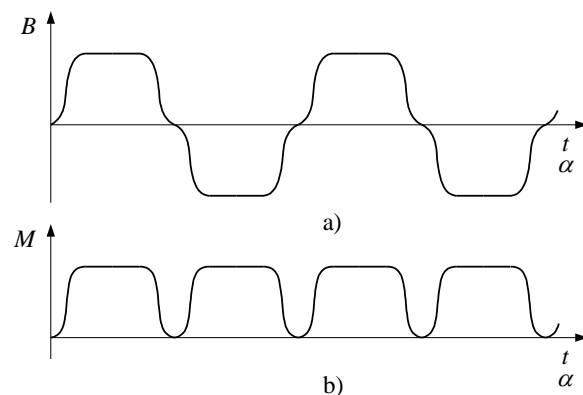
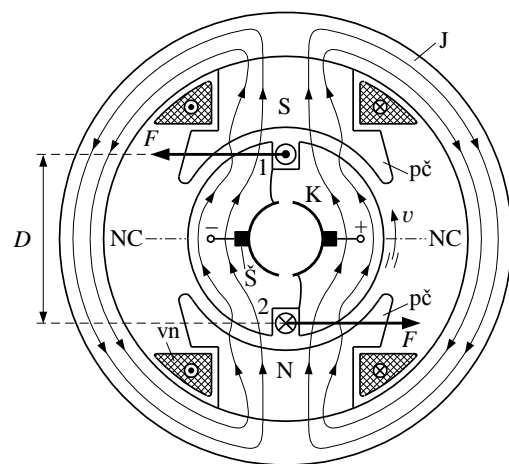
b) Napetost na ščetkah

Kolektor (komutator) je mehanski usmernik. Na sponki A bo inducirana napetost vedno iste smeri (-), na sponki B vedno (+). Ena sama tuljava ima veliko valovitost napetosti. Navadno pa imamo vsaj dve (slika) ali več tuljav.





## b) Motor



a) Gostota magnetnega pretoka

b) Vrtilni moment

Rotor priključimo na napetost in v njem steče tok  $I$ . Na vodnik v magnetnem polju gostote magnetnega pretoka  $B$  deluje sila:  $F = IBl$  in na obe stranici tuljave par sil, ki ustvarita vrtilni moment (navor):

$$M = F \frac{D}{2} + F \frac{D}{2} = FD.$$

Vsak motor lahko deluje kot generator in obratno. Tudi v generatorju se pojavi sila, ki nasprotuje sili (vrtilnemu momentu) pogonskega stroja.

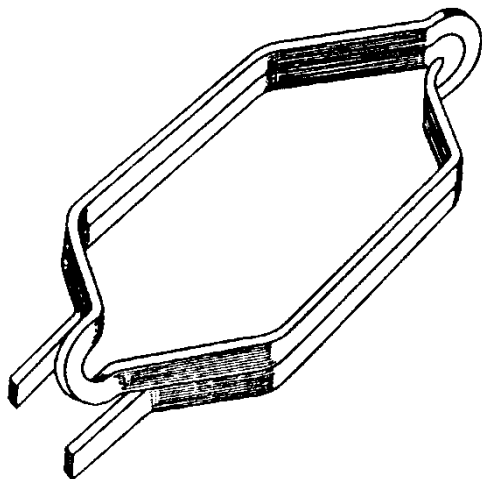
Velikosti napetosti:

generator  $U \leq E$

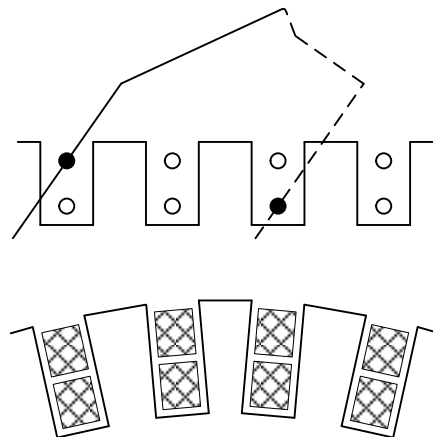
motor  $E \leq U$

### Navitja komutatorskih strojev

Navadno so to dvoplastna navitja. Število tuljav je enako številu utorov.



Izvedba tuljave



Razporeditev tuljave v utor

Začetek in konec sta vezana na sosednji lameli. Zato je število lamel  $K$  enako številu tuljav oziroma številu utorov  $Q$ :

$$K = Q.$$

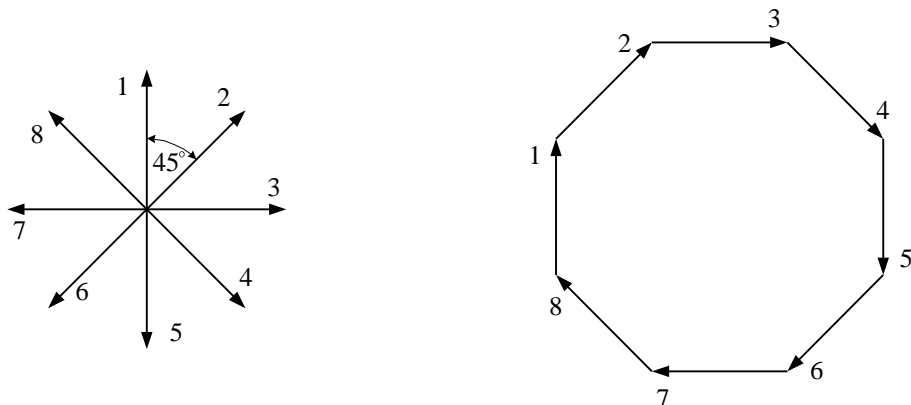
### Vektorska zvezda in mnogokotnik inducirane napetosti

Inducirano napetost posameznih utorov ponazorimo z vektorjem (kazalcem). Vsi vodniki v utoru imajo inducirano napetost enake smeri in velikosti. Električni kot v stopinjah med utori bo:

$$\alpha = p \frac{360^\circ}{Q} = p \alpha_Q,$$

kjer je mehanski kot med utori  $\alpha_Q = \frac{360^\circ}{Q}$ .

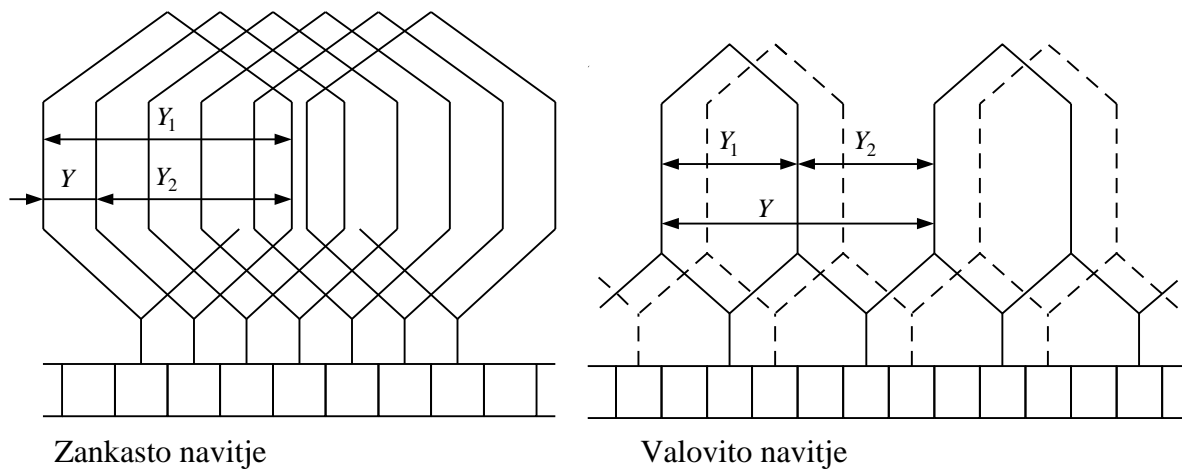
Primer:  $Q = 8$ ,  $2p = 2$ ,  $\alpha = 45^\circ$



Če vezemo konec prve tuljave z začetkom druge itd., nastane mnogokotnik. Pri  $Q = \infty$  je to krog. Če postavimo ščetke na dve diametralni točki kroga (komutatorja), razpade navitje na dve paralelni veji. Napetost na ščetkah bo enaka premeru kroga.

### Izvedbe navitij

Glede na vezavo posameznih tuljav ločimo zankasto in valovito navitje.



Pri zankastem navitju vežemo konec predhodne tuljave z začetkom sosednje. Pri valovitem navitju preskočimo nekaj sosednjih tuljav. Navitje, zankasto ali valovito, je vedno sklenjeno oziroma vezano samo vase.

Za zankasto navitje je širina pomika (navitja):  $Y = Y_1 - Y_2$ .

Za valovito navitje je širina pomika (navitja):  $Y = Y_1 + Y_2 \neq 2Q_p = \frac{Q}{p} \rightarrow Y = \frac{Q \pm 1}{p}$ .

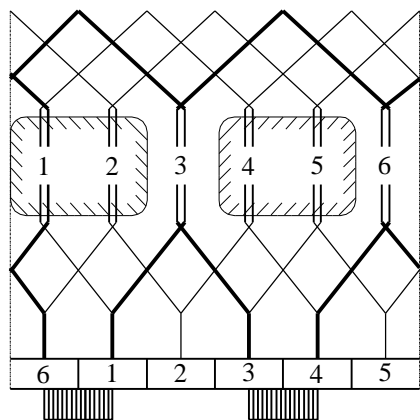
$Y_1$  je širina tuljav  $Y_1 \leq Q_p = \frac{Q}{2p}$ . ( $Q_p$  je število utorov na pol.)

$Y_2$  je vezalna širina.

#### Primer zankastega navitja

$$Q = 6, 2p = 2, Y_1 = Q_p = 3, Y_2 = 2, Y = 1$$

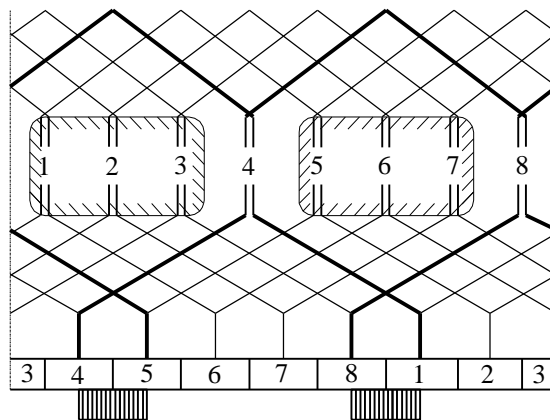
Korak je  $1 - (1 + Q_p) = 1 - 4$ .



#### Primer valovitega navitja

$$Q = 8, 2p = 2, Y_1 = Q_p = 4, Y_2 = 5, Y = 9$$

Korak je  $1 - (1 + Q_p) = 1 - 5$ .

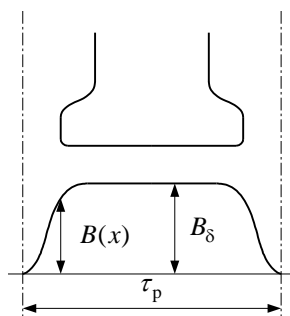
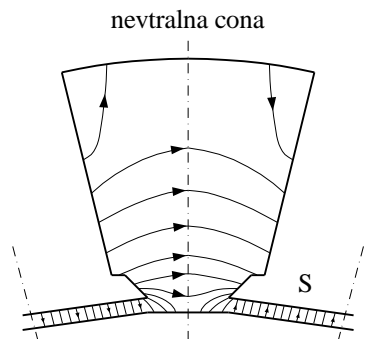


Na slikah vidimo, da je komutatorsko navitje sklenjeno samo vase. Debelo narisane tuljave so preko ščetk kratkosklenjene.

## Teorija enosmernih strojev

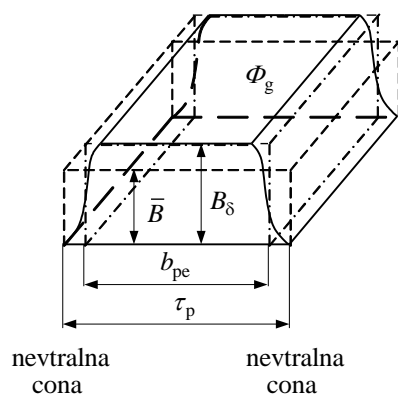
### Inducirana napetost

Tok v vzbujalnem navitju:  $I_v \rightarrow \Theta_v = I_v N_v \rightarrow B_\delta \rightarrow \Phi_g$



Slika magnetnega polja v prostem teku za polovo delitev

Slika porazdelitve magnetnega polja v prostem teku za polovo delitev



Fluks pola:  $\Phi_g = l \int_0^{\tau_p} B(x) dx$

$$\Phi_g = b_{pe} l B_\delta = \tau_p l \bar{B}$$

$b_{pe}$  je ekvivalentna periferna širina pola.

Fluks ponazorimo kot volumen geometrijskega telesa (kvadra) s stranicami za srednjo vrednost  $\bar{B}$ ,  $l$  in  $\tau_p$ .

Srednja vrednost inducirane napetosti v vodniku (palici):

$$\bar{E}_p = v \bar{B} l = 2 p n \Phi_g, \text{ če je } v = D \pi n = \frac{2 p D \pi}{2 p} = 2 p \tau_p n.$$

Navitje z "z" vodniki ( $z = 2N$ ), vezanimi v serijo, in z "2a" paralelnimi vejami, kjer je "a" število paralelnih vej polovice kotve (rotorja), bo imelo inducirano napetost:

$$E = \frac{z}{2a} \bar{E}_p = 2p \frac{z}{2a} n \Phi_g = 4pn \frac{N}{2a} \Phi_g = 4pn N_a \Phi_g,$$

kjer je  $N_a = N/(2a)$  efektivno število ovojev, tj. število ovojev paralelne veje in produkt "pn" frekvenca v kotvi (rotorju) inducirane napetosti.

Z uvedbo konstrukcijske konstante napetosti  $k_e = \frac{pz}{a}$  velja:

$$E = k_e n \Phi_g = K_E \Omega_m.$$

$K_E$  je koeficient magnetnega fluksa za izračun inducirane napetosti  $\left( K_E = \frac{k_e}{2\pi} \Phi_g \right)$ . Če

je  $\Phi_g = \text{konst.}$ , je tudi  $K_E$  konstanten.

Napetost na sponkah generatorja je:

$$U = E - I_a R_a - \Delta U_c.$$

Napetost je manjša za padec napetosti na upornosti kotve  $I_a R_a$  in za padec napetosti na ščetkah komutatorja  $\Delta U_c$ . Obratno velja za motor:

$$U = E + I_a R_a + \Delta U_c.$$

### Vrtilni moment

Izračunamo ga iz mehanske moči:  $P_m = M \Omega_m = E I_a = P_{\text{notr}}$ , ki je enaka notranji moči stroja (če lahko zanemarimo izgube trenja in ventilacije). To trditev dokažemo z naslednjo izpeljavo:

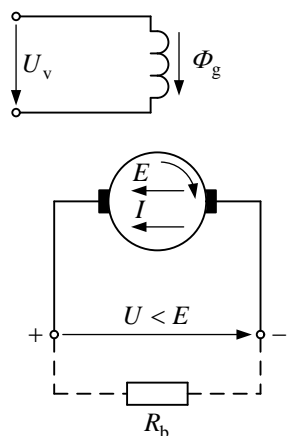
$$P_m = M \Omega_m = F D 2\pi n = \frac{I_a}{2a} N \bar{B} l \tau_p 4pn = I_a \frac{pz}{a} n \Phi_g = I_a k_e n \Phi_g = E I_a,$$

$$M = \frac{k_e}{2\pi} \Phi_g I_a = k_m \Phi_g I_a = K_M I_a.$$

$k_m = k_e / (2\pi)$  je konstrukcijska konstanta vrtilnega momenta. Koeficient  $K_M$  je koeficient magnetnega fluksa za izračun vrtilnega momenta.  $K_M$  je po vrednosti enak kot  $K_E$  za inducirano napetost, če lahko zanemarimo vrtilni moment izgub trenja in ventilacije rotorja. Enota koeficienta za vrtilni moment je ( $N \cdot m / A$ ) in za inducirano napetost ( $V \cdot s / rad.$ ).  $K_E$  se navadno podaja pri servomotorjih pri 1000 vrtljajih v minuti. Koeficienta za fluks in vrtilni moment sta označena tudi s črko  $C$ .

### Stroji za enosmerni tok

a) generator



$$U = E - IR_a$$

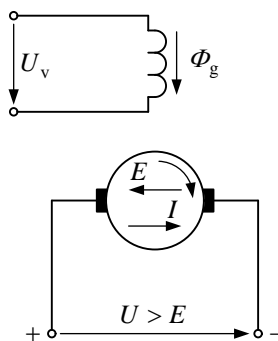
$$U = k_e n \Phi_g - IR_a$$

$$P_{el} = UI = EI - I^2 R_a$$

$$P_m = EI = P_{notr} = P_{el} + P_{Cu}$$

$$P_{el} = P_{notr} - P_{Cu}$$

b) motor



$$E = U - IR_a = k_e n \Phi_g$$

$$n = \frac{U - IR_a}{k_e \Phi_g}$$

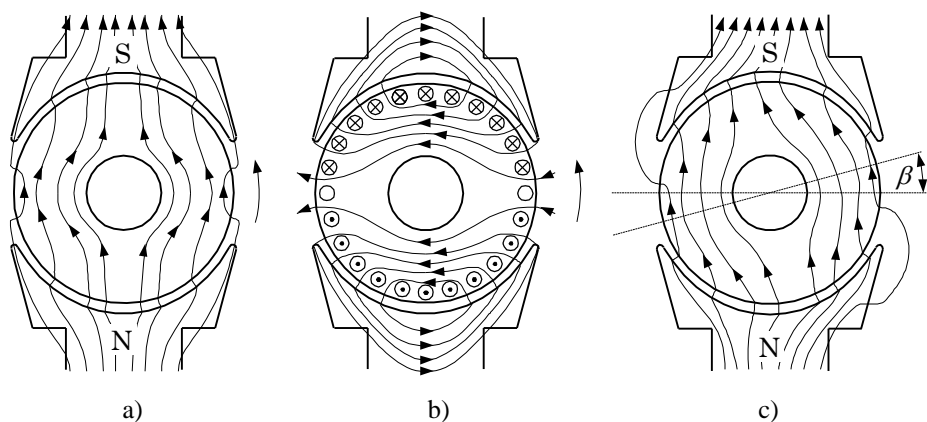
$$M_{notr} = k_m \Phi_g I$$

$$P_m = M_{notr} \Omega_m = EI = P_{notr}$$

$$P_m = P_{el} - P_{Cu}$$

## Reakcija kotve

V obremenjenem stroju teče v kotvi bremenski tok  $I_a$ .  $I_a \rightarrow \Theta_a \rightarrow B_a$  (magnetno polje reakcije kotve). Skupaj z magnetnim poljem vzbujanja dobimo rezultirajoče magnetno polje. Spremeni se fizikalna slika delovanja. Celoten pojav in posledice tega pojava imenujemo reakcija kotve.



Magnetno polje enosmernega stroja v zračni reži in njeni bližini

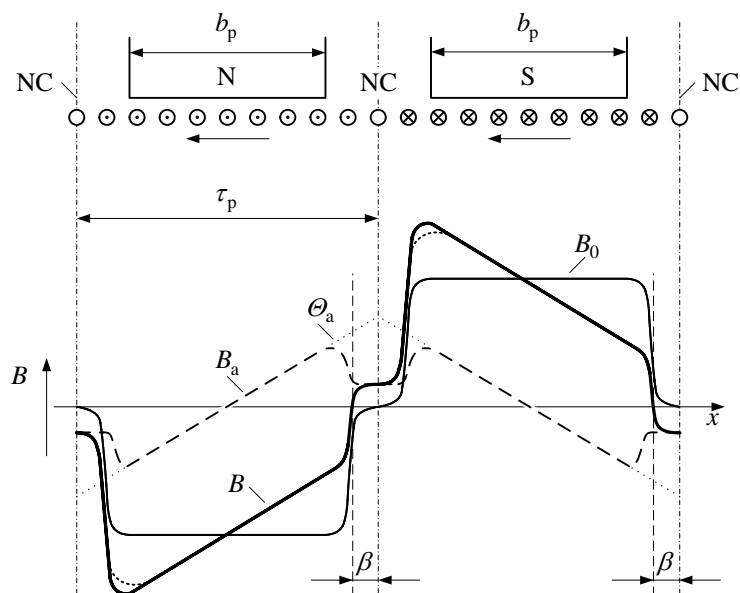
- a) prosti tek – vzbuja vzbujalno navitje
- b) nevzbujan stroj – vzbuja le navitje kotve (reakcija kotve)
- c) vsota a) in b)

Razlika med sliko a) in c) je dvojna:

1. magnetno polje v zračni reži ni razporejeno homogeno,
2. nevtralna cona je premaknjena za kot  $\beta$  iz simetrane med poli.

Za generatorsko obratovanje je prostorska porazdelitev magnetnega polja prostega teka označena z  $B_0$ , magnetno polje reakcije kotve z  $B_a$  in rezultirajoče magnetno polje z  $B$ . Zaradi nasičenja povečanje magnetnega polja ni enako zmanjšanju in  $\Phi_g$  bo manjši.





Posledice reakcije kotve so naslednje:

1. zmanjšanje inducirane napetosti  $E$ ,
2. povečanje izgub v železu,
3. premik nevtralne cone,
4. povečanje napetosti med lamelami.

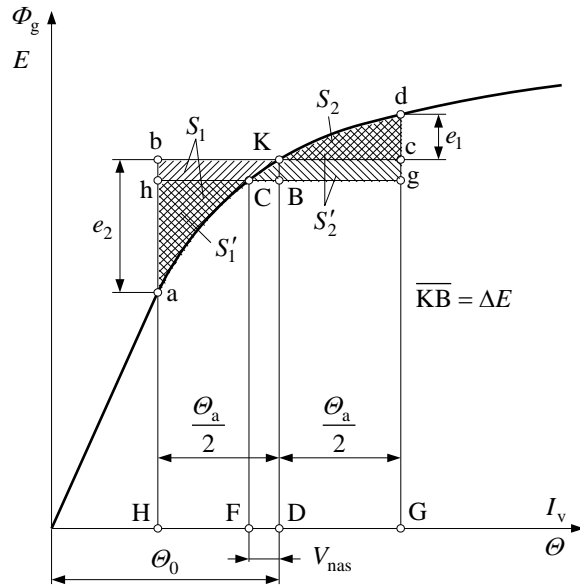
### 1. Zmanjšanje inducirane napetosti zaradi reakcije kotve

a) Generator  $E \propto \Phi_g$ .  $\Phi_g$  pade zaradi reakcije kotve in s tem pade  $E$ .

b) Motor  $U = \text{konst.} \rightarrow E = \text{konst.}$  (zanemarimo padec napetosti).  $\Phi_g$  pade zaradi reakcije kotve in zato narastejo vrtljaji, tako da ostane  $E \approx \text{konst.}$

### Grafična metoda za določanje vpliva reakcije kotve

Izhajamo iz znane karakteristike prostega teka (KPT)  $E = f(I_v)$ .



Razdalja  $\overline{KD} = E$  pri vzburjanju  $\Theta_0$

$$I_a \rightarrow \Theta_a = N_a I_a$$

Rezultirajoče vzburjanje:

$$\Theta_{\text{rez}} = \Theta_0 \pm \Theta_a / 2$$

$$E_2 = \overline{aH} = E - e_2$$

$$E_1 = \overline{dG} = E + e_1$$

$$e_2 = \overline{ab} \text{ in } e_1 = \overline{cd}$$

Po Simpsonu velja:

$$\Delta E = E - \frac{E - e_2 + 4E + E + e_1}{6} = \frac{e_2 - e_1}{6}.$$

Grafični postopek zmanjšanja inducirane napetosti:

$\Delta$  z oglišči a, b, K ima površino  $S_1$ ,

$\Delta$  z oglišči K, c, d ima površino  $S_2$ .

Po KPT potujemo od točke K do točke C, ki je določena s tem, da je površina trikotnikov z oglišči a, h, C in C, g, d enaka ( $S'_1 = S'_2$ ).  $\overline{CF}$  je zmanjšana inducirana napetost za razdaljo  $\overline{KB}$  zaradi reakcije kotve. To zmanjšanje napetosti je posledica padca magnetne napetosti  $V_{\text{nas}} = \overline{FD}$ . Zato moramo pri obremenitvi povečati vzburjanje zaradi reakcije kotve za  $\Theta_{\text{nas}} = V_{\text{nas}}$ .

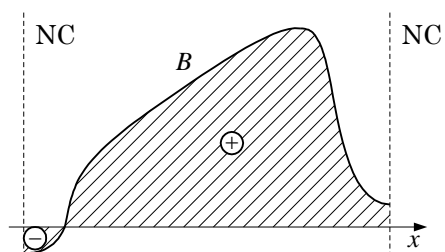
Pri spremembi obremenitve je:

$$V_{\text{nas}} \approx V_{\text{nasN}} \left( \frac{I_a}{I_{aN}} \right)^2.$$

## 2. Povečanje izgub v železu zaradi reakcije kotve

Zaradi reakcije kotve ( $B_{\delta} \neq \text{konst.}$ ) se izgube v železu, tj. predvsem v zobeh rotorja, povečajo približno z  $(B_{z\text{max}} / B_{z0})^2$ .

## 3. Premik nevtralne cone zaradi reakcije kotve



Napetost na ščetkah se zmanjša zaradi premika NC. Tuljava, ki komutira, pride pod vpliv glavnega magnetnega polja. V njej se inducira napetost, ki poslabša komutacijo.

## 4. Povečanje napetosti med lamelami

Srednja napetost med lamelami komutatorja s "K" lamelami:

$$\bar{E}_K = \frac{2pU}{K}.$$

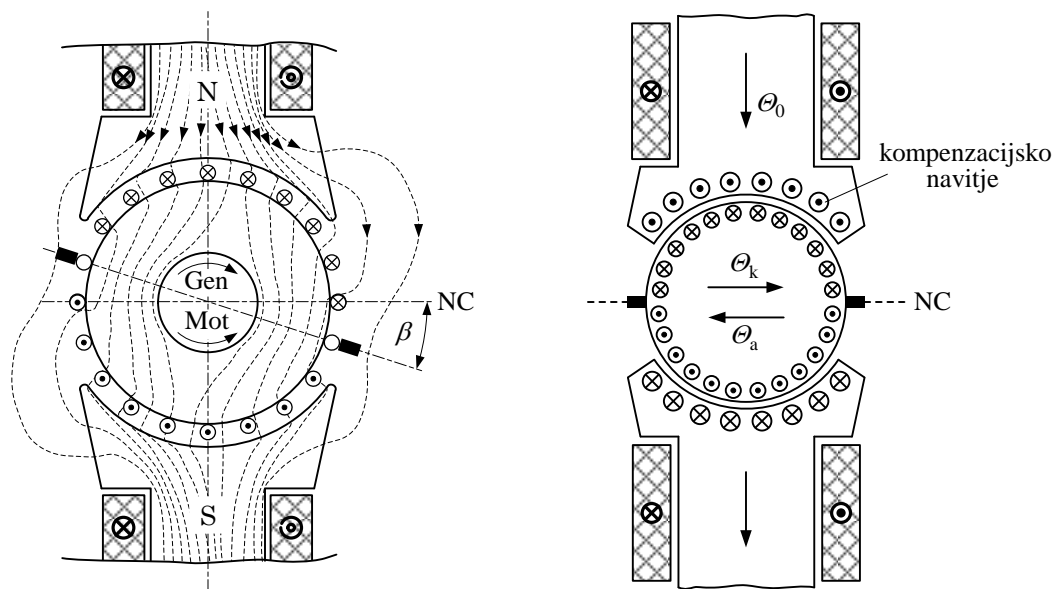
Dopustno je  $\bar{E}_K = 16 - 20 \text{ V}$ .

Zaradi deformacije magnetnega polja se ta poveča. Zato se poveča iskrenje. Zmanjšanje posledic reakcije kotve lahko dosežemo s:

- a) premikom ščetk,
- b) kompenzacijskim navitjem.

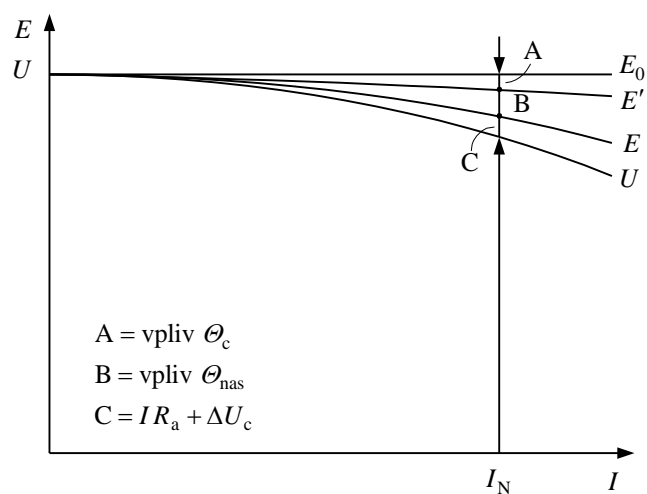
Glede na premik nevtralne cone premaknemo ščetke pri:

1. motorju v nasprotni smeri vrtenja,
2. generatorju v smeri vrtenja.



Reakcijo kotve odstranimo s kompensacijskim navitjem, skozi katerega teče bremenski tok. Smer magnetenja mora biti nasprotna smeri reakcije kotve.

Napetost na sponkah stroja



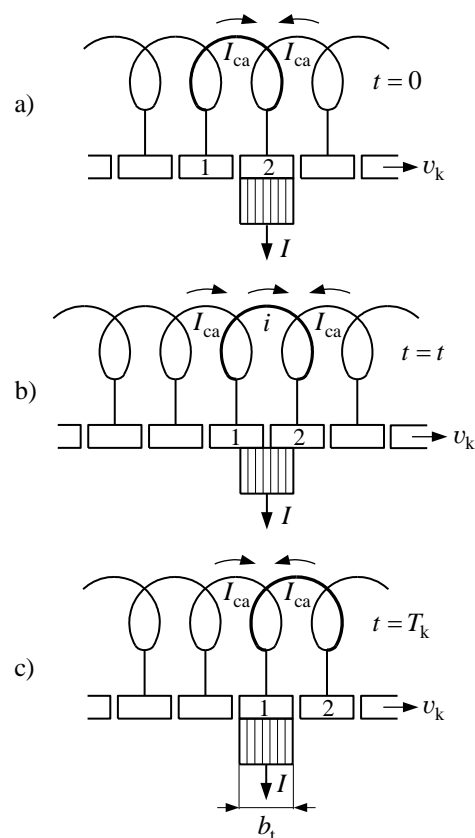
Prosti tek:  $E = E_0$

Razdalja A ponazarja zmanjšanje napetosti zaradi premika ščetk iz geometrijske nevtralne cone.

Razdalja B ponazarja vpliv nasičenja.

Razdalja C ponazarja vpliv padcev napetosti.

## Komutacija



Pri prehodu tuljave iz področja enega pola skozi NC v področje drugega pola se spremeni smer inducirane napetosti in s tem tudi smer toka. To je komutacija.

V času spremembe toka je tuljava, ki komutira, kratko vezana preko sosednjih lamel in ščetke (slika b).

Če v trenutku, ko lamela številka 2 zapusti ščetko, tok ne pade na nič, se pojavi iskra (električni lok). Ta vzdržuje kratki stik, dokler sprememba toka ni dokončna.

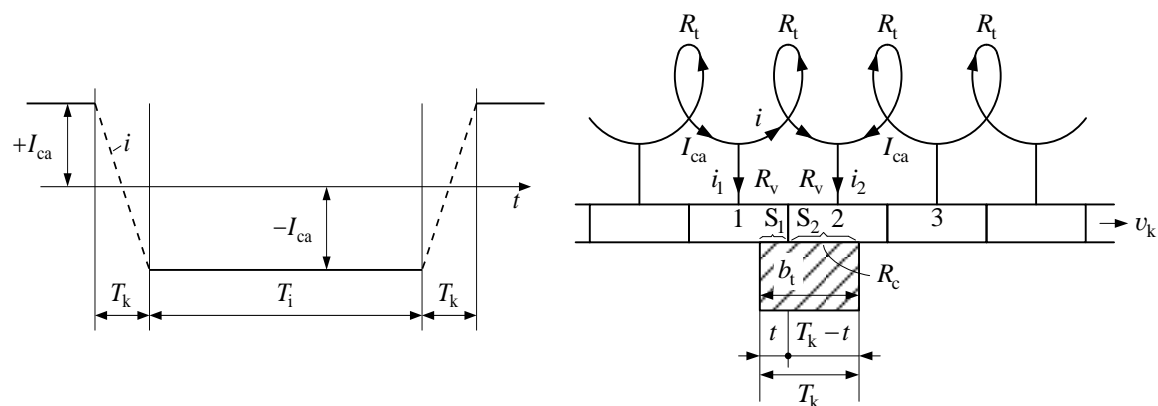
## Linearna komutacija

Časovni potek toka v času komutacije  $T_k$  je nepoznan (črtkana črta).

Velja, da je tok veje  $I_{ca} = I/(2a)$ ,  $T_k$  – čas trajanja komutacije in

$T_i$  – čas konstantnega toka.

Časovni potek toka dobimo s Kirchhoffovimi zakoni.



Glede na oznake velja enačba za čas komutacije:

$$T_k = \frac{b_t}{v_k} = \frac{b_t}{v_a} \frac{D_a}{D_k},$$

kjer je  $D_a$  premer rotorja,  $D_k$  premer komutatorja,  $b_t$  tangencialna širina ščetke ter " $v$ " ustrezni hitrosti.

Po prvem Kirchhoffovem zakonu velja:

$$i_1 = I_{ca} - i,$$

$$i_2 = I_{ca} + i,$$

kjer je " $i$ " trenutna vrednost toka, " $i_1$ " in " $i_2$ " pa sta tokova dovodov na lameli 1 in 2.

V zanki zanemarimo upornost tuljave, ki komutira  $R_t$ , in upornost dovodnih vodnikov  $R_v$ .

Upoštevamo prehodno upornost ščetka – komutator  $R_c$ .

Po drugem Kirchhoffovem zakonu velja:

$$i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0.$$

Po sliki je prehodna upornost posameznih delov ščetke sorazmerna površinam med ščetko in lamelo:

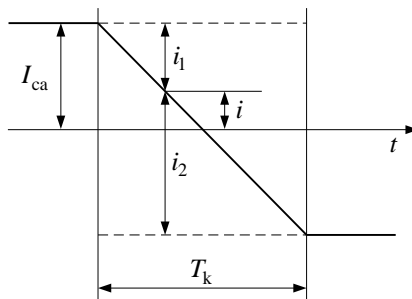
$$R_1 = R_c \frac{S_c}{S_1} = R_c \frac{T_k}{t}, \quad R_2 = R_c \frac{S_c}{S_2} = R_c \frac{T_k}{T_k - t},$$

kjer je površina ščetke  $S_c = S_1 + S_2$  oziroma

$$S_1 = S_c \frac{t}{T_k}, \quad S_2 = S_c \frac{T_k - t}{T_k}.$$

Potek toka v tuljavi, ki komutira, je tedaj:

$$i = I_{ca} \left( 1 - 2 \frac{t}{T_k} \right).$$



Enačba ponazarja premico in zato imenujemo takšno vrsto komutacije linearno.

### Vpliv lastne inducirane napetosti

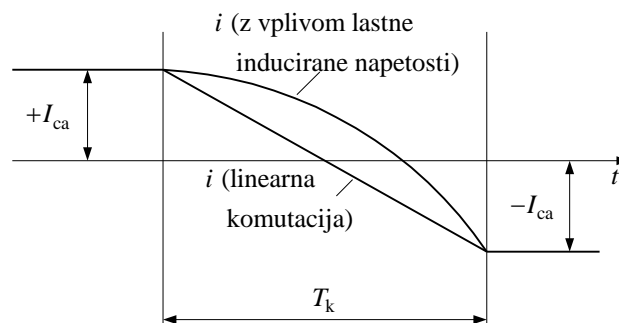
Po klasični teoriji je proces komutacije vklapljanje in izklapljanje induktivnega tokokroga, tj. tuljave, ki komutira.

Po Faradayevem zakonu je:

$$e_t = -N_t \frac{d\Phi_{\sigma t}}{dt} = -L_{\sigma t} \frac{di}{dt},$$

kjer je  $\Phi_{\sigma t}$  razsipani fluks tuljave, ki komutira in  $L_{\sigma t}$  njena razsipana induktivnost.

Zaradi lastne inducirane napetosti zaostaja tok glede na potek pri linearni komutaciji. To poslabša komutacijo (poveča se iskrenje na ščetkah in s tem radijske motnje v okolici).

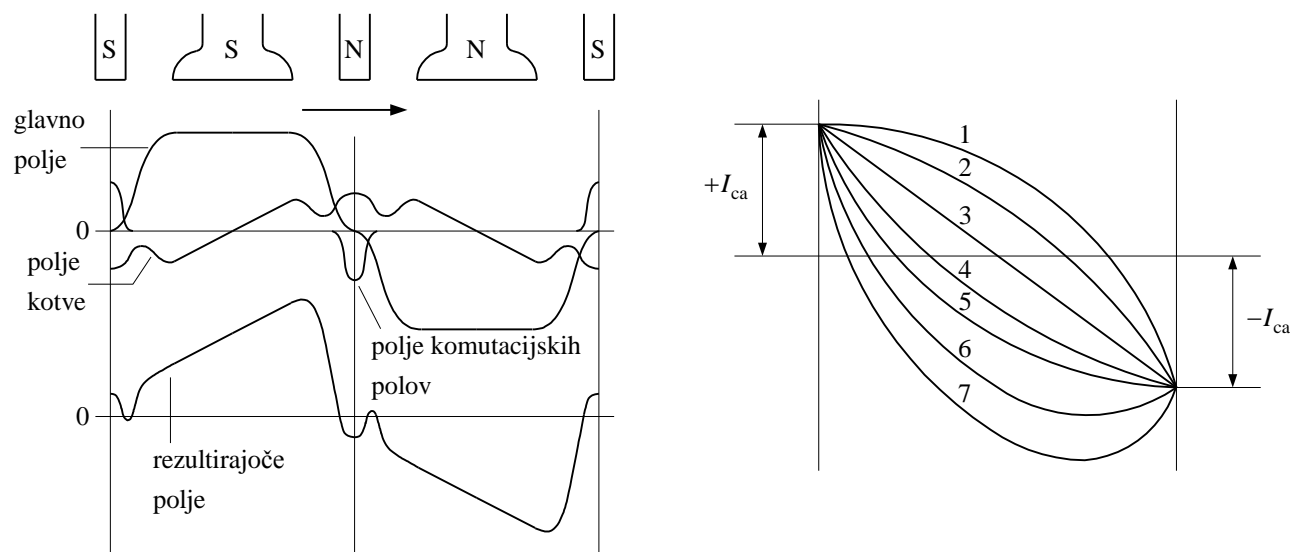


Načini za zmanjšanje vpliva lastne inducirane napetosti:

1. zmanjšanje  $di/dt$ , tj. zmanjšanje toka in hitrosti vrtenja,
2. zmanjšanje induktivnosti  $L_{\sigma t}$  z zmanjšanjem  $N_t$ ,
3. komutacijski pomožni poli, ki inducirajo napetost nasprotna smeri ( $e_{kp} \approx e_t$ ).

Ti se uporabljajo pri večjih strojih.

### Komutacijski pomožni poli



Namestimo jih v nevtralno cono. Poli so ozki in ustrezajo širini ščetke. Slika je narisana za generator. Za motor velja nasprotna smer vrtenja ali nasprotna razporeditev komutacijskih polov.

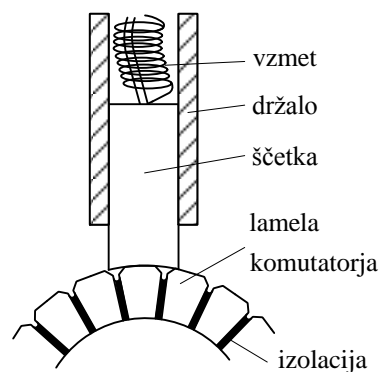
Skozi navitje komutacijskih polov teče bremenski tok in kompenzira vpliv reakcije kotve. Glede na dimenzioniranje teh polov dobimo različne krivulje toka:

1 in 2 podkomutacija, 4 in 5 optimalno stanje ter 6 in 7 nadkomutacija.



## Sklop za komutacijo

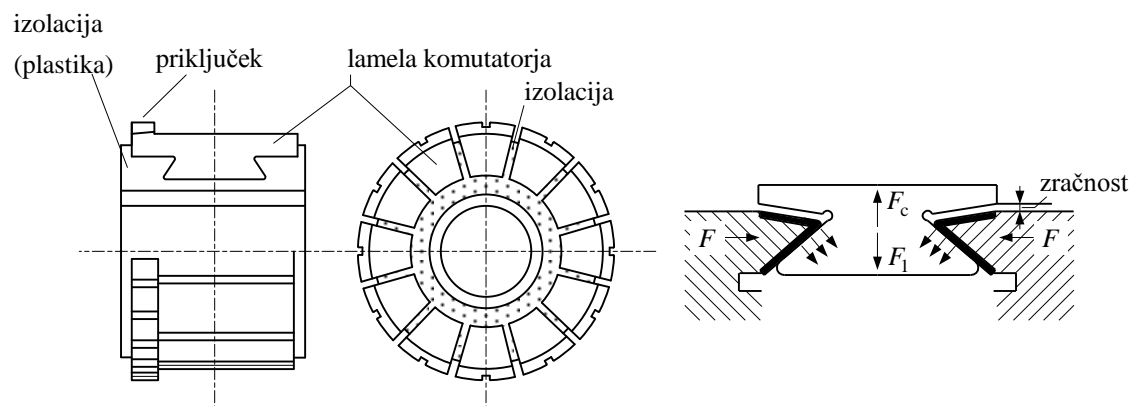
### Sklop za klasično komutacijo



V ta sklop štejemo naslednje dele: komutator, ščetke in držala šetek. Na sliki je prikazan enostavni sklop za komutacijo, ki se uporablja pri majhnih strojih. Ščetke z držali so nameščene v držala na statorju in mirujejo. Komutator je nataknen na gred rotorja in se z njim vrti.

Pri komutatorjih ločimo dve izvedbi konstrukcije:

1. za majhne stroje, kjer so lamele vezane s plastično maso,
2. za večje stroje poznamo izvedbo z lastovičjim repom.

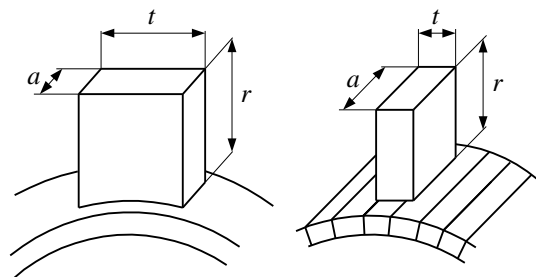


Razen teh izvedb poznamo še diskasto izvedbo za robotske motorje, kjer so lamele nameščene radialno in ščetke v smeri gredi stroja, ter turbo komutator za hitro tekoče stroje.

Ščetke delimo glede na vrsto materiala in postopek izdelave na:

oglene, ogleno grafitne, grafitne, elektro grafitne, kovinsko grafitne in grafitne vezane s smolami. Imeti morajo določene lastnosti, npr. za ogleno grafitne: specifična upornost  $30 \div 800 \text{ } (\mu\Omega \cdot \text{m})$ , gostota toka  $5 \div 7 \text{ } (\text{A}/\text{cm}^2)$ , obodna hitrost do  $20 \text{ } (\text{m}/\text{s})$ , padec napetosti na paru ščetk  $\approx 2,8 \text{ V}$ , pritisk  $21 \text{ } (\text{kPa})$ .

Uporaba: mali enosmerni in univerzalni motorji



Dimenzije ščetk so označene po IEC priporočilih:

$t \times a \times r$ , kjer je

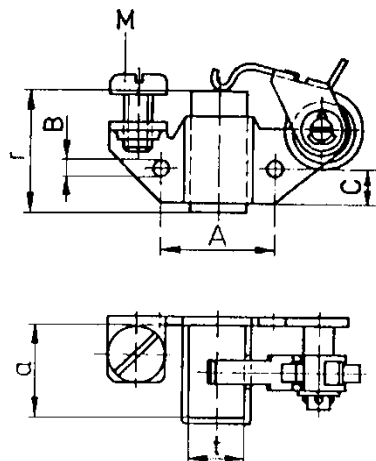
$t$  – tangencialna,

$a$  – vzdolžna (aksialna),

in  $r$  – radialna dimenzija.

Priključni vodnik na držalo ščetke je iz (drobne) bakrene pletenice.

Držala ščetk so različnih konstrukcijskih izvedb. Navadno so radialna, možna so še poševna (reakcijska). Slika prikazuje držala za univerzalne motorje.



### Sklop za elektronsko komutacijo

Sklop komutator-ščetke zamenja mirujoče stikalo. Vzbujanje je na rotorju (trajni magnet) in navitje kotve na statorju. Angleška kratica za te pretvornike je BLDC motor in pomeni enosmerni (DC) motor brez ščetk (BL).

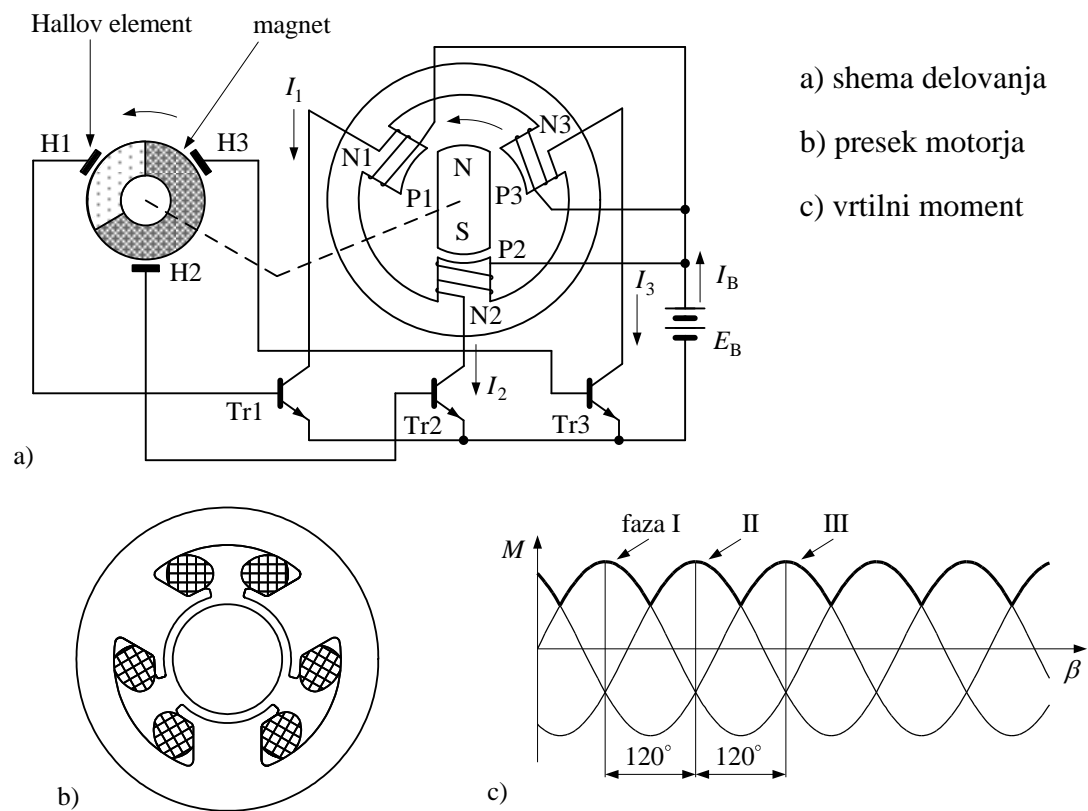
Tipala javljajo položaj rotorja (polov magneta) in dajo signal za krmiljenje elektronskih stikal. Vrste tipal so:

Halovi elementi, foto diode ali foto tranzistorji ter induktivni dajalniki.

Navitje kotve je: eno, dvo, tri in štiri fazni sistem.

Eno in dvofazni sistem → velike pulzacije vrtilnega momenta

Slika prikazuje shemo trifaznega sistema s stalno polarnostjo (unipolarni). Vrtilni moment  $M$  je  $f(\beta)$ .



## Vrste enosmernih strojev

### Vrste vzbujanj

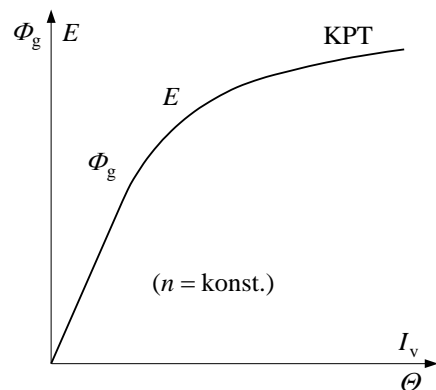
Klasično vzbujanje → elektromagneti, tj. eno ali več vzbujalnih navitij na polovih čevljih. Druga možnost → trajni magneti.

Glede na odvisnost vzbujanja od fizikalnih veličin ( $I$ ,  $U$ ) dobimo različne lastnosti strojev. Glede na vezavo ločimo:

1. tuje vzbujanje,
2. vzporedno (paralelno) vzbujanje,
3. zaporedno (serijsko) vzbujanje,
4. sestavljeno (kompavndno) vzbujanje.

Vzbujanje z elektromagneti predstavlja prvi tokokrog. Drugi tokokrog predstavlja navitje kotve in morebitnih pomožnih polov ter kompenzacijsko navitje. Glede na vezavo obeh tokokrogov ločimo različne vrste strojev.

### Karakteristika prostega teka (KPT)



To je osnovna karakteristika.

$$E = f(\Phi_g) \text{ in } \Phi_g = \Theta / R_m \rightarrow E = f(\Theta)$$

$$\text{ali } \Phi_g = f(\Theta)$$

Magnetna upornost  $R_m$  je odvisna od nasičenja.

Za KPT lahko spremenimo merilo za  $\Phi_g = f(\Theta)$ , ker je vzbujanje

$$\Theta = I_v N_v \rightarrow \Phi_g = f(I_v).$$

Vzbujanje je lahko funkcija napetosti, toka kotve ali kombinacija obeh.

Lastnosti strojev so odvisne od vrste vzbujanja in vezave obeh tokokrogov.

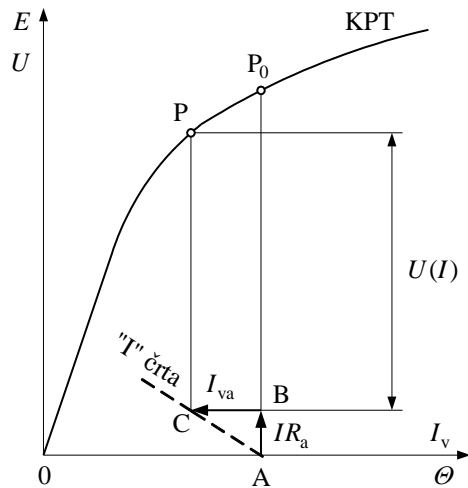
### Zunanja karakteristika po metodi "I" črte

Generator  $\rightarrow U = f(I) \quad n = \text{konst.}$

Motor  $\rightarrow n = f(M) \quad U = \text{konst.}$

Gre za geometrijsko prikazovanje fizikalnih veličin pri različnih pogonskih stanjih. Postopek ni analitičen, kot je npr. krožni diagram asinhronskega stroja ali tokovne karakteristike sinhronskega stroja, ampak je grafičen.

Primer za generator s tujim vzbujanjem: izhodišče je točka prostega teka  $P_0$  (razdalja  $\overline{P_0A} = E_0$ ) na KPT, tj.  $E = f(\Theta)$ . Razdalja:  $\overline{0A} = \Theta_0 = I_{v0}N_v$ . Nato narišemo:



$$\overline{AB} = \Delta U = IR_a \text{ in } \overline{BC} = \Theta_{\text{nas}} = V_{\text{nas}} = I_{va} N_v.$$

( $I_{va} = K_I I$  in  $K_I$  je tokovna prestava stroja.)

$$\Theta_{\text{rez}} = \Theta_0 - \Theta_{\text{nas}} = \overline{0A} - \overline{BC} \text{ ali}$$

$$I_{\text{vrez}} = I_{v0} - I_{va}$$

Pri spremembi bremenskega toka  $I$  se menja  $\Delta U$  ter  $\Theta_{\text{nas}}$  in skrajna točka C potuje v smeri abscise in opiše "I" črto. Razdalja  $\overline{PC} = U(I)$  je napetost na sponkah generatorja.

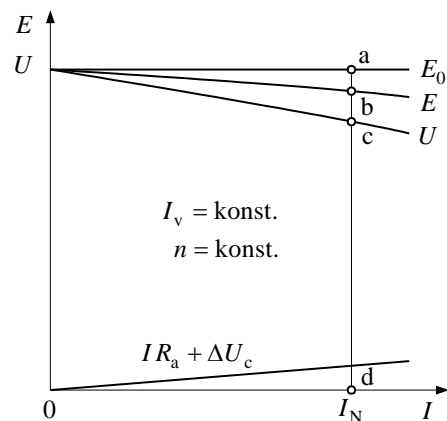
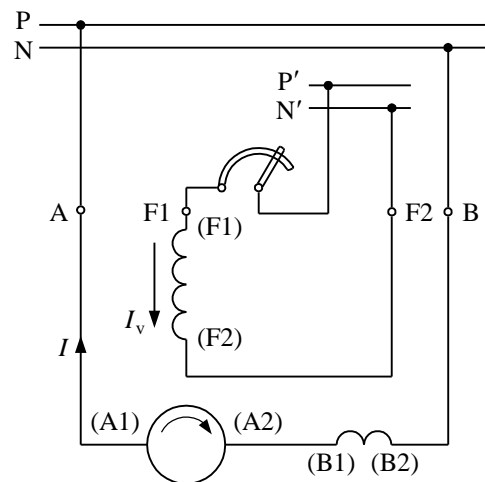
"I" črta tako predstavlja kombinacijo geome-

trijskih mest točk rezultirajočih amper-ovojev in ohmskega padca napetosti enosmernega stroja v odvisnosti od spremembe bremenskega toka; od tod tudi ime "I" črta. Zaradi nelinearnega vpliva reakcije kotve (nasičenja) "I" črta dejansko ni prema, temveč je kriva.

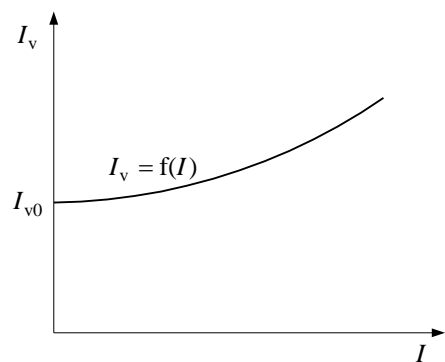
## Generatorji za enosmerni tok

### Generator s tujim vzbujanjem

Potrebujemo dva ločena izvora napetosti.



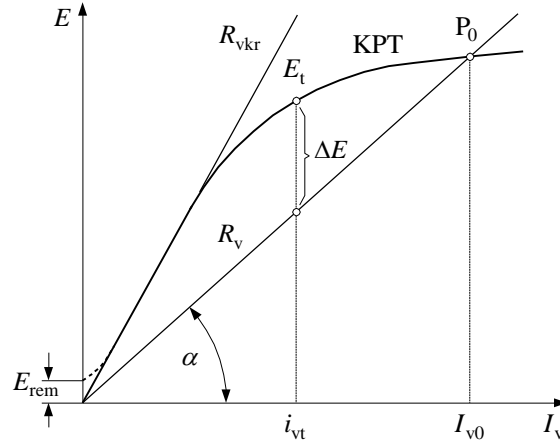
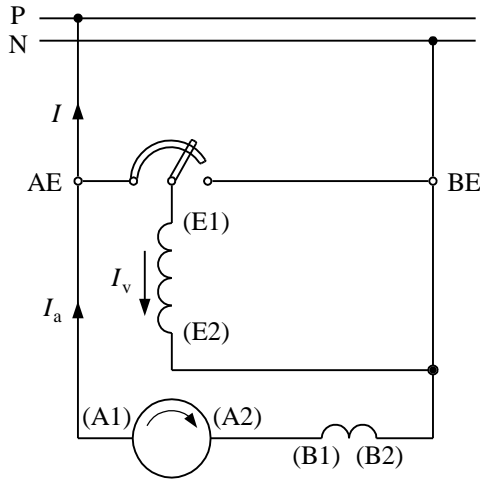
Pri obremenitvi z  $I_N$  je  $E < E_0$ ;  $E = f(I)$  je notranja karakteristika. Razdalja  $\overline{ab}$  je posledica zmanjšanja inducirane napetosti  $E$  zaradi reakcije kotve. Z upoštevanjem  $\Delta U = \overline{bc} = IR_a + \Delta U_c$  dobimo  $U = f(I)$ . Napetost pada in pri  $I_k$  je  $U = 0$  ter  $E = \Delta U$ .



Za  $U = \text{konst.}$  dobimo regulacijsko krivuljo  $I_v = f(I)$ . Ta upošteva vpliv reakcije kotve in padcev napetosti.

**Generator s paralelnim vzbujanjem**

Napetost vzbujanja je enaka napetosti rotorja ( $U_v = U$ ) in  $I_a = I + I_v$ . Imenujemo ga tudi samovzbujalni, če je prisoten remanentni magnetizem.  $E_{rem} \rightarrow I_v = E_{rem} / R_v$ ,  $E$  se poviša postopoma do točke  $P_0$ .



$$R_v \text{ določa premico pod kotom } \alpha, \tan \alpha = \frac{E}{I_v} = R_v.$$

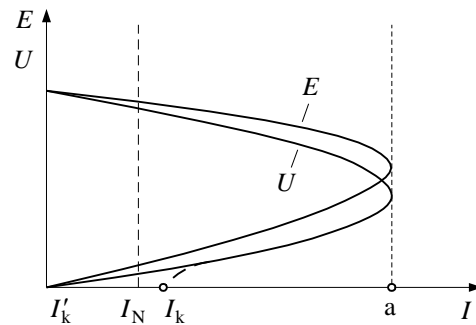
Proces je mogoč, če je  $R_v < R_{vkr}$ .

Trenutni vzbujalni tok dviguje razlika napetosti.

$$\Delta E = E_t - i_{vt} R_v = L_v \frac{di_{vt}}{dt}$$

Zunanja karakteristika je mehkejša kot za tuje vzbujeni stroj.

$$U_v = U \neq \text{konst.}$$



### Generator s serijskim vzbujanjem

Ta se ne uporablja kot vir napetosti.  $U$  je zelo spremenljiva s tokom  $I$ .

Navadno je serijsko navitje v kombinaciji s paralelnim pri kompaktnih generatorjih, kjer deloma kompenzira vpliv reakcije kotve.

### Motorji za enosmerni tok

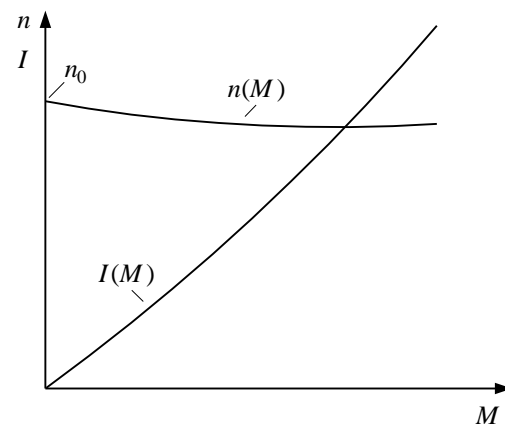
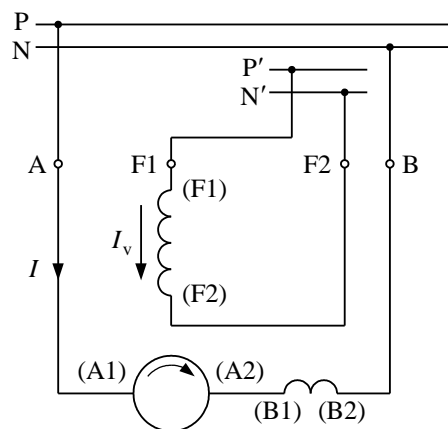
Vsak generator lahko dela kot motor.

Za isto smer vrtenja se menja le smer toka na sponkah rotorja.

### Motor s tujim vzbujanjem

Zanima nas zunanja karakteristika  $n = f(M)$  in karakteristika toka  $I = f(M)$ .

$$\left. \begin{array}{l} I = f(M) \rightarrow M = f(I) \\ n = f(M) \rightarrow n = f(I) \end{array} \right\} \text{ karakteristiki obremenitve}$$



V stacionarnem obratovanju je  $n = \frac{1}{k_e} \frac{E}{\Phi_g}$ .



Za  $I = \text{konst.}$  bo  $E$  takšna, da velja  $E = U - IR_a - \Delta U_c$  in bo:

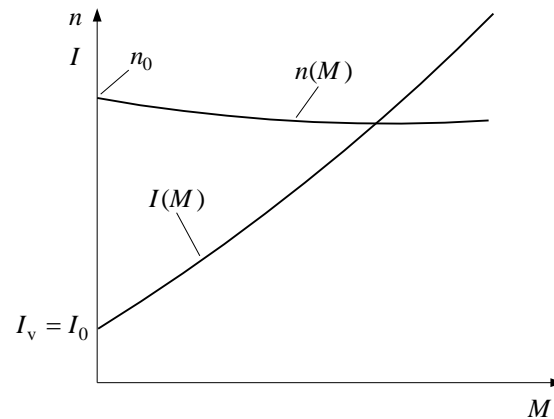
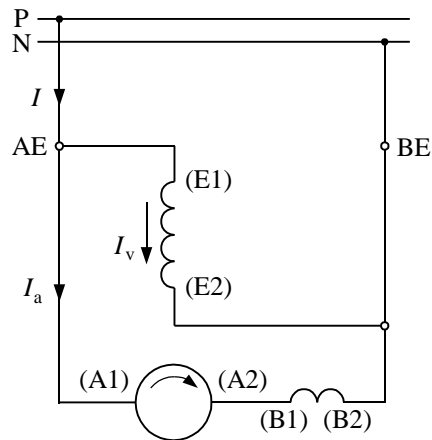
$$n = \frac{1}{k_c} \frac{U - IR_a - \Delta U_c}{\Phi_g}.$$

Za  $\Phi_g = \text{konst.}$  je  $M = k_m \Phi_g I$  in  $M \propto I$ .

$\Phi_g$  pada zaradi reakcije kotve in vrtljaji od določene obremenitve rastejo, tj. nestabilno področje obratovanja. Nestabilno področje obratovanja nastopi, ko postane vpliv padcev napetosti manjši kot vpliv reakcije kotve (ta se menja pri večji obremenitvi približno s kvadratom toka kotve).

### Motor s paralelnim vzbujanjem

Če je omrežje dovolj togo, ima motor s paralelnim vzbujanjem enake lastnosti kot motor s tujim vzbujanjem.



Razlika: tok omrežja  $I = I_a + I_v \Rightarrow I_a = I - I_v$

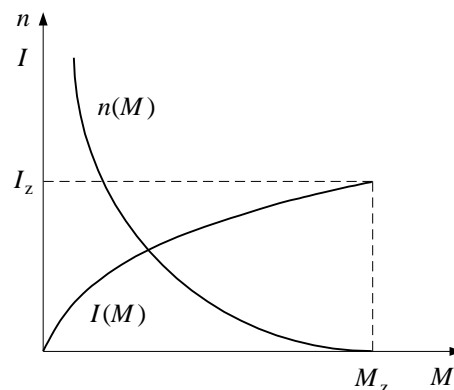
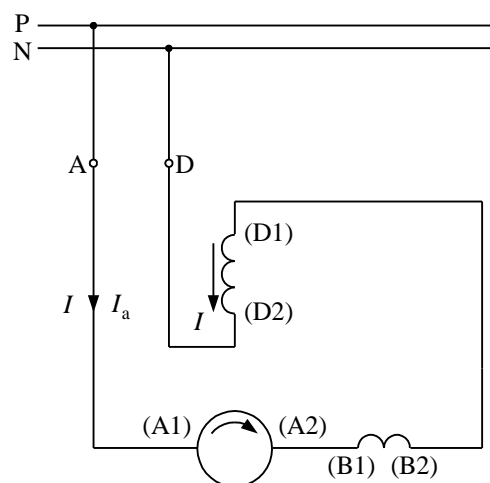
Razlika se vidi na karakteristiki toka  $I = f(M)$ , ker ima tok  $I$  začetno vrednost  $I_v = I_0$ , pri motorju s tujim vzbujanjem pa nič.

### Motor s serijskim vzbujanjem

Za serijski motor velja, da je  $\Phi_g \propto I$  in s tem:

$$M = k_m \Phi_g I = k_1 I^2 \rightarrow I = \frac{1}{k_1} \sqrt{M},$$

$$n = \frac{1}{k_2} \frac{E}{I} = k_3 \frac{E}{\sqrt{M}}.$$

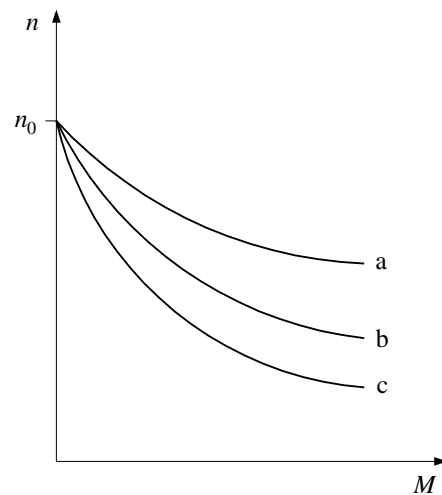
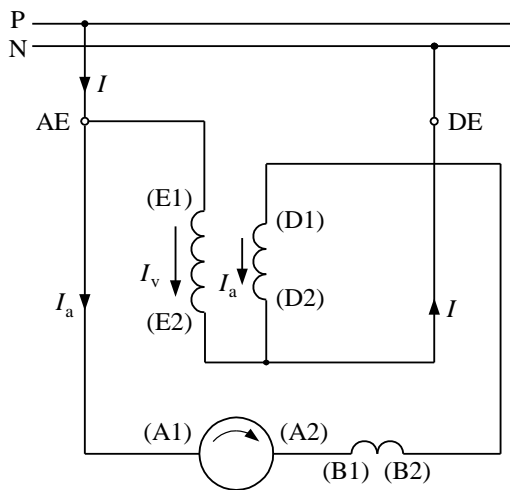


V zagonu (kratkem stiku) je  $I = I_z = I_k$ ,  $M = M_z$  in  $n = 0$ .

Za male obremenitve (prosti tek):  $M \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$

### Motor s sestavljenim vzbujanjem

V večini primerov serijsko navitje podpira paralelno navitje. Navitje, ki ima večji vpliv, določa obliko karakteristike. Motor ima tršo karakteristiko (krivulja a), če prevladuje paralelno navitje in mehkejšo, če prevladuje serijsko navitje (krivulja c).

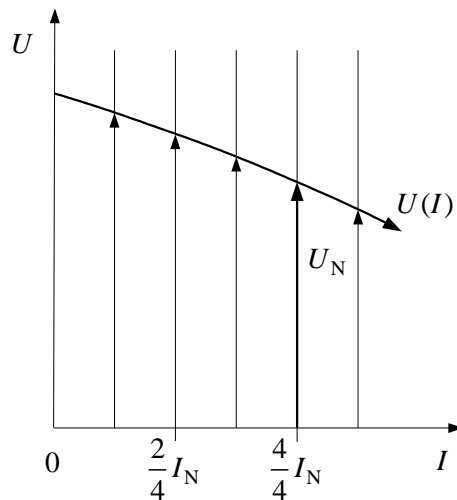
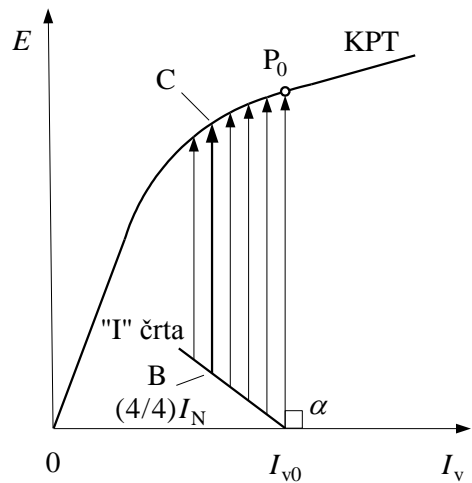


### Konstruiranje karakteristik

#### Konstruiranje zunanjih karakteristik generatorjev $U(I)$

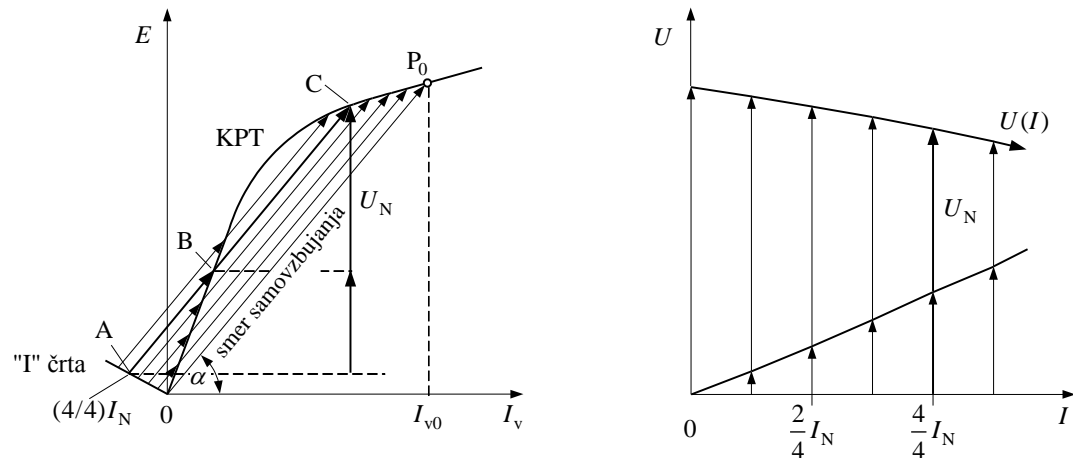
Predpostavimo: "I" črta je premica, izberemo npr.  $I = (1/4 \div 5/4)I_N$ .

a) Generator s tujim vzbujanjem



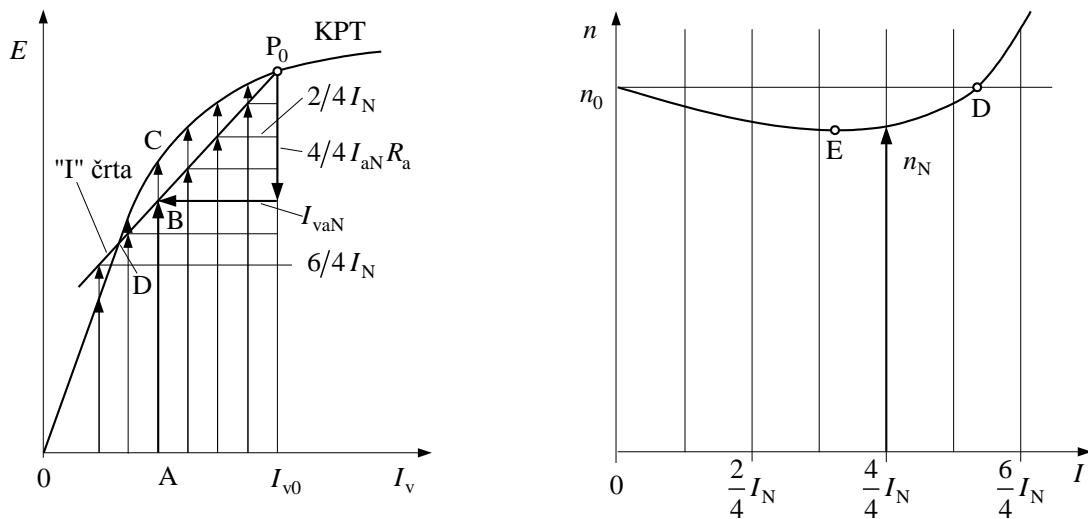
Točka B na "I" črti je določena za nazivni tok, tj. za tok kotve  $I = (4/4)I_N$ . Velikost napetosti za neko obremenitev, npr.  $I = I_N$ , dobimo iz razmerja:  $U = E_0 \times \overline{BC} / \overline{P_0I_{v0}}$ .

b) Paralelni generator



Smer samovzbujanja (nagib)  $\alpha$ :  $\sin \alpha = \overline{P_0I_{v0}} / \overline{P_0O} = E_0 / \overline{P_0O}$  in  $U = E_0 \times \overline{AC} / \overline{P_0O}$

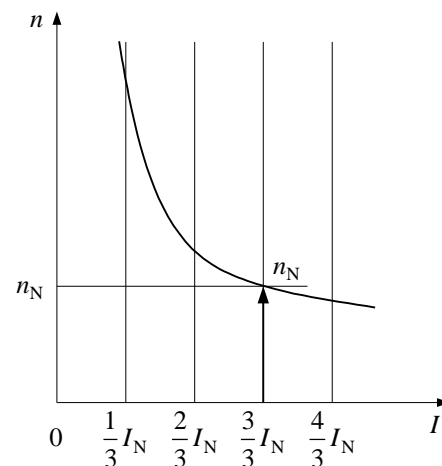
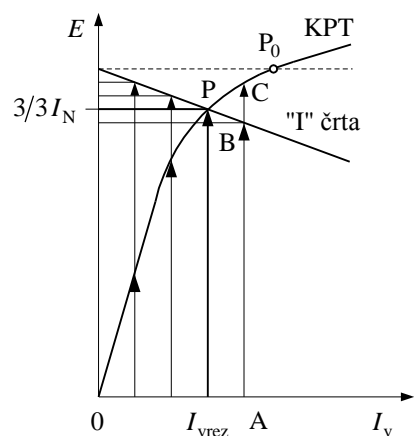
Konstruiranje karakteristik hitrosti vrtenja motorjev  $n(I)$



a) Tuje vzbujani in paralelni motor

Konstrukciji karakteristik  $n(I)$  za tuje vzbujani in paralelni motor sta identični. Vrtljaje za neko obremenitev, npr.  $I = I_{aN}$ , dobimo:  $n = n_0 \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ . Od točke  $E$  na krivulji  $n(I)$  je nestabilno področje obratovanja.

b) Serijski motor



Vrtljaje za poljubno bremenitev dobimo iz razmerja:  $n = n_N \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ , ker velja KPT za  $n_N$ .

### Zagon in spreminjanje hitrosti vrtenja motorjev

Zagon:  $n = 0 \rightarrow E = 0$  in  $I_z = \frac{U}{R_a}$  ter  $M_z = K_M I_z$ .

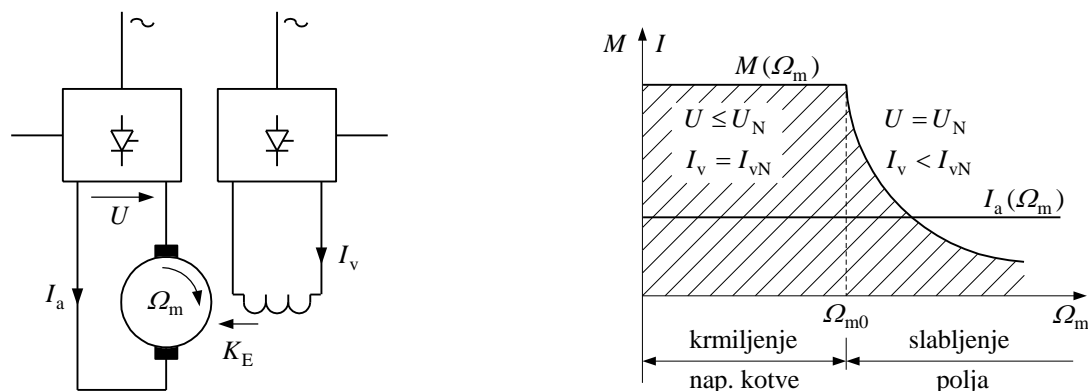
Tok zmanjšamo z dodatnim (zagskim) uporom ali zmanjšamo  $U$ .

Spreminjanje hitrosti vrtenja tuje vzbujanih motorjev:

$$\Omega_m = 2\pi n = \frac{U - I_a R_a}{K_E} = \frac{U}{K_E} - \frac{R_a M}{K_E K_M} = \Omega_{m0} - \frac{R_a M}{K_E K_M} \frac{U}{U} = \Omega_{m0} \left( 1 - \frac{M}{M_z} \right).$$

Možnosti spreminjanja števila vrtljajev tuje vzbujanih motorjev:

1. krmiljenje napetosti kotve  $U$ ,
2. krmiljenje magnetnega polja  $\Phi_g = f(U_v)$ ,
3. z dodatnim uporom  $R_d$ .



Od 0 do  $\Omega_{m0}$  spreminjamo  $U$  ( $I = \text{konst.}$ ,  $\Phi = \text{konst.}$ ,  $M = \text{konst.}$ ). Od  $\Omega_{m0}$  ( $U = U_N$ ) naprej slabimo magnetno polje. Za  $\Omega_m < 0$  ( $M_b > M$ ) preidemo v generatorsko zaviranje.

Poseben problem je krmiljenje vrtljajev pri serijskem motorju. Sprememba  $U$  povzroči spremembo  $I_v$ . Zato spreminjamo vrtljaje s souporom (shuntom) k vzbujalnemu navitju.

### Nestacionarno obratovanje

Spremembe so možne po prehodnem pojavu, ki ga določa časovna konstanta vzbujanja  $T_v = L_v / R_v$  in kotve  $T_a = L_a / R_a$  ( $T_v \approx (5 \div 20)T_a$ ). To je električna vztrajnost. Mehansko vztrajnost določata masi rotorja in bremena oziroma skupni vztrajnostni moment  $J$ .

### Osnovne enačbe za nestacionarno obratovanje (pogon)

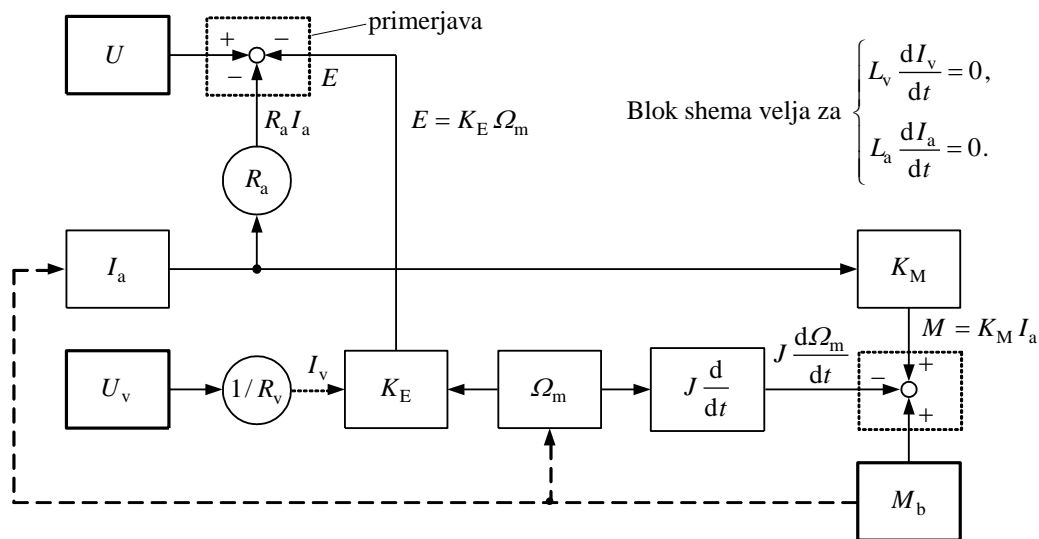
$$U_v = R_v I_v + L_v \frac{dI_v}{dt}$$

$$U = R_a I_a + E + L_a \frac{dI_a}{dt} \quad (\text{inducirana napetost } E = K_E \Omega_m)$$

$$J \frac{d\Omega_m}{dt} = M + M_b \quad (\text{vrtilni moment } M = K_M I_a) \quad \text{Za motor je } M_b < 0.$$

Za  $d/dt = 0$  veljajo že znane enačbe v stacionarnem obratovanju.

Fizikalno sliko vplivov veličin v tuje vzbujanem stroju prikazuje naslednja blok shema.

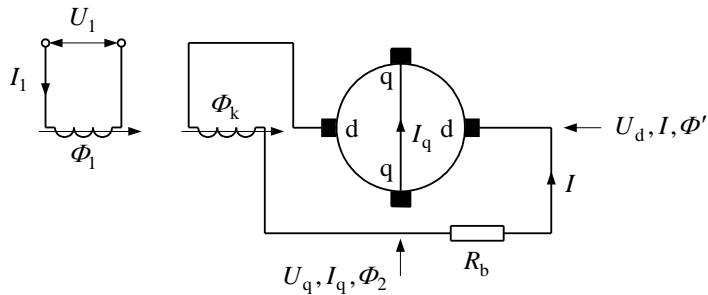


### Posebni enosmerni stroji

Večina jih ima le še zgodovinski pomen. Eden od preostalih je amplidin, ki je služil kot vzbujalnik pri sinhronskih generatorjih.

### Amplidin

To je ojačevalnik moči. Ima dva para ščetk. Prve – normalne ščetke (q – q) so vezane kratko in dobimo rotorsko vzbujanje, ki je  $\approx 100$ -krat večje od osnovnega vzbujanja. Na drugi par ščetk (d – d) priključimo potrošnika.



Ojačanje je:  $U_d I \approx 100 U_q I_q \approx 10000 U_1 I_1$ .

Zaradi reakcije rotorja (kotve) ima še kompenzacijsko navitje ( $\Phi_k$  kompenzira fluks reakcije kotve  $\Phi'$ ).

### Izmenični komutatorski stroji

Izvedba → samo motorji

Ostal je le enofazni komutatorski motor malih moči.

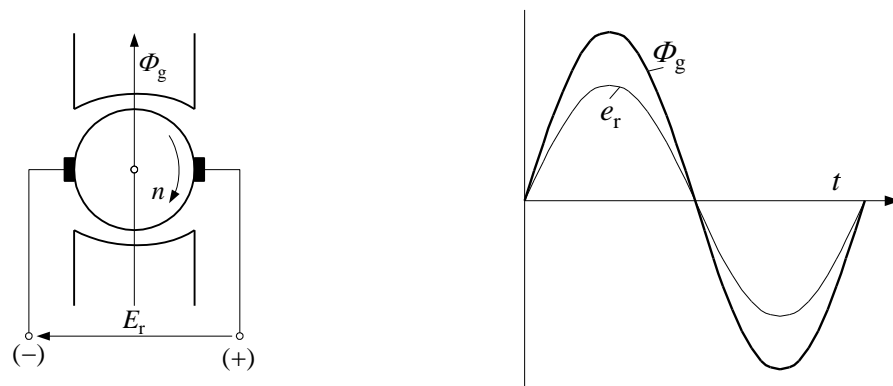
Uporaba → za gospodinjske aparate in električna ročna orodja. Znan je tudi pod imenom univerzalni motor.

Inducirane napetosti enofaznega komutatorskega motorja

$U_v$  (izmenična) →  $\Phi_g$  (izmenični) →  $E_r$  (izmenična)

$E_r$  je v fazi s  $\Phi_g$ .





Če je  $N_a = N/(2a) = z/(4a)$  število efektivnih ovojev kotve, bo rotacijska ali gibalna napetost:

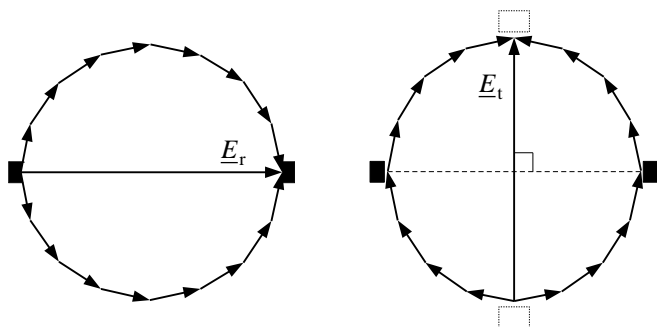
$$E_r = 2\sqrt{2}pnN_a\hat{\Phi}_g.$$

Zaradi izmeničnega magnetnega polja dobimo še transformatorsko napetost:

$$E_t = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_a f_n \hat{\Phi}_g.$$

Za faktor navitja velja enačba  $f_n = \frac{2r}{\pi r} = \frac{2}{\pi}$  (kjer je  $r$  polmer potencialnega kroga) in bo

zato tudi transformatorska napetost  $E_t = 2\sqrt{2} f N_a \hat{\Phi}_g$ . Prostorski položaj obeh je viden na spodnjih slikah.



Za  $pn = f$ , bo  $E_r = E_t$ .

Napetost na ščetkah v nevtralni coni je enaka  $E_t = 0$ . Ustrezna transformatorska napetost se inducira tudi v vzbujalnem navitju.

### Izračun vrtilnega momenta

Za izmenična  $i(t)$  in  $\Phi(t)$  velja:

$$M(t) = k_m \Phi_g(t) i(t).$$

Če je  $i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t)$ , bo  $\Phi_g(t) = \hat{\Phi}_g \sin(\omega t - \varphi')$ ,

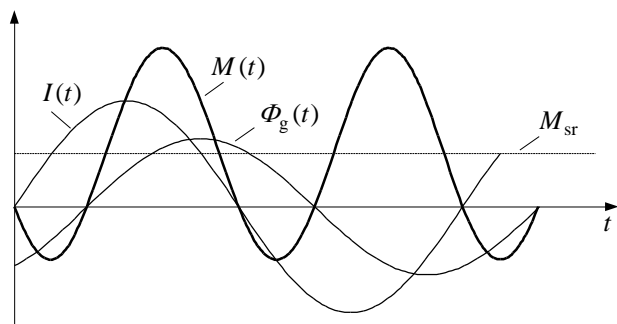
kjer je  $\varphi'$  fazni premik med tokom in fluksom. Z upoštevanjem trigonometrijske transformacije dobimo:

$$M(t) = \frac{k_m}{\sqrt{2}} \hat{\Phi}_g I (\cos \varphi' - \cos(2\omega t - \varphi')).$$

Prva komponenta je srednja vrednost vrtilnega momenta:

$$M_{sr} = \frac{k_m}{\sqrt{2}} \hat{\Phi}_g I \cos \varphi',$$

okoli katere niha vrtilni moment z dvojno frekvenco, katerega srednja vrednost je enaka nič v času ene periode.



$\hat{\Phi}_{g\sim}$  pri izmenični pritisnjeni napetosti mora biti enak fluksu pri enosmerni napetosti ( $\hat{B}_{g\sim} = B_{g=}$ ).

Zato je:

$$M_{\sim} = M_{=} \frac{\cos \varphi'}{\sqrt{2}}.$$

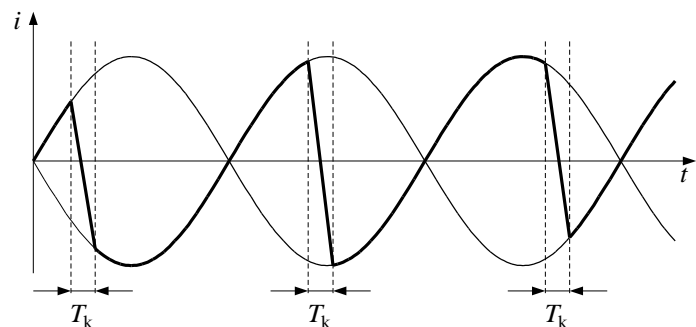
Iz enačbe za  $E_r$  izrazimo  $\Phi_g$  in upoštevamo, da je  $N_a = N/(2a) = z/(4a)$  ter konstanta  $k_m = pz/(2\pi a)$ . Vrednost vrtilnega momenta je tedaj:

$$M = \frac{E_r}{\Omega_m} I \cos \varphi' \text{ in } P = M \Omega_m = E_r I \cos \varphi' .$$

### Komutacija enofaznega komutatorskega stroja

Fizikalno so dogajanja v času komutacije enaka kot v enosmernem stroju. Za čas komutacije velja:  $T_k \ll T = 1/f$ .

Tok ostane tudi po komutaciji izmeničen. Problem je napetost transformacije  $E_t$ . Ta je največja ravno v tuljavi, ki komutira. Zato slabša komutacijo.



### Enofazni komutatorski motor v serijski vezavi

Vrtilni moment je največji za  $\cos \varphi' = 1$  ( $\varphi' = 0$ ), torej če sta  $I$  in  $\Phi_g$  v fazi, tj. v serijski vezavi.

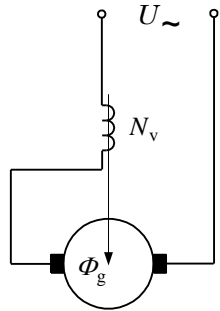
Primer uporabe: mali univerzalni motorji v gospodinskih aparatih ali ročnih orodjih moči  $5 \div 1000$  W in do 20000 vrtljajev v minuti. Prednost je v velikem zagonskem vrtilnem momentu. Nima kompenzacijskega navitja in komutacijskih polov. Ime univerzalni se uporablja zaradi mogočega priključka na enosmerno ali izmenično napetost enakih temenskih vrednosti.

$$\text{Tok } I = I_a = I_v \rightarrow \Theta_v$$

Vzbujalno navitje z  $N_v$  ovoji vzbudi glavni fluks:

$$\hat{\Phi}_g = \frac{\hat{\Psi}_v}{N_v} = \frac{L_v I \sqrt{2}}{N_v} = \frac{\omega L_v I \sqrt{2}}{\omega N_v} = \frac{X_v I \sqrt{2}}{\omega N_v}, \quad \hat{\Phi}_g \rightarrow E_r \text{ in } E_t.$$

Nadomestna shema



Z upoštevanjem enačbe za  $\hat{\Phi}_g$  bo:

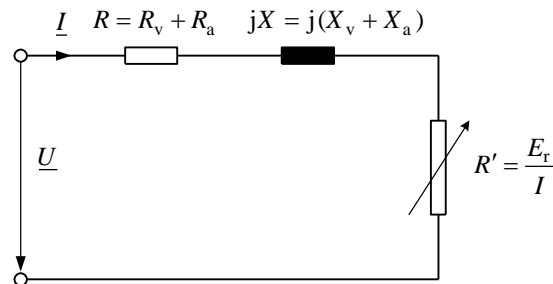
$$E_r = \frac{2}{\pi} \frac{pn}{f} \frac{N_a}{N_v} X_v I = c \frac{n}{n_s} I,$$

kjer je  $c$  konstanta nenasičenega stroja

$$c = \frac{2}{\pi} \frac{N_a}{N_v} X_v.$$

$E_r$  je v fazi z  $I$  in je zato  $E_r = R' I$ .  $R' = cn/n_s$  je nadomestna (fiktivna) upornost.

Dobimo podobno nadomestno vezje kot za rotor asinhronskega stroja.



Nadomestna upornost  $R'$  predstavlja tudi notranjo mehansko moč:

$$P_m = I E_r = I^2 R'.$$

Tok je po nadomestnem vezju:

$$I = \frac{U}{R + c \frac{n}{n_s} + jX}.$$

Za  $n = 0$ , tj. v kratkem stiku, velja:

$$I_k = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}.$$

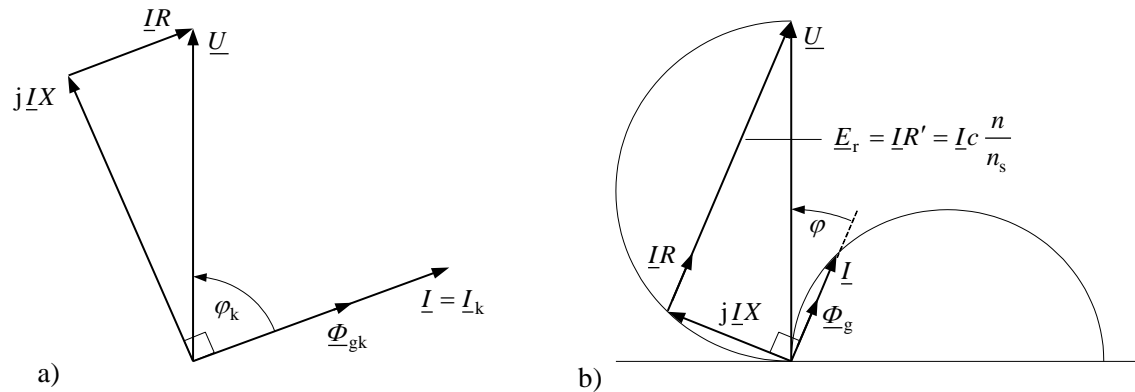
Takšen stroj ima, podobno kot asinhronski stroj, največjo vrednost toka za  $n=0$ , tj. v mirovanju.

### Kazalčni diagram

Rišemo ga za dva primera:

a)  $n=0$  (motor v kratkem stiku),

b)  $n \neq 0$  (poljubno število vrtljajev).



Za  $n=0$  je tudi  $E_r = 0$  in  $I = I_k = \frac{U}{Z_k}$ .

Za  $n \neq 0$  bo  $E_r$  v fazi z  $I(\Phi_g)$  in  $I < I_k$  ter  $\cos \varphi > \cos \varphi_k$ . Faktor moči  $\cos \varphi_N \approx 0,95$ .

## KOMPLEKSNI RAČUN

Časovno sinusno veličino velikosti " $v$ ", katere potek vidimo na sliki, lahko izrazimo kot funkcijo časa  $t$  oziroma kot funkcijo argumenta  $\omega t$  na naslednji način:

$$v = \hat{v} \cos(\omega t + \varphi_v).$$

Amplituda  $\hat{v}$  predstavlja maksimalno vrednost sinusne veličine. Sorazmernostni faktor pred časom v argumentu kosinusne funkcije je električna kotna frekvenca  $\omega$ . V času periode  $T$  naraste argument za vrednost kota  $2\pi$ . Iz pogoja  $\omega t = 2\pi$  dobimo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$$

Frekvenca (pogostnost) je v enačbi definirana kot:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Fazni kot  $\varphi_v$  podaja negativni premik maksimuma kosinusne veličine iz izhodišča časovne koordinate. Kosinusna funkcija je vzeta zaradi uporabe kompleksnega računa.

Z uporabo Eulerjevega označevanja  $e^{jx} = \cos x + j \sin x$  lahko kompleksno enačbo izrazimo kot:

$$v = \operatorname{Re}(\hat{v} e^{j(\omega t + \varphi_v)}) = \operatorname{Re}(\hat{v} e^{j\varphi_v} e^{j\omega t}).$$

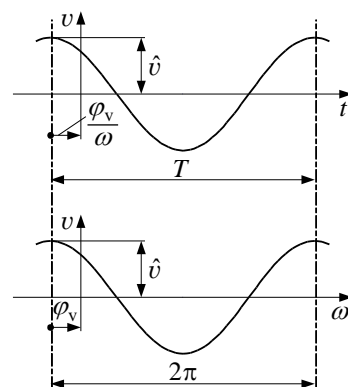
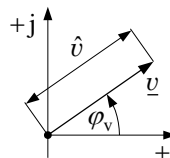
V enačbi nastopajo sedaj tri enakopravne veličine: amplituda  $\hat{v}$ , fazni faktor  $e^{j\varphi_v}$  in frekvenčni faktor  $e^{j\omega t}$ . Zanimiva sta amplituda in fazni položaj, ki skupaj predstavljata kompleksno veličino:

$$\underline{v} = \hat{v} e^{j\varphi_v}.$$

Pripadajočo trenutno vrednost kompleksne veličine podamo s pomočjo predhodne enačbe z naslednjo osnovno enačbo:

$$v = \operatorname{Re}(\underline{v} e^{j\omega t}).$$

Na desni sliki je predstavljena kompleksna veličina  $\underline{v}$  kot kazalec v kompleksni ravnini.



### Matematične operacije kompleksnih veličin

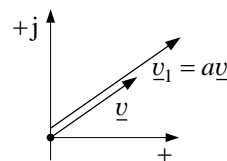
#### Množenje sinusne veličine s konstanto

Za množenje kompleksne veličine velja enačba:  $v_1 = \operatorname{Re}(\underline{v}_1 e^{j\omega t}) = av = \operatorname{Re}(a\underline{v} e^{j\omega t})$ .

Iz nje dobimo  $\underline{v}_1 = a\underline{v}$  oziroma

$$\hat{v}_1 e^{j\varphi_{v1}} = a \hat{v} e^{j\varphi_v}.$$

Ugotovimo lahko, da se pri množenju kompleksne veličine s konstanto spremeni amplituda in ohrani njen fazni položaj. Množenje s konstanto za primer  $a > 1$  prikazuje desna slika.



### Seštevanje dveh sinusnih veličin

To je primer zakona o vozliščih ali zakona zanke. S pomočjo osnovne enačbe izpeljemo

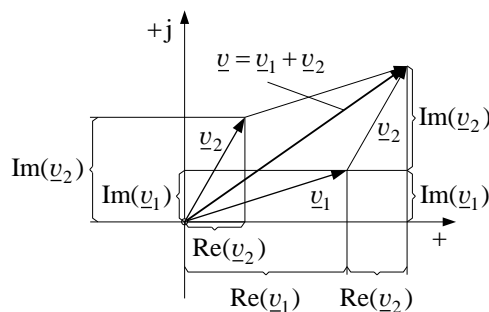
$$v = \operatorname{Re}(\underline{v} e^{j\omega t}) = v_1 + v_2 = \operatorname{Re}(\underline{v}_1 e^{j\omega t} + \underline{v}_2 e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}((\underline{v}_1 + \underline{v}_2) e^{j\omega t}), \text{ torej je:}$$

$$\underline{v} = \underline{v}_1 + \underline{v}_2.$$

Z uvedbo realnega in imaginarnega dela velja:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\underline{v}) + j \operatorname{Im}(\underline{v}) &= \operatorname{Re}(\underline{v}_1) + \operatorname{Re}(\underline{v}_2) + \\ &+ j(\operatorname{Im}(\underline{v}_1) + \operatorname{Im}(\underline{v}_2)). \end{aligned}$$

Na sliki so prikazani kazalci v kompleksni ravnini, ki se geometrijsko (vektorsko) seštevajo.



### Diferenciranje sinusne veličine po času

Takšen primer uporabe velja za indukcijski zakon. Z uporabo osnovne enačbe izpeljemo:

$$v' = \operatorname{Re}(\underline{v}' e^{j\omega t}) = \frac{dv}{dt} = \operatorname{Re}\left(\frac{d}{dt}(\underline{v} e^{j\omega t})\right) = \operatorname{Re}(j\omega \underline{v} e^{j\omega t})$$

in je

$$\underline{v}' = j\omega \underline{v}.$$

Diferenciranje po času v področju trenutnih vrednosti pomeni v kompleksnem področju množenje z  $j\omega$ . Z upoštevanjem  $j = e^{j\pi/2}$  in

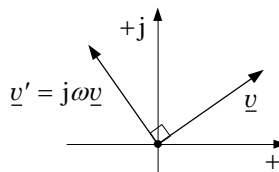
$$v' e^{j\varphi_{v'}} = \omega \hat{v} e^{j(\varphi_v + \pi/2)}$$

dobimo razmerje med amplitudama  $\Rightarrow \hat{v}' = \omega \hat{v}$

in faznima kotoma  $\Rightarrow \varphi_{v'} = \varphi_v + \pi/2$ .

Diferencirana veličina prehiteva prvotno veličino za  $90^\circ$ .

Ustrezno enačbi za odvajanje narišemo kazalčni diagram odvedene  $\underline{v}'$  in prvotne veličine  $\underline{v}$ .



### Časovno integriranje sinusne veličine

Do takšnega primera uporabe pride v povezavi napetost – tok na kondenzatorju kot:

$$u = (1/C) \int i dt.$$

Iz osnovne enačbe dobimo:

$$v_1 = \operatorname{Re}(v_1 e^{j\omega t}) = \int v dt = \operatorname{Re}\left(\int v e^{j\omega t} dt\right) = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{j\omega} v e^{j\omega t}\right) \text{ in je}$$

$$\underline{v}_1 = \frac{1}{j\omega} \underline{v}.$$

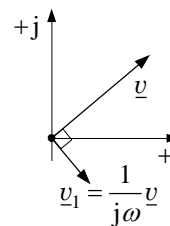
Integriranje po času v področju trenutnih vrednosti pomeni v kompleksnem področju deljenje z  $j\omega$ . Za  $1/j = e^{-j\pi/2}$  lahko predstavimo enačbo tudi kot:

$$\hat{v}_1 e^{j\varphi_{v1}} = \frac{1}{\omega} \hat{v} e^{j(\varphi_v - \pi/2)}.$$

Sledi povezava med amplitudama  $\Rightarrow \hat{v}_1 = \frac{1}{\omega} \hat{v}$

in faznima kotoma  $\Rightarrow \varphi_{v1} = \varphi_v - \pi/2$ .

Integrirana veličina zaostaja za prvotno veličino za  $90^\circ$ . Ustrezno enačbi narišemo kazalčni diagram integrirane  $\underline{v}_1$  in prvotne veličine  $\underline{v}$ .



Izvedljivost računske operacije v kompleksnem področju odpove v primeru množenja dveh sinusnih veličin, ustrezno izrazu  $v = v_1 v_2$ , kot se to zahteva v primeru določanja trenutne vrednosti moči.

Vzrok odpovedi pogojuje izraz:

$$\operatorname{Re}(v_1 e^{j\omega t}) \operatorname{Re}(v_2 e^{j\omega t}) \neq \operatorname{Re}(v_1 e^{j\omega t} v_2 e^{j\omega t}).$$

Za določitev trenutne vrednosti  $v$  moramo upoštevati posamezne trenutne vrednosti.

### Izračun moči

#### Izračun enofazne moči v kompleksnem računu

Moč, ki priteka v sponke pretvornika s pritisnjeno napetostjo  $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_u)$  in tokom  $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i)$ , izračunamo s pomočjo enačbe:



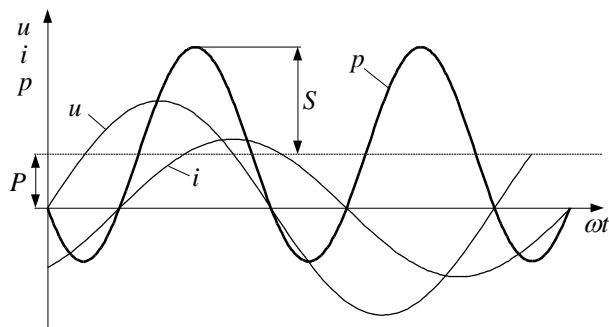
$$p = ui = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) - UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i).$$

Moč niha z dvojno frekvenco napetosti oziroma toka okoli srednje vrednosti

$$P = UI \cos \varphi$$

in je znana kot delovna (vatna) moč. Fazni kot med napetostjo in tokom je  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ .

Časovni potek moči, če sta tok in napetost sinusni veličini iste frekvence, je prikazan na sliki za primer, ko tok zaostaja za napetostjo.



Brez upoštevanja faznega premika toka glede na napetost dobimo izraz za skupno ali navidezno moč:

$$S = UI.$$

Razen skupne ali navidezne moči obstaja čisto formalno še jalova moč, ki jo izračunamo kot:

$$Q = UI \sin \varphi.$$

Določitev trenutne vrednosti moči, izhajajoč iz kompleksne napetosti in toka, ni mogoča, lahko pa določimo komponente moči. Kompleksno moč  $\underline{S}$  uvedemo na ta način, da množimo kompleksno napetost s konjugirano kompleksno vrednostjo toka. Tako velja:

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = UI e^{j(\omega t + \varphi_u)} e^{-j(\omega t + \varphi_i)} = UI e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ.$$

Potrebno je poudariti, da je ta kompleksna moč drugačne vrste kompleksna veličina in za njo ne velja osnovna enačba.

### Izračun trifazne delovne moči za različne vezave navitja

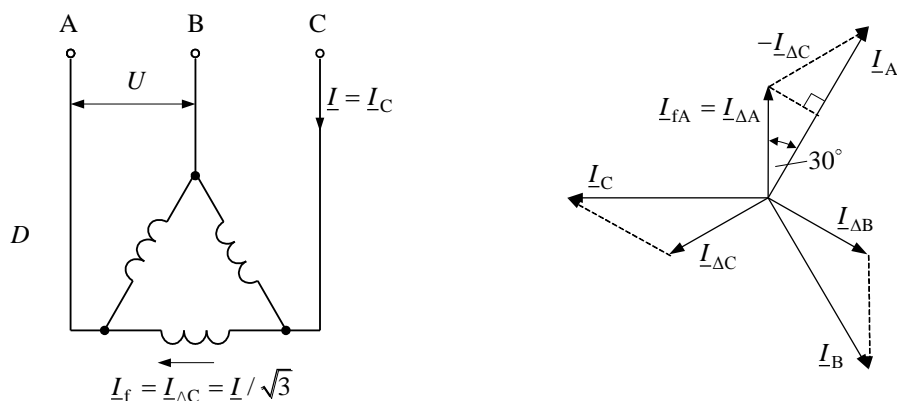
Trifazno (simetrično) navitje je vezano v trikotno ali zvezdno vezavo. Pri transformatorjih uporabljamo še cikcak vezavo ali zlomljeno zvezdo. V vseh treh primerih velja enačba za delovno moč:

$$P = 3U_f I_f \cos \varphi.$$

$U_f$  in  $I_f$  sta fazni veličini, tj. efektivni vrednosti napetosti in tokov v navitju.

Glede na sliko za trifazno navitje, vezano v trikotno vezavo, velja za tokove v dovodih (linijah), da teče v njih razlika dveh sosednjih faznih tokov, odvisno od zaporedja faz. Zato veljajo enačbe za tokove v dovodih:

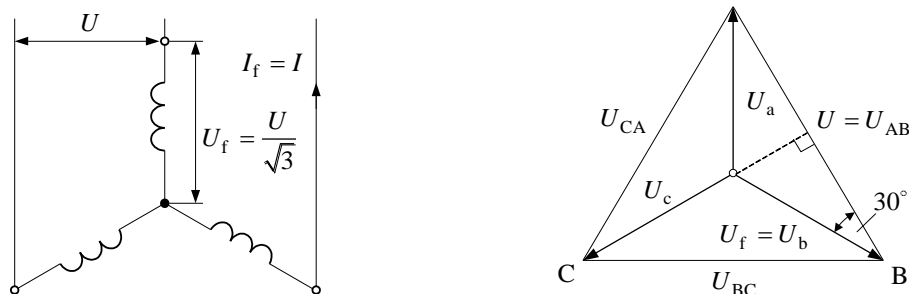
$$\underline{I}_A = \underline{I}_{\Delta A} - \underline{I}_{\Delta C} = 2\underline{I}_{\Delta A} \cos 30^\circ = \underline{I}_{\Delta A} \sqrt{3}, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{\Delta B} - \underline{I}_{\Delta A} = \underline{I}_{\Delta B} \sqrt{3} \quad \text{in} \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{\Delta C} - \underline{I}_{\Delta B} = \underline{I}_{\Delta C} \sqrt{3}.$$



Enačbe veljajo za simetrični sistem, kjer so tokovi v posameznih fazah med seboj enaki:

$$I_f = |I_{\Delta A}| = |I_{\Delta B}| = |I_{\Delta C}| \text{ oziroma } I_f = \frac{I}{\sqrt{3}}.$$

V trikotni vezavi je  $U_f = U$  in dobimo enačbo za delovno moč v trifaznem sistemu, izraženo z efektivnimi veličinami na sponkah:  $P = \sqrt{3}UI \cos \varphi$ .



V simetrični zvezdni ali cikcak vezavi velja relacija za napetosti:

$$U = U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 2U_f \cos 30^\circ = U_f \sqrt{3} \text{ ali } U_f = U / \sqrt{3}.$$

Za tokove velja v zvezdni ali cikcak vezavi, da so v navitjih enaki kot v dovodih ( $I_f = I$ ). Z upoštevanjem vrednosti za fazne veličine dobimo enačbo za delovno moč:

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi.$$

Ugotovimo, da lahko izračunamo delovno moč v trifaznem sistemu tudi iz dovodnih (linijskih) veličin po isti enačbi, tj. neodvisno od vrste vezave navitja.

### Izračun izgub za različne vezave navitja

Predpostavimo simetrično trifazno navitje, vezano v trikotno, zvezdno ali cikcak vezavo. Podane imamo upornosti med dovodnimi sponkami  $R_{sp} = R_{AB} = R_{BC} = R_{CA}$  in tok v dovodnih sponkah  $I = I_A = I_B = I_C$ . Izgube v navitju izračunamo po enačbi  $P_{Cu} = 3I_f^2 R_f$ , tj. iz faznih veličin. Za trikotno vezavo velja, da so fazni tokovi glede na predhodne izpeljave:  $I_f = I / \sqrt{3}$ .

Fazno upornost dobimo iz upornosti med sponkami glede na paralelno vezavo ene fazne in dveh serijsko vezanih upornosti sosednjih faz po enačbi:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_f} + \frac{1}{2R_f} = \frac{3}{2R_f} \rightarrow R_f = \frac{3}{2} R_{AB} \text{ in izgube za trikotno vezavo so}$$

$$P_{Cu} = 3I_f^2 R_f = 3 \left( \frac{I}{\sqrt{3}} \right)^2 \frac{3}{2} R_{AB} = 1,5 I^2 R_{AB} = 1,5 I^2 R_{sp}.$$

Za zvezdno ali cikcak vezavo velja  $I_f = I$  in  $R_f = \frac{R_{AB}}{2} = \frac{R_{sp}}{2}$ , tako da izračunamo izgube po enačbi:

$$P_{Cu} = 3I_f^2 R_f = 3I^2 \frac{R_{sp}}{2} = 1,5 I^2 R_{sp}.$$

Vidimo, da dobimo za izračun izgub v navitju v odvisnosti od dovodnih veličin isto enačbo (neodvisno od vezave).

Moč izgub v trifaznem navitju v kompleksnem področju izračunamo na ta način, da množimo kompleksni tok (v dovodih) s konjugirano kompleksno vrednostjo toka. Tako velja:

$$P_{Cu} = 1,5 \operatorname{Re}(\underline{I} \underline{I}^*) R_{sp}.$$

### Indukcijski zakon v kompleksnem računu

Za inducirano napetost v ovoju velja Faradayev zakon elektromagnetne indukcije:

$$\underline{e} = -\underline{\phi}' = -\frac{d\phi}{dt}.$$

Velja pravilo, da je magnetno polje (oziroma fluks) navadno podano kot "maksimalna", tj. temenska vrednost časovne sinusne funkcije:

$$\underline{\phi} = \hat{\Phi} e^{j\omega t}.$$

Z upoštevanjem enačbe za diferenciranje – odvajanje, izpeljemo:

$$\underline{e} = -j\omega \underline{\phi}.$$

Fluks, množen z  $-j$ , pomeni, da inducirana napetost zaostaja za kot  $90^\circ$  za fluksom.

Efektivna vrednost inducirane napetosti enega ovoja (ovojna napetost) bo tako:

$$E = \frac{\hat{E}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \hat{\Phi} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \hat{\Phi} = 4 \frac{\pi}{\sqrt{2}} f \hat{\Phi} = 4,44 f \hat{\Phi} = 1,11 \frac{2\hat{\Phi}}{T/2} = 1,11 \frac{\Delta\hat{\Phi}}{\Delta t}.$$

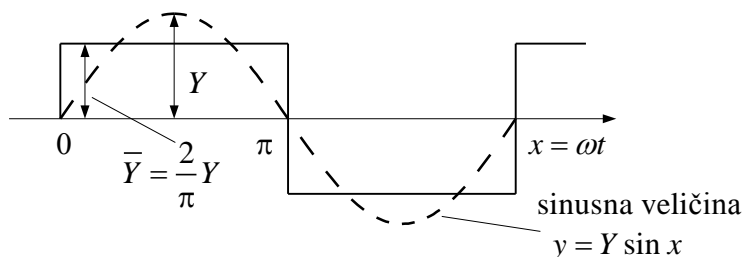
Inducirana napetost je enaka dvojni spremembi fluksa v času polovice periode ( $T/2$ ).

$1,11 = (\pi/2)/\sqrt{2} = (1/(2/\pi)) \cdot (1/\sqrt{2})$ , tj. faktor oblike za izmenične veličine sinusne oblike.  $2/\pi$  je razmerje med srednjo in temensko vrednostjo,  $\sqrt{2}$  pa razmerje med temensko in efektivno vrednostjo. (Opomba:  $\hat{\Phi}$  je temenska srednja vrednost fluksa.)

### Izračun srednje in efektivne vrednosti izmenične veličine

Za izračun srednje vrednosti izmenične veličine sinusne oblike (amplitude  $Y$ ) za polovico periode (slika) velja enačba:

$$\bar{Y} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} Y \sin x \, dx = \frac{1}{\pi} Y (-\cos x) \Big|_0^{\pi} = \frac{2}{\pi} Y .$$



Za izračun efektivne vrednosti sinusne veličine iz temenske vrednosti  $\hat{Y}$  uporabimo naslednjo izpeljavo:

$$Y = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (\hat{Y} \sin x)^2 dx} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \hat{Y}^2 (1 - \cos(2x)) dx} = \hat{Y} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left( x - \frac{1}{2} \sin(2x) \right) \Big|_0^{\pi}} = \frac{\hat{Y}}{\sqrt{2}} .$$

Za seštevanje efektivnih vrednosti sinusnih veličin  $Y_\nu$  osnovne in višjih frekvenc reda  $\nu$  upoštevamo pravilo:

$$Y = \sqrt{Y_1^2 + Y_3^2 + Y_5^2 + \dots + Y_\nu^2} .$$

V elektromehanskih pretvornikih red  $\nu$  (navadno) vsebuje samo lihe (neparne) višje harmonske komponente ( $\nu = 1, 3, 5, \dots, \infty$ ), ker so veličine (navadno) simetrične glede na  $y$ -os. Višje harmonske komponente se pojavijo npr. v magnetilnem toku elektromehanskega pretvornika kot posledica nasičenja.

Opomba: Za izračun efektivne vrednosti inducirane napetosti bi morali srednjo vrednost fluksa (ki je dejansko temenska srednja vrednost) v enačbi za inducirano napetost napisati v obliki  $\bar{\hat{\Phi}} = (2/\pi) \hat{\Phi}$ . Tega ne zapišemo tako, ampak izpustimo znak za srednjo vrednost in pišemo samo znak za amplitudo oziroma temensko vrednost amplitude fluksa. Bistveno je, da poudarimo temensko vrednost fluksa, ki je pomembna za izračun pravilne vrednosti gostote magnetnega pretoka in s tem potrebnega vzbujanja.

Velja tudi pravilo, da so izmenične električne veličine (napetost, tok ...) podane kot efektivne vrednosti in magnetne veličine (fluks, gostota magnetnega pretoka ...) podane kot temenske ali temenske srednje vrednosti.

## FOURIERJEVA ANALIZA

### Primeri za vzbujaalne krivulje

V rotacijskih elektromehanskih pretvornikih je treba zamenjati dano periodično vzbujaalno krivuljo  $\theta = f(x)$  s periodo  $2\tau_p \equiv 2\pi$  natančno ali približno s trigonometrijsko vsoto:

$$s_v(x) = \frac{1}{2}a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos(2x) + \dots + a_v \cos(vx) \\ + b_1 \sin x + b_2 \sin(2x) + \dots + b_v \sin(vx) .$$

Aproksimacija  $s_v(x)$  za krivuljo  $f(x)$  je najboljša, če izberemo za koeficiente  $a_v$  in  $b_v$  ( $v = 0, 1, 2, \dots$ ) Fourierjeve koeficiente dane funkcije:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx ,$$

$$a_v = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(vx) dx ,$$

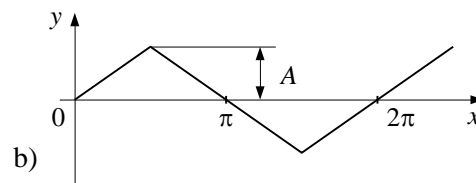
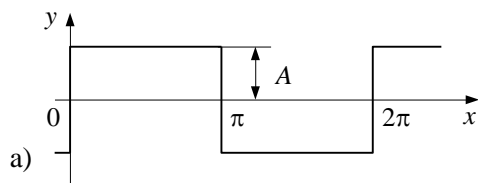
$$b_v = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(vx) dx .$$

V primeru rotacijskih elektromehanskih pretvornikov je funkcija  $f(x)$  liha, to se pravi  $f(-x) = -f(x)$  (simetrija II. vrste) in poleg tega še simetrična glede na  $x$ -os  $f(x + \pi) = -f(x)$  (simetrija III. vrste), torej je to simetrija IV. vrste. V takšnem primeru je  $a_k = b_{2k} = 0$  in

$$b_v = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(x) \sin(vx) dx .$$

( $v = 2k + 1$ ) in je  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Vidimo, da dobimo samo sinusne neparne višje harmonske komponente.

V naslednjih primerih bomo spoznali nekaj najbolj značilnih funkcij vzbujaalnih krivulj in njihove matematične rešitve. Na sliki a) je prikazana najbolj značilna vzbujaalna krivulja ene tuljave z amplitudo vzbujaanja  $y = A$  za  $0 \leq x \leq \pi$ .



Razvoj funkcije v trigonometrijsko vrsto za prvih sedem višjih harmonskih komponent je naslednji:

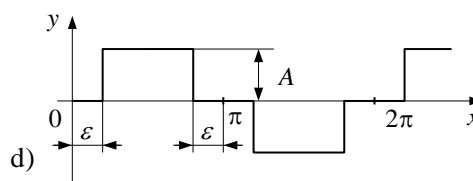
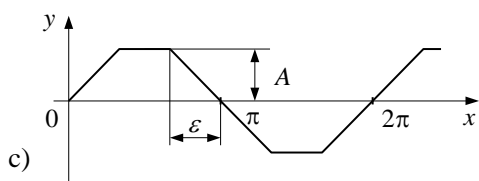
$$y = \frac{4}{\pi} A \left( \sin x + \frac{1}{3} \sin(3x) + \frac{1}{5} \sin(5x) + \frac{1}{7} \sin(7x) + \dots \right).$$

Za neskončno tuljav, enakomerno porazdeljenih po obodu stroja, z amplitudo vzbujanja  $y = A$  za  $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$  na sliki b) pa dobimo rešitev:

$$y = \frac{8}{\pi^2} A \left( \sin x - \frac{1}{3^2} \sin(3x) + \frac{1}{5^2} \sin(5x) - \frac{1}{7^2} \sin(7x) \pm \dots \right).$$

V primeru, da je navitje z neskončnim številom tuljav razporejeno le na del oboda pretvornika in je  $y = A$  za  $\varepsilon \leq x \leq \pi - \varepsilon$ , kot to prikazuje slika c), dobimo naslednjo rešitev:

$$y = \frac{4}{\pi} \frac{A}{\varepsilon} \left( \sin \varepsilon \sin x + \frac{1}{3^2} \sin(3\varepsilon) \sin(3x) + \frac{1}{5^2} \sin(5\varepsilon) \sin(5x) + \dots \right).$$



Običajno je navitje razporejeno le na  $2/3$  oboda stroja ( $\varepsilon = \pi/3$ ) in tako dobi enačba obliko:

$$y = \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2} A \left( \sin x - \frac{1}{5^2} \sin(5x) + \frac{1}{7^2} \sin(7x) \mp \dots \right).$$

Odpadejo vse neparne harmonske komponente deljive s tri.

Zadnji primer na sliki d) prikazuje vzbujanje tuljave za izražene pole, kjer je širina pola ožja od polove delitve in je  $y = A$  za  $\varepsilon \leq x \leq \pi - \varepsilon$ . Rešitev nam podaja enačba:

$$y = \frac{4}{\pi} A \left( \cos \varepsilon \sin x + \frac{1}{3} \cos(3\varepsilon) \sin(3x) + \frac{1}{5} \cos(5\varepsilon) \sin(5x) + \dots \right).$$

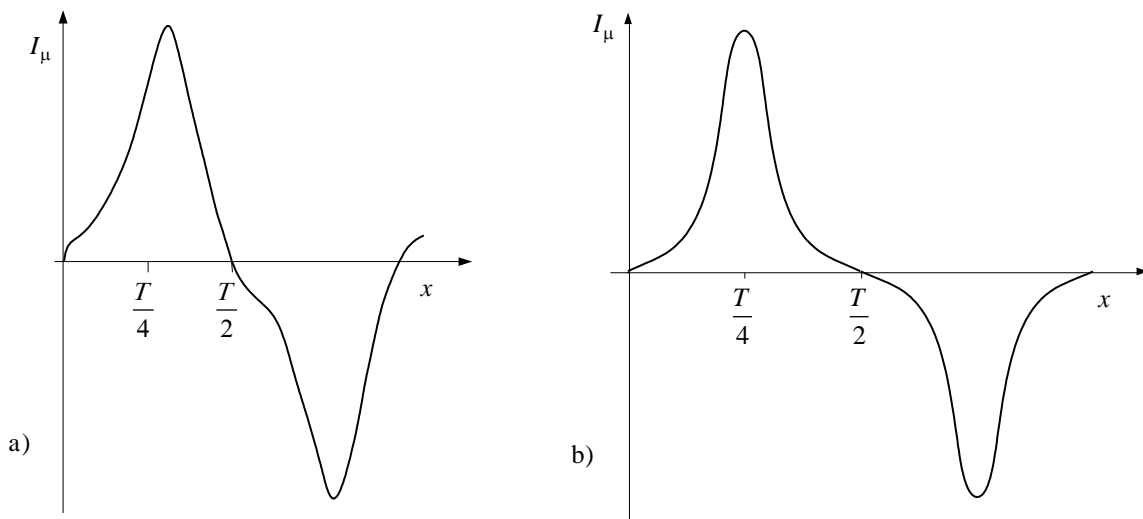
V primeru, da je širina pola  $2\pi/3$  in  $\varepsilon = \pi/6$  (običajno je širina pola nekaj večja), dobi enačba obliko:

$$y = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} A \left( \sin x - \frac{1}{5} \sin(5x) - \frac{1}{7} \sin(7x) \mp \dots \right).$$

### Primer za tok prostega teka transformatorja

Obliko toka prostega teka realnega transformatorja prikazuje slika a). Ker je tok periodična funkcija časa s periodo  $T$ , je vrednost na abscisni osi  $x = t$ . Magnetilni tok je po obliki simetričen glede na  $x$ -os in nesimetričen glede na  $y$ -os. Torej je funkcija liha, ker je  $f(-x) = -f(x)$ , tj. simetrija druge vrste in istočasno je  $f(x + T/2) = -f(x)$ , tj. simetrija tretje vrste.

Za takšno obliko toka dobimo samo neparne višje harmonske komponente ( $\nu = 2k + 1$ ) za  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Za  $k = 0$  oziroma  $\nu = 1$ , tj. za harmonsko komponento osnovne frekvence, dobimo pri transformatorju sinusno in kosinusno komponento toka. Ena od obeh komponent, in sicer večja, je magnetilni tok (jalova komponenta) in druga, manjša, so izgube v železu (delovna komponenta). Za vse ostale višje harmonske komponente dobimo glede na sliko le sinusne harmonske komponente, tj. magnetilni tok višjih harmonskih komponent. Za primer premika koordinatnega sistema za  $x = T/4$  dobimo samo kosinusne višje harmonske komponente, medtem ko ima osnovna harmonska komponenta toka vedno sinusni in kosinusni člen.



V primeru, da lahko zanemarimo vpliv izgub zaradi histerezne zanke in vrtničnega toka v železnem jedru, je slika toka v prostem teku transformatorja, ki običajno obratuje v nasičenju, tj. v kolenu magnetilne krivulje, popolnoma simetrična. Takšno poenostavljeno obliko toka prikazuje slika b). Tok je simetričen glede na x in y os, tj. simetrija IV. vrste. Za magnetilni tok na sliki b) dobimo samo kosinusno ali samo sinusno osnovno komponento in neparne višje harmonske komponente magnetilnega toka transformatorja.

## LITERATURA

- 1 K. Reichert, Elektromagnetische Energiewandler, ETH Zürich, Institut für Elektrische Maschinen, izvlečki predavanj, Zürich 1983/85
- 2 P. Jereb, Osnove električnih strojev, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Univerzitetna tiskarna v Ljubljani, Ljubljana 1975.
- 3 G. Müller, Elektrische Maschinen, VEB Verlag Technik, Berlin 1970
- 4 G. Gotter, Erwärmung und Kühlung elektrischer Maschinen, Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1954
- 5 A. Dolenc, Transformatori, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb 1961
- 6 J. Ritonja, I. Zagradišnik, Transformatorji, Univerza v Mariboru, press.um.si, učbenik, Maribor 2020
- 7 A. Dolenc, Asinhronski stroji, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana 1969
- 8 I. Zagradišnik, B. Slemnik, Električni rotacijski stroji, Tiskarna tehniških fakultet Maribor, učbenik, 6. izdaja, Maribor 2012
- 9 B. Jurković, Z. Smolčić, Kolektorski strojevi, Sveučilište u Zagrebu, Školska knjiga – Zagreb, Zagreb 1986
- 10 T. Kenyo, S. Nagamori, Permanent-Magnet and Brushless DC Motors, Clarendon Press, Oxford 1985
- 11 IEC Standard, Letter symbols to be used in electrical technology, Part 4: Symbols to be used for rotating electrical machines, Publication 27-4, © IEC 1985, Genève, Suisse
- 12 IEC Recommendation, Recommendation for rotating electrical machinery, Part 4: Methods for determining synchronous machine quantities from tests, Publication 60034-4, © IEC 1985, Genève, Suisse
- 13 IEC Recommendation, Rotating electrical machines, Part 8, Terminal markings and direction of rotation of rotating machines, Publication 60034-8, Genève, 1972, Suisse
- 14 IEC Handbook, Letter symbols, © IEC 1983, Genève, Suisse
- 15 IEC 60050 (421), Mednarodni elektrotehniški slovar, Poglavje 421, Močnostni transformatorji in dušilke, Slovenski standard, 1998
- 16 IEC 60050 (411), Mednarodni elektrotehniški slovar, Poglavje 411, Rotacijski stroji, Slovenski standard, 1998



**SEZNAM SPREMENLJIVK**

- $a$  število paralelnih vej polovice kotve str. 136;  $a$  (m) vzdolžna dimenzija ščetk str. 148
- $A$  ( $\text{m}^2$ ) površina ali presek str. 2
- $b$  ( $T = V \cdot s / \text{m}^2 = \text{N} / (\text{A} \cdot \text{m})$ ) trenutna vrednost gostote magnetnega pretoka str. 8
- $b$  (m) oznaka za širino po IEC 27-4 str. 54 ali lok pola str. 135
- $B$  ( $T = V \cdot s / \text{m}^2 = \text{N} / (\text{A} \cdot \text{m})$ ) gostota magnetnega pretoka str. 3
- $c$  ( $\text{J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$ ) specifična toplota str. 18;  $c$  ( $\Omega$ ) konstanta motorja str. 166
- $C$  ( $\text{W} / (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ) sevalna konstanta str. 17;  $C$  ( $F = \text{A} \cdot \text{s} / \text{V}$ ) kapacitivnost str. 170
- $d$  matematični operator odvajanja funkcije (diferencial) str. 3;  $d$  (m) debelina str. 16
- $D$  (m) premer (statorske izvrtine) str. 8;  $D$  trikotna vezava navitja str. 54
- $e$  (V) inducirana napetost str. 11;  $e \approx 2,71828$  število str. 18,  $e$  (%) pogrešek prestave str. 53
- $E$  (V/m) električna poljska jakost str. 11;  $E$  (V) inducirana napetost str. 15
- $f$  ( $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$ ) frekvenca str. 1,  $f$  razmerje – faktor navitja str. 8 in str. 65
- $F$  (A) "magnetnomotorska" sila str. 3;  $F$  (N) sila (v magnetnem polju) str. 12
- $H$  (A/m) magnetna poljska jakost str. 3
- $i$  (A) trenutna vrednost toka str. 6
- $I$  (A) efektivna vrednost toka str. 1; vrednost enosmernega toka str. 93
- $j = e^{j\pi/2}$  fazni premik v kompleksni ravnini str. 25
- $J$  ( $\text{A} / \text{m}^2$ ) ali ( $\text{A} / \text{mm}^2$ ) gostota toka str. 4;  $J$  ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ) vztrajnostni moment str. 161
- $k$  faktor str. 127; konstanta str. 136
- $K$  prestava (transformacijsko razmerje) str. 12; konstanta str. 99;
- $K$  število lamel komutatorja str. 132;  $K$  ( $\text{N} \cdot \text{m} / \text{A} = \text{V} \cdot \text{s}$ ) koeficient str. 136
- $l$  (m) dolžina str. 3, vzdolžna (aksialna) dolžina (paketa stroja) str. 67
- $L$  ( $\text{H} = \Omega \cdot \text{s}$ ) induktivnost str. 3
- $m$  število faz navitja izmeničnega stroja str. 1;  $m$  (kg) masa str. 16
- $M$  ( $\text{N} \cdot \text{m}$ ) vrtilni moment (navor sile) str. 2
- $n$  ( $\text{s}^{-1}$ ) ali ( $\text{min}^{-1}$ ) število vrtljajev str. 2
- $N$  število ovojev str. 4
- $p$  število polovih parov str. 8

- $P$  (W) delovna moč ali moč izgub str. 1
- $q$  (A·s/m) linijski naboj str. 12;  $q$  relativna jalova moč str. 46;
- $q$  število utorov na pol in fazo str. 62
- $Q$  (A·s) naboj str. 12;  $Q$  število utorov str. 62;  $Q$  (V·A) jalova moč str. 46
- $r$  relativna upornost str. 46;  $r$  (m) polmer str. 14 ali radialna dimenzija ščetk str. 148
- $R$  ( $H^{-1} = (\Omega \cdot s)^{-1}$ ) magnetna upornost str. 3;  $R$  ( $\Omega$ ) ohmska upornost str. 16
- $s$  slip (asinhronski stroj) str. 68
- $S$  (V·A) navidezna moč str. 50;  $S$  ( $m^2$ ) površina ali presek str. 145
- $t$  (s) čas str. 8;  $t$  (m) tangencialna dimenzija ščetk str. 148
- $T$  (s) perioda ponavljanja str. 9, časovna konstanta str. 18
- $u$  (V) napetost str. 14;  $u$  relativna napetost str. 46
- $U$  (V) efektivna vrednost napetosti str. 1
- $v$  (m/s) hitrost str. 9
- $V$  ( $m^3$ ) volumen str. 127;  $V$  (A) padec magnetne napetosti str. 140
- $w$  ( $J/m^3$ ) specifična magnetna energija str. 127
- $W$  (J) energija str. 13
- $x$  (m) koordinata (abscisa) str. 7;  $x$  relativna vrednost reaktance str. 46
- $X$  ( $\Omega$ ) induktivna upornost – reaktanca str. 32
- $y$  faktor razmerja dejanske in nazivne vrednosti str. 50
- $Y$  zvezdna vezava trifaznega navitja str. 54;  $Y$  širina tuljav navitja str. 63
- $z$  število vodnikov (tuljave) str. 136
- $Z$  ( $\Omega$ ) impedanca (kompleksna upornost) str. 40
- $\alpha$  (rad.) električni ali mehanski kot str. 8
- $\alpha$  ( $W/(m^2 \cdot K)$ ) koeficient (toplota) str. 16,  $\alpha$  transformacijska konstanta str. 85
- $\beta$  faktor oblike pola str. 105,  $\beta$  (rad) električni ali mehanski kot str. 138
- $\gamma$  ( $S \cdot m/mm^2$ ) specifična električna prevodnost str. 30;  $\gamma$  (rad.) fazni kot str. 87
- $\delta$  (rad.) kolesni kot ali kot polovega kolesa str. 99
- $\delta$  (m) zračna reža str. 6;  $\delta_e$  (m) ekvivalentna zračna reža str. 7
- $\Delta$  matematični znak za razliko str. 17; trikotna vezava navitja str. 81
- $\varepsilon$  absorpcijsko razmerje (toplota) str. 17

- $\eta$  izkoristek str. 2
- $\vartheta$  (rad.) električni prostorski kot str. 8;  $\vartheta$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) temperatura str. 16
- $\theta$  (A) trenutna vrednost magnetne napetosti (vzbujanja) str.8
- $\Theta$  (A) magnetna napetost (vzbujanje) str. 4;  $\Theta$  (K) absolutna temperatura str. 17
- $\kappa$  magnetna susceptibilnost (dovzetnost) str. 4
- $\lambda$  ( $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) specifična toplotna prevodnost str. 16
- $\Lambda$  ( $\text{H} = \Omega \cdot \text{s}$ ) magnetna prevodnost str. 3;  $\Lambda$  ( $\text{W}/\text{K}$ ) toplotna prevodnost str. 16
- $\mu$  relativna permeabilnost str. 4;  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  ( $\text{V} \cdot \text{s}/(\text{A} \cdot \text{m})$ ) permeabilnost vakuumu
- $\nu$  prostorski red višjih harmonskih komponent str. 38
- $\xi$  (stopinje ali minute) pogrešek kota str. 53
- $\pi = 3,1415926$  Ludolfovo število str. 7
- $\sigma$  faktor razsipanja polja str. 86
- $\Sigma$  matematični operator vsote str. 4
- $\tau$  (m) lok na obodu stroja str. 7
- $\varphi$  (rad.) fazni kot ali kot premika str. 25
- $\phi$  ( $\text{Wb} = \text{V} \cdot \text{s}$ ) magnetni pretok (trenutna vrednost) – fluks str. 11
- $\Phi$  ( $\text{Wb} = \text{V} \cdot \text{s}$ ) magnetni pretok – fluks str. 2;  $\Phi_t$  (W) toplotni tok str. 16
- $\psi$  ( $\text{V} \cdot \text{s}$ ) magnetni sklep (trenutna vrednost) str. 12
- $\Psi$  ( $\text{V} \cdot \text{s}$ ) magnetni sklep (efektivna vrednost) str. 3
- $\omega$  (rad./s) ali ( $\text{s}^{-1}$ ) električna kotna frekvenca (krožna hitrost) str. 8
- $\Omega$  (rad./s) ali ( $\text{s}^{-1}$ ) mehanska kotna hitrost (krožna hitrost) str. 2

### Grška abeceda

$\alpha, A$	alfa	$\iota, I$	jota	$\rho, P$	rho
$\beta, B$	beta	$\kappa, K$	kapa	$\sigma, \varsigma, \Sigma$	sigma
$\gamma, \Gamma$	gama	$\lambda, \Lambda$	lambda	$\tau, T$	tau
$\delta, \Delta$	delta	$\mu, M$	mi	$\upsilon, Y$	ipsilon
$\varepsilon, E$	epsilon	$\nu, N$	ni	$\varphi, \phi, \Phi$	fi
$\zeta, Z$	zeta	$\xi, \Xi$	ksi	$\chi, X$	hi
$\eta, H$	eta	$o, O$	omikron	$\psi, \Psi$	psi
$\vartheta, \theta, \Theta$	theta	$\pi, \Pi$	pi	$\omega, \Omega$	omega

# ELEKTRIČNI IN ELEKTROMEHANSKI PRETVORNIKI: ZAPISKI PREDAVANJ

IVAN ZAGRADIŠNIK, JOŽEF RITONJA

Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Maribor,  
Slovenija

ivan.zagradsnik@guest.um.si, jozef.ritonja@um.si

**Povzetek** V publikaciji so predstavljene osnove elektromehanske pretvorbe in štirje osnovni električni stroji: transformator, asinhronski stroj, sinhronski stroj in komutatorski stroj. Publikacija je razdeljena v pet poglavij. V nadaljevanju je predstavljena vsebina posameznih poglavij. Uvod: magnetno polje, vzbujanje navitij, induciranje napetosti, sile in vrtilni moment (navor), pretvarjanje električne moči v električno ali mehansko, izgube, izkoristek, segrevanje in hlajenje. Transformator: elementi gradnje, idealni in realni enofazni transformator, trifazni transformator, posebne izvedbe transformatorjev. Asinhronski stroj: opis gradnje z navitji in način delovanja, zagoni motorjev in spreminjanje hitrosti vrtenja ter vrtilnega momenta, asinhronski generator, enofazni asinhronski motorji. Sinhronski stroj: opis gradnje in način delovanja, obratovanje na togem omrežju, približna obravnava nasičenega stroja, vzbujalni sistemi in uporaba trajnih magnetov za vzbujanje, ter sinhronski motorji s trajnimi magneti. Komutatorski stroj: opis gradnje in način delovanja, reakcija kotve, problemi komutacije, elektronska komutacija, karakteristike različnih električnih vezav statorja in rotorja, spreminjanje hitrosti vrtenja, izmenični (univerzalni) komutatorski stroji.

**Ključne besede:**

Osnove  
elektromagnetike,  
transformator,  
asinhronski stroj,  
sinhronski stroj,  
komutatorski stroj





Univerza v Mariboru

---

Fakulteta za elektrotehniko,  
računalništvo in informatiko