



Univerzitetna založba
Univerze v Mariboru

Ivan Zagradišnik
Jožef Ritonja

ELEKTRIČNI IN ELEKTROMEHANSKI PRETVORNIKI

ZAPISKI PREDAVANJ

Maribor 2025



Univerza v Mariboru

Fakulteta za elektrotehniko,
računalništvo in informatiko

ELEKTRIČNI IN ELEKTROMEHANSKI PRETVORNIKI

Zapiski predavanj

Avtorja
Ivan Zagradišnik
Jožef Ritonja

Julij 2025

Naslov <i>Title</i>	Električni in elektromehanski prevorniki <i>Electrical and Electromechanical Converters</i>
Podnaslov <i>Subtitle</i>	Zapiski predavanj <i>Lecture Notes</i>
Avtorja <i>Authors</i>	Ivan Zagradišnik (Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)
	Jožef Ritonja (Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)
Recenzija <i>Review</i>	Božo Hribernik (Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)
Jezikovni pregled <i>Language edeting</i>	Vlasta Praprotnik
Tehnična urednika <i>Technical editors</i>	Ivan Zagradišnik (Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)
	Jan Perša (Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)
Izdelava risb <i>Drawings</i>	Denis Dremelj, Viktor Goričan, Miralem Hadžiselimović, Dušan Muršec, Tine Marčič in avtorja
Pomoč pri urejanju <i>Assistant editors</i>	Matej Gajzer, Bojan Slemnik
Oblikovanje ovtka <i>Cover designer</i>	Jan Perša (Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)
Založnik <i>Published by</i>	Univerza v Mariboru Univerzitetna založba Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija https://press.um.si , zalozba@um.si
Izdajatelj <i>Issued by</i>	Univerza v Mariboru Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko Koroška cesta 46, 2000 Maribor, Slovenija https://www.feri.um.si , feri@um.si
Izdaja <i>Edition</i>	Prva dopolnjena izdaja
Izdano <i>Published at</i>	Maribor, Slovenija, julij 2025
Vrsta publikacije <i>Publication type</i>	E-knjiga
Dostopno na <i>Available at</i>	https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/716



© Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba
/ University of Maribor, University Press

Besedilo / Text © Zagradišnik, Ritonja, 2025

To delo je objavljeno pod licenco Creative Commons Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Brez predelav 4.0 Mednarodna. / This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 4.0 International License.

Uporabnikom je dovoljeno reproduciranje brez predelave avtorskega dela, distribuiranje, dajanje v najem in priobčitev javnosti samega izvirnega avtorskega dela, in sicer pod pogojem, da navedejo avtorja in da ne gre za komercialno uporabo.

Vsa gradiva tretjih oseb v tej knjigi so objavljena pod licenco Creative Commons, razen če to ni navedeno drugače. Če želite ponovno uporabiti gradivo tretjih oseb, ki ni zajeto v licenci Creative Commons, boste morali pridobiti dovoljenje neposredno od imetnika avtorskih pravic.

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

CIP - Kataložni zapis o publikaciji Univerzitetna knjižnica Maribor
621.313/31.4 (075.8) (0.034.2)
ZAGRADIŠNIK, Ivan
Električni in elektromehanski pretvorniki [Elektronski vir] : zapiski predavanj / Ivan Zagradišnik, Jožef Ritonja. - 1. dopolnjena izd. - E-učno gradivo. - Maribor : Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba, 2025
Način dostopa (URL): https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/716
ISBN 978-961-299-014-5 (PDF) doi: 10.18690/um.feri.5.2025 COBISS.SI-ID 241787907

ISBN 978-961-299-014-5 (pdf)

DOI <https://doi.org/10.18690/um.feri.5.2025>

Cena Brezplačni izvod
Price

Odgovorna oseba založnika prof. dr. Zdravko Kačič,
For publisher rektor Univerze v Mariboru

Citiranje Zagradišnik, I. in Ritonja, J. (2025). *Električni in elektromehanski pretvorniki: zapiski predavanj*. Maribor: Univerzitetna založba. doi: 10.18690/um.feri.5.2025

VSEBINA

	Stran
UVOD	1
Magnetno polje	2
Vzbujanje navitij	6
Inducirana napetost	12
Sile v magnetnem polju	13
Prenos energije in moči	14
Vrtilni moment	15
Izgube in izkoristek	17
Segrevanje in ohlajevanje	17
 TRANSFORMATOR	 20
Uvod	20
Način delovanja	22
Izvedba transformatorja	22
Naloge transformatorja	23
Enofazni transformator z železnim jedrom	24
Delovanje idealnega transformatorja	25
Delovanje realnega transformatorja	30
Delovanje tokovno idealnega napetostno realnega transformatorja	32
Delovanje napetostno idealnega tokovno realnega transformatorja	34
Izgube v jedru	36
Tok prostega teka	39
Analitična obravnava	42
Preskusi transformatorja	45
Obratovanje transformatorja na togem omrežju	48
Energijska bilanca, izgube in izkoristek transformatorja	50
Tkovni transformator	52
Trifazna transformacija	55
Nesimetrična obremenitev	58
Avtotransformator	60
 ASINHRONSKI STROJ	 61
Opis konstrukcije	61
Navitja asinhronskih strojev	62
Način delovanja	68
Analitična obravnava	71
Nadomestno vezje asinhronskega stroja	73
Obratovanje asinhronskega stroja na togem omrežju	74
Energijska bilanca	77
Vrtilni moment	78
Zagon asinhronskega motorja	81
Možnosti spremenjanja hitrosti vrtenja	83
Spremenjanje vrtilnega momenta	85
Asinhronski generator	90
Enofazni asinhronski motor	90

SINHRONSKI STROJ	94
Opis konstrukcije	94
Način delovanja	94
Prevzem obremenitve	98
Analitična obravnava	103
Obratovanje nenesičenega stroja na togem omrežju	108
Spreminjanje vrtilnega momenta sinhronskega motorja	111
Tokovne karakteristike za cilindrični rotor	114
Približna obravnava nasičenega stroja	115
Sistemi za vzbujanje sinhronskih generatorjev	118
Uporaba trajnih magnetov za vzbujanje	120
Sinhronski motorji s trajnimi magneti	122
Sinhronski motorji s trajnimi magneti in z izraženimi poli na statorju	125
Reluktančni motorji s porazdeljenim navitjem na statorju	128
Reluktančni motorji s koncentričnim navitjem na polih statorja	129
KOMUTATORSKI STROJ	133
Opis konstrukcije	133
Način delovanja	133
Navitja komutatorskih strojev	137
Teorija enosmernih strojev	140
Reakcija kotve	143
Komutacija	148
Sklop za komutacijo	152
Vrste enosmernih strojev	155
Generatorji za enosmerni tok	157
Motorji za enosmerni tok	159
Konstruiranje karakteristik	162
Zagon in spremjanje hitrosti vrtenja motorjev	164
Nestacionarno obratovanje	165
Posebni enosmerni stroji	166
Izmenični komutatorski stroji	167
Enofazni komutatorski motor v serijski vezavi	170
KOMPLEKSNI RAČUN	173
Matematične operacije kompleksnih veličin	173
Izračun moći	175
Indukcijski zakon v kompleksnem računu	178
FOURIERJEVA ANALIZA	180
Primeri za vzbujalne krivulje	180
Primer za tok prostega teka transformatorja	181
LITERATURA	183
SEZNAM SPREMENLJIVK	184
Grška abeceda	186

UVOD

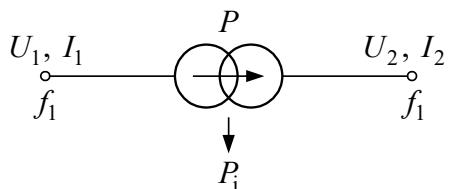
Električni in elektromehanski pretvorniki (EEMP) so naprave, ki pretvarjajo energijo ene oblike v drugo. Vrste pretvarjanja: električno energijo v električno, električno v mehansko, mehansko v električno. Pretvarjanje je časovno omejeno ali neomejeno. Med EEMP štejemo tudi električne stroje. Pri njih pri pretvarjanju energije vedno posreduje magnetno polje.

Primeri pretvarjanja energije

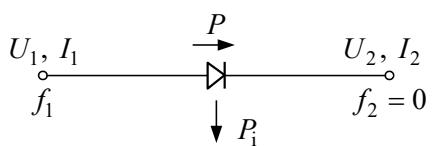
Pri električnih in elektromehanskih pretvornikih nastanejo, pri pretvarjanju električne energije v električno, električne v mehansko ali mehanske v električno, izgube (P_i).

Električna → električno

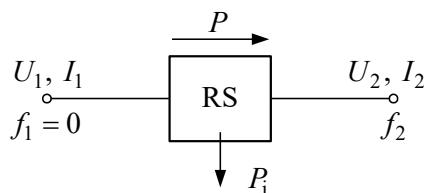
Pri električnem pretvarjanju energije (npr. usmernik) nastanejo le električne in pri elektromagnetnem pretvarjanju (npr. transformator) električne in magnetne izgube.



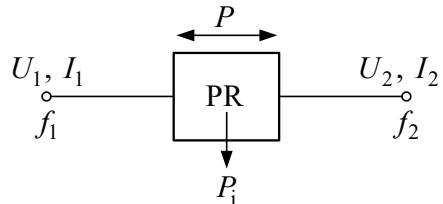
TRANSFORMATOR
Vhodne in izhodne veličine so izmenične.



USMERNIK
Vhodne veličine so izmenične, izhodne enosmerne.



RAZSMERNIK
Vhodne veličine so enosmerne, izhodne izmenične.



(DIREKTNI)
PRETVORNIK

Vhodne in izhodne veličine so izmenične.

število vej = število faz m

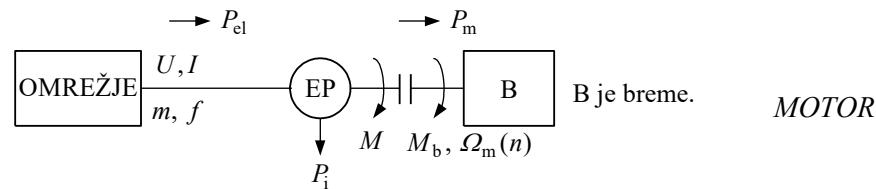
$$m_1 \gtrless m_2$$

frekvenca

$$f_1 \gtrless f_2$$

Električna → mehansko

Pri elektromehanskem pretvarjanju energije, tj. v rotacijskih pretvornikih nastanejo električne, magnetne in mehanske izgube.

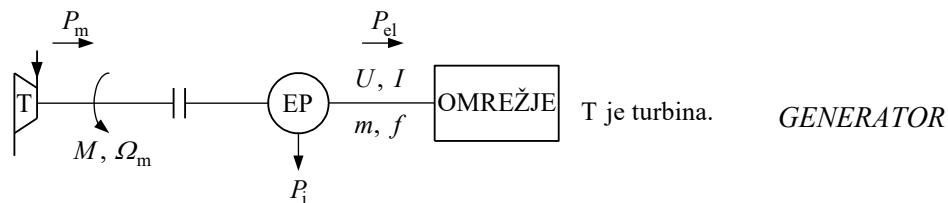


$$\eta = \frac{P_{el} - P_i}{P_{el}} = \frac{P_m}{P_{el}}$$

$$\eta: 0,6 \dots 0,98$$

EP je elektromehanski pretvornik.

Mehanska → električno



$$\eta = \frac{P_{el}}{P_m}$$

$$\eta: 0,95 \dots 0,98$$

Generatorji so običajno grajeni za večje moči kot motorji in zato je tudi izkoristek večji.

Magnetno polje

Prenos moči oziroma energije v električnih strojih se vrši s pomočjo magnetnega polja oziroma magnetnega fluksa. Pri tem uporabljam osnovne veličine (označene z zvezdico) in izpeljane veličine.

Osnovne veličine:

$$*B = \frac{\Phi}{A} \quad \text{gostota magnetnega pretoka}$$

$$*\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \text{magnetni fluks}$$

$$*H = \frac{B}{\mu} \quad \text{magnetna poljska jakost}$$

$$*\mu = \frac{B}{H} \quad \mu \text{ permeabilnost}$$

Izpeljane veličine:

$$\Psi = \sum_i \Phi_i N_i = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \text{fluks tuljave ali magnetni sklep}$$

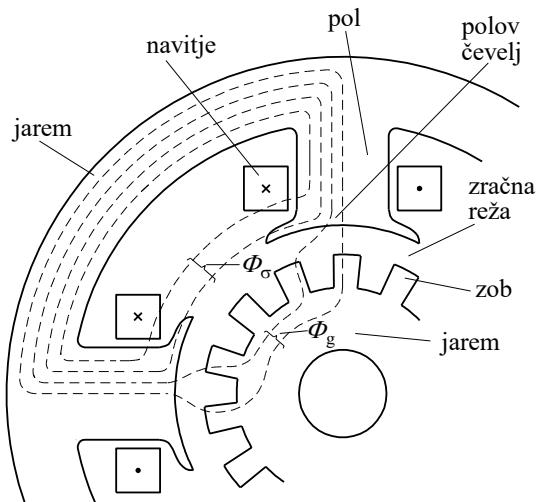
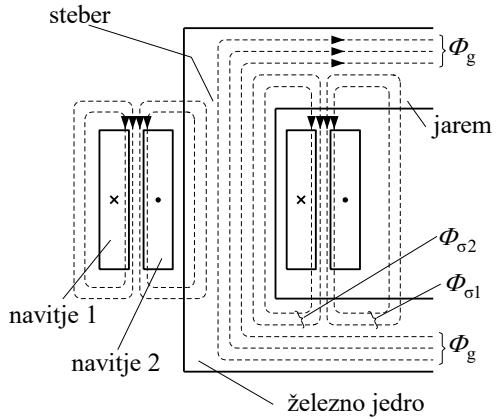
$$L = \frac{\Psi}{I} \quad \text{induktivnost}$$

$$F_m = \oint_K \vec{H}_l \cdot d\vec{l} \quad \text{"magnetno-motorska" sila – vzbujanje}$$

$$A_m = \frac{\Phi}{F_m} \quad \text{magnetna prevodnost (permeanca) ali } R_m = \frac{F_m}{\Phi} \quad \text{upornost (reluktanca)}$$

Primera za glavno (Φ_g) in razsipano (Φ_o) magnetno polje

Glavno polje (leva slika str. 4) v jedru povezuje navitja transformatorja. Na desni sliki gre glavno polje iz statorja v rotor in nazaj preko zračne reže. Manjši razsipani del se zapira med poli.



Osnovni zakoni magnetnega polja

1) Zakon o tokovnem pretoku (Amperov zakon)

$$\oint_K \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = IN = \Theta \quad (J \text{ je gostota toka})$$

diskretizacija $\vec{H}_1 \rightarrow H_i; \quad d\vec{l} = l_i \rightarrow \sum H_i l_i = IN$

2) Zakon o ohranitvi fluksa

$$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

diskretizacija $\vec{B} \rightarrow B_i; \quad d\vec{A} \rightarrow A_i$

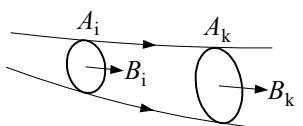
$$\sum B_i A_i = 0 \quad \Phi_i = B_i A_i$$

3) Zakon o materialu

$$\vec{B} = f(\vec{B}_i) = \mu_0 \vec{H} + \vec{B}_i = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \kappa \vec{H} = \mu \vec{H}$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r = \mu_0 (1 + \kappa)$$

Silnična cevka



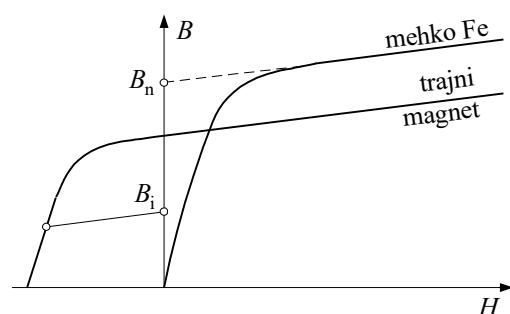
B_i je magnetna polarizacija ali notranja (intrinsic) gostota magnetnega pretoka in κ magnetna susceptibilnost (dovzetnost).

Magnetilna krivulja

Magnetilna krivulja je prikazana na levi sliki za mehko železo in trajni magnet ter ustreznih permeabilnosti na desni sliki. Za magnetni krog velja

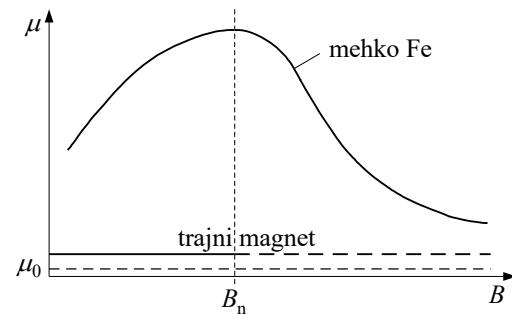
brez nasičenja: $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$; $H_{Fe} \rightarrow 0$

$$B_{Fe} < B_n \quad (B_n = B - \text{nasičenja}) \quad B_\delta = \mu_0 \frac{IN}{\delta}$$



pri nasičenju: $\mu_{Fe} \rightarrow \mu_0$

$$B_{Fe} > B_n \quad B_\delta \approx \mu_0 \frac{IN}{\delta + l_{Fe}}$$



Zakon o ohranitvi fluksa – uporaba $\rightarrow \Phi_\delta = \Phi_{Fe}$

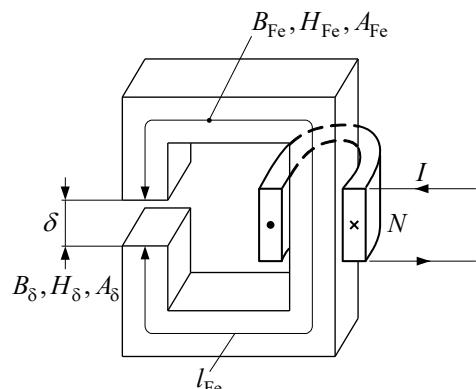
Zakon o tokovnem pretoku – uporaba:

$$\Theta = \sum H_i l_i = IN$$

Efektivna vrednost magnetilnega toka je:

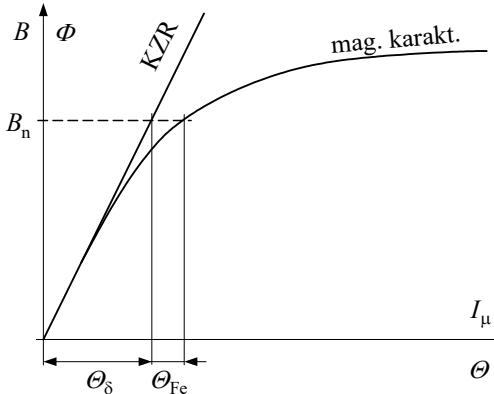
$$I_\mu = \frac{\sum H_i l_i}{\sqrt{2} N}, \text{ če je } H = \hat{H} \text{ temenska vrednost}$$

magnetne poljske jakosti.



Magnetilna karakteristika

Magnetilna karakteristika podaja odvisnost $B = f(\Theta)$ za magnetni krog, sestavljen iz zračne reže in železnega jedra. Karakteristika zračne reže (KZR) je tangenta na krivuljo.



Sprememba merila:

$$B = f(\Theta)$$

$$\text{Ordinata: } \Phi_\delta = B_\delta A_\delta \rightarrow \Phi_\delta = f(\Theta_{\text{cel}})$$

$$\Theta_{\text{cel}} = \Theta_\delta + \Theta_{\text{Fe}}$$

$$\text{Abscisa: } \Theta = I_\mu N \rightarrow B = f(I_\mu)$$

Za izračun magnetnega kroga velja: iz $E \rightarrow \Phi \rightarrow B_i$ na delu i ; iz B_δ bo:

$$\Theta_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta, \quad \Theta_{\text{Fe}} = H_{\text{Fe}} l_{\text{Fe}} \quad (H_{\text{Fe}} \rightarrow \text{odčitamo iz magnetilne krivulje})$$

$$\hat{I}_\mu = \frac{\Theta_{\text{cel}}}{N} \rightarrow I_\mu = \frac{\Theta_{\text{cel}}}{\sqrt{2} N} \quad \Phi = \frac{\Theta_{\text{cel}}}{R_m} = \frac{\sqrt{2} I_\mu N}{R_m} = \sqrt{2} I_\mu N A_m$$

$$\text{induktivnost tuljave } L = \frac{\Psi}{\sqrt{2} I_\mu} = \frac{N \Phi}{\sqrt{2} I_\mu} = \frac{N^2}{R_m} = N^2 A_m \text{ in } A_m = \frac{1}{R_m} = \frac{\mu A}{l}$$

Vzbujanje navitij

Magnetno polje koncentričnega (cilindričnega) navitja

a) Primer transformatorja

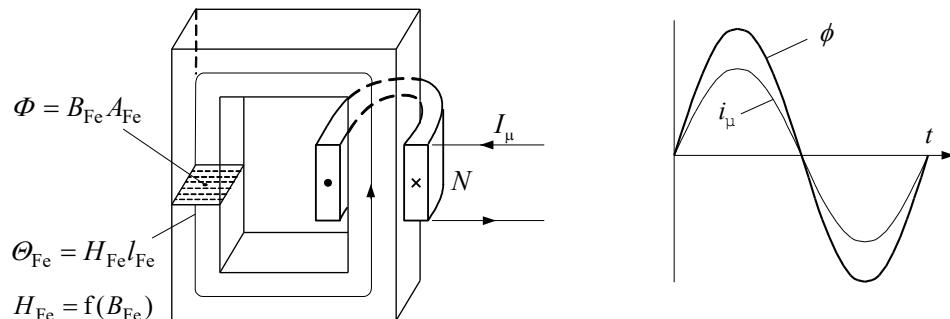
Posamezna navitja (primarja in sekundarna) so prostorsko blizu. Vzbujanje je koncentrirano.

Glavni fluks, ki povezuje navitja, se ustvari v železnem jedru. Če Fe jedro nima zračne reže, bo:

$$\delta \rightarrow 0 \text{ in } \mu_{\text{Fe}} \rightarrow \infty \quad R_m = \frac{l_{\text{Fe}}}{\mu_{\text{Fe}} A_{\text{Fe}}} \rightarrow 0, \quad L_m = \frac{N^2}{R_m}, \quad L_m \rightarrow \infty, \quad L_\sigma \rightarrow 0.$$

L_m je magnetilna (glavna) induktivnost (železnega jedra) in L_σ razsipa na induktivnost.

V enačbi za magnetno upornost R_m je l_{Fe} srednja dolžina poti magnetnih silnic v jedru enofaznega transformatorja in A_{Fe} presek jedra. Φ je temenska vrednost fluksa v jedru, ker je gostota magnetnega pretoka B_{Fe} temenska vrednost. ϕ je v fazi z i_μ (desna slika).

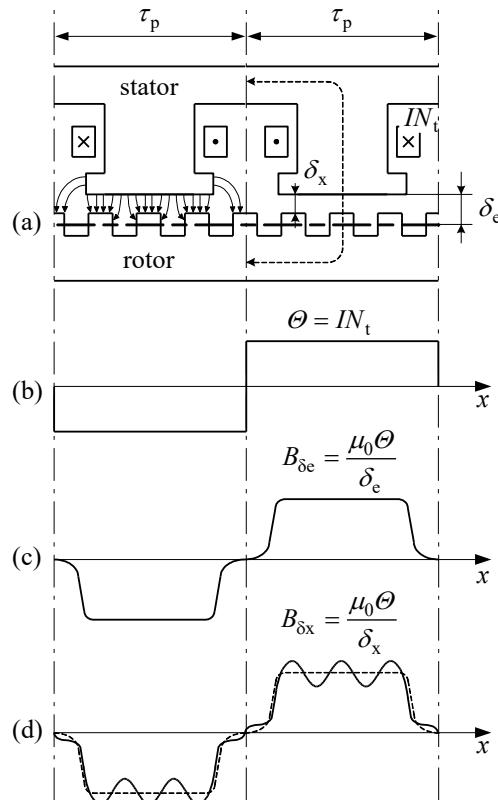


b) Primer izraženih polov pri rotacijskih strojih

Pri rotacijskih strojih so posamezna navitja ločena z zračno režo " δ " oziroma ekvivalentno (povečano) zračno režo δ_e , s katero upoštevamo vpliv odprtin utorov stroja na statorju in rotorju. $\Theta = IN_t$ magnetno vzbujanje tuljave z N_t ovoji posameznega (izraženega) pola, če je tok enosmeren (str. 8, leva slika b)).

Magnetno polje porazdeljenega navitja

Na desni sliki str. 8 imamo porazdeljeno navitje (slika a)) in razvito sliko vzbujanja $\Theta(x)$ (slika b)) ali za 2/3 navitega oboda (slika c)).



a) Enosmerno napajanje

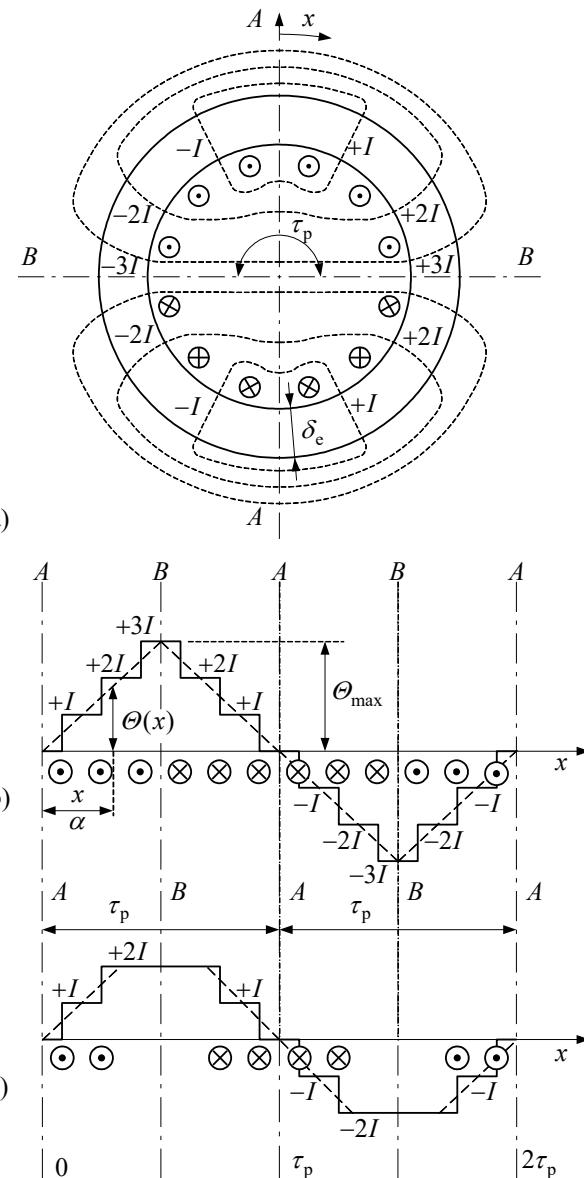
Na levi sliki str. 9 je narisana vzbujalna krivulja

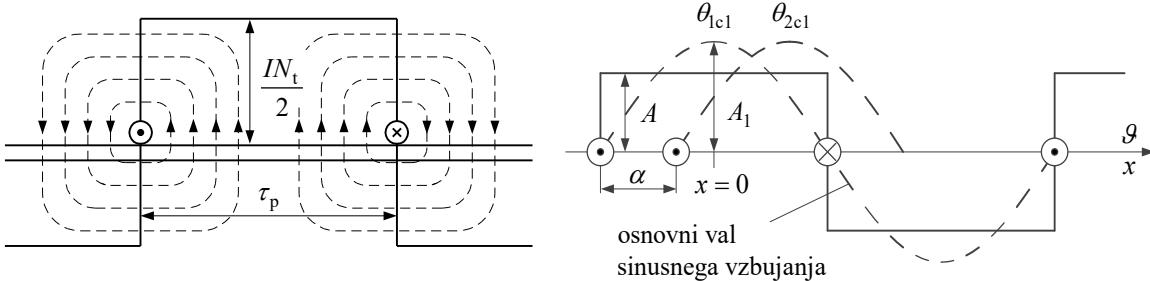
$$\text{tuljave za razviti obod rotorja: } \Theta_t = \frac{IN_t}{2} \equiv A$$

in osnovna harmonika komponenta vzbujanja

$$\text{tuljave } \hat{\Theta}_{t1} = \frac{4}{\pi} \frac{IN_t}{2} \equiv A_1 = \frac{4}{\pi} A.$$

N_t je število ovojev tuljave. Za p polovih parov je $N_t = \frac{N}{p}$ in $\hat{\Theta}_{t1} = \frac{4}{\pi} \frac{IN}{2p}$.





Prostorska razdelitev vzbujanja (ene) tuljave je: $\theta_x = \hat{\Theta}_{tl} \cos((x/\tau_p)\pi)$, če je $\tau_p = \frac{D\pi}{2p} = \frac{r\pi}{p}$

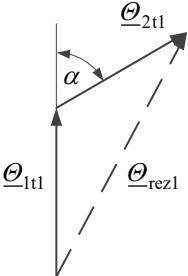
in $x=0$ v simetrali tuljave. Če vpeljemo kot $\vartheta = (x/\tau_p)\pi$, dobimo $\theta_x = \hat{\Theta}_{tl} \cos \vartheta$.

Za dve tuljavi, premaknjeni za kot α v sosednjih utorih rotacijskega elektromehanskega pretvornika (desna slika), je osnovna harmonska komponenta vzbujanja: $\underline{\Theta}_{rezl} = \underline{\Theta}_{1tl} + \underline{\Theta}_{2tl}$.

Na splošno velja za porazdeljeno navitje $\hat{\Theta}_{rezl} = \frac{4}{\pi} \frac{IN}{2p} f_n$, če je f_n

faktor navitja, tj. razmerje med geometrijsko in aritmetično vsoto

$$\text{vzbujanja dveh ali več tuljav: } f_n = \frac{\sum_{\text{geom.}} \Theta}{\sum_{\text{arit.}} \Theta} = \frac{\underline{\Theta}_{rezl}}{\sum_{i=1}^n \underline{\Theta}_{itl}}$$



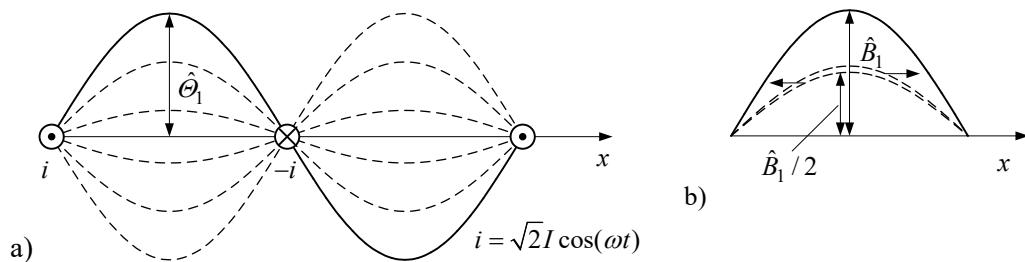
Za enakomerno porazdeljeno navitje velikega števila tuljav je enačba vzbujanja premica:

$$\theta_x = \Theta_{\max} \frac{x}{\tau_p/2} \text{ za } 0 \leq x \leq \tau_p/2. \text{ (Velja za desno črtkano sliko b) na strani 8.)}$$

b) Izmenično napajanje $i = \sqrt{2} I \cos(\omega t)$

Če tok niha $i = \sqrt{2} I \cos(\omega t) = \hat{I} \cos(\omega t)$, bo tudi Θ nihal (slika a) str. 10).

$$\text{Vzbujanje } \theta(x,t) = \hat{\Theta}_l \cos \vartheta \cos(\omega t) \rightarrow b(x,t) = \frac{\mu_0 \theta(x,t)}{\delta} \text{ (V zračni reži je } b \propto \theta \text{.)}$$



$$\theta(x,t) = \hat{\theta}_1 \cos \vartheta \cos(\omega t) = \frac{\hat{\theta}_1}{2} (\cos(\vartheta - \omega t) + \cos(\vartheta + \omega t)) \text{ ali za } b \propto \theta$$

$$b(x,t) = \frac{\hat{B}_1}{2} (\cos(\vartheta - \omega t) + \cos(\vartheta + \omega t)) \rightarrow (\text{slika b) zgoraj})$$

$$b(x,t) = b_p(x,t) + b_n(x,t)$$

smer gibanja \rightarrow \leftarrow

Amplituda za pozitivni (direktni) ali negativni (inverzni) val potuje s hitrostjo, ki jo dobimo iz pogoja za vrednost argumenta:

$$\vartheta \mp \omega t = 0 \text{ ali za } \frac{x}{\tau_p} \pi \mp \omega t = 0 \rightarrow x = \pm \omega t \frac{\tau_p}{\pi},$$

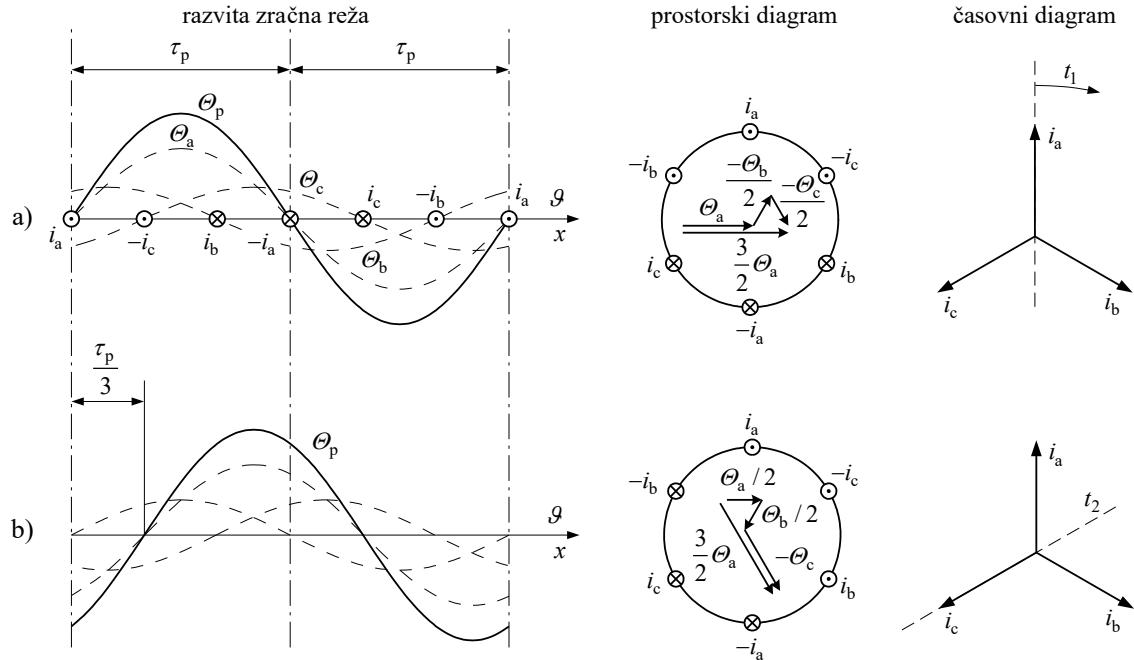
$$v = \frac{dx}{dt} = \pm \frac{\omega \tau_p}{\pi} = \pm 2f \tau_p = \pm \frac{2\tau_p}{T}.$$

Iz pogoja $v = D\pi n = \pm 2f \tau_p = \pm 2f \frac{D\pi}{2p}$ dobimo izraz: $n = \pm \frac{f}{p}$.

To je osnovna enačba za vrtljaje (hitrost) vrtilnega magnetnega polja v električnih rotacijskih strojih.

Bolj praktična enačba za $f = 50$ Hz je: $n = \pm \frac{60f}{p} = \pm \frac{3000}{p} \left(\text{min}^{-1} \equiv \text{vrt. / min} \right).$

Magnetno polje porazdeljenega trifaznega navitja oziroma polja treh enofaznih navitij, premaknjениh v prostoru za mehanski kot $\alpha_{mf} = \alpha_f / p = (2\pi / 3) / p \equiv 120^\circ / p$.



Slika velja za vzbujanje, ki povzroči magnetno polje zračne reže dvopolnega stroja s kazalci faznih tokov po prikazanih časovnih diagramih za $\omega t = 0^\circ$ in 60° .

Z uporabo kota ϑ in ustreznega krajevnega in časovnega premika faz, tj. 120° , dobimo:

$$\text{phase "a"} \quad \frac{\hat{B}_1}{2} (\cos(\vartheta - \omega t) + \cos(\vartheta + \omega t)) = b_{ap} + b_{an},$$

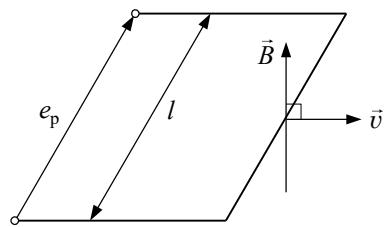
$$\text{phase "b"} \quad \frac{\hat{B}_1}{2} (\cos((\vartheta - 120^\circ) - (\omega t - 120^\circ)) + \cos((\vartheta - 120^\circ) + (\omega t - 120^\circ))) = b_{bp} + b_{bn},$$

$$\text{phase "c"} \quad \frac{\hat{B}_1}{2} (\cos((\vartheta - 240^\circ) - (\omega t - 240^\circ)) + \cos((\vartheta - 240^\circ) + (\omega t - 240^\circ))) = b_{cp} + b_{cn}.$$

Vsota pozitivnih valov polja je: $b_p = b_{ap} + b_{bp} + b_{cp} = \frac{3}{2} \hat{B}_1 \cos(\vartheta - \omega t)$. Vsota negativnih valov polja je: $b_n = b_{an} + b_{bn} + b_{cn} = 0$, ker sta kazalca negativnega vala magnetnega polja druge oziroma tretje faze premaknjena za 240° oziroma 120° . Na splošno je za simetrični m -fazni sistem $b_p = \frac{m}{2} \hat{B}_1 \cos(\vartheta - \omega t)$, če je amplituda polja posamezne faze: $\hat{B}_1 = \frac{\mu_0 \hat{\Theta}_1}{\delta}$ oziroma vzbujanja $\hat{\Theta}_1 = \frac{4}{\pi} \frac{N f_n}{2p} \sqrt{2} I$ ter za "m" faz $\hat{\Theta}_{lm} = \frac{m}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N f_n}{2p} \sqrt{2} I$.

Inducirana napetost

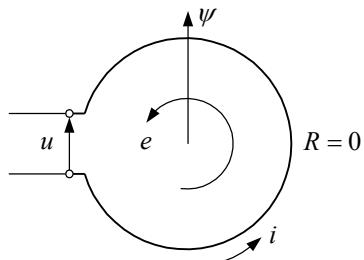
a) Inducirana napetost vodnika (palice) zaradi gibanja v magnetnem polju



$$\begin{aligned} e_p &= (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = -(\vec{B} \times \vec{v}) \cdot \vec{l} \\ e_p &= v \cdot B \cdot l \text{ za } \vec{B} \perp \vec{v} \\ \text{Iz } dA &= l \, dx = -l \, ds = -l \, v \, dt \text{ (ker je } dx = -ds) \\ \text{dokažemo: } e_p &= \frac{vBl \, dt}{dt} = -\frac{BdA}{dt} = -\frac{d\phi}{dt}. \end{aligned}$$

b) Inducirana napetost ovoja zaradi časovno spremenljivega magnetnega polja

Indukcijski zakon v integralni obliki (Faradayev zakon):



$$e = \oint_K \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = -\frac{d\psi}{dt}.$$

E_1 je električna poljska jakost.

Primer transformatorja:

$$e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

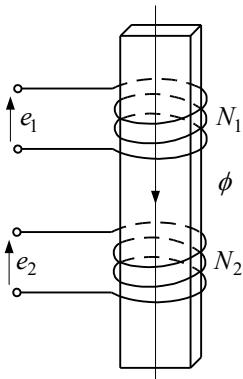
$$e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\left| \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} \right|$$

$$K_U = \frac{N_1}{N_2} \text{ (napetostna prestava)}$$

Splošni indukcijski zakon, če je $\psi = f(x, t)$:

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{dx}{dt} \right) = -\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + v \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = e_t + e_r,$$



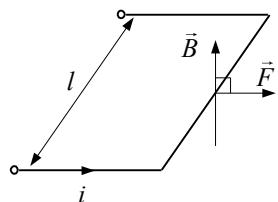
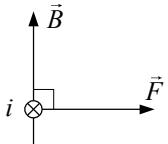
transformatorska napetost + rotacijska ali gibalna napetost.

Za dve navitji z medsebojno induktivnostjo L_{12} bo: $\psi = L_{12} i_\mu$ in

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -\left(L_{12} \frac{di_\mu}{dt} + i_\mu \frac{dL_{12}}{dt} \right) = e_t + e_r.$$

Sile v magnetnem polju

Sila na tokovodnik (Lorenzova sila)



$$\vec{F} = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = q_l l \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = l \cdot (\vec{i} \times \vec{B}) = (\vec{i} \times \vec{B}) \cdot l,$$

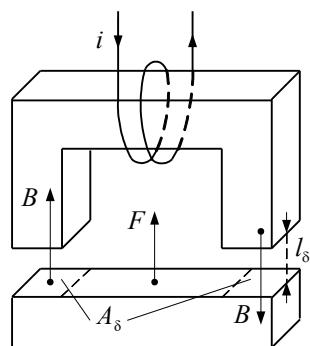
$$\text{ker je } i = v q_l \text{ bo } F = i \cdot B \cdot l.$$

q_l je linijiški naboj.

Motor: \vec{F} deluje v smeri \vec{v} ali Ω_m .

Generator: \vec{F} deluje proti smeri \vec{v} ali Ω_m .

Sila na železno jedro



Energija v zračni reži:

$$W_m = \frac{1}{2} \Phi_\delta \Theta_\delta \text{ in za } \Phi_\delta = \Theta_\delta A_\delta \text{ je } W_m = \frac{1}{2} \Theta_\delta^2 A_\delta.$$

$$F = \frac{dW_m}{dx} = \frac{1}{2} \Theta_\delta^2 \frac{dA_\delta}{dx} = -\frac{1}{2} \Theta_\delta^2 \frac{\mu_0 A_\delta}{l_\delta^2} \frac{dl_\delta}{dx}$$

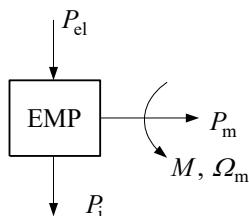
$$\text{Za } A_\delta = \frac{\mu_0 A_\delta}{l_\delta} \text{ in } dl_\delta = -dx \text{ je sila: } F = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 \Theta_\delta^2 A_\delta}{l_\delta^2}.$$

$$\text{Za } B_\delta = \frac{\mu_0 \Theta_\delta}{l_\delta} \text{ dobimo izraz za silo na železno jedro: } F = \frac{1}{2} \frac{B_\delta^2 A_\delta}{\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{B_\delta^2}{\mu_0} A_\delta.$$

Primeri uporabe: stikala, releji, magneti in koračni motorji.

Prenos energije in moči

Električna → mehansko

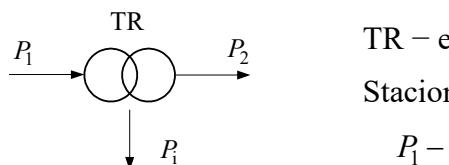


EMP – elektromehanski pretvornik (motor)

Stacionarno obratovanje:

$$P_{el} - P_i = P_m$$

Električna → električno

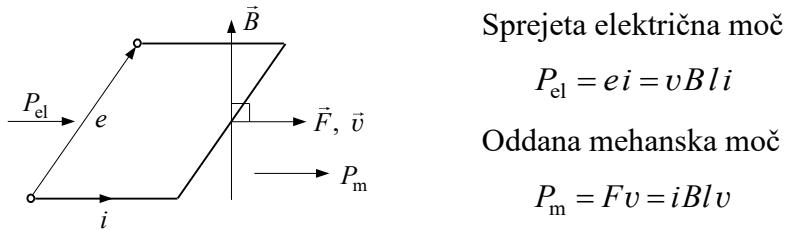


TR – električni pretvornik (transformator)

Stacionarno obratovanje:

$$P_1 - P_i = P_2$$

Primer linearnega elektromehanskega pretvornika brez izgub



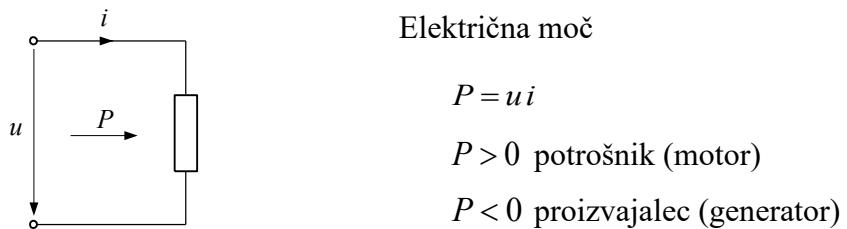
Sprejeta električna moč

$$P_{\text{el}} = ei = vBl i$$

Oddana mehanska moč

$$P_{\text{m}} = Fv = iBlv$$

Sistem puščic



Električna moč

$$P = ui$$

$P > 0$ potrošnik (motor)

$P < 0$ proizvajalec (generator)

Vrtilni moment

Izračun za vrtilni moment lahko naredimo na več načinov.

- 1) Iz električne moči $P_{\text{el}} = ei = P_{\text{m}} = M\Omega_{\text{m}}$; $\Omega_{\text{m}} = 2\pi n = v/r$ (mehanska kotna ali krožna hitrost) dobimo vrtilni moment na gredi:

$$M = \frac{P_{\text{m}}}{\Omega_{\text{m}}}.$$

- 2) Iz inducirane napetosti

- a) Iz gibalne inducirane napetosti dobimo: $ei = vBl i = viBl = vF \frac{r}{r} = M_e \frac{v}{r} \rightarrow M_e$,

$$M_e = iBl r = Fr \quad (\text{e – elektromagnetni vrtilni moment}).$$

Poznati moramo porazdelitev magnetnega polja (v zračni reži).

b) Iz absolutne vrednosti transformatorske inducirane napetosti dobimo:

$$e = \left| -\frac{d\psi}{dt} \right|. \quad ei = \frac{d\psi}{dt} i = M\Omega_m$$

$$\Omega_m = \frac{d\alpha_m}{dt} = \frac{1}{p} \frac{d\alpha}{dt} \quad (\Omega_m - \text{mehanska kotna hitrost})$$

$$\alpha = p\alpha_m \quad (\alpha_m \text{ je mehanski ali "prostorski" kot, } \alpha \text{ - električni kot})$$

$$M_e = \frac{ei}{\Omega_m} = \frac{d\psi}{dt} i \frac{p dt}{d\alpha} = pi \frac{d\psi}{d\alpha} \quad \left(\text{Za } \psi = N\phi \text{ velja } M_e = piN \frac{d\phi}{d\alpha}. \right)$$

Poznati moramo porazdelitev magnetnega polja (v zračni reži).

$$3.) \text{ Iz energije magnetnega polja } \left(F = \frac{dW_{\text{polja}}}{dx} \right)$$

$$M_e = Fr = \frac{dW_{\text{polja}}}{dx} r = \frac{dW_{\text{polja}}}{d\alpha} \quad (\text{za } dx = rd\alpha)$$

Sila deluje v smeri povečanja medsebojnega magnetnega sklepa oziroma povečanja magnetne prevodnosti ali zmanjšanja magnetne upornosti.

Iz enačbe za energijo bo za eno vzbujalno navitje:

$$M_e = \frac{1}{2} \Theta \frac{d\Phi}{d\alpha} = \frac{1}{2} \Theta^2 \frac{dA_m}{d\alpha} \text{ ali } M_e = -\frac{1}{2} \Phi \frac{d\Theta}{d\alpha} = -\frac{1}{2} \Phi^2 \frac{dR_m}{d\alpha}.$$

V enačbah upoštevamo $\Phi = \Theta A_m$ ali $\Theta = \Phi R_m$.

Za dve ali več navitij je energijo bolje izraziti z induktivnostmi:

$$M_e = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{d\alpha} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{d\alpha} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\alpha}.$$

L_1 oziroma L_2 sta lastni in L_{12} medsebojna induktivnost dveh navitij.

Izgube in izkoristek

1) Izgube v navitju: a) joulske izgube, b) vrtinčne izgube zaradi kožnega pojava

$$P_{\text{Cu}} = I^2 R \quad \text{ali dodatne izgube}$$

$$R = R_{\text{e}} + R_{\text{d}}$$

2) Izgube v Fe jedru: a) histerezne, b) vrtinčne

$$P_{\text{Fe}} = P_{\text{Feh}} + P_{\text{Fev}} = k_{\text{h}} f B^x m_{\text{Fe}} + k_{\text{v}} f^2 B^2 m_{\text{Fe}},$$

kjer je eksponent za histerezne izgube $x = 1,6 \div 2,8$.

3) Mehanske izgube v rotacijskih strojih

Izkoristek

$$\eta = \frac{P_{\text{odd}}}{P_{\text{spr}}} = \frac{P_{\text{spr}} - P_{\text{i}}}{P_{\text{spr}}} = 1 - \frac{P_{\text{i}}}{P_{\text{spr}}} = 1 - \frac{P_{\text{i}}}{P_{\text{l}}}$$

Segrevanje in ohlajevanje

Prenos toplotne

1. Za širjenje toplotne – toplotni tok – v trdnem telesu velja:

$$\Phi_t = A_t (\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad \lambda \text{ – specifična toplotna prevodnost} \left(\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \right)$$

$$\text{toplotna prevodnost } A_t = \frac{\lambda A}{d} \quad A \text{ – površina (m}^2\text{), } d \text{ – debelina telesa (m)}$$

2. Toplotna prehodnost s konvekcijo

$$\Phi_t = A_t (\vartheta_1 - \vartheta_2) = \alpha_k A_k (\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad \alpha_k \text{ – konvekcijski koeficient} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right)$$

Za zrak velja približna enačba: $\alpha_k \approx 6,5 + 0,05(\vartheta_1 - \vartheta_2)$. Za naravno konvekcijo je za segretek (nadtemperaturo) (40 ÷ 50) K konvekcijski koeficient

$$\alpha_k = (8,5 \div 9) \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K})$$

3) Toplotna prehodnost s sevanjem

$$\Phi_t = A_t (\vartheta_1 - \vartheta_2) = \alpha_s A_s (\vartheta_1 - \vartheta_2)$$

α_s (sevalni koeficient) je funkcija temperature, temperaturne razlike in vrste materiala.

$$\alpha_s = C_1 \left(\Theta_s^4 - \Theta_{ok}^4 \right) \frac{1}{\Delta \vartheta}$$

Θ_s je absolutna temperatura stene in Θ_{ok} absolutna temperatura okolice,

$C_1 = \varepsilon C_s$ sevalna konstanta površine telesa, ε je absorpcijsko razmerje ($\varepsilon < 1$), tj. razmerje sprejete (absorbirane) in obsevane sevalne energije.

$$C_s = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \quad \text{sevalna konstanta črnega telesa}$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 = \vartheta_s - \vartheta_{ok} \quad \text{razlika temperatur stene in okolice}$$

Za segretek (40 ÷ 50) K izračunamo približni sevalni koeficient $\alpha_s \approx 5 + 0,033(\vartheta_1 - \vartheta_2)$, tj.

$$\alpha_s = (6,3 \div 6,65) \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K})$$

Segrevanje EEP

Električni in elektromehanski pretvorniki so nehomogena telesa, vendar jih jemljemo kot homogena telesa. V diferencialu časa dt se sprosti toplotna energija $P_i dt$, katere del se akumulira (dvig temperature – prvi člen na desni strani enačbe), del odteče v okolico zaradi konvekcije in sevanja (drugi člen na desni).

$$P_i dt = m c d(\Delta \vartheta) + \alpha A \Delta \vartheta dt$$

Rešitev za diferencial časa je: $dt = \frac{mc}{\frac{A_t}{P_i} - \Delta \vartheta} d(\Delta \vartheta)$. V enačbi je topotna prevodnost $A_t = \alpha A$, koeficient topotne prehodnosti $\alpha = \alpha_s + \alpha_k$ in specifična topota $c \left(\frac{\text{W} \cdot \text{s}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$.

$$\text{Čas } t = -\frac{mc}{A_t} \ln \left(\frac{P_i}{A_t} - \Delta \vartheta \right) + K$$

Časovna konstanta:

Za $t=0$ je $\Delta \vartheta = \Delta \vartheta_0$ ali 0.

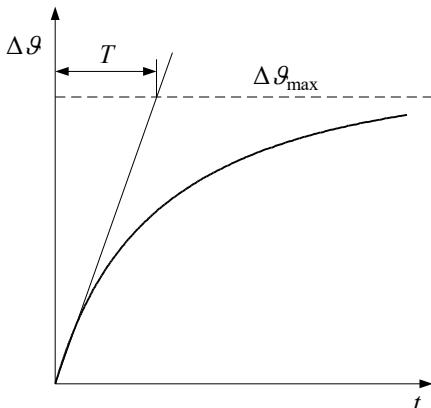
$$T = \frac{mc}{\alpha A} \quad (\text{nekaj minut do nekaj ur})$$

$$\text{Eračba za segrevanje } \Delta \vartheta = \left(\frac{P_i}{A_t} - \Delta \vartheta_0 \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) + \Delta \vartheta_0$$

Eračba velja za segrevanje pri konstantnih izgubah in konstantnih pogojih hlajenja.

$$\Delta \vartheta_{\max} = \frac{P_i}{A_t} = \frac{P_i}{\alpha A}, \text{ če je } \Delta \vartheta_0 = 0, \text{ bo:}$$

$$\Delta \vartheta = \Delta \vartheta_{\max} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right).$$



Ohlajevanje EEP

$$\Delta \vartheta_0 = \Delta \vartheta_{\max}$$

$$P_i = 0$$

$$\Delta \vartheta = \Delta \vartheta_{\max} e^{-\frac{t}{T}}$$

Na splošno je časovna konstanta T večja za dimenzijsko večji EEP (večja masa m).

Pri prisilnem hlajenju bo T manjša, ker se poveča α (koeficient topotne prehodnosti).

TRANSFORMATOR

Uvod

Transformator je statična naprava za prenos moči, ki z elektromagnetno indukcijo pretvarja sistem izmenične napetosti in toka v drug sistem napetosti in toka, običajno drugačnih velikosti in iste frekvence.

Primarna stran	Sekundarna stran
enofazni sistem	→ enofazni sistem
	ali dvofazni sistem
trifazni sistem	→ trifazni sistem
	ali šest fazni sistem
	ali dvanajst fazni sistem

na splošno: m_1 fazni sistem $\rightarrow m_2$ fazni sistem ($m_1 = m_2$ ali $m_1 \neq m_2$)

Najelementarnejša izvedba enofaznega transformatorja ima dve tuljavi (navitji):

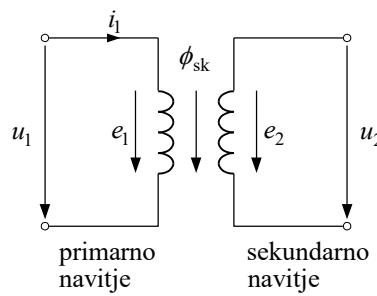
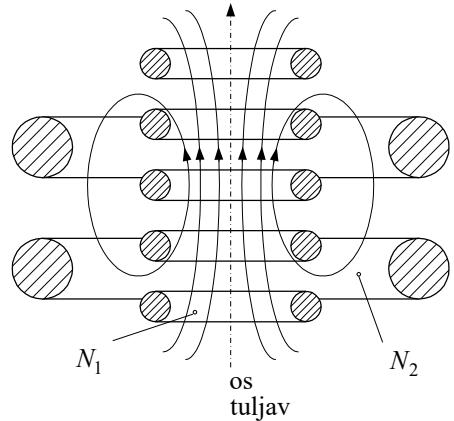
- 1) primarno tuljavo za dovod električne energije
- 2) sekundarno tuljavo za odvod električne energije

Tuljavi sta navadno galvansko ločeni. Tuljavi sta prostorsko blizu in imata skupno os (simetralo).

Primer: $N_1 = 5$ ovojev, $N_2 = 2$ ovoja

Tok $i_1 \rightarrow \theta_1 = i_1 N_1 \rightarrow \phi_1$ (6 silnic ali gostotnic)

$$i_2 = 0 \rightarrow \theta_2 = i_2 N_2 = 0$$



Magnetni sklep primarnega navitja:

$$\psi_1 = \left(3 \times \frac{6}{6} + 2 \times \frac{4}{6} \right) \phi_1 = 4 \frac{1}{3} \phi_1 \quad (\text{idealno } \psi_1 = 5 \phi_1)$$

in sekundarnega navitja

$$\psi_2 = \left(2 \times \frac{4}{6} \right) \phi_1 = 1 \frac{1}{3} \phi_1 \quad (\text{idealno } \psi_2 = 2 \phi_1).$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Skupni fluks: } \phi_{\text{sk}} = \frac{4}{6} \phi_1 = \frac{2}{3} \phi_1 \\ \text{Razsipani fluks: } \phi_{\sigma 1} = \frac{2}{6} \phi_1 = \frac{1}{3} \phi_1 \end{array} \right\} \text{Primarni fluks: } \phi_1 = \phi_{\text{sk}} + \phi_{\sigma 1} = \frac{2}{3} \phi_1 + \frac{1}{3} \phi_1$$

$$\psi_2 = \psi_{\text{sk}2} = 1 \frac{1}{3} \phi_1$$

$$\psi_1 = \psi_{\text{sk}1} + \psi_{\sigma 1} = \left(5 \times \frac{2}{3} \right) \phi_1 + \left(3 \times \frac{1}{3} \right) \phi_1 = 4 \frac{1}{3} \phi_1$$

V procesu transformacije sodeluje le skupni fluks ϕ_{sk} (ali glavni fluks ϕ_g). Pomen razsipanega fluksa, ki ne sodeluje v procesu transformacije, bo razložen kasneje.

Idealni transformator: $\psi_{\sigma 1} = \psi_{\sigma 2} = 0$.

Permeabilnost sredstva (jedra), okoli katerega je navito navitje, $\mu \rightarrow \infty$

$$i_{l\mu} N_1 \rightarrow 0, i_{l\mu} \rightarrow 0$$

Način delovanja

Predpostavimo $R_1 = R_2 = 0$

Primarno navitje \rightarrow vsiljena napetost u_1 . Sekundarno navitje je odprto.

Napetost omrežja u_1 požene skozi primarno navitje tok:

$$i_1 \rightarrow \theta_1 \rightarrow \phi_1 \rightarrow \psi_1.$$

Magnetni sklep ψ_1 mora biti takšen, da bo ustvarjeno ravnotežje:

$$u_1 = -e_1 = -\left(-\frac{d\psi_1}{dt}\right) = \frac{d\psi_1}{dt} = \frac{d(\psi_{sk1} + \psi_{\sigma 1})}{dt} = -(e_{sk1} + e_{\sigma 1}).$$

Istočasno se pojavi v sekundarnem navitju z N_2 ovoji inducirana napetost:

$$-e_2 = -\frac{(-d\psi_{sk2})}{dt} = \frac{d\psi_{sk2}}{dt} = u_2.$$

Primarni razsipani fluks $\phi_{\sigma 1}$ oziroma magnetni sklep $\psi_{\sigma 1}$ ustvari induktivni padec napetosti v primarnem navitju:

$$-e_{\sigma 1} = \frac{d\psi_{\sigma 1}}{dt} \text{ in ne sodelujejo v procesu transformacije.}$$

Izvedba transformatorja

Transformator z dvema tuljavama brez železnega jedra (zračni transformator) ima velika razsipana fluksa $\phi_{\sigma 1}$ in $\phi_{\sigma 2}$ ter majhen skupni fluks $\phi_{sk} = \phi_1 - \phi_{\sigma 1}$.

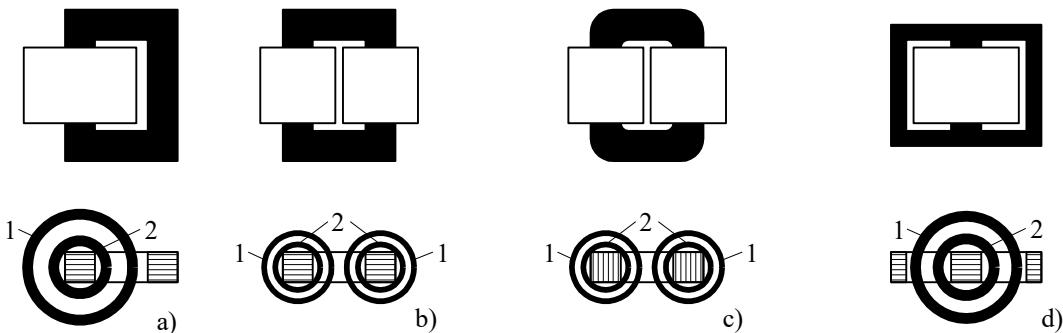
Zato uporabimo za vodenje fluksa jedro iz feromagnetnega materiala, tj. orientirane transformatorske pločevine ($\mu_{rFe} \approx 4000 \div 40000$, maksimalno).

Izvedbe jedernega enofaznega transformatorja

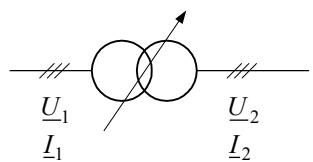
Ločimo jedrni (stebrni) in plaščni tip jedra.

Pri jedrnem tipu je navitje nameščeno na enem ali dveh stebrih, ki jih povezuje jarem (slike a) in b)). Enako velja za prerezano tračno jedro (slika c)).

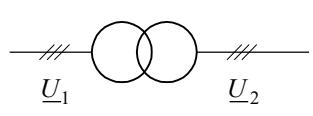
Pri plaščnem tipu (slika d)) je fluks v jarmu polovičen glede na fluks v stebru (polovičen presek jarma → manjša višina transformatorja).



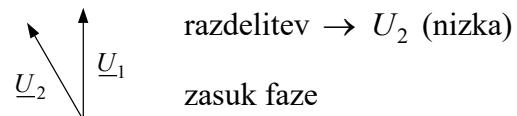
Naloge transformatorja



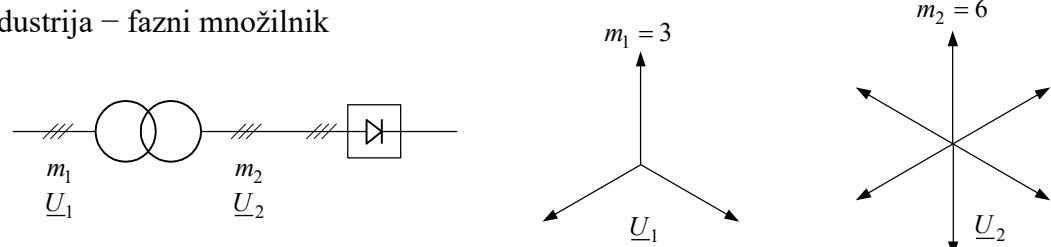
Prenos energije in
prilagoditev napetosti
prenos $\rightarrow U_2$ (visoka)



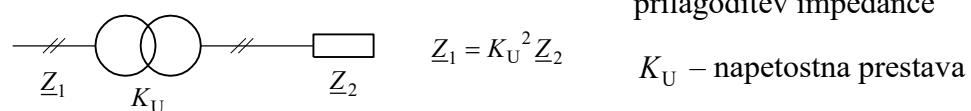
razdelitev $\rightarrow U_2$ (nizka)
zasuk faze



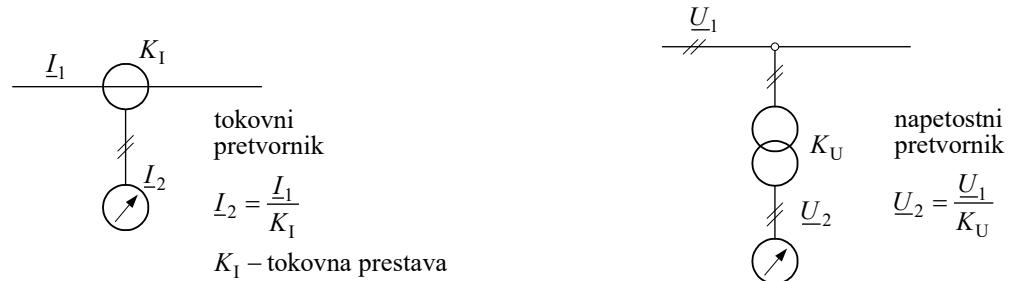
Industrija – fazni množilnik



Električna vezja



Merilna tehnika



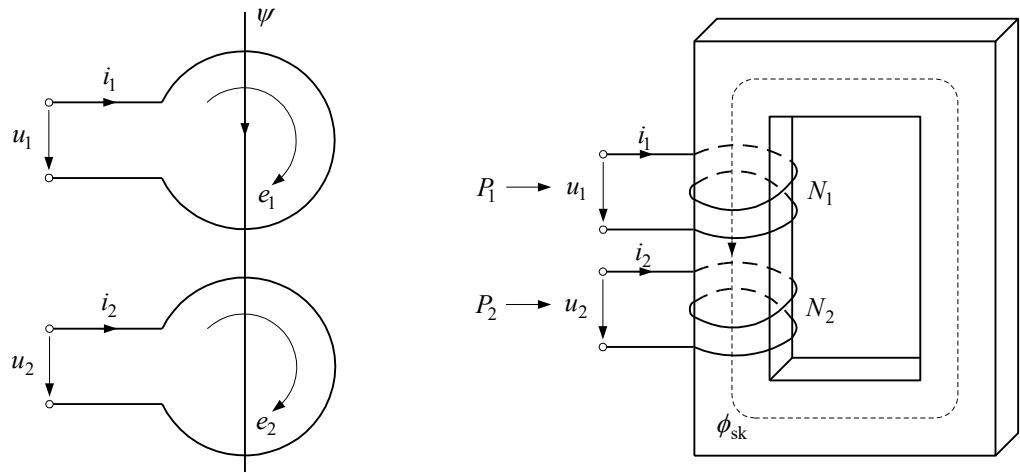
Enofazni transformator z železnim jedrom

Smerne puščice

Prirejene so po naslednji metodi:

Obe tuljavi (navitji) sta desno naviti.

Smer padca napetosti na navitju 1 je pozitivna in enako tudi tok. Ker magnetita obe navitji v isti smeri, je s tem določena smer toka v navitju 2 in tudi padec napetosti na navitju 2.



Pozitivna smer velja tudi za magnetni sklep skozi tuljavi (ψ) oziroma magnetni fluks (ϕ_{sk}) v jedru. Pozitivni tok v tuljavah ustvari pozitivne amper-ovoje za integracijsko pot v smeri puščice skozi tuljavi.

Delovanje idealnega transformatorja

Za lastnosti uporabljenih materialov velja:

- 1) permeabilnost magnetnega kroga $\mu_{Fe} = \infty$,
- 2) električna prevodnost magnetnega kroga $\gamma_{Fe} = 0$,
- 3) permeabilnost zraka $\mu_{zr} = 0$,
- 4) električna prevodnost vodnikov $\gamma_v = \infty$,
- 5) magnetni krog nima zračnih rež $\delta_{zr} = 0$.

Za zanko (navitje) z ohmsko upornostjo R in padcem napetosti Ri pišemo napetostno

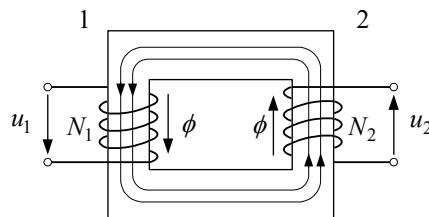
$$\text{enačbo: } u = Ri - e = Ri + \frac{d\psi}{dt}.$$

Ker je $R = 0$, velja za navitje 1 in 2:

$$u_1 = -e_1 = \frac{d\psi_1}{dt},$$

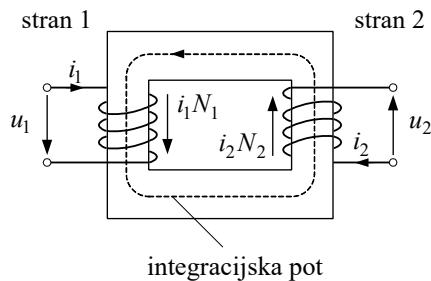
$$u_2 = -e_2 = \frac{d\psi_2}{dt}.$$

Magnetna sklepa obeh navitij: $\psi_1 = N_1\phi$
 $\psi_2 = N_2\phi$



To velja za idealni transformator, ker poteka ves fluks v pozitivni smeri puščic skozi navitje

1 in 2. Zato je $\phi_1 = \phi_2 = \phi_{sk} = \phi$.



Ker ni vrtinčnih tokov, delujejo vzdolž integracijske poti amper-ovoji

$$i_1 N_1 \text{ in } i_2 N_2.$$

$$\mu_{Fe} = \infty \rightarrow \sum iN = \Theta = 0$$

$$i_1 N_1 + i_2 N_2 = 0$$

Za sinusno obliko primarne pritisnjene napetosti U_1 (togo omrežje) in magnetni sklep ($\underline{\Psi} = \hat{\Psi} e^{j\omega t}$) naredimo kompleksni zapis dveh napetostnih enačb in enačbe vzbujanja idealnega transformatorja:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 = j\omega \frac{\underline{\Psi}_1}{\sqrt{2}} = j\omega N_1 \frac{\underline{\Phi}}{\sqrt{2}},$$

$$\underline{U}_2 = -\underline{E}_2 = j\omega \frac{\underline{\Psi}_2}{\sqrt{2}} = j\omega N_2 \frac{\underline{\Phi}}{\sqrt{2}},$$

$$\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = 0.$$

Iz prvih dveh enačb dobimo napetostno prestavo K_U :

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} e^{j(\phi_{u1} - \phi_{u2})} = \frac{N_1}{N_2}.$$

$$K_U = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \text{ za } \varphi_{u1} = \varphi_{u2}$$

Napetost \underline{U}_1 ali \underline{U}_2 diktira velikost (amplitudo) in fazni položaj fluksa.

$$\underline{\Phi} = \frac{\sqrt{2} \underline{U}_1}{j\omega N_1} = \frac{\sqrt{2} \underline{U}_2}{j\omega N_2} \quad \hat{\Phi} = \frac{\sqrt{2}}{\omega} \frac{U_1}{N_1} = \frac{1}{4,44} \frac{U_1}{f N_1} = \frac{1}{4,44} \frac{U_2}{f N_2}$$

$$\varphi_\Phi = \varphi_{u1} - \frac{\pi}{2} = \varphi_{u2} - \frac{\pi}{2} = \varphi_{e1} + \frac{\pi}{2} = \varphi_{e2} + \frac{\pi}{2} \quad (4,44 = 2\pi / \sqrt{2} = 4 \cdot (\pi / 2) / \sqrt{2} = 4 \cdot 1,11,$$

kjer je $(\pi / 2) / \sqrt{2} = 1,11$ faktor oblike inducirane napetosti.)

$$E_1 = \omega N_1 \frac{\hat{\Phi}}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_1 \hat{\Phi} \text{ je efektivna vrednost inducirane napetosti v primarnem in}$$

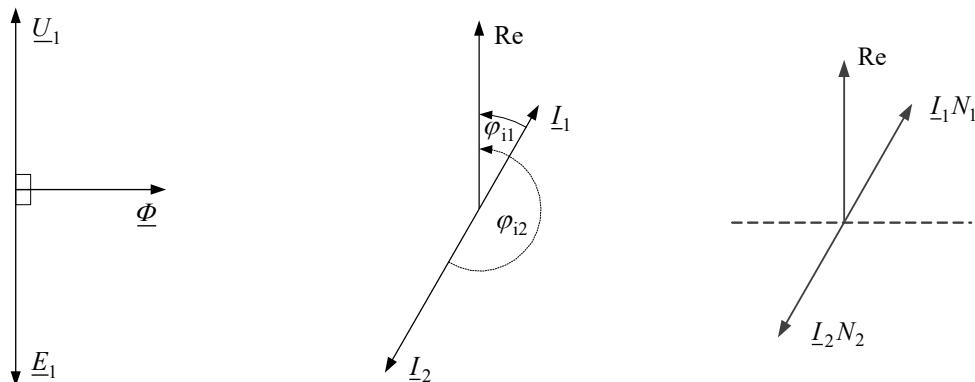
$$E_2 = \omega N_2 \frac{\hat{\Phi}}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_2 \hat{\Phi} \text{ v sekundarnem navitju.}$$

Kazalčni diagram prikazuje položaj \underline{U}_1 , \underline{E}_1 in $\underline{\Phi}$. Tretja enačba daje tokovno prestavo K_I :

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = -\frac{N_2}{N_1} \rightarrow K_I = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{N_2}{N_1} \text{ za } \varphi_{i2} = \varphi_{i1} - \pi.$$

Kazalčni diagram tokov je prikazan na srednji sliki za primer $N_1 > N_2$.

Na desni sliki so prikazani amper-ovoji, za katere velja: $\underline{I}_1 N_1 = -\underline{I}_2 N_2$.



Prosti tek idealnega transformatorja

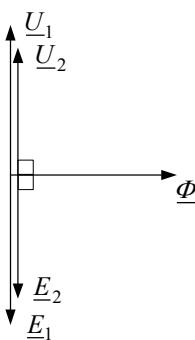
$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{\text{om}} \quad (\text{napetost omrežja})$$

$$\underline{I}_2 = 0$$

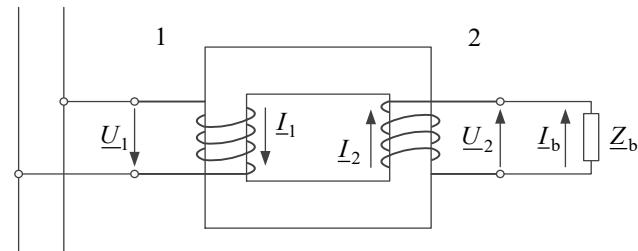
$$\underline{U}_2 = -\underline{E}_2 = \frac{N_2}{N_1} \underline{U}_1 = -\frac{N_2}{N_1} \underline{E}_1 = j\omega N_2 \frac{\Phi}{\sqrt{2}}$$

Za $\underline{I}_2 = 0$ sledi iz $\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = 0 \rightarrow \underline{I}_1 = 0$.

Kazalčni diagram je prikazan za primer $N_1 > N_2$.

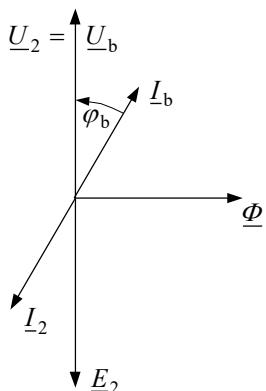


Obremenitev idealnega transformatorja



$$\underline{U}_b = \underline{U}_2 \quad \underline{Z}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{I}_b}$$

$$\underline{I}_b = -\underline{I}_2$$



V kazalčnem diagramu se pojavita za sekundarno stran dva tokovna kazalca, katerih fazni položaj je prikazan na sliki za primer: $\underline{Z}_b = R_b + jX_b$.

Glede na izrek o pretoku moči velja:

$$\operatorname{Re}(\underline{U}_b \underline{I}_b^*) > 0 \quad \text{in} \quad \operatorname{Re}(\underline{U}_2 \underline{I}_2^*) < 0.$$

Obremenitev idealnega transformatorja ne vpliva na velikost in fazno lego napetosti in fluksa.

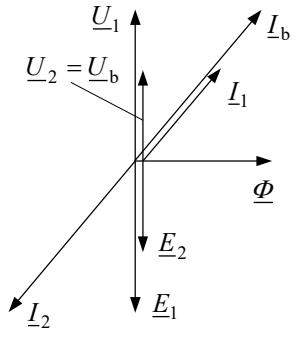
$$\text{Velja: } \underline{U}_2 = -\underline{E}_2 = \frac{N_2}{N_1} \underline{U}_1 = -\frac{N_2}{N_1} \underline{E}_1 = j\omega N_2 \frac{\Phi}{\sqrt{2}} .$$

$$\text{Iz pogoja ravnotežja } \underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = \frac{\Theta}{\sqrt{2}} = 0 \text{ sledi: } \underline{I}_1 = -\frac{N_2}{N_1} \underline{I}_2 .$$

Pri $\mu_{Fe} = \infty$ ali $R_m = 0$ bi vsako odstopanje od vrednosti $\Theta = 0$ povzročilo povečanje fluksa in inducirane napetosti preko vseh meja ($\Theta = \Phi_m R_m$).

Naslednja slika prikazuje popolni kazalčni diagram z vsiljeno napetostjo na primarni strani \underline{U}_1 in z bremenom $\underline{Z}_b = R_b + jX_b$ na sekundarni strani.

Energijska bilanca:



$$\begin{aligned} P_1 &= \operatorname{Re}(\underline{U}_1 \underline{I}_1^*) = -\operatorname{Re}\left(\frac{N_1}{N_2} \underline{U}_2 \frac{N_2}{N_1} \underline{I}_2^*\right) = \\ &= -\operatorname{Re}(\underline{U}_2 \underline{I}_2^*) = -P_2 = \operatorname{Re}(\underline{U}_b \underline{I}_b^*) = P_b \end{aligned}$$

Pri idealnem transformatorju prenašamo moč brez izgub, ustrezno razmerju ovojev se spremeni le napetostni nivo:

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1 = \frac{U_1}{K_U} .$$

Transformirane (reducirane) veličine

Za $\frac{N_1}{N_2} \gg 1$ ali $\frac{N_1}{N_2} \ll 1$ kazalčni diagram ni pregleden.

Zato uvedemo transformirane veličine za napetost in tok.

Za napetost je: $U'_2 = \frac{N_1}{N_2} U_2 = K_U U_2$. Za tok je iz pogoja enakega vzbujanja:

$$\hat{\theta}'_2 = \sqrt{2} I'_2 N_1 = \sqrt{2} I_2 N_2 = \hat{\theta}_2 \rightarrow I'_2 = \frac{N_2}{N_1} I_2 = K_1 I_2 = \frac{1}{K_U} I_2 .$$

Tudi moč mora ostati enaka in velja:

$$U'_2 I'_2 = \frac{N_1}{N_2} U_2 \frac{N_2}{N_1} I_2 = U_2 I_2 \rightarrow \text{navidezna moč } S'_2 = S_2 \text{ in zato je tudi } P'_2 = P_2.$$

Za idealni transformator veljajo sedaj naslednje enačbe:

$$\underline{U}_1 = j\omega \frac{\Psi_1}{\sqrt{2}} = j\omega N_1 \frac{\Phi}{\sqrt{2}},$$

$$\underline{U}'_2 = j\omega \frac{N_1}{N_2} \frac{\Psi_2}{\sqrt{2}} = j\omega \frac{N_1}{N_2} N_2 \frac{\Phi}{\sqrt{2}} = j\omega N_1 \frac{\Phi}{\sqrt{2}}.$$

Razlika obeh enačb nam da: $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = 0$.

Za magnetne sklepe velja enako kot za napetost:

$$\Psi'_2 = \frac{N_1}{N_2} \Psi_2 = K_U \Psi_2 \rightarrow \Psi_1 - \Psi'_2 = 0.$$

Iz enačbe za amper-ovoje $\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = 0$ dobimo $\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = 0$.

Pri obremenitvi lahko pišemo:

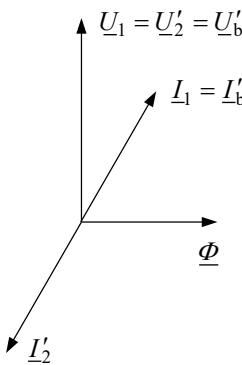
$$\underline{U}'_b = \frac{N_1}{N_2} \underline{U}_b \quad \text{in} \quad \underline{I}'_b = \frac{N_2}{N_1} \underline{I}_b \rightarrow \underline{Z}'_b = \frac{\underline{U}'_b}{\underline{I}'_b} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \underline{Z}_b = K_U^2 \underline{Z}_b.$$

Na gornji sliki je prikazan ustrezeni kazalčni diagram idealnega transformatorja s transformiranimi veličinami sekundarne strani na primarno stran.

Delovanje realnega transformatorja

Zaradi:

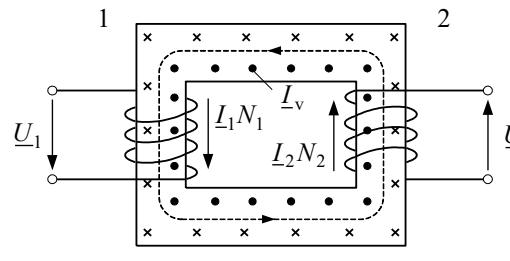
$$1. \mu_{Fe} \neq \infty \rightarrow \oint_K \vec{H}_{Fe} \cdot d\vec{l} = \sqrt{2} \underline{I}_1 N_1 + \sqrt{2} \underline{I}_2 N_2 \neq 0,$$



2. histerezne zanke $\rightarrow P_{\text{Feh}}$,
3. $B = f(H)$ (nelinearna odvisnost med B in H) \rightarrow višje harmonske komponente,
4. $\gamma_{\text{Fe}} \neq 0 \rightarrow$ vrtinčni tokovi \rightarrow izgube vrtinčnih tokov v železu P_{Fev} ,
5. $\mu_{\text{zr}} = \mu_0 \neq 0 \rightarrow$ razsipani magnetni sklepi ($\Psi_1 - \Psi'_2 = \Psi_\sigma > 0$),
6. $\gamma_v \neq \infty \rightarrow$ ohmske upornosti vodnikov \rightarrow padci napetosti ($R_1 I_1$ in $R_2 I_2$) \rightarrow joulske izgube v navitjih $P_{\text{Cu}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$,
7. $\Psi_\sigma \rightarrow$ vrtinčni tokovi v masivnih vodnikih \rightarrow dodatne izgube vrtinčnih tokov P_{Cud} ,
8. ohmskih in razsipanih padcev napetosti $\rightarrow \underline{U}_1 - \underline{U}'_2 \neq 0$.

Splošne enačbe

Križci in pike označujejo smer vrtinčnega toka \underline{I}_v . Vsota vseh tokov, ki teče v namišljenem enem ovoju (jedru – $N_v = 1$), tvori amper-ovoje $\underline{I}_v \cdot 1 = \underline{I}_v$. Veljajo te enačbe:



$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d\Psi_1}{dt}, \\ \underline{U}_2 &= R_2 \underline{I}_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d\Psi_2}{dt}, \\ \underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 + \underline{I}_v &= \frac{\Theta}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Zaradi lažje obravnave realnega transformatorja in glede na specifično obratovalno stanje obravnavamo transformator kot:

- tokovno idealni napetostno realni transformator,
- napetostno idealni tokovno realni transformator.

Delovanje tokovno idealnega napetostno realnega transformatorja

Realni transformator je tokovno idealen za:

$$\begin{aligned}\mu_{Fe} &= \infty \text{ in } \gamma_{Fe} = 0, \\ \mu_{zr} &= \mu_0 \neq 0 \text{ in } \gamma_v \neq \infty.\end{aligned}$$

Torej ne potrebujemo vzbujanja za magnetenje železa in je

$$\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = 0 \rightarrow \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = 0.$$

Zaradi razsipanja je $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 \neq 0$.

Splošne enačbe, ki opisujejo stanje tokovno idealnega realnega transformatorja s transformiranimi veličinami (če je magnetni sklep $\underline{\Psi} = \hat{\Psi} e^{j\omega t}$):

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j\omega \frac{\underline{\Psi}_1}{\sqrt{2}},$$

$$\underline{U}'_2 = R'_2 \underline{I}'_2 + j\omega \frac{\underline{\Psi}'_2}{\sqrt{2}},$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = 0.$$

Iz pogoja enakih izgub dobimo: $I'^2 R'_2 = I^2 R_2 \rightarrow$

$$\rightarrow R'_2 = \left(\frac{I_2}{I'_2} \right)^2 R_2 = K_U^2 R_2, \text{ ker iz tretje enačbe velja } \underline{I}'_2 = -\underline{I}_1.$$

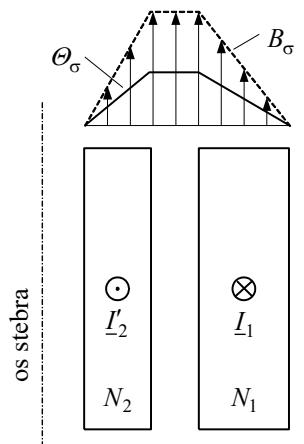
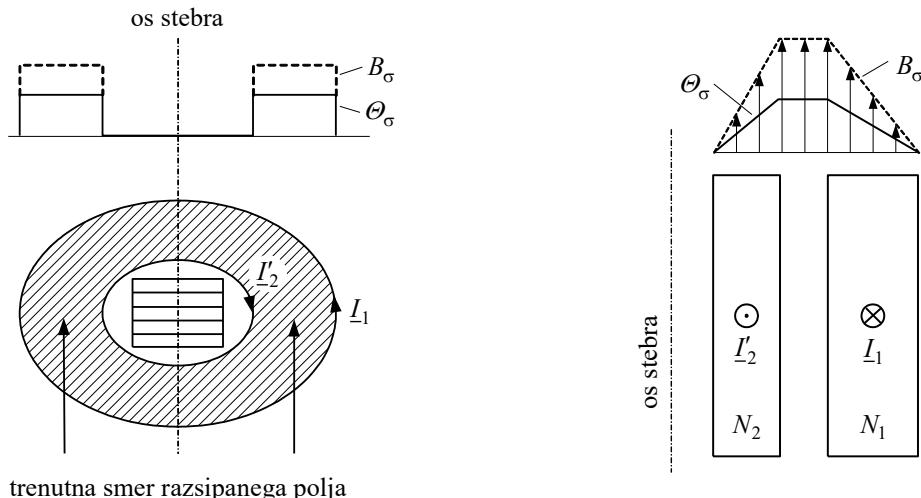
Razlika napetosti iz prvih dveh enačb je:

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = (R_1 + R'_2) \underline{I}_1 + j\omega (\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) / \sqrt{2} = \underline{U}_r + \underline{U}_\sigma.$$

Del $\underline{U}_r = (R_1 + R'_2) \underline{I}_1 = R \underline{I}_1$ (ohmski padec napetosti) je v fazi s tokom.

Del $\underline{U}_\sigma = j\omega(\Psi_1 - \Psi'_2)/\sqrt{2}$ (induktivni padec napetosti) prehiteva razsipani magnetni sklep za kot 90° .

Ker je $\underline{I}_1 = -\underline{I}'_2$, si amper-ovoji v stebru jedra nasprotujejo in razlika magnetnih sklepov $\Psi_1 - \Psi'_2$ je prisotna le v prostoru med navitji. Na sliki je vsako navitje prikazano le z enim ovojem tanke črte, navitim okoli jedra v isti smeri (navadno smeri desnega vijaka).



Navitje ima vedno končno debelino. Zato ima slika razsipanja v preseku obliko trapeza.

Razsipani sklep pišemo s skupno induktivnostjo:

$$\Psi_1 - \Psi'_2 = L_\sigma \underline{I}_1 \sqrt{2} \text{ in s tem padce napetosti}$$

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = \underline{U}_r + \underline{U}_\sigma = (R + jX_\sigma) \underline{I}_1 .$$

Tej enačbi ustreza prikazani kazalčni diagram, kjer je \underline{U}_1 vsiljena napetost in obremenitev $Z_b = R_b + jX_b$.

$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$ je hipotenuza pravokotnega – **Kappovega trikotnika**.

Energijska bilanca

Če je $\underline{I}_1 = -\underline{I}'_2$ in $\underline{U}'_2 = \underline{U}_b$ bo:

$$\begin{aligned} P_1 &= \operatorname{Re}(\underline{U}_1 \underline{I}_1^*) = \operatorname{Re}(\underline{U}'_b \underline{I}'_b + (R_1 + R'_2) \underline{I}_1 \underline{I}_1^*) = \\ &= P_b + R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2, \end{aligned}$$

$$P_1 = P_b + P_{Cu}.$$

Sprejeta moč se porabi za moč na potrošniku in izgube v navitju transformatorja.

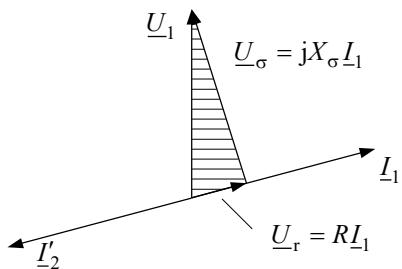
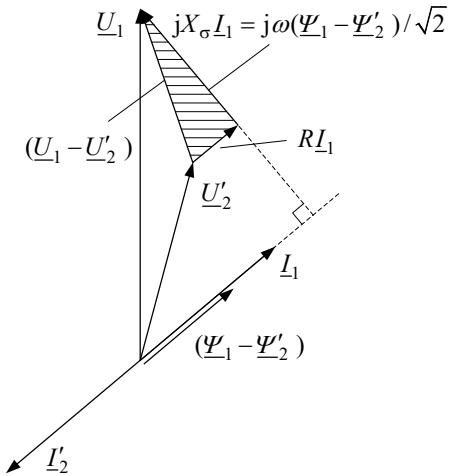
V kratkem stiku tokovno idealnega napetostno realnega transformatorja pri vsiljeni napetosti omrežja

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{om} \text{ ter } \underline{U}_2 = 0 \text{ bo:}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_r + \underline{U}_\sigma = (R + jX_\sigma) \underline{I}_1.$$

$$\text{Kratkostični tok: } \underline{I}_1 = -\underline{I}'_2 = \frac{\underline{U}_1}{Z_k}, \quad Z_k = R + jX_\sigma,$$

$$(R = R_k = R_1 + R'_2), \quad (X_\sigma = X_k = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}).$$



Delovanje napetostno idealnega tokovno realnega transformatorja

Realni transformator je napetostno idealen za:

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = 0 \quad \text{ob pogojih}$$

$$\mu_{zr} = 0, \quad \gamma_v = \infty \quad (\text{ni padcev napetosti in izgub } P_{Cu}),$$

$$\mu_{Fe} \neq \infty, \quad \gamma_{Fe} \neq 0 \quad (\text{potrebuje magnetilni tok in ima izgube } P_{Fe}).$$

Zaradi $\mu_{zr} = 0$ bo: $\Psi_1 = N_1 \Phi$ in $\Psi_2 = N_2 \Phi$.

Napetostni enačbi: $u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}$

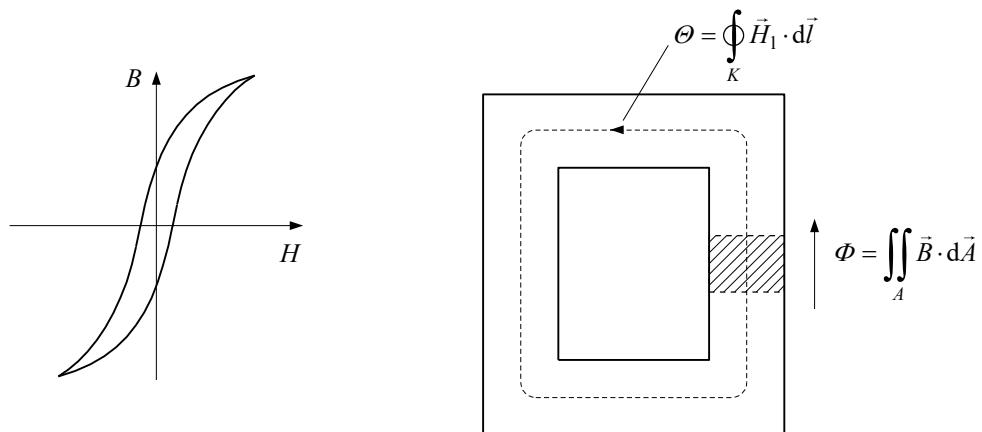
$$u_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

Za pritisnjeno napetost kosinusne (sinusne) oblike $u_1 = \hat{U}_1 \cos(\omega t + \varphi_{u1})$ mora biti tudi fluks sinusne (kosinusne) oblike:

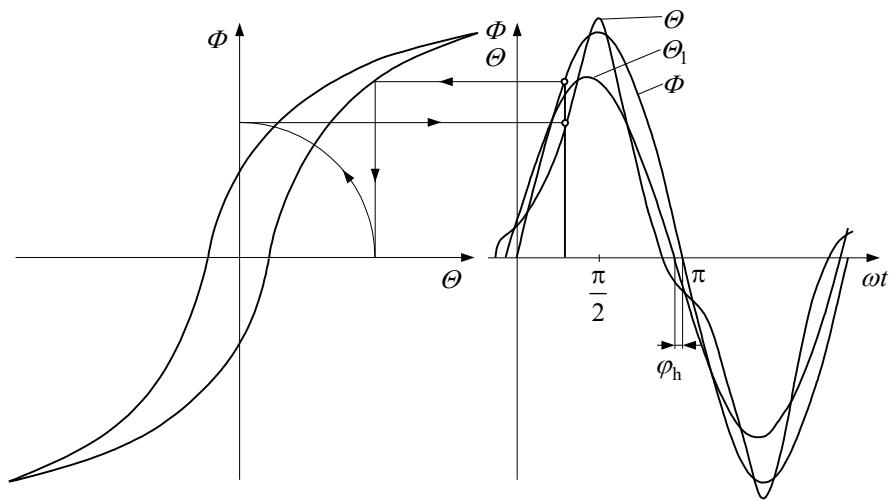
$$\phi = \frac{\hat{U}_1 \cos(\omega t + \varphi_{u1} - \pi/2)}{\omega N_1} = \hat{\Phi} \sin(\omega t + \varphi_{u1}).$$

Pojavi magnetenja pri obratovanju na togem omrežju

Magnetilna krivulja materiala jedra $B = f(H)$ z dimenzijami jedra in definicijami $\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$ ter $\Theta = \oint_K \vec{H}_1 \cdot d\vec{l}$ nam da magnetilno karakteristiko $\Phi = f(\Theta)$ magnetnega kroga.



Napetost sinusne oblike diktira fluks sinusne oblike s faznim premikom 90° . Z upoštevanjem nelinearne magnetilne karakteristike (histerezne zanke) $\Phi = f(\Theta)$ dobimo vzbujalne amper-ovoje, ki niso sinusne oblike.



Funkcija $\Theta = f(t)$ ima po Fourierju razen osnovne harmonske komponente ($\nu = 1$) še lihe komponente reda ($\nu = 3, 5, 7, \dots$). Θ_1 prehiteva fluks Φ za kot φ_h . Med $\hat{\Phi}$ in $\hat{\Theta}_1$ velja nelinearna odvisnost.



Izgube v jedru

Delimo jih na histerezne izgube (zaradi izmeničnega magnetenja) in vrtinčne izgube (zaradi vrtinčnega toka v lamelah jedra).

Histerezne izgube

$$P_{\text{Feh}} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \Theta \, d\Phi = f \int_t^{t+T} \Theta \, d\Phi = f(f, \Phi). \text{ Približno velja } P_{\text{Feh}} \propto f \hat{\Phi}^2.$$

Vrtinčne izgube

V kratkostični zanki (lameli jedra) velja enačba:

$$0 = R_v \underline{I}_v - \underline{E}_v. \text{ Ker je } \underline{E}_v = -j\omega \frac{\underline{\Phi}}{\sqrt{2}}, \text{ bo:}$$

$$\underline{I}_v = \frac{\underline{E}_v}{R_v} = -j \frac{\omega}{R_v} \frac{\underline{\Phi}}{\sqrt{2}}.$$

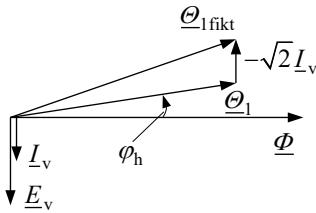
Vrtinčni tok prispeva k amper-ovojem na integracijski poti skozi magnetno jedro

($N_v = 1$):

$$\underline{\Theta}_1 = (\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 + \underline{I}_v) \sqrt{2} .$$

Če združimo $\underline{\Theta}_1$ in \underline{I}_v , dobimo skupne (fiktivne) amper-ovoje:

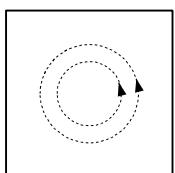
$$\underline{\Theta}_{1\text{fikt}} = \underline{\Theta}_1 - \sqrt{2} \underline{I}_v = \sqrt{2} \underline{I}_1 N_1 + \sqrt{2} \underline{I}_2 N_2 .$$



Izgube vrtinčnih tokov v jedru

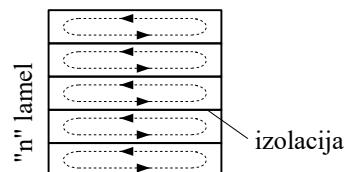
$$P_{Fev} = I_v^2 R_v = \left(\frac{\omega \hat{\Phi}}{R_v \sqrt{2}} \right)^2 R_v = \frac{\omega^2}{2R_v} \hat{\Phi}^2 = f(f, \hat{\Phi})^2$$

masivno jedro



Φ, R_{Fe}, E_v

lamelirano jedro



$\Phi / n, nR_{Fe}, E_v / n$

Vrtinčne izgube v masivnem jedru so: $P_{\text{Fev}} = E_v I_v$, če je tok

$$I_v = -\frac{d\Phi}{dt} \frac{1}{R_{\text{Fe}}} \quad \text{in} \quad I_{vn} = -\frac{d(\Phi/n)}{dt} \frac{1}{nR_{\text{Fe}}} = -\frac{1}{n^2} \frac{d\Phi}{dt} \frac{1}{R_{\text{Fe}}}.$$

Pri n -krat lameliranem jedru debeline d so vrtinčne izgube:

$$P_{\text{Fevn}} = n \frac{E_v}{n} \frac{I_v}{n^2} = \frac{P_{\text{Fev}}}{n^2} \rightarrow P_{\text{Fevn}} = f\left(\frac{1}{n^2}\right) = f(d^2).$$

Skupne izgube magnetenja v jedru:

$$P_{\text{Fe}} = P_{\text{Feh}} + P_{\text{Fev}} = f(f, \hat{\Phi}).$$

Izgube v železnem jedru podajamo kot specifične izgube na kilogram mase za določeno debelino pločevine:

$$p_{\text{Fe}} = k_h f B^x + k_v f^2 B^2 \quad (\text{W/kg}).$$

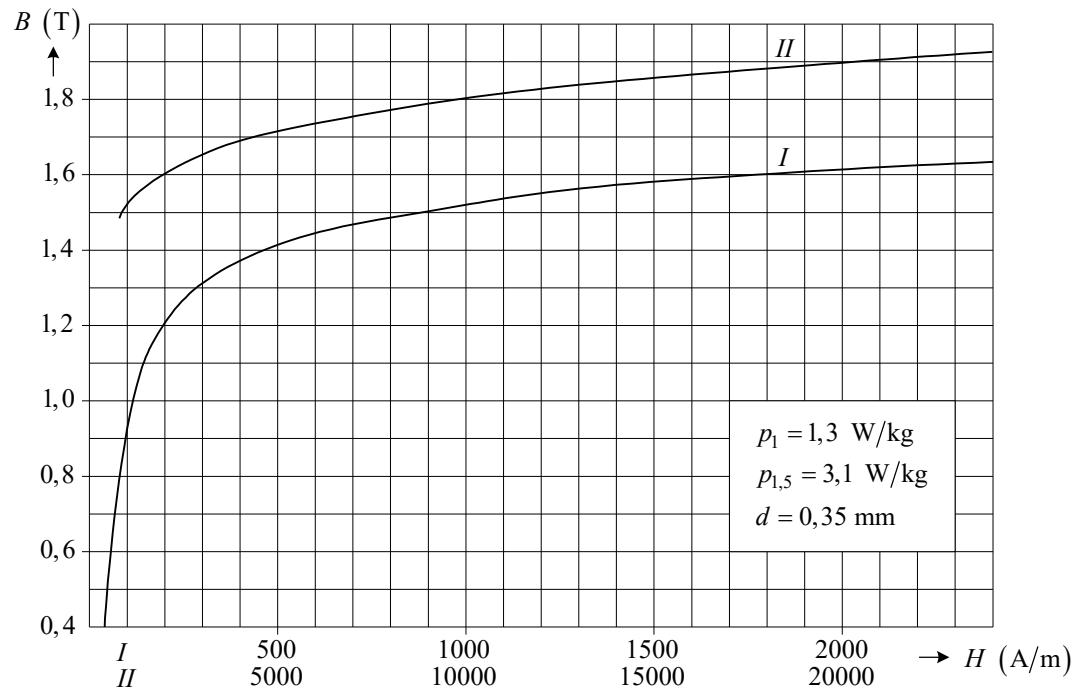
Potenza za histerezne izgube $x \approx 1,6 \div 2,8$ in je odvisna od vrednosti B .

Proizvajalci pločevine podajajo izgube kot krivulje $p_{\text{Fe}} = f(B)$ za $f = 50 \text{ Hz}$ ali pri gostoti magnetnega pretoka 1 T ter 1,5 T.

Specifične izgube za poljuben B_x preračunamo po enačbi:

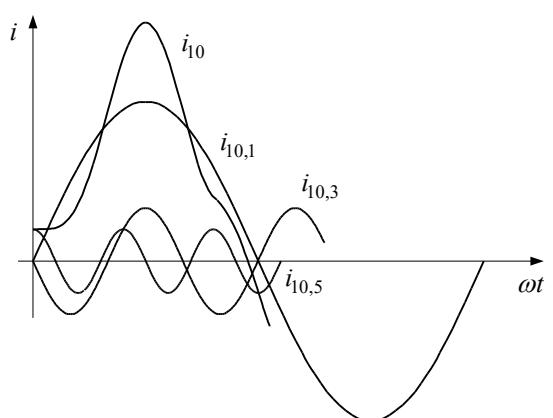
$$p_{\text{Fex}} \approx p_{\text{Fe}} \left(\frac{B_x}{B} \right)^2.$$

Primer za krivuljo $B = f(H)$ s podatki za izgube. Krivulja za gostoto magnetnega pretoka je podana kot funkcija magnetne poljske jakosti v dveh različnih merilih označenih z I in II. Debelina pločevine $d = 0,35 \text{ mm}$. Vrednost za H je lahko podana v efektivnih vrednostih (RMS) in merjena, npr. pri 50 Hz, (AC krivulja) ali v temenskih vrednostih pri magnetenu z enosmernim tokom (DC krivulja).



Tok prostega teka

Iz θ dobimo tok prostega teka i_{10} . Ta vsebuje tudi višje harmonske komponente.



$$i_{10,1} = \frac{\theta_1}{N_1} - \frac{i_v}{N_1} \quad (\text{osnovna harmonska komponenta toka prostega teka})$$

$$i_{10} = \frac{1}{N_1} ((\theta_1 - i_v) + \theta_3 + \theta_5 + \dots + \theta_v)$$

$$i_{10} = i_{10,1} + i_{10,3} + i_{10,5} + \dots + i_{10,v}$$

S Fourierjevo analizo dobimo amplitudo tokov \hat{I}_{10v} in od tod $I_{10v} = \frac{\hat{I}_{10v}}{\sqrt{2}}$.

Skupni tok prostega teka bo:

$$I_{10} = \sqrt{I_{10,1}^2 + I_{10,3}^2 + I_{10,5}^2 + \dots + I_{10,v}^2} .$$

Če zanemarimo višje harmonske komponente, imamo samo veličine osnovne frekvence.

Zato uporabimo kompleksni zapis enačb.

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 = j\omega \frac{\Psi_1}{\sqrt{2}} = j\omega N_1 \frac{\Phi}{\sqrt{2}}$$

$$\underline{U}_2 = -\underline{E}_2 = j\omega \frac{\Psi_2}{\sqrt{2}} = j\omega N_2 \frac{\Phi}{\sqrt{2}}$$

Z uporabo transformiranih vrednosti velja:

$$\underline{U}'_2 = -\underline{E}'_2 = j\omega \frac{\Psi'_2}{\sqrt{2}} = j\omega N_2 \frac{\Phi}{\sqrt{2}}$$

in sledi $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = 0 \rightarrow \Psi_1 - \Psi'_2 = 0$ (ni razsipanih magnetnih polj).

Eračba ravnotežja amper-ovojev:

$$\underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = \frac{\Theta_1}{\sqrt{2}} - \underline{I}_v$$

in s transformiranimi vrednostmi

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \frac{1}{N_1} \left(\frac{\Theta_1}{\sqrt{2}} - \underline{I}_v \right) = \frac{\Theta_{1\text{fikt}}}{\sqrt{2} N_1} \approx \underline{I}_{10} \text{ (zanemarimo višje harmonske komponente).}$$

Odstopanje od idealnih razmer predstavljajo amper-ovoje Θ_1 , ki so potrebni za vzbujanje in povratno delovanje I_v v jedru.

Prosti tek napetostno idealnega tokovno realnega transformatorja

$\underline{I}_2 = 0 \rightarrow$ napetost na primarni strani je enaka omrežni napetosti.

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{\text{om}} \rightarrow \underline{\Phi} = \frac{\sqrt{2} \underline{U}_1}{j\omega N_1}$$

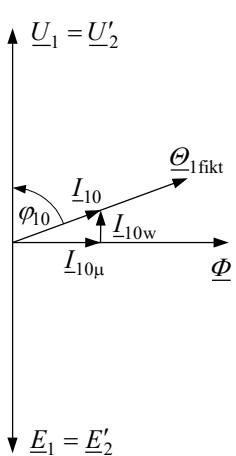
$$\underline{U}'_2 = \underline{U}_1, \underline{I}_1 \equiv \underline{I}_{10} = \frac{\underline{\Theta}_{1\text{fikt}}}{\sqrt{2} N_1}$$

Energijska bilanca:

$$P_{10} = P_{\text{mag}} = P_{\text{Fe}} = P_{\text{Feh}} + P_{\text{Fev}}$$

$$P_{10} = \text{Re}(\underline{U}_1 \underline{I}_{10}^*)$$

$$P_{10} = U_1 I_{10} \cos \varphi_{10}$$



Obremenitev napetostno idealnega tokovno realnega transformatorja

\underline{U}_1 , \underline{Z}_b = impedanca bremena

$$\underline{I}_2 = -\underline{I}_b = -\frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = -\frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_b} = -\frac{N_2}{N_1} \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_b}$$

Tudi pri obtežbi dirigira vsiljena (pritisnjena) napetost \underline{U}_1 velikost in fazo fluksa $\underline{\Phi} = \sqrt{2} \underline{U}_1 / (j\omega N_1)$. Torej ostanejo $\underline{\Theta}_{1\text{fikt}}$ enaki kot v prostem teku.

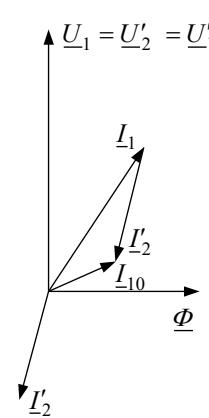
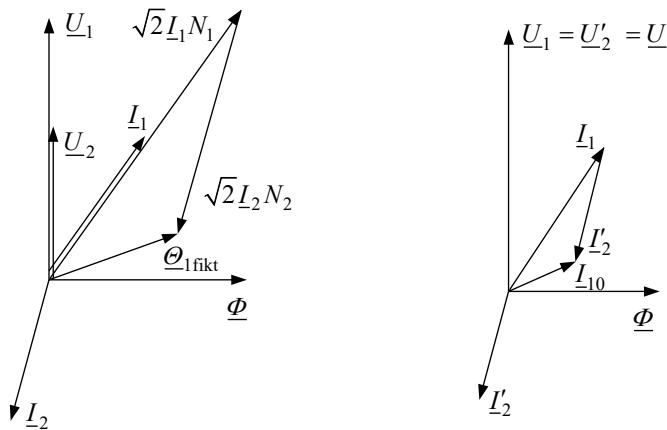
$$\text{Obremenitev z } \underline{I}_2 \rightarrow \underline{I}_2 N_2 \rightarrow \underline{I}_1 \rightarrow \underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = \frac{\underline{\Theta}_{1\text{fikt}}}{\sqrt{2}}$$

$$\underline{\Theta}_{1\text{fikt}} \rightarrow \underline{\Phi} \rightarrow \underline{E}_1 \rightarrow \underline{U}_1 + \underline{E}_1 = 0$$

Z uvedbo transformiranih sekundarnih vrednosti na primarno stran velja:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \frac{\underline{\Theta}_{1\text{fikt}}}{\sqrt{2} N_1} \rightarrow \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_{10}.$$

Vsaka sprememba \underline{I}_2 povzroči spremembo \underline{I}_1 , tako da je $\underline{I}_{10} = \text{konst.}$



Energijska bilanca

$$P_1 = \operatorname{Re}(\underline{U}_1 \underline{I}_1^*) = \operatorname{Re}(\underline{U}_b \underline{I}_b + \underline{U}_1 \underline{I}_{10}^*) = P_b + P_{\text{mag}} = P_b + P_{\text{Fe}}$$

Sprejeta moč P_1 pokriva moč porabnika in izgube v železu, ne pa izgub v navitjih transformatorja.

Analitična obravnavna

Splošne enačbe za stacionarno obratovanje

Izpeljava bo izvedena za linearno teorijo transformatorja, kjer velja:

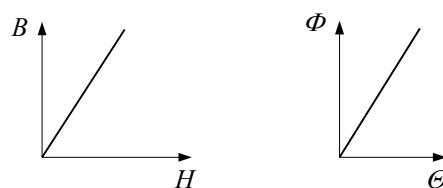
$$\mu_{\text{Fe}} = \text{konst.}, \rightarrow \text{ni histerezne zanke ter } \gamma_{\text{Fe}} = 0 \rightarrow \text{torej } P_{\text{Fe}} = 0$$

$$\mu_{\text{zr}} = \mu_0 = \text{konst.} \quad \text{in } \gamma_v = \text{konst.}$$

Zaradi linearne teorije veljajo linearni odnosi med magnetnimi sklepi in tokovi.

$$\underline{\Psi}_1 = L_1 \sqrt{2} \underline{I}_1 + L_{12} \sqrt{2} \underline{I}_2$$

$$\underline{\Psi}_2 = L_{21} \sqrt{2} \underline{I}_1 + L_2 \sqrt{2} \underline{I}_2$$



Velja tudi, da je medsebojna induktivnost $L_{12} = L_{21}$. Sedaj napišemo obe napetostni enačbi:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j\omega \frac{\Psi_1}{\sqrt{2}} = R_1 \underline{I}_1 + jX_1 \underline{I}_1 + jX_{12} \underline{I}_2,$$

$$\underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 + j\omega \frac{\Psi_2}{\sqrt{2}} = R_2 \underline{I}_2 + jX_{21} \underline{I}_1 + jX_2 \underline{I}_2.$$

Z uvedbo transformiranih veličin za navitje 2 z že znanimi podatki:

$$U'_2 = K_U U_2, \quad I'_2 = K_I I_2, \quad \Psi'_2 = K_U \Psi_2, \text{ dalje}$$

$$X'_{12} = X'_{21} = K_U X_{12}, \quad X'_2 = K_U^2 X_2 \quad \text{in} \quad R'_2 = K_U^2 R_2$$

$$\text{dobimo } \underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j\omega \frac{\Psi_1}{\sqrt{2}} = R_1 \underline{I}_1 + jX_1 \underline{I}_1 + jX'_{12} \underline{I}'_2,$$

$$\underline{U}'_2 = R'_2 \underline{I}'_2 + j\omega \frac{\Psi'_2}{\sqrt{2}} = R'_2 \underline{I}'_2 + jX'_{21} \underline{I}_1 + jX'_2 \underline{I}'_2.$$

Razlika obeh napetostnih enačb nam da odstopanje od idealnih razmer.

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = R_1 \underline{I}_1 - R'_2 \underline{I}'_2 + j\omega (\Psi_1 - \Psi'_2) / \sqrt{2}$$

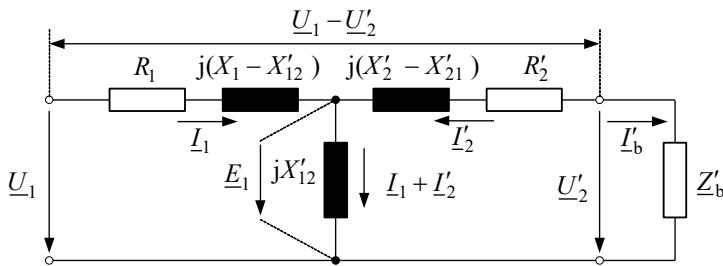
Nadomestno vezje transformatorja

Transformator z dvema galvansko ločenima navitjema, tj. ločenima tokokrogoma, pretvorimo v vezje z galvansko povezanimi tokokrogoma. To dosežemo, če dodamo prvi napetostni enačbi $\pm jX'_{12} \underline{I}_1$ ter drugi enačbi $\pm jX'_{21} \underline{I}'_2$ in smiselno združimo posamezne člene.

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j(X_1 - X'_{12}) \underline{I}_1 + jX'_{12}(\underline{I}_1 + \underline{I}'_2) = R_1 \underline{I}_1 + j(X_1 - X'_{12}) \underline{I}_1 - \underline{E}_1$$

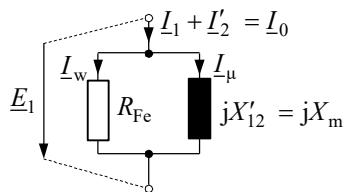
$$\underline{U}'_2 = R'_2 \underline{I}'_2 + j(X'_2 - X'_{21}) \underline{I}'_2 + jX'_{21}(\underline{I}_1 + \underline{I}'_2) = R'_2 \underline{I}'_2 + j(X'_2 - X'_{21}) \underline{I}'_2 - \underline{E}'_2$$

Tema dvema enačbama ustreza naslednje vezje.

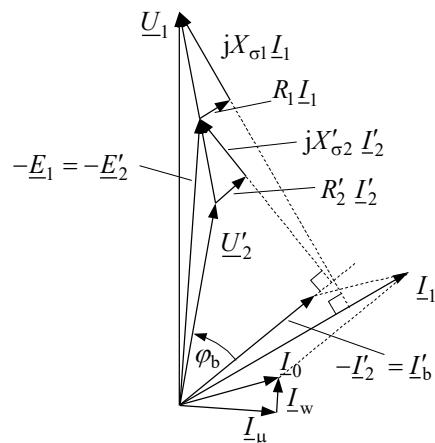


Odstopanje od napetostno idealnega transformatorja \rightarrow padec napetosti $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$ na vzdolžnih členih, odstopanje od tokovno idealnega transformatorja \rightarrow magnetilni tok $\underline{I}_{\mu} = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2$, ki teče preko prečnega člena.

Dalje je za navitji 1 in 2 na istem stebru ($X_1 - X'_{12}$) reaktanca skupnega razsipanja med obema navitjema (v prostem teku navitje strani 2) in analogno temu ($X'_2 - X'_{21}$) reaktanca skupnega razsipanja (v prostem teku navitje strani 1). Če sta navitji ločeni, je: $X_1 - X'_{12} = X_{\sigma 1}$ in $X'_2 - X'_{21} = X'_{\sigma 2}$. Z upoštevanjem izgub v železu $P_{10} = P_{Fe}$ ($\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2$) dodamo v nadomestnem vezju vzporedno k magnetilni (glavni) reaktanci $X'_{12} = X_m = X_g$ še nadomestno upornost izgub v železu R_{Fe} .



Sedaj lahko narišemo popoln kazalčni diagram obremenjenega transformatorja z impedanco $Z_b = R_b + jX_b$.



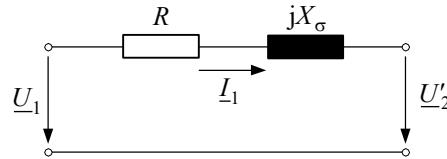
Približne razmere

Če izključimo iz opazovanja obratovanje transformatorja v prostem teku in pri majhnih obremenitvah, bo $\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = 0 \rightarrow \underline{I}'_2 = -\underline{I}_1$ in razlika napetostnih enačb odstopanje od idealnih razmer:

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = (R_1 + R'_2)\underline{I}_1 + j((X_1 - X'_{12}) + (X'_2 - X'_{21}))\underline{I}_1,$$

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = (R + jX_\sigma)\underline{I}_1.$$

Enačbo $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$ ponazarja poenostavljenno nadomestno vezje.



Preskusi transformatorja

Delamo jih v prostem teku in v trajnem kratkem stiku. Z njimi ugotovimo dejanske razmere pri delovanju transformatorja.

Preskus prostega teka

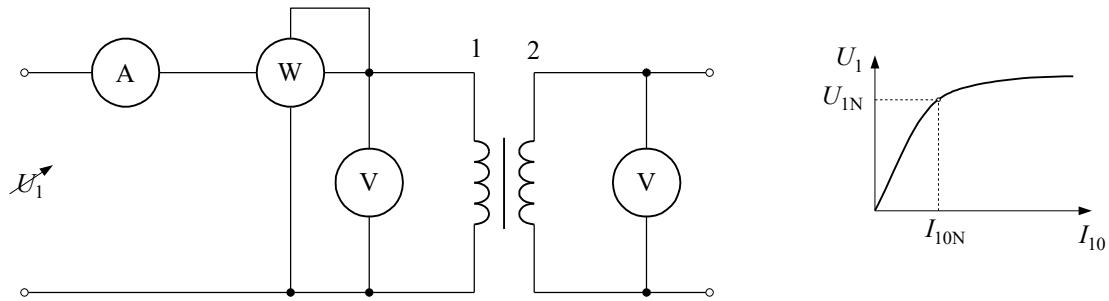
Za $I_2 = 0 \rightarrow I_1 = I_{10} \ll I_{1N}$ \rightarrow transformator je napetostno idealen. Iz meritev dobimo:

$$1) \text{ nazivno prestavno razmerje } K_U = \frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \text{ in}$$

2) karakteristiko prostega teka.

Velja, da sinusna napetost \underline{U}_1 diktira sinusni fluks, ker je $\underline{U}_1 + \underline{E}_1 = 0 \rightarrow \hat{\Phi}_g = \frac{\sqrt{2}U_1}{\omega N_1}$, ki ga ustvarijo $\hat{\Theta}_{1fikt} = \sqrt{2}I_{10}N_1$.

Torej je zaradi $E_1 \approx U_1 = f(\hat{\Phi})$, $\hat{\Phi} = f(\hat{\Theta})$ in $\hat{\Theta}_{\text{fikt}} = f(I_{10})$ karakteristika prostega teka $U_1 = f(I_{10})$ podobna magnetilni karakteristikti oziroma magnetilni krivulji, če lahko zanemarimo zračno režo.

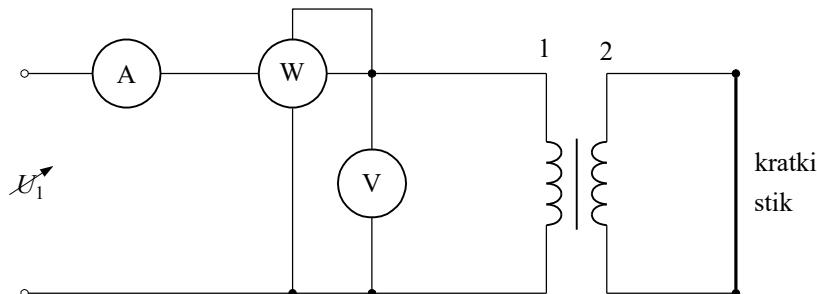


3) Izgube v železu

Ker je $I_{10} \ll I_N$, zanemarimo izgube v primarnem navitju ($I_{10} \approx 0,01$ do $0,02I_N$). Meritev: $P_w \approx P_{\text{Fe0}}$ (pri $U = U_N$) nam da izgube magnetenja. Iz izgub je mogoče izračunati ekvivalentno upornost R_{Fe} , I_{0w} ter iz I_0 še $I_{0\mu}$ in $X'_{12} = X_m$.

Preskus kratkega stika

Po stikalni shemi merimo tok I_{lk} in moč P_{lk} pri spremenljivi napetosti na sponkah transformatorja.



Iz meritev dobimo:

1) kratkostično napetost U_k , pri kateri teče skozi navitji transformatorja nazivni tok.

Relativna vrednost za kratkostično napetost:

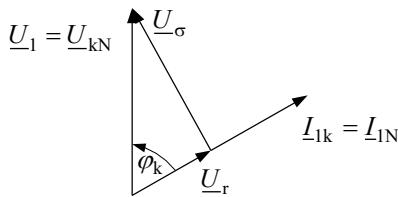
$$u_k^* = \frac{U_k}{U_N} \text{ ali } u_{k\%} = \frac{U_k}{U_N} 100.$$

V kratkem stiku je hipotenuza Kappovega trikotnika $U_{kN} = U_1$ ter

$$U_r = U_{kN} \cos \varphi_k \text{ in } U_\sigma = U_{kN} \sin \varphi_k.$$

Trajni tok kratkega stika

$$I_k = \frac{U_N}{Z_k}, \text{ kjer je } Z_k = \sqrt{R^2 + X_\sigma^2}.$$



Relativna vrednost trajnega toka kratkega stika

$$i_k^* = \frac{I_k}{I_N} = \frac{U_N}{Z_k I_N} = \frac{U_N}{U_k} = \frac{1}{u_k^*} \rightarrow I_k = \frac{1}{u_k^*} I_N \text{ ali } I_k = \frac{100}{u_{k\%}} I_N$$

Relativna vrednost za ohmski in induktivni padec napetosti:

$$u_r^* = \frac{RI_N}{U_N} = \frac{R}{Z_N} = r, \text{ kjer je } \frac{U_N}{I_N} = Z_N - \text{nazivna impedanca.}$$

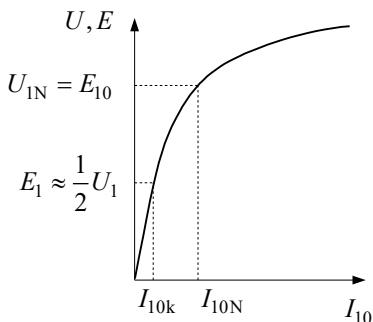
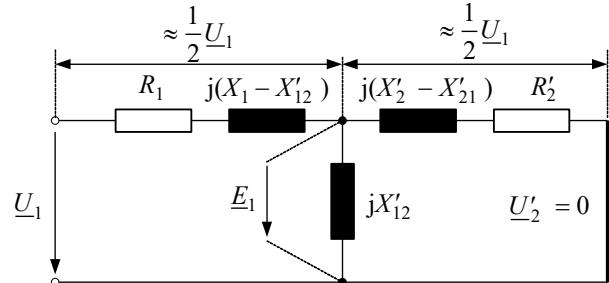
Velja tudi $u_r^* = r = \frac{RI_N}{U_N} = \frac{RI_N^2}{U_N I_N} = \frac{P_{CuN}}{S_N} = p_{CuN}^*$ (relativne izgube v navitjih) in

$$u_\sigma^* = x_\sigma = \frac{X_\sigma I_N}{U_N} = \frac{X_\sigma I_N^2}{U_N I_N} = \frac{Q_{\sigma N}}{S_N} = q_{\sigma N}^* \text{ (relativna jalova moč razsipanega polja).}$$

2) Izgube v navitjih

Iz nadomestnega vezja v kratkem stiku vidimo, da je inducirana napetost enaka približno polovici pritisnjene napetosti:

$$E_1 \approx \frac{U_1}{2} \rightarrow \Phi_{kN} \approx \frac{\Phi_N}{2} \rightarrow I_{10k} < I_{10N}.$$



V kratkem stiku pri zmanjšani napetosti $U_k = (4 \div 16\%)U_N$ za $I_{1k} = I_{1N}$ in $I_{2k} = I_{2N}$ bo:
 $\Phi_k \ll \Phi_N \rightarrow B_k \ll B_N \rightarrow P_{Fek} \approx 0$ in $P_w = (P_{1k})_{I_1=I_N} \approx P_{CuN} = I_{1N}^2(R_1 + R'_2)$ (nazivne izgube v navitjih).

Z vatmetrom izmerimo v kratkem stiku celotne izgube v navitjih, tj. joulske izgube in izgube zaradi vrtinčnih tokov v primeru masivnih vodnikov.

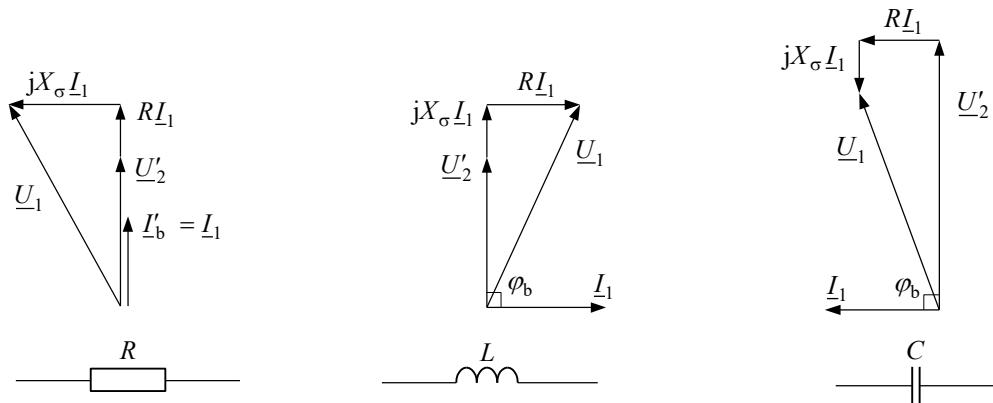
Ker je $\Phi_k \approx \frac{\Phi_N}{2} \rightarrow I_\mu \approx 0 \rightarrow X'_{12} \approx \infty$, velja v kratkem stiku enostavno nadomestno vezje, risano za približne razmere (str. 45). Iz U_k in I_k je mogoče dobiti tudi impedanco kratkega stika:

$$Z_k = R_k + jX_k = \frac{U_k}{I_k}. \quad (R_k = R_1 + R'_2 \text{ in } X_k \approx X_\sigma)$$

Obratovanje transformatorja na togem omrežju

Za togo omrežje velja: $U_1 = \text{konst.}$

U_2 oziroma U'_2 je funkcija velikosti in vrste (faznega kota) bremena Z_b , kot kažejo slike v nadaljevanju.



Kappov diagram

Za Kappov diagram ne izhajamo iz $U_1 = \text{konst.}$, temveč $I_1 = \text{konst.}$ in $\underline{U}'_2 = f(\varphi_b)$; pri tem je lega Kappovega trikotnika nespremenjena. Iz enačbe

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = (R + jX_s)I_1 \text{ izrazimo } \underline{U}'_2:$$

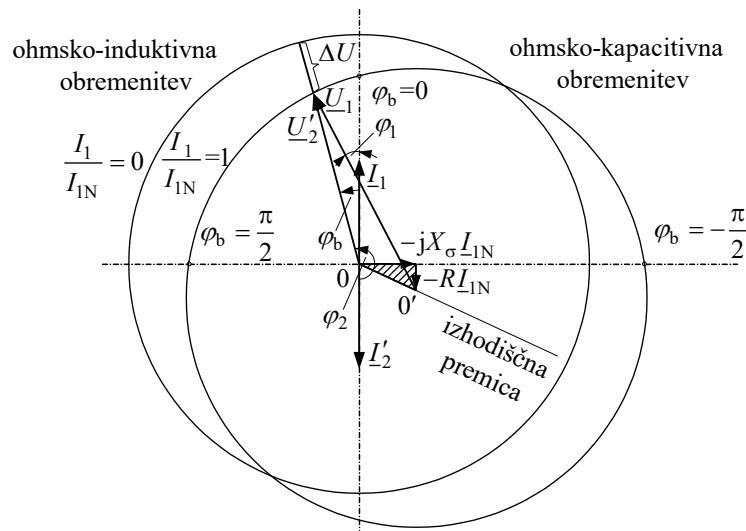
$$\underline{U}'_2 = -(R + jX_s)I_1 + \underline{U}_1.$$

V kompleksni ravnini narišemo:

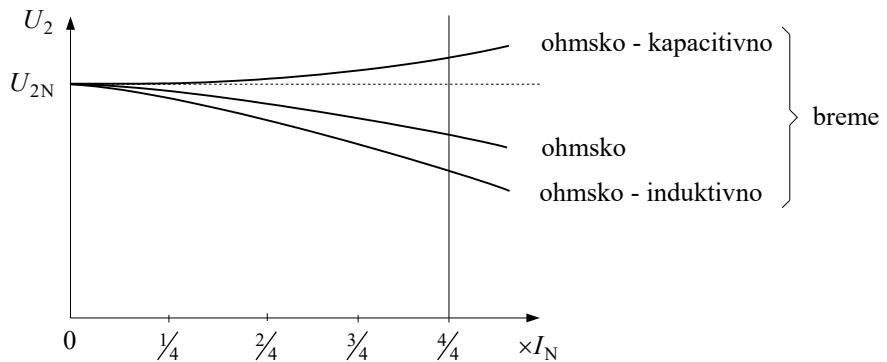
- 1) Kappov trikotnik $-(R + jX_s)I_{1N}$,
- 2) krožnici s polmerom U_1 za različne I_1 , npr. za $I_1 = I_{1N}$ in $I_1 = 0$ na izhodiščni premici.

Za poljubni fazni kot φ_b

dobimo ΔU ozziroma \underline{U}'_2 .



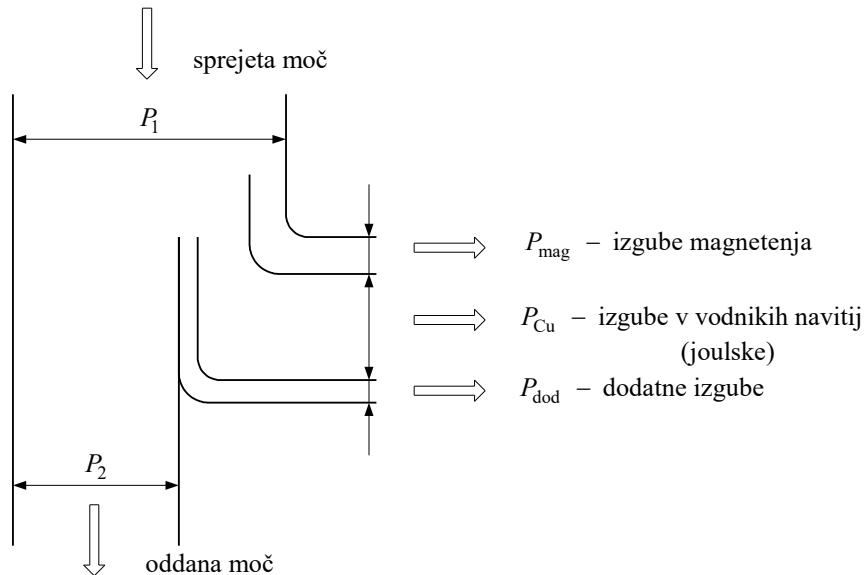
Zunanja karakteristika $U_2 = f(I_2)$



Iz Kappovega diagrama dobimo za poljubne vrednosti toka I_2 , npr. $I_2 / I_{2N} = 1/4, 1/2 \dots$ in $\varphi_b = \text{konst.}$, zunanje (obremenitvene) karakteristike $U_2 = f(I_2)$ pri $U_1 = \text{konst.}$

Energijska bilanca, izgube in izkoristek transformatorja

Energijska bilanca – shema pretoka moči



Izgube

Skupne izgube so:

$$P_i = P_{Fe} + P_{Cu} + P_{dod}.$$

Dodatne izgube delimo: na tiste v železu – odvisne od napetosti – ki so zajete v izgubah prostega teka P_0 , in tiste v vodnikih – odvisne od toka obremenitve – (izgube vrtinčnih tokov v masivnih vodnikih pri transformatorjih večjih moči) in so zajete v izgubah kratkega stika P_k .

Zato lahko pišemo za poljubno obremenitev $y = I / I_N$:

$$P_i = P_{0N} + P_{kN} \left(\frac{I}{I_N} \right)^2 = P_{0N} + y^2 P_{kN} \quad \text{za } y = \frac{I}{I_N} = \frac{S}{S_N},$$

kjer je S navidezna moč transformatorja.

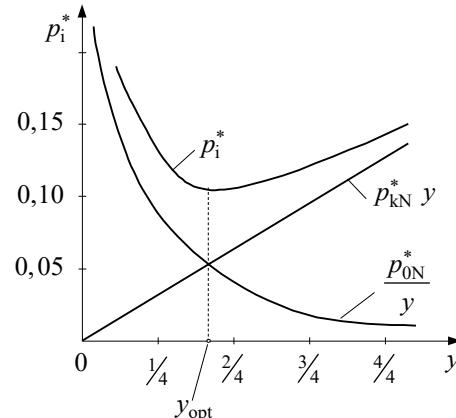
Uvedemo relativne izgube:

$$p_i^* = \frac{P_i}{S} = \frac{P_{0N}}{S_N} \frac{S_N}{S} + \frac{P_{kN}}{S_N} \frac{S_N}{S} y^2 = \frac{p_{0N}^*}{y} + p_{kN}^* y.$$

Pri določeni obremenitvi (določenem toku $I < I_N$) za $y = y_{opt}$ so skupne izgube (p_i^*) najmanjše ($p_{0N}^* / y = p_{kN}^* y$) in izkoristek je največji.

Izkoristek

Definiramo ga kot: $\eta = \frac{P_2}{P_1}$ ali $\eta = \frac{P_1 - P_i}{P_1}$.



Za $P_2 = y S_N \cos \varphi$ in $P_1 = P_2 + P_i = y S_N \cos \varphi + P_{0N} + y^2 P_{kN}$ bo:

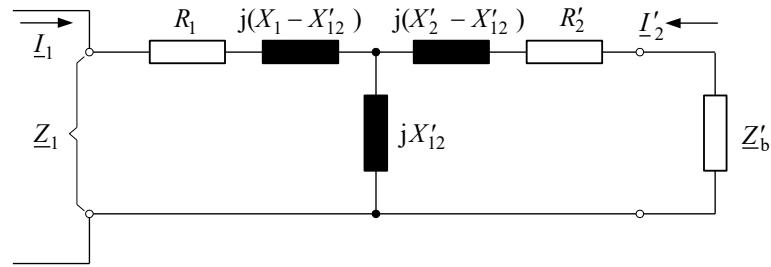
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{y S_N \cos \varphi}{y S_N \cos \varphi + P_{0N} + y^2 P_{kN}} \rightarrow \eta = f(y, \cos \varphi).$$

Primer: $S_N = 20 \text{ kVA}$, $y = 1$, $\cos \varphi = 1,0 \rightarrow \eta = 0,97$

$$\cos \varphi = 0,8 \rightarrow \eta = 0,963$$

Tokovni transformator

Deluje pri vsiljenem toku \underline{I}_1 , ki naj bi bil nespremenljiv. Seveda ne moremo računati s tem, da bo tok v nekem tokokrogu ostal nespremenjen, če vanj zaporedno vežemo tokovni transformator. Zanj veljajo enake zakonitosti kot za napetostni transformator, torej tudi enako nadomestno vezje in enak kazalčni diagram.



Idealni tokovni transformator

$$\text{Velja: } \underline{I}_1 N_1 + \underline{I}_2 N_2 = 0 \rightarrow \underline{I}_2 = -\frac{N_1}{N_2} \underline{I}_1 = -\frac{\underline{I}_1}{K_I} \text{ ali } \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = 0 \rightarrow \underline{I}'_2 = -\underline{I}_1$$

Bremenski tok $\underline{I}_b = -\underline{I}_2$ povzroči na kompleksni upornosti dvopola \underline{Z}_b padec napetosti

$$\underline{U}_b = \underline{Z}_b \underline{I}_b = -\underline{Z}_b \underline{I}_2 = \underline{U}_2.$$

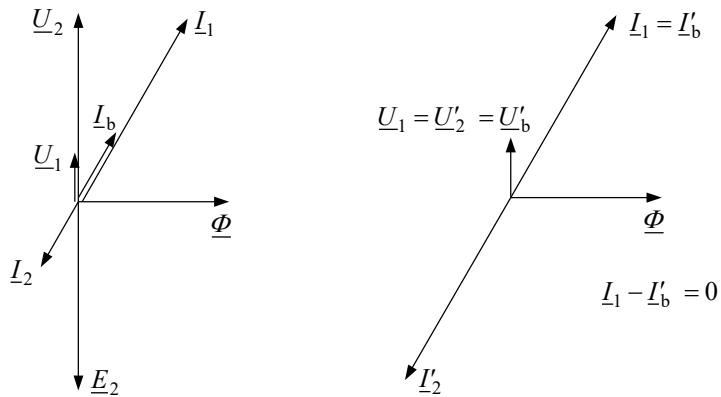
Padec napetosti na tokovnem transformatorju povratno vpliva na tokokrog.

Ker velja za napetost idealnega transformatorja $\underline{U}_1 = K_U \underline{U}_2$ in $\underline{Z}'_b = K_U^2 \underline{Z}_b$, bo:

$$\underline{U}_1 = K_U \underline{U}_2 = K_U (-\underline{Z}_b \underline{I}_2) = K_U \underline{Z}_b K_U \underline{I}_1 = K_U^2 \underline{Z}_b \underline{I}_1 = \underline{Z}'_b \underline{I}_1.$$

\underline{U}_1 je napetost na primarni strani in istočasno padec napetosti na transformatorju. Zato mora biti impedanca \underline{Z}_b majhna glede na impedanco tokokroga 1, ki določa tok \underline{I}_1 .

Kazalčni diagram obremenjenega idealnega tokovnega transformatorja



Analitična obravnava realnega transformatorja

Iz padca napetosti na sekundarnem navitju (str. 43)

$$\underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 + jX_{21} \underline{I}_1 + jX_2 \underline{I}_2$$

za $\underline{U}_2 = -\underline{Z}_b \underline{I}_2 = -(R_b + jX_b) \underline{I}_2$ dobimo:

$$\underline{I}_2 = -\frac{jX_{21}}{R_2 + jX_2 + \underline{Z}_b} \underline{I}_1; \quad \underline{I}_2 \propto \underline{I}_1 \text{ in nista več premaknjena za } 180^\circ.$$

Padec napetosti na primarnem navitju:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_1 \underline{I}_1 + jX_{12} \underline{I}_2 = \left(R_1 + jX_1 + \frac{X_{12}^2}{R_2 + jX_2 + \underline{Z}_b} \right) \underline{I}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1.$$

Kompleksna upornost \underline{Z}_1 je po nadomestnem vezju na sliki upornost med vhodnimi sponkami na primarni strani tokovnega transformatorja.

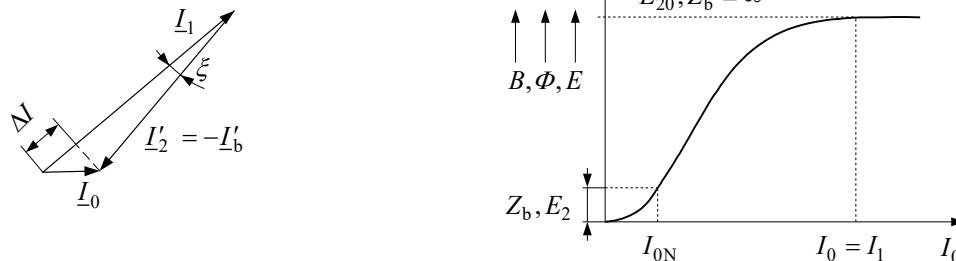
Ker je $U_1 = f(I_1)$, bo za $I_1 = 0$, $U_1 = 0$ in $U_2 = 0$. Zato ne uporabljamo tokovnega transformatorja za vir napetosti, ampak za meritve.

Merilni tokovni transformator

Za realni transformator velja:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_0 > 0 \text{ ali } \underline{I}_1 - \underline{I}'_b = \underline{I}_0.$$

Zaradi odstopanja od idealnih razmer, dobimo pogrešek prestave in pogrešek kota.



$$\text{Pogrešek prestave: } e_{\text{TT}} = \frac{\Delta I}{I_1} 100 \text{ (\%)}$$

Pogrešek kota: $\xi \rightarrow$ v stopinjah ali minutah

Da sta ta dva pogreška čim manjša, obratuje tokovni transformator v linearinem delu magnetilne karakteristike ($B = 0,08 \div 1 \text{ T}$).

Razred točnosti (0,1 – 0,2 – 0,5 – 1 – 3 – 5) definira oba pogreška,

npr. razred 1 $\rightarrow e_{\text{TT}} = \pm 1\%$ in $\xi = \pm 1^\circ = \pm 60'$.

Ker se z večanjem obremenitve nad nazivno vrednost pogrešek prestave spremeni,

poznamo kot podatek še nadtokovno število.

Nadtokovno število je tisti mnogokratnik nazivnega toka, pri katerem doseže pogrešek prestave vrednost -10% .

Nevarnost odprtih sponk na sekundarni strani

Normalno je: $\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_{0N}$.

Za $\underline{Z}_b = \infty \rightarrow \underline{I}_2 = 0$, $\underline{I}_1 \equiv \underline{I}_0 \rightarrow \Phi_0 = x\Phi \rightarrow B_0 = xB$ in $P_{Fe} = k \left(\frac{B_0}{B} \right)^2 = x^2 P_{FeN} \rightarrow$

segrevanje jedra. Zaradi $\Phi_0 = x\Phi \rightarrow E_{20} = xE_2$ (povišanje napetosti na sponkah). Zato je treba po odstranitvi bremena sekundarne sponke vezati na kratko.

Trifazna transformacija

Trifazni sistem je najbolj razširjen po svetu. Eden od razlogov za to je v tem, da moč v simetričnem trifaznem sistemu nima izmeničnega deleža, kot je to npr. v enofaznem sistemu. Trifazni sistem tudi omogoča izkoriščanje pojave vrtilnih magnetnih polj v rotacijskih strojih.

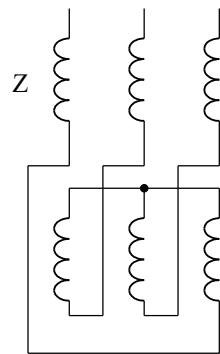
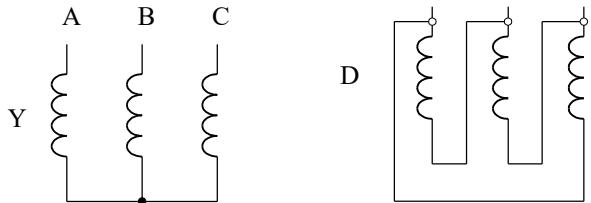
Posamezne trifazne sisteme različnih napetostnih nivojev povezujejo trifazni napetostni transformatorji.

Možnosti: a) trije enofazni transformatorji b) trifazni transformator

Osnovne vezave navitij

- Poznamo tri tipične vezave:
- a) zvezdno Y
 - b) trikotno D
 - c) cikcak Z

Za zvezdno in cikcak vezavo velja $\Sigma I = 0$, če navitje nima ničnega vodnika. Pri trikotni vezavi so lahko fazni in linijiški tokovi nesimetrični.



Fazni premik

Ta nastane med primarno in sekundarno dejansko ali namišljeno fazno napetostjo.

Fazni premik je: $n \times 30^\circ$ električnih ($n = 0 \div 12$). Tipični premiki so: $n = 0, 5, 6, 11$.

Podaja se kot fazni zaostanek kazalca nižje napetosti proti kazalcu višje napetosti. Fazni premik je identičen premiku urnih kazalcev za cele ure.

Vezalna skupina

Primer označevanja: Dy5

Velika črka:

- trikotna vezava primarne strani;

mala črka:

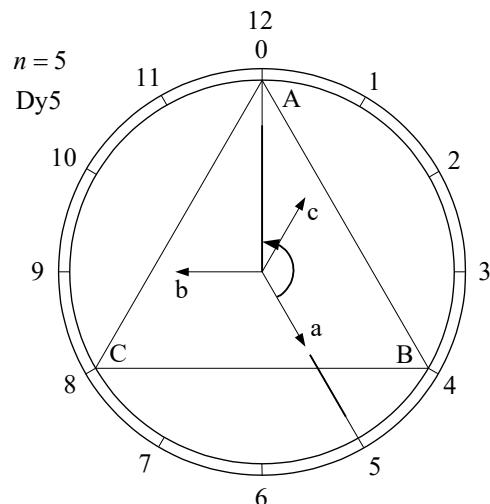
- zvezdna vezava sekundarne strani;

stevilka:

- fazni premik ($5 \times 30^\circ = 150^\circ$).

Smer sekundarne fazne napetosti (U_a) je enaka

smeri linijske primarne napetosti (U_{AB}) med fazo A in B.



Vezalno skupino Dy5 lahko spremenimo v Dy11 in obratno s ciklično permutacijo dveh sponk na primarni in naslednjih dveh sponk na sekundarni strani.

Vezalno skupino Yy0 lahko spremenimo v Yy6 in obratno. To izvedemo z zamenjavo začetkov in koncov navitij, ki so vezani v zvezdišče na primarni ali na sekundarni strani.

Primer uporabe: generatorski transformator Dy5

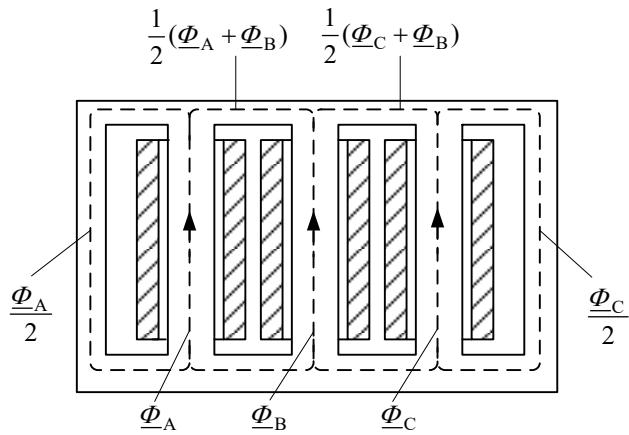
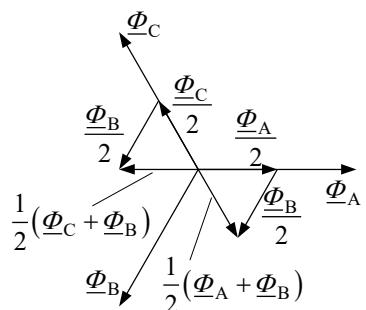
razdelilni transformator Yy0, Yd5

krajevno omrežje Dy5, Yz5

Vrste jeder

Trifazni pet stebri transformator

Dobimo ga, če združimo v ravnini tri enofazne transformatorje.



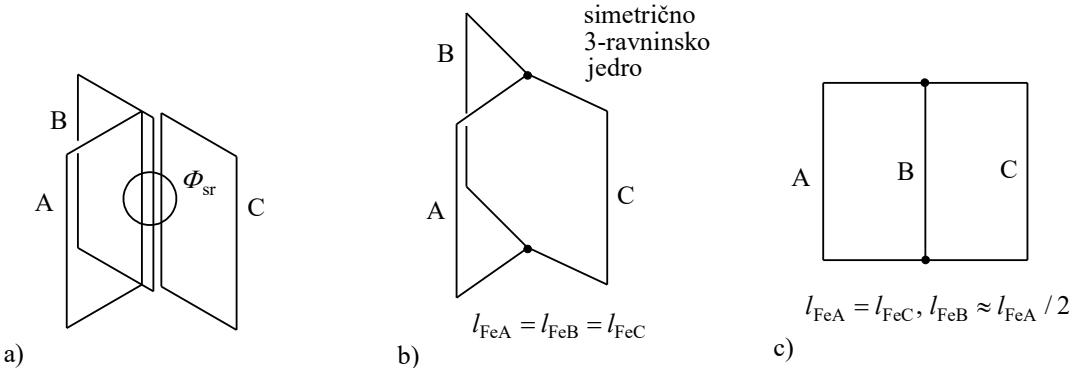
Oba jarma in zunanja steba takšnega transformatorja imata polovičen presek stebrov posameznih faz A, B in C, ker je fluks v jarmih (Φ_j) in zunanjih stebrih polovičen.

Velja $\Phi_j = \frac{1}{2}(\underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B)$ ali $\frac{1}{2}(\underline{\Phi}_C + \underline{\Phi}_B)$.

Takšen transformator ima manjšo višino od trifaznega jedrnega transformatorja (str. 58).

Trifazni jedrni transformator

Nastal je iz treh enofaznih transformatorjev in je tehnično uporaben kot nesimetrična izvedba (slika c)).



Ima dve magnetni vozlišči, v katerih velja pogoj $\underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C = 0$.

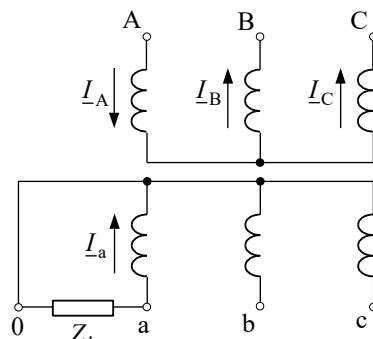
Slike prikazujeta potek fluksov za $\underline{\Phi}_A = \hat{\Phi}_A (\omega t = 0^\circ)$ in $\underline{\Phi}_B = 0 (\omega t = 30^\circ)$.



Nesimetrična obremenitev

- Pri vezavi YNyn z ničnim vodnikom na primarni in sekundarni strani ni težav.
- Pri vezavi Yyn z ničnim vodnikom samo na sekundarni strani (desna slika) nastane nesimetrija.

Najneugodnejši primer: čista enofazna obremenitev.



Ker je $\underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C = 0$ in $|\underline{\Phi}_A| = |\underline{\Phi}_B| = |\underline{\Phi}_C|$, mora biti $|\underline{\Theta}_A| = |\underline{\Theta}_B| = |\underline{\Theta}_C|$.

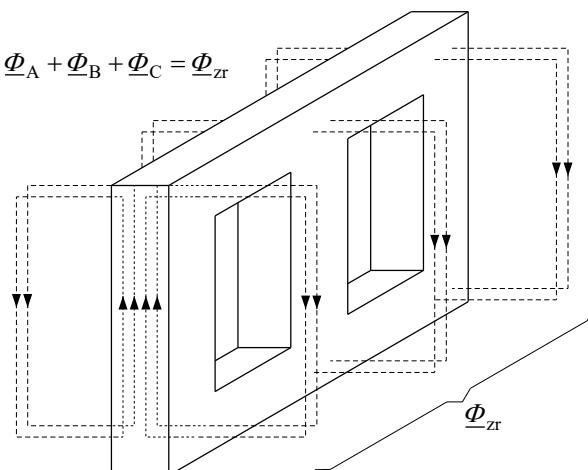
Pri nesimetrični obremenitvi bo bilanca amper-ovojev na stebrih:

$$\begin{aligned} \underline{I}_a N_2 + \underline{I}_A N_1 &= \underline{I}_x N_1 \\ 0 + \underline{I}_B N_1 &= \underline{I}_x N_1 \\ 0 + \underline{I}_C N_1 &= \underline{I}_x N_1 \end{aligned} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \underline{I}_B = \frac{1}{3} \underline{I}'_a \\ \underline{I}_C = \frac{1}{3} \underline{I}'_a \end{array} \right\} \underline{I}_A = -(\underline{I}_B + \underline{I}_C) = -\frac{2}{3} \underline{I}'_a$$

$$\underline{I}_a N_2 + (\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C) N_1 = 3 \underline{I}_x N_1 = 3 \underline{\Theta}_{zr} / \sqrt{2}, \text{ ker je v zvezdi } \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0. \text{ Sofazno}$$

$$\text{vzbujanje } \underline{\Theta}_{zr} = \sqrt{2} \underline{I}_x N_1 = \frac{1}{3} \sqrt{2} \underline{I}_a N_2 \rightarrow \underline{I}_x = \frac{1}{3} \underline{I}_a \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{3} \underline{I}'_a$$

$$\underline{\Theta}_{zr} \rightarrow \underline{\Phi}_{zr} \rightarrow E_{zr} \rightarrow U_d \text{ (dodatna)} \rightarrow \text{premik ničlišča}$$

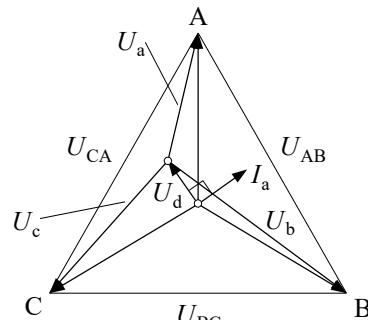


c) Pri vezavi Yzn brez ničnega vodnika na primarni strani

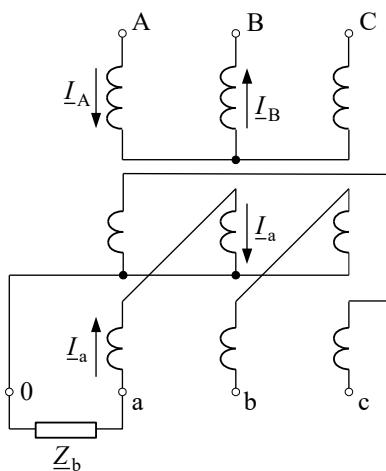
ni težav (obremenjeni sta le dve fazi).

d) Tudi pri vezavi Dyn ni težav, ker teče bremenski tok

na primarni strani le v navitju ene faze.



Vezava Yzn



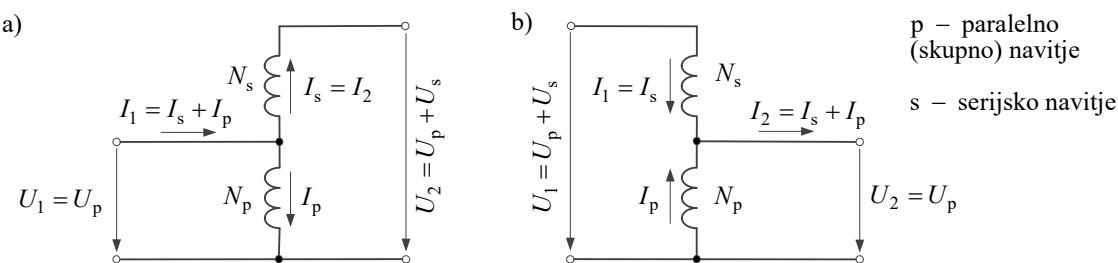
Avtotransformator

Če združimo navitji normalnega transformatorja, bo del navitja skupen obema napetostnim stranoma.

Skupno – paralelno navitje → razlika (diferenca) tokov

Serijsko navitje → obremenilni tok primarne ali sekundarne strani

Uporaba → zaradi prihranka materiala (želeta in vodnikov). Ta prihranek je največji za primer $K_U \approx 1$. V trifazni izvedbi koristimo vezavo Y.



Za idealni enofazni avtotransformator (vezava a)) velja: $I_s N_s - I_p N_p = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow I_s = \frac{N_p}{N_s} I_p \quad \text{in} \quad \frac{U_s}{U_p} = \frac{U_2 - U_1}{U_1} = \frac{N_s}{N_p}.$$

Lastna ali tipska moč transformatorja, tj. moč, za katero je transformator grajen, je:

$$S_t = U_p I_p = U_s I_s = (U_2 - U_1) I_2 \quad \text{ali za vezavo b)} \quad S_t = (U_1 - U_2) I_1.$$

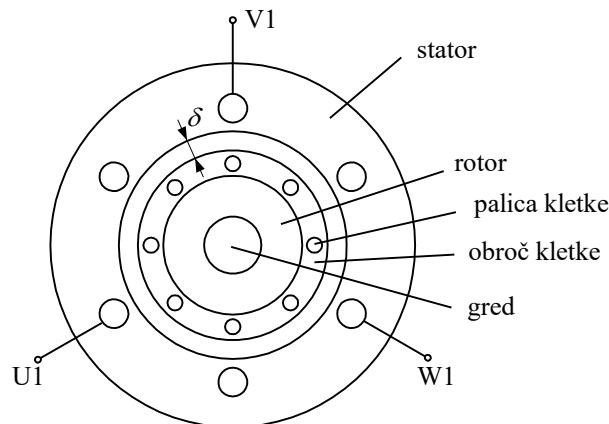
Prehodna moč: $S_{\text{preh}} = U_1 I_1 = U_2 I_2$

$$\text{Iz enačbe za tipsko moč velja: } S_t = U_2 I_2 \left(1 - \frac{U_1}{U_2} \right) = S_{\text{preh}} \left(1 - \frac{U_1}{U_2} \right). \quad (S_t < S_{\text{preh}})$$

$$\text{Obratno bi veljalo za vezavo b: } S_t = U_1 I_1 \left(1 - \frac{U_2}{U_1} \right) = S_{\text{preh}} \left(1 - \frac{U_2}{U_1} \right).$$

ASINHRONSKI STROJ

Ima nekatere podobnosti s transformatorjem.



Primarno navitje – na statorju

Sekundarno navitje – na rotorju

Med njima je zračna reža δ .

Število faz na statorju m_s

Število faz na rotorju m_r ($m_r \geq m_s$)

Tokovi statorja povzroče vrtilne amper-ovoje, ti pa vzbujajo vrtilni fluks, ki inducira napetost v obeh navitjih. Frekvenca inducirane napetosti v statorju $f_s = f$. Frekvenca inducirane napetosti v rotorju $f_r \leq f_s$ ali $f_r > f_s$. Delovanje pri mirovanju rotorja je ekvivalentno kratkemu stiku transformatorja; rotorsko navitje je pri tem kratkosklenjeno (vezano na kratko).

Zaradi rezultirajočega vrtilnega magnetnega polja in tokov v kratkosklenjenem rotorskem navitju nastane sila, ki zavrti rotor. Vrtilno magnetno polje se vrti s sinhronskimi vrtljaji n_s , rotor z vrtljaji $n \gtrless n_s$ – torej asinhrono.

Opis konstrukcije

Stator – lamelirana pločevina s Q_s utori, v katerih je m_s fazno navitje.

Rotor – lamelirana pločevina s Q_r utori.

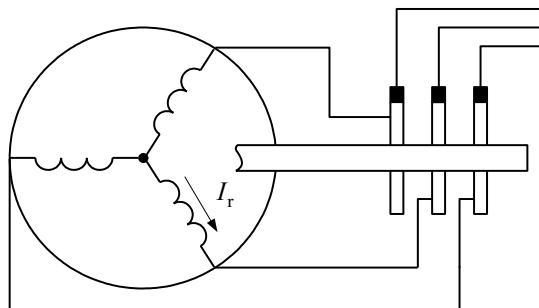
Ločimo:

a) naviti rotor

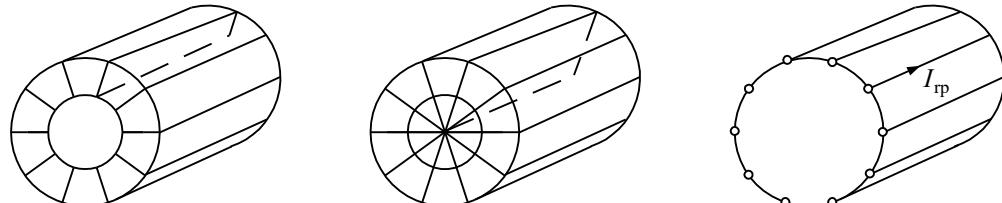
Število faz rotorja $m_r = m_s = 3$.

b) rotor s kratkostično kletko

Število faz rotorja $m_r = Q_r$ utorov.



Zaporedje nastanka kratkostične kletke iz bobnastega navitja



c) rotor z masivnim železom

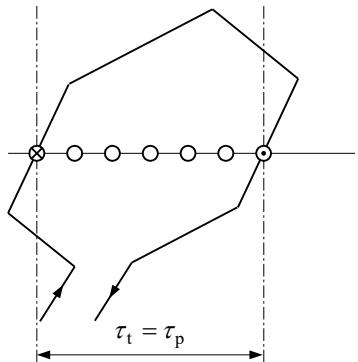
Mogoča je še cilindrična ali diskasta izvedba statorja in rotorja.

Navitja asinhronskih strojev

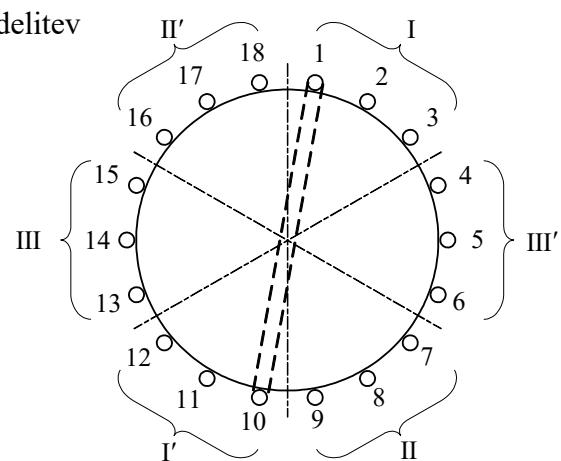
Trifazna pasovna navitja: poznamo enoplastna, dvoplastna in kombinirana navitja.

Enoplastno navitje:

premersko navitje ($\tau_t = \tau_p$)



Porazdelitev oboda
premersko navitje ($\tau_t = \tau_p$)



Posamezni fazi pripada pas: $\alpha_p = \frac{360^\circ}{2m} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ in je v njem q utorov. Za Q utorov na

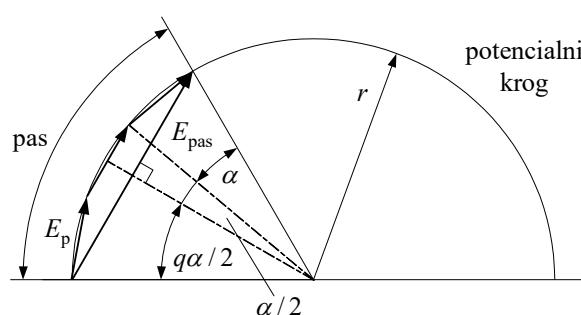
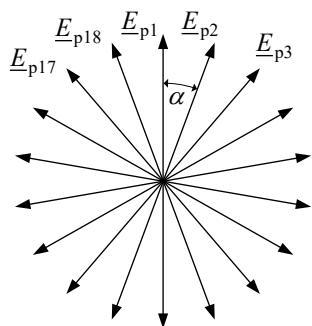
obodu stroja je: $Q_p = \frac{Q}{2p}$ število utorov na pol in $q = \frac{Q_p}{m} = \frac{Q}{2pm}$ število utorov na pol in fazo. Polov lok je $\tau_p \equiv Q_p$ utorov ali širina tuljave izražena s številom utorov.

Napetosti posameznih palic (ali vodnikov) utorov (ozioroma njihovi kazalci) so med seboj premaknjeni za električni kot $\alpha = p\alpha_Q = p \frac{360^\circ}{Q}$ in tvorijo utorno zvezdo.

Trifazno enoplastno navitje: izračun podatkov za primer ($2p = 2$) in $Q = 18$ utorov.

Število utorov na pol je $Q_p = \frac{Q}{2p} = \frac{18}{2} = 9$, število utorov na pol in fazo $q = \frac{Q_p}{m} = \frac{9}{3} = 3$,

električni kot med utori $\alpha = p \frac{360^\circ}{Q} = 1 \times \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ$.

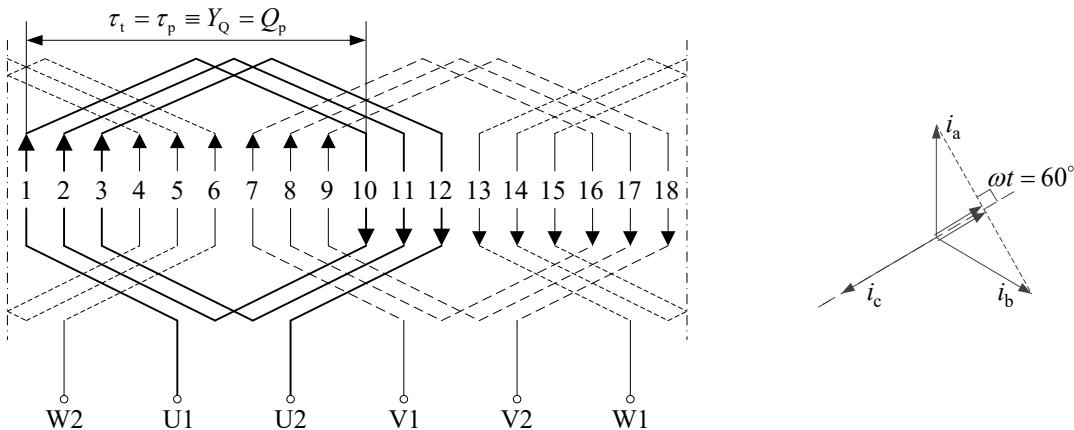


1) Pasovni faktor (ali faktor porazdelitve)

$$f_p = \frac{\sum_{\text{geom.}} E_p}{\sum_{\text{arit.}} E_p} = \frac{2r \sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)}{q 2r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)}{q \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$\text{Za naš primer je pasovni faktor: } f_p = \frac{\sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)}{q \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\sin(3 \cdot 10^\circ)}{3 \sin(10^\circ)} = \frac{0,5}{3 \cdot 0,17365} = 0,96.$$

Premersko navitje: širina tuljav Y_Q izražena s številom utorov $Y_Q = Q_p = 9$. Nato določimo korak navitja. Slednji je določen kot izraz: korak = $1 - (1 + Y_Q)$, tj. za $1 + Y_Q$ utorov od začetnega (prvega) utora naprej. Korak je: $1 - (1 + Y_Q) = 1 - (1 + 9) = 1 - 10$, tj. iz prvega v deseti utor. To je enoplastno premersko navitje.



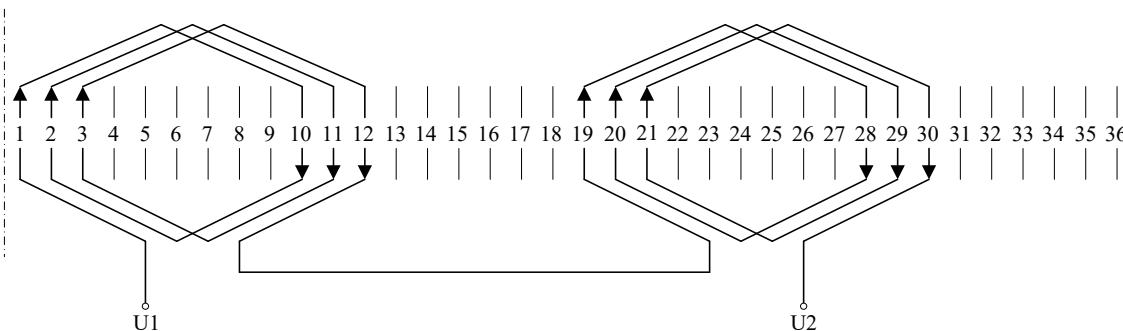
Začetek prve faze je označen z U1 in konec z U2. Na levi sliki vidimo, da je začetek druge faze v utoru št. 7, ki je glede na utor št. 1 premaknjen za $6 \cdot 20^\circ = 120^\circ$ (električnih) in analogno začetek tretje faze v utoru št. 13 za $12 \cdot 20^\circ = 240^\circ$. Fazni premiki ustrezajo pogoju za nastanek krožnega vrtilnega polja. Smer toka v utorih prve faze se dvakrat menja. To ustreza dvema poloma. Tudi za vse tri faze skupaj velja enaka trditev. Smeri tokov na sliki ustrežajo položaju časovnice (na desni sliki), ko je $\omega t = 60^\circ$ in sta tokova prve in druge faze pozitivna ter polovične amplitude, tok tretje faze pa je negativen in maksimalen.

V primeru, da želimo dvakrat več polov ($2p = 4$), povečamo tudi število utorov za dvakrat, tj. $Q = 36$.

Število utorov na pol je $Q_p = 36/4 = 9$, premerska širina tuljav $Y_Q = Q_p = 9$, število utorov

$$\text{na pol in fazo } q = \frac{9}{3} = 3, \text{ električni kot med utori } \alpha = p \frac{360^\circ}{Q} = 2 \times \frac{360^\circ}{36} = 20^\circ.$$

Tako so praktično vsi podatki enaki kot za dva pola na 18 utorih. Tudi korak navitja (tuljav) bo enak $1 - (1 + Y_Q) = 1 - (1 + 9) = 1 - 10$. Glede na spodnjo sliko (risano samo za prvo fazo) vidimo, da zaporedno povežemo skupino prvih treh tuljav, tj. konec v 12. utoru z začetkom druge skupine tuljav v 19. utoru. 19. utor je za 360° (električnih) premaknjen glede na 1. utor. Tako se štirikrat menja smer toka, kar ustreza štirim polom.



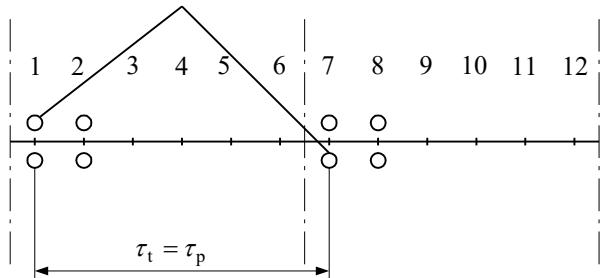
2) Tetivni faktor (ali faktor skrajšanja)

V praksi se pokaže, da je smiseln skrajšati navitje, tj. skrajšati korak (tetivno navitje), s čimer skrajšamo glave navitja, ki povezujejo posamezne ute. Tako prihranimo tudi pri porabi materiala (baker). V glavah navitja, ki ležijo izven utorov statorskega paketa (v zraku), se zaradi šibkega polja napetost ne inducira.

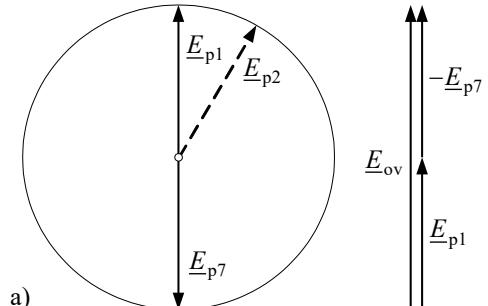
Tetivno je lahko le dvoplastno navitje za $x \geq 1 \rightarrow \tau_t < \tau_p$ ali $Y_Q < Q_p$, tako je širina tuljav $Y_Q = Q_p - x$. Dvoplastno navitje ima v utorih dve plasti tuljav s polovičnim številom ovojev. Torej je tuljav dvakrat več kot pri enoplastnem navitju.

Primer za dvoplastno navitje: $Q=12$, $2p=2$, $m=3$, $q=2$, $\alpha=30^\circ$, $Q_p=12/2=6$, širina tuljav $Y_Q=Q_p=6$ utorov in korak navitja: $1-(1+Y_Q)=1-(1+6)=1-7$.

a) Premerski korak 1–7

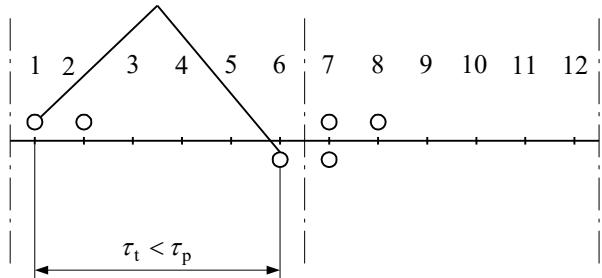


$$\text{napetost ovoja } E_{ov} = \underline{E}_{p1} - \underline{E}_{p7}$$

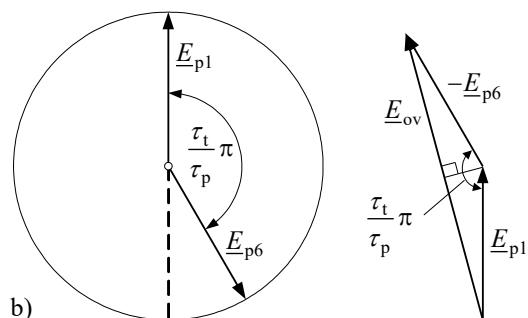


a)

b) Tetivni korak 1–6 ($Y_Q=Q_p-1=6-1=5$)



$$\text{napetost ovoja } E_{ov} = \underline{E}_{p1} - \underline{E}_{p6}$$

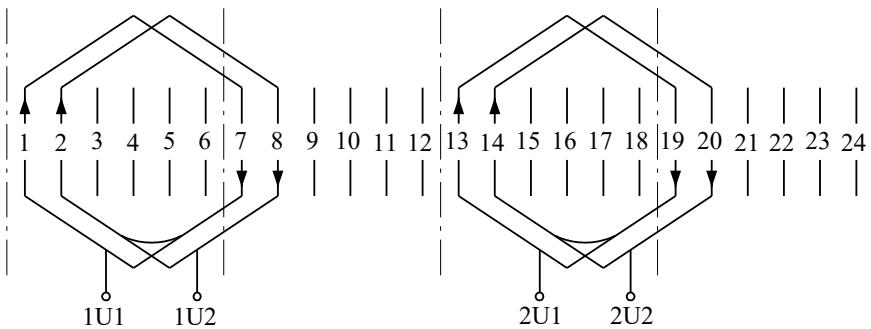


b)

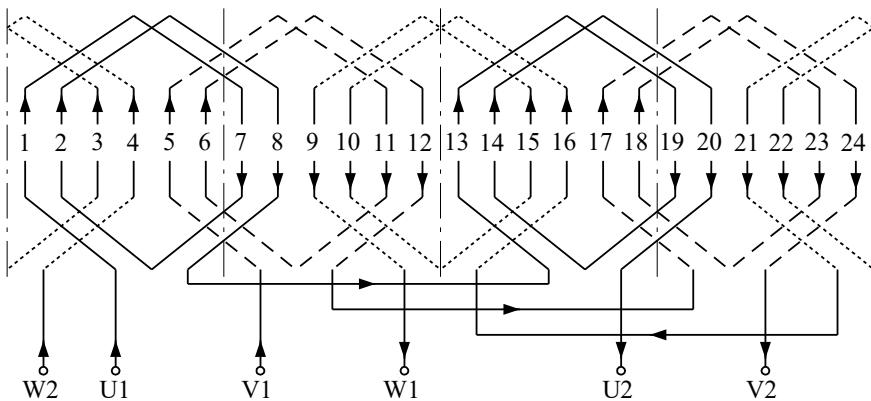
$$\text{tetivni faktor: } f_t = \frac{\sum_{\text{geom.}} E_{ov}}{\sum_{\text{arit.}} E_{ov}} = \frac{2E_p \sin\left(\frac{1}{2} \frac{\tau_t}{\tau_p} \pi\right)}{2E_p} = \sin\left(\frac{\tau_t}{\tau_p} \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{Y_Q}{Q_p} \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{faktor navitja: } f_n = f_p f_t \quad (f_n \leq 1)$$

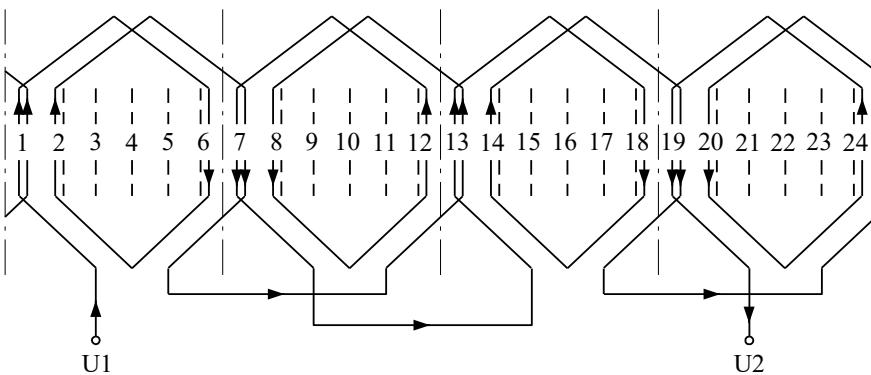
Primer: $Q=24$, $2p=4$, $m=3$, $q=2$, $\alpha=30^\circ$ (električni kot), $Y_Q=Q_p=24/4=6$



a) Tuljave ene faze za enoplastno premersko navitje: korak 1 – 7



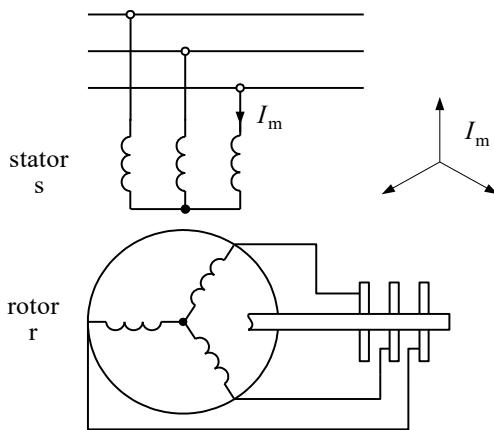
b) Enoplastno premersko navitje: korak 1 – 7 (Smeri tokov so risane za $\omega t = 60^\circ$.)



c) Dvoplastno skrajšano navitje: korak 1 – 6 , risano za eno fazo.

Način delovanja

a) Rotorsko navitje – odprto (transformator v prostem teku)



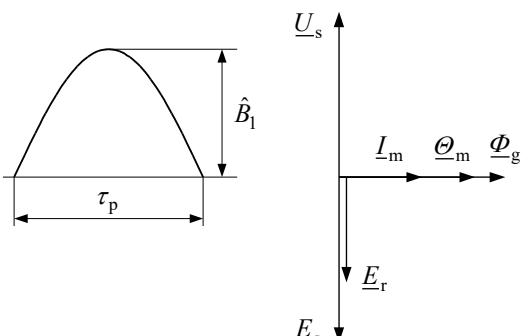
Amplituda vzbujalnih amper-ovojev statorja, ki jih povzroči magnetilni tok I_m :

$$\hat{\Theta}_s = \frac{m_s}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \sqrt{2} I_m,$$

ustvari vrtilni (glavni) fluks

$$\hat{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \hat{B}_l A_\delta = \frac{2}{\pi} \hat{B}_l \tau_p l.$$

$2/\pi$ je faktor srednje vrednosti za sinusno obliko magnetnega polja.



Vrtilni fluks $\hat{\Phi}_g$ inducira napetosti:

$$E_s = 4,44 f N_s f_{ns} \hat{\Phi}_g,$$

$$E_r = 4,44 f N_r f_{nr} \hat{\Phi}_g,$$

frekvence $f = f_s = f_r$.

Pri mirujočem rotorju je $E_{ro} = E_r$ inducirana napetost odprtih sponk (navitega) rotorja.

Faktor redukcije ali napetostno prestavno razmerje je: $K_U = \frac{E_s}{E_r} = \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}}$.

b) Rotorsko navitje – kratkosklenjeno

Amplituda vrtilnih amper-ovojev rotorja je: $\hat{\Theta}_r = \frac{m_r}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_r f_{nr}}{2p} \sqrt{2} I_r$.

Zaradi pogoja ravnotežja, $U_s = -E_s$, da ostane enak glavni fluks Φ_g kot v prostem teku, se mora v statorskem navitju povečati tok od I_m na I_s .

$$\underline{\Theta}_s + \underline{\Theta}_r = \underline{\Theta}_m$$

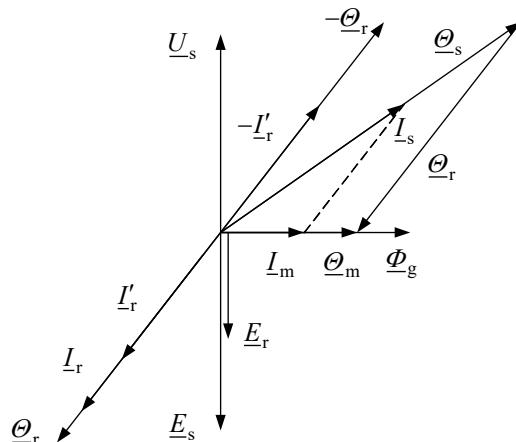
$$\underline{I}_s + \underline{I}'_r = \underline{I}_m$$

Zaradi kompenzacije amper-ovojev velja:

$$\hat{\Theta}'_r = \frac{m_s}{2} \frac{4 N_s f_{ns}}{\pi 2p} \sqrt{2} I'_r = \hat{\Theta}_r.$$

Tokovna prestava

$$K_I = \frac{I'_r}{I_r} = \frac{m_r N_r f_{nr}}{m_s N_s f_{ns}} = \frac{m_r}{m_s} \frac{1}{K_U}$$

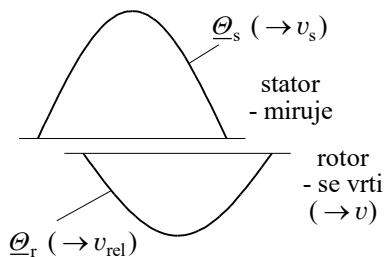


Delovanje vrtečega stroja

Pojem slipa

$$s = \frac{n_{\text{rel}}}{n_s} = \frac{n_s - n}{n_s} \rightarrow n = n_s(1-s) = \frac{f}{p}(1-s)$$

- 1) $n = 0$ do n_s asinhronski motor ($s = 1 \div 0$),
- 2) $n = n_s$ do $+\infty$ asinhronski generator ($s = 0 \div -\infty$),
- 3) $n = 0$ do $-\infty$ zavora, rotor se vrati proti vrtilnemu magnetnemu polju ($s = 1 \div +\infty$).



Slip (zdrs) je razlika med sinhronskimi vrtljaji vrtilnega polja n_s in vrtljaji rotorja n .

Frekvence induciranih napetosti:

sinhronska hitrost vrtilnega magnetnega polja $v_s = D\pi n_s$

hitrost rotorja

$$v = D\pi n$$

relativna hitrost $v_{\text{rel}} = v_s - v = D\pi(n_s - n) = D\pi n_{\text{rel}} = D\pi n_s s = v_s s$

$$e_{\text{sp}} = Blv_s \quad (\text{inducirana napetost statorja} - v \text{ palici ali vodniku})$$

$$e_{\text{rp}} = Blv_{\text{rel}} = Blv_s s = e_{\text{sp}} s \quad (\text{inducirana napetost rotorja} - v \text{ palici})$$

$$f = f_s = pn_s \quad (\text{frekvenca inducirane napetosti statorja})$$

$$f_r = pn_{\text{rel}} = pn_s s = s f_s = s f \quad (\text{frekvenca inducirane napetosti rotorja})$$

$$X_{\text{sr}} = 2\pi f_r L_{\text{sr}} = 2\pi s f_s L_{\text{sr}} = s X_{\text{srmir}} \quad (\text{sprememba medsebojne reaktance})$$

Sila in vrtilni moment kratkosklenjenega rotorskega navitja

Pojav nastanka sile na kratkosklenjeno rotorsko navitje (kletko):

vrtilno magnetno polje zračne reže $B_l \rightarrow E_{\text{rp}} = E_r \rightarrow I_{\text{rp}}$.

Na posamezno palico (kletke) v vrtilnem magnetnem polju deluje sila na tokovodnik po Lorenzovem zakonu:

$$F_p = I_{\text{rp}} \frac{\hat{B}_l}{\sqrt{2}} l,$$

kjer je I_{rp} tok v posamezni palici rotorja in l dolžina palice (vodnika) v magnetnem polju.

V enačbi za silo moramo računati z efektivno vrednostjo osnovne harmonske komponente magnetnega pretoka. Z upoštevanjem enačbe za frekvenco v rotorju bo enačba za inducirano napetost v posamezni palici kletke $z_r = 1$ (polovici ovoja $N_r = z_r / 2 = 1/2$):

$$E_r = E_{\text{rp}} = s E_{\text{sp}} = s 2\pi f N_r f_{\text{nr}} \frac{\hat{\Phi}_g}{\sqrt{2}} = \frac{s \omega r}{p} \frac{\hat{B}_l}{\sqrt{2}} l.$$

Upoštevamo faktor navitja posamezne palice rotorja $f_{\text{nr}} = 1$, $\hat{\Phi}_g = (2/\pi) \hat{B}_l \tau_p l$ in polov lok $\tau_p = D\pi/(2p) = r\pi/p$. Izrazimo $B_l = f(E_r)$ in enačba za silo dobi novo obliko:

$$F_p = \frac{p E_r I_{\text{rp}}}{s \omega r} = \frac{E_r I_{\text{rp}}}{s \Omega_{\text{ms}} r} = \frac{E_r I_{\text{rp}}}{s v_s},$$

kjer je ω električna kotna frekvenca, ω_s kotna frekvenca statorskega magnetnega polja ($\omega_s = \omega$) in $\Omega_{ms} = \omega_s / p = 2\pi f_s / p$ mehanska sinhronska kotna hitrost.

Sila deluje na posamezno palico rotorja s polmerom $r = D/2$. Za Q_r palic v rotorju dobimo končni izraz za vrtilni moment:

$$M = Q_r F_p r = \frac{Q_r E_r I_{rp}}{s \Omega_{ms}} = \frac{m_r E_r I_{rp}}{s \Omega_{ms}} = \frac{m_s E_r I_r}{s \Omega_{ms}} = \frac{P_{notr}}{\Omega_{ms}},$$

če je $I_r = \frac{m_r}{m_s} I_{rp} = \frac{Q_r}{m_s} I_{rp}$. (Transformiramo večfazni tok palic na trifazni tok rotorja.)

V primeru kratkostične kletke je število faz m_r enako številu utorov v rotorju Q_r oziroma enako številu palic ($Q_r = m_r$). Enačba za vrtilni moment odpove v primeru, ko je $s = 0$. (Za $s = 0 \rightarrow E_r = 0, I_r = 0$ in dobimo $0/0$.)

Analitična obravnavava

Napetostni enačbi:

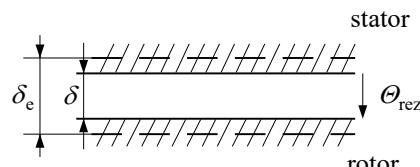
$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j X_{ss} \underline{I}_s + j \omega (N_s f_{ns}) \frac{\underline{\Phi}_g}{\sqrt{2}} = R_s \underline{I}_s + j X_{ss} \underline{I}_s - \underline{E}_s$$

$$\underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + j s X_{sr} \underline{I}_r + j s \omega (N_r f_{nr}) \frac{\underline{\Phi}_g}{\sqrt{2}} = R_r \underline{I}_r + j s X_{sr} \underline{I}_r - s \underline{E}_r$$

$\underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_0}$ ustvarijo rezultirajoči amper-ovojo: $\underline{\Theta}_{rez} = \underline{\Theta}_s + \underline{\Theta}_r$.

Gostoto magnetnega pretoka podamo:

$$b_{rez}(x, t) = \hat{B}_{rez} \cos((x_s / \tau_p) \pi - \omega t - \varphi_0).$$



Za $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ velja za ekvivalentno (gladko) zračno režo: $\hat{B}_{rez} = \frac{\mu_0}{\delta_e} \hat{\Theta}_{rez}$.

Za $x_s = 0$, tj. v simetrali navitja faze "a", velja za rezultirajoče vzbujanje enačba:

$$\theta_{\text{rez}} = \hat{\Theta}_s \cos(\omega t + \varphi_{is}) + \hat{\Theta}_r \cos(\omega t + \varphi_{ir}).$$

$$\underline{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \tau_p l \underline{B}_{\text{rez}} = \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p} ((N_s f_{ns}) \underline{I}_s + (N_r f_{nr}) \underline{I}_r) \sqrt{2}$$

Sedaj vstavimo enačbo za glavni fluks v levi del obeh napetostnih enačb za statorsko in rotorsko napetost na predhodni strani in dobimo enačbi naslednje oblike:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j X_{os} \underline{I}_s + j \omega (N_s f_{ns}) \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \left(\frac{N_s f_{ns}}{2p} \underline{I}_s + \frac{N_r f_{nr}}{2p} \underline{I}_r \right),$$

$$\underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + j s X_{or} \underline{I}_r + j s \omega (N_r f_{nr}) \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \left(\frac{N_s f_{ns}}{2p} \underline{I}_s + \frac{N_r f_{nr}}{2p} \underline{I}_r \right).$$

Z uvedbo magnetilne reaktance ali reaktance zračne reže

$$X_m = \omega L_m = \omega \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{(N_s f_{ns})^2}{2p} \quad \text{pišemo napetostni enačbi:}$$

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j X_{os} \underline{I}_s + j X_m \underline{I}_s + j X_m \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \underline{I}_r,$$

$$\underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + j s X_{or} \underline{I}_r + j s X_m \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \underline{I}_s + j s X_m \left(\frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \right)^2 \underline{I}_r.$$

Uvedemo lastno reaktanco statorja: $X_s = X_{os} + X_m$.

Iz napetostnih enačb dobimo izraz $X_m \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} = \frac{X_m}{K_U} = X_{sr} = X_{rs}$, ki je enak medsebojni

reaktanci med statorjem in rotorjem ali magnetilna reaktanca je: $X_m = X_{sr} K_U = X'_{sr}$.

Uvedemo lastno reaktanco rotorja: $X_r = X_{or} + X_m \left(\frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \right)^2 = X_{or} + \frac{X_m}{K_U^2} = X_{or} + \frac{X_{sr}}{K_U}$.

Dobimo osnovni napetostni enačbi: $\begin{cases} \underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_{os} \underline{I}_s + jX_{sr} \underline{I}_r \\ \underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + jsX_{rs} \underline{I}_s + jsX_r \underline{I}_r \end{cases}$

Nadomestno vezje asinhronskega stroja

1) Uvedemo reducirane vrednosti in za enako število faz $m_s = m_r$ je:

$$\underline{U}'_r = \underline{U}_r K_U, \quad \underline{I}'_r = \frac{\underline{I}_r}{K_U}, \quad R'_r = R_r K_U^2 \text{ in } X'_{or} = X_{or} K_U^2 \text{ ter } X'_{sr} = X_{sr} K_U = X_m.$$

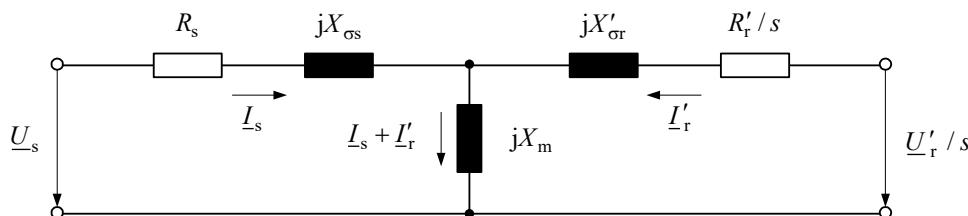
2) Dodamo prvi enačbi za napetost $\pm jX'_{sr} \underline{I}_s$ in drugi enačbi $\pm jX'_{rs} \underline{I}'_r$.

3) Enačbo za napetost v rotorju delimo še s slipom in dobimo:

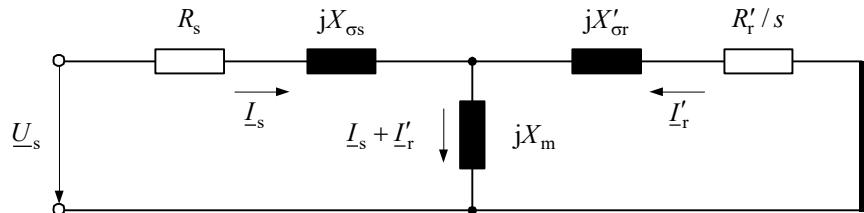
$$\underline{U}_s = (R_s + jX_{os}) \underline{I}_s + jX_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r),$$

$$\underline{U}'_r / s = (R'_r / s + jX'_{or}) \underline{I}'_r + jX_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r),$$

kjer je $jX_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) = \underline{E}_s = \underline{E}'_r$. Tema enačbama ustrezna nadomestno vezje.



Za kratkosklenjeno navitje rotorja $U_r = 0$ oziroma $U'_r = 0$ velja vezje:



Približne razmere

a) Prosti tek

Vzamemo $(R_s + jX_{\sigma s})I_m = 0$ in dobimo izraz za \underline{U}_s :

$$\underline{U}_s = jX_m(I_s + I'_r) = jX_mI_m \rightarrow I_m = \frac{\underline{U}_s}{jX_m}.$$

b) Obremenitev

Zanemarimo padec napetosti zaradi magnetilnega toka in vzamemo

$$I_s = -I'_r \text{ ter } \underline{U}'_r / s = 0.$$

Napetostni enačbi dobita obliko:

$$\underline{U}_s = -(R_s + jX_{\sigma s})I'_r + jX_m(I_s + I'_r),$$

$$0 = (R'_r / s + jX'_{\sigma r})I'_r + jX_m(I_s + I'_r).$$

Odštejemo obe enačbi in dobimo:

$$\underline{U}_s = -((R_s + R'_r / s) + j(X_{\sigma s} + X'_{\sigma r}))I'_r.$$

Tej enačbi ustreza zgornje poenostavljeno nadomestno vezje. Za slip $s=1$ velja

poenostavitev: $R_k = R_s + R'_r$ in $X_k = X_{\sigma i} = X_{\sigma s} + X'_{\sigma r}$.

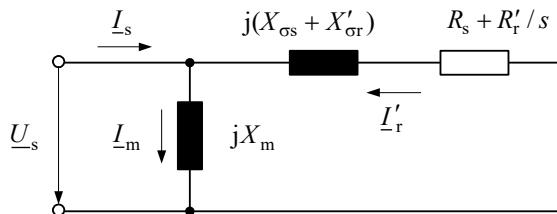
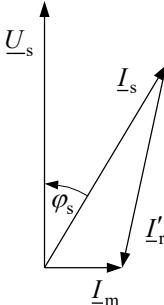
Obratovanje asinhronskega stroja na togem omrežju

Navitje rotorja je kratkosklenjeno ($\underline{U}_r = 0$).

Iz druge osnovne napetostne enačbe dobimo:

$$I_r(R_r + jsX_r) = -jsX_{sr}I_s, \text{ delimo s slipom "s"}$$

$$I_r = \frac{-jX_{sr}}{R_r / s + jX_r} I_s \text{ in vstavimo v prvo napetostno enačbo}$$



$$\underline{U}_s = U_s = \left(R_s + jX_s + \frac{X_{sr}^2}{R_r/s + jX_r} \right) \underline{I}_s = \underline{Z}_s \underline{I}_s.$$

Tok v statorskem navitju izračunamo: $\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_s}{\underline{Z}_s} = \frac{U_s}{R_s + jX_s + \frac{X_{sr}^2}{R_r/s + jX_r}}.$

V prostem teku za $s = 0$ je statorski tok: $\underline{I}_{s0} = \frac{U_s}{R_s + jX_s}.$

V idealnem kratkem stiku za $s = \pm\infty$ je tok: $\underline{I}_{ski} = \frac{U_s}{R_s + jX_s \left(1 - \frac{X_{sr}^2}{X_s X_r} \right)} = \frac{U_s}{R_s + j\sigma X_s}.$

Tirnica statorskega toka AS

Za približne razmere velja: $\underline{I}_s = \frac{U_s}{jX_m} - \underline{I}'_r = \underline{I}_m - \underline{I}'_r.$

$\underline{I}'_r = -\frac{U_s}{R_s + R'_r/s + jX_{\sigma i}}$, kjer je $X_{\sigma i}$ reaktanca razsipanja ($X_{\sigma i} \approx X_{\sigma s} + X'_{\sigma r}$)

za idealni kratki stik, tj. skupno razsipanje statorja in rotorja.

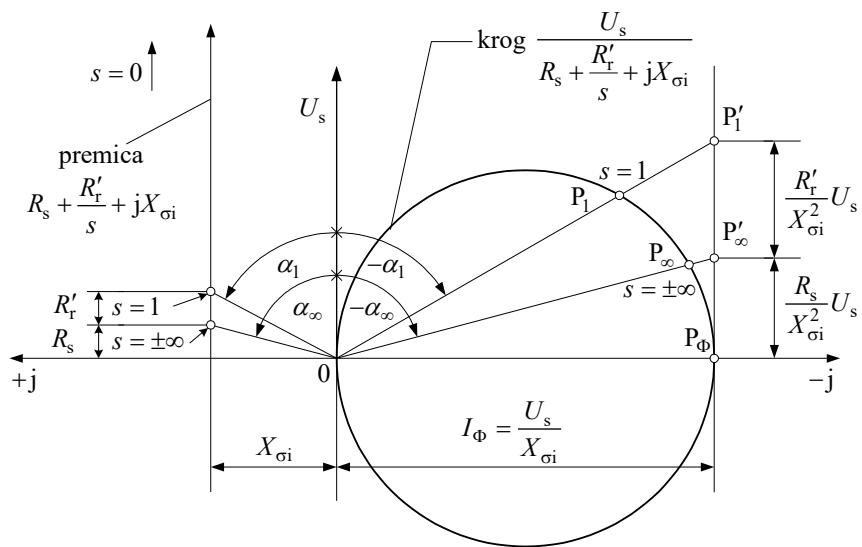
Statorski tok je sedaj: $\underline{I}_s = \frac{U_s}{jX_m} + \frac{U_s}{R_s + R'_r/s + jX_{\sigma i}}.$

Gledamo karakteristične vrednosti toka za $s = 0, 1$ in $\pm\infty$.

Za $R_s + R'_r/s \rightarrow 0$ je statorski tok čisto induktiven. To velja za $s = -R'_r/R_s$.

Drugi člen enačbe za statorski tok predstavlja krožnico s premerom: $\underline{I}_\Phi = \frac{U_s}{jX_{\sigma i}}.$

Za krožnico velja grafični postopek in jo dobimo z inverzijo kompleksnih veličin.

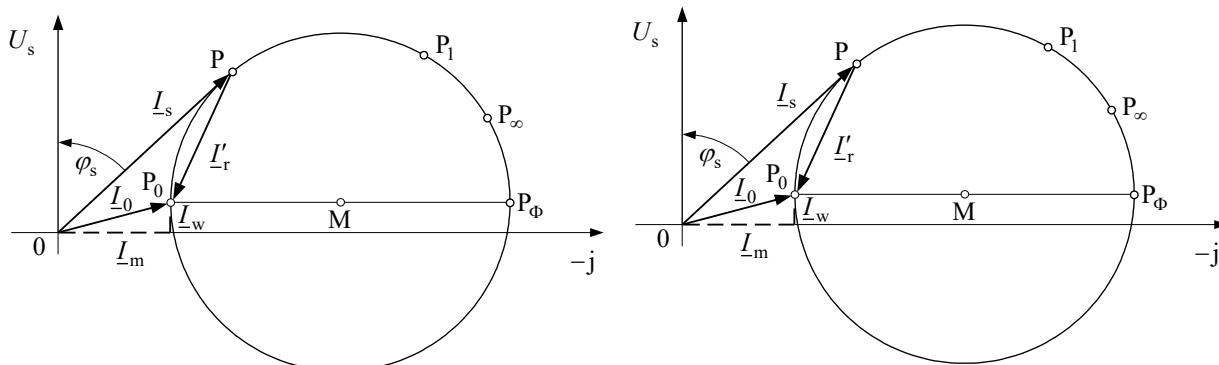


Razdalji na tangenti krožnice v točki P_Φ sta: $\overline{P_\Phi P'_\infty} = \operatorname{ctg} \alpha_\infty \times I_\Phi = \frac{R_s}{X_{\omega i}^2} U_s$ in

$$\overline{P'_\infty P'_1} = \operatorname{ctg} \alpha_1 \times I_\Phi - \overline{P_\Phi P'_\infty} = \frac{R'_r}{X_{\omega i}^2} U_s, \text{ če je } \operatorname{ctg} \alpha_\infty = \frac{R_s}{X_{\omega i}} \text{ in } \operatorname{ctg} \alpha_1 = \frac{R_s + R'_r}{X_{\omega i}}.$$

Sedaj premaknemo krožnico iz koordinatnega izhodišča za velikost magnetilnega toka

$$I_m = -j U_s / X_m \text{ v desno in dobimo krivuljo toka } I_s = f(s).$$



Z upoštevanjem izgub v železu in izgub trenja in ventilacije dobi tok prostega teka \underline{I}_0 še vatno komponento \underline{I}_w . To je desna slika za krožnico premaknjeno nad abscisno os.

Energijska bilanca

Shema pretoka moči

$$P_s = P_{\text{Cus}} + P_{\text{Fe}} + P_\delta \quad (P_{\text{Fe}} = P_{\text{Fes}})$$

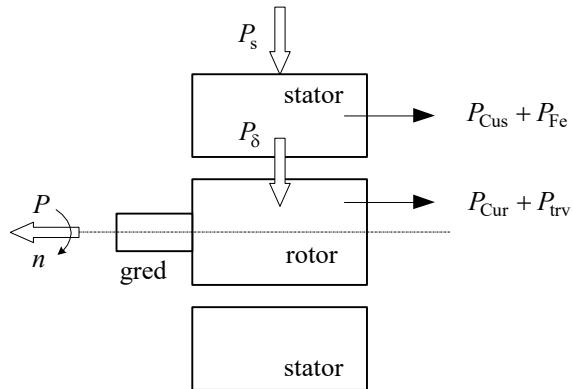
P_δ (moč zračne reže)

$$P_\delta = P_{\text{Cur}} + P_{\text{trv}} + P \quad (P_{\text{Fer}} = 0, f_r \rightarrow 0)$$

$P = P_m$ oddana moč ali mehanska moč

na gredi motorja. Sprejeta moč je:

$$P_s = P_{\text{Cus}} + P_{\text{Fe}} + P_{\text{Cur}} + P_{\text{trv}} + P.$$



Izračun moči za m -fazni stator ($m_s = 3$)

Dovedena električna moč ($P_1 = P_s$) na stator:

$$P_s = m_s U_s I_s \cos \varphi_s$$

Joulske izgube v navitju statorja:

$$P_{\text{Cus}} = m_s I_s^2 R_s$$

Dovedena moč na rotor:

$$P_\delta = m_s I_r'^2 \frac{R'_r}{s} = \frac{P_{\text{Cur}}}{s}$$

Joulske izgube v navitju rotorja:

$$P_{\text{Cur}} = m_s I_r'^2 R'_r = m_r I_r^2 R_r$$

Oddana mehanska moč ($P_2 = P$) na gredi:

$$\begin{aligned} P &= P_\delta - P_{\text{Cur}} = m_s I_r'^2 R'_r \left(\frac{1}{s} - 1 \right) = \\ &= m_s I_r'^2 R'_r \left(\frac{1-s}{s} \right) = P_\delta (1-s) \end{aligned}$$

Vrtilni moment (navor para sil) motorja

Pri "n" vrtljajih rotorja je $\Omega_m = 2\pi n = 2\pi n_s (1-s) = \Omega_{ms} (1-s)$ in $P_\delta = \Omega_{ms} M_\delta$.

$$M = \frac{P}{\Omega_m} = \frac{P}{\Omega_{ms}(1-s)} = \frac{m_s I_r'^2 R_r'}{\Omega_{ms}(1-s)} \frac{1-s}{s} = \frac{P_\delta}{\Omega_{ms}} = M_\delta$$

$M = M_\delta$ velja le, če so izgube trenja in ventilacije $P_{trv} = 0$ oziroma $M_{trv} = 0$.

Področja obratovanja na krožnem diagramu

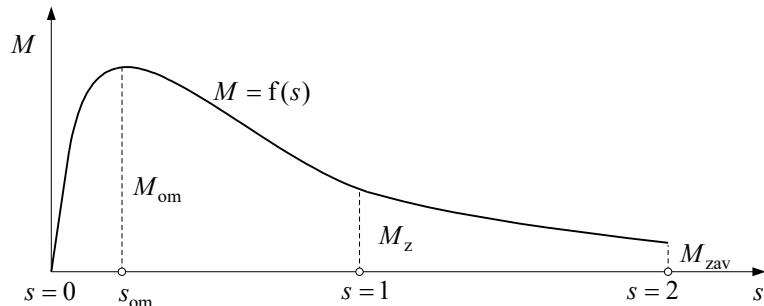
Glede na točke na krožnici dobimo za različne vrednosti slipa naslednja področja obratovanja:

- a) rotor zaostaja za vrtilnim poljem $s = 0$ do 1, "motorsko področje" ($n = n_s \div 0$);
- b) rotor se vrati proti vrtilnemu polju $s = 1$ do $+\infty$, "zavorno področje" ($n = 0 \div -\infty$);
- c) rotor se vrati hitreje kot vrtilno polje $s = 0$ do $-\infty$, "generatorsko področje" ($n = n_s \div +\infty$).

Vrtilni moment

Vrtilni moment $M = f(s)$ dobimo grafično (iz krožnega dijagrama) ali analitično.

- a) Oblika poteka vrtilnega momenta $M = f(s)$ za področje slipa $s = 0 \div 2$



Oznake na sliki $M = f(s)$ imajo naslednji pomen:

M_{om} je omahni vrtilni moment,

M_z je zagonski vrtilni moment,

M_{zav} je začetni zavorni vrtilni moment.

b) Analitična izpeljava iz moči P_δ

$$M = \frac{P_\delta}{\Omega_{ms}} = \frac{m_s I_r'^2 R_r'}{\Omega_{ms} s} \quad \text{za} \quad I_r' = \frac{U_s}{\sqrt{(R_s + R_r'/s)^2 + X_{\sigma i}^2}} \quad (\text{str. 75}) \text{ dobimo:}$$

$$M = \frac{m_s U_s^2}{\Omega_{ms}} \frac{R_r'/s}{(R_s + R_r'/s)^2 + X_{\sigma i}^2} = \frac{m_s U_s^2}{\Omega_{ms}} \frac{1}{(R_s^2 + X_{\sigma i}^2)s / R_r' + R_r'/s + 2R_s}.$$

Največji (omahni) vrtilni moment dobimo iz pogoja:

$$\frac{\partial M}{\partial s} = 0, \text{ ki da vrednost za } s_{om}, \quad s_{om} = \pm \frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + X_{\sigma i}^2}} \approx \pm \frac{R_r'}{X_{\sigma i}} \text{ za } (R_s \ll X_{\sigma i}) \text{ ter}$$

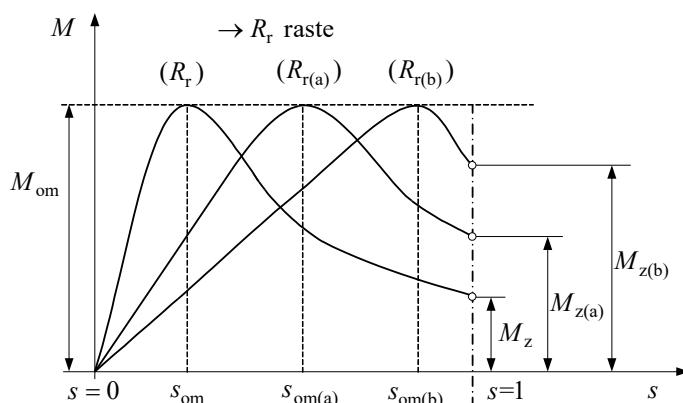
$$M_{om} = \frac{m_s U_s^2}{2\Omega_{ms}} \frac{1}{R_s + \sqrt{R_s^2 + X_{\sigma i}^2}} \Rightarrow M_{om} \approx \frac{3}{2\Omega_{ms}} \frac{U_s^2}{X_{\sigma i}}.$$

Vpliv spremembe R_r in $X_{\sigma i}$ na potek vrtilnega momenta

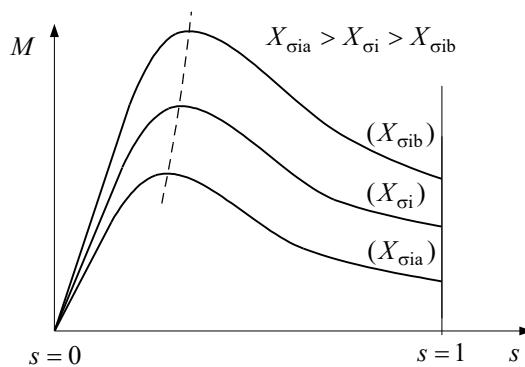
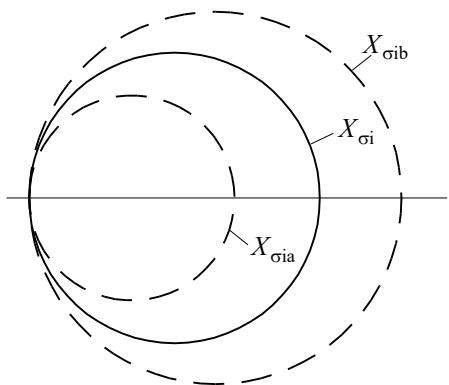
a) Večanje R_r (R'_r)

$$R_{rb} > R_{ra} > R_r$$

Z večanjem R_r se pomika točka s_{om} po krožnici proti večjim vrednostim slipa. Mogoče je celo, da je $s_{om} > 1$.



b) Sprememba $X_{\sigma i} = X_{\sigma s} + X'_{\sigma r}$



Klossova enačba

Ponazarja razmerje $\frac{M}{M_{om}}$, ki ga dobimo iz enačbe za M oziroma M_{om} :

$$\frac{M}{M_{om}} = \frac{2(1 + s_{om} R_s / R'_r)}{s / s_{om} + s_{om} / s + 2s_{om} R_s / R'_r}.$$

Če je $R_s \approx R'_r$ in $s_{om} \ll 1$, dobimo za $R_s \rightarrow 0$.

Klossovo razmerje: $\frac{M}{M_{om}} = \frac{2}{s / s_{om} + s_{om} / s},$

kjer je omahni slip $s_{om} \approx \frac{R'_r}{X_{\sigma i}}$ in $M_{om} \approx \frac{3}{2\Omega_{ms}} \frac{U_s^2}{X_{\sigma i}}$.

Za $s \rightarrow 0$ velja $s / s_{om} \ll s_{om} / s$ in $\frac{M}{M_{om}} = \frac{2s}{s_{om}} = k_1 s$ (enačba premice).

Za $s \rightarrow 1$ velja $s / s_{om} \gg s_{om} / s$ in $\frac{M}{M_{om}} = \frac{2s_{om}}{s} = k_2 \frac{1}{s}$ (hiperbolica).

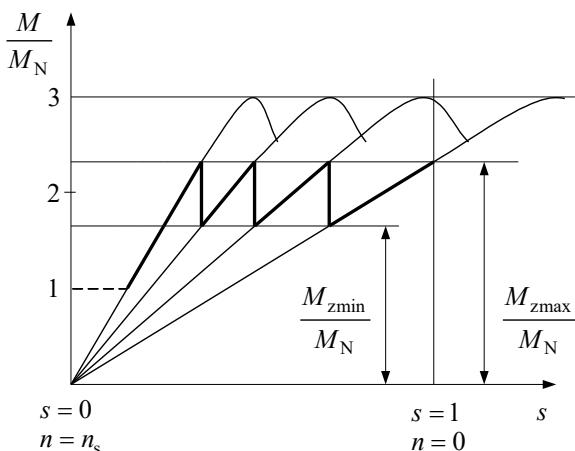
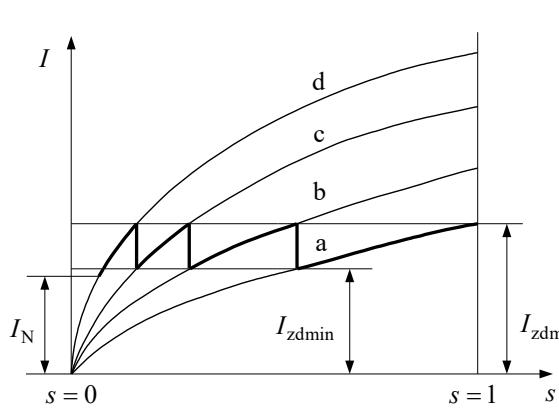
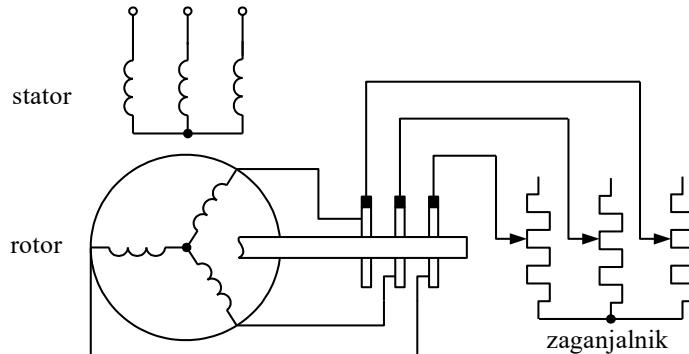
Zagon asinhronskega motorja

Zagon AM je proces, ki traja določen čas, da rotor od $n = 0$ doseže vrtljaje n . Idealno: razmerje M_z / M_N čim večje in I_z / I_N čim manjše.

a) Zagon motorja z zaganjalnikom

V času zagona vključimo preko drsnih obročev dodatne ohmske upore (velja le za naviti rotor).

$$\begin{aligned} R_a + R_r &> R_b + R_r > \\ &> R_c + R_r > R_r \end{aligned}$$



Maksimalni dopustni zagonski tok $I_{zdmax} < I_z$

Minimalni dopustni zagonski tok $I_{zdmin} \approx I_N$

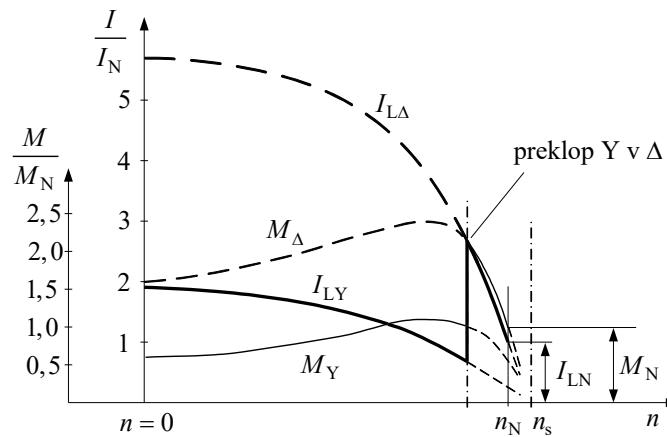
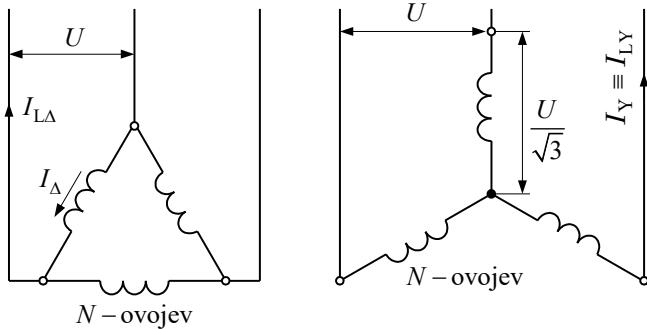
b) Zagon motorja s stikaloma Y/Δ

V zvezdni vezavi je napetost na navitju: $U_Y = \frac{U}{\sqrt{3}} = U_s$.

Tok v dovodih za zvezdno vezavo v primerjavi s trikotno vezavo je:

$$I_{LY} = I_Y = \frac{I_\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{I_{L\Delta}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{I_{L\Delta}}{3}.$$

Prikaz krivulj toka (in vrtilnega momenta) s preklopom iz Y v Δ



Napetost na navitju je $U/\sqrt{3} \rightarrow$

$$\Phi_Y = \frac{\Phi_\Delta}{\sqrt{3}} \rightarrow B_Y = \frac{B_\Delta}{\sqrt{3}}.$$

Zagonski vrtilni moment

$$M_Y = k B_Y I_Y = k \frac{B_\Delta}{\sqrt{3}} \frac{I_\Delta}{\sqrt{3}}$$

$$M_Y = \frac{1}{3} M_\Delta$$

c) Zagonski transformator (avtotransformator)

Prestava $K_U = \frac{U_{1N}}{U_{1x}} \geq 1$ in $K_I = \frac{I_L}{I_s} = \frac{1}{K_U} \leq 1$, statorski fazni tok motorja $I_{sx} = K_I I_s$,

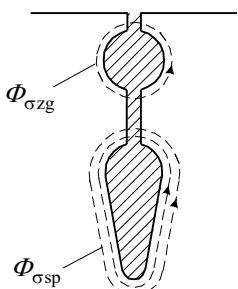
tok iz omrežja (linije) $I_{Lx} = K_I I_{sx} = K_I^2 I_s$ in $M_x = K_I^2 M$.

Posebne izvedbe kratkostičnih kletk

a) Dvojna kletka

Zgornja je zagonska kletka (indeks "zg").

Spodnja je obratovalna kletka (indeks "sp").

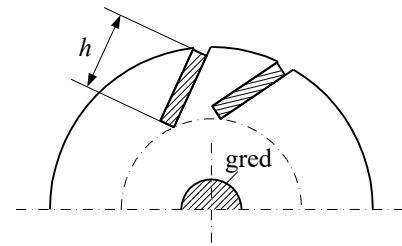


$$\Phi_{\sigma sp} > \Phi_{\sigma zg} \rightarrow X_{\sigma sp} > X_{\sigma zg}; X_{\sigma r} = s X_{\sigma r \text{ mir}}$$

b) Globoki utori

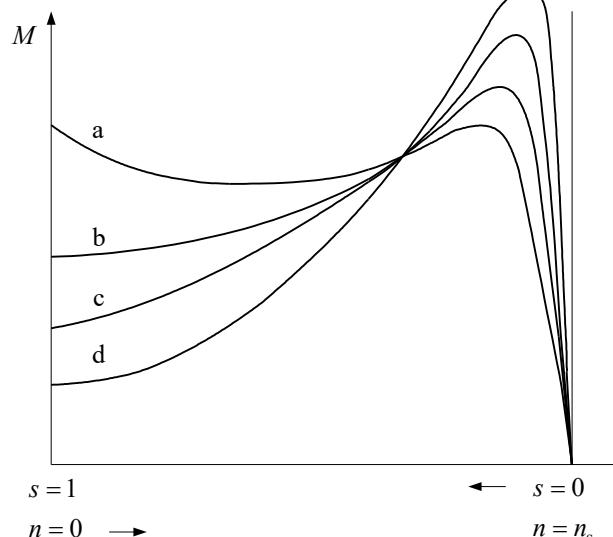
Izkoristimo vpliv izriva toka.

Višino oziroma globino utora h povečamo z nagibom utora.



Oblike krivulj vrtilnih momentov raznih izvedb rotorskih navitij:

- a) dvojna kletka,
- b) globoki utori,
- c) normalna kletka,
- d) naviti rotor.



Možnosti spremenjanja hitrosti vrtenja

$$n = n_s(1-s) = \frac{f}{p}(1-s)$$

1) s spremembo frekvence, 2) s spremembo števila polovih parov, 3) s spremembo slipa.

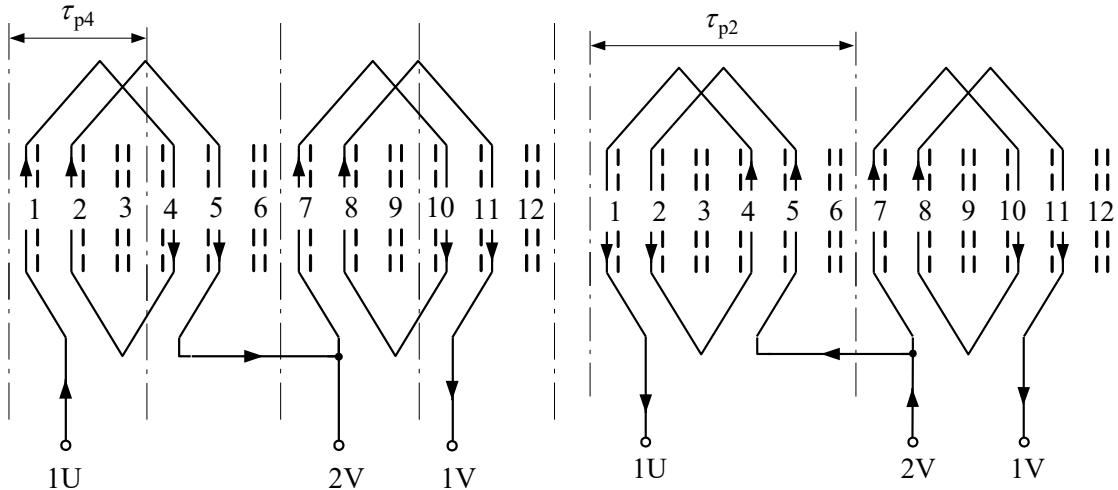
1) Sprememba frekvence

Iz $U = k f \Phi$ dobimo: $\frac{U}{f} = \frac{U_x}{f_x} = k \Phi = \text{konst.}$ (velja do vrednosti $U_x \leq U_N$).

2) Sprememba števila polov

- a) Z več navitji za različno število polov

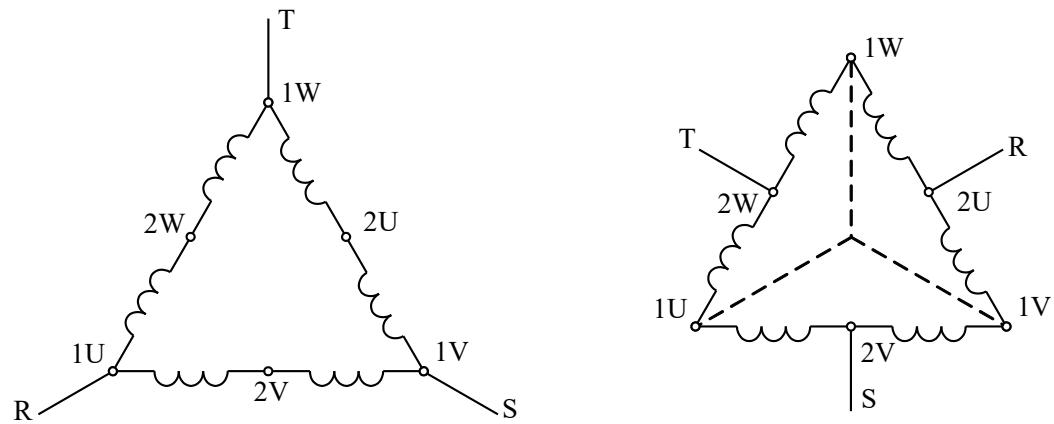
b) Vezava Dahlander v razmerju 2:1. Pri tem uporabljamo največ kombinaciji za vezje v vezavi Δ / YY ali Y/YY . Največ se uporablja prvo vezje, drugo le za pogon ventilatorjev.



Smeri tokov za $2p = 4$.

Smeri tokov za $2p = 2$.

Prikaz vezja za vezavo Δ / YY



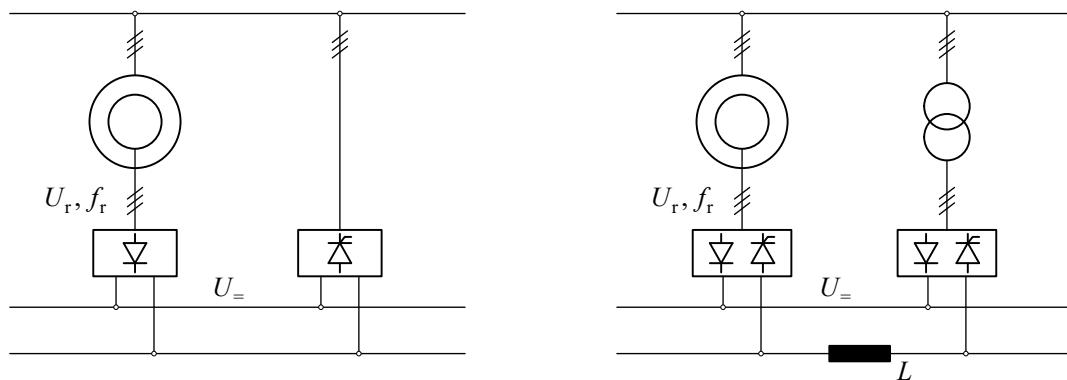
Za enako smer vrtenja je zaporedje priključkov R, S, T levo (Δ) in desno (YY) obhodno. To je zaradi spremembe smeri toka v polovici navitja v trikotni glede na zvezdno vezavo.

3) Sprememba slipa (pri motorjih z drsnimi obroči)

Ker je $M = \frac{P_\delta}{\Omega_{ms}}$, bo $M = \text{konst.}$ za $P_\delta = \text{konst.}$ in z upornostjo R_{dod} v rotorju velja:

$$P_\delta = m_s I'_{rN}^2 \frac{R'_r}{s_N} = m_s I'_{rN}^2 \frac{R'_r + R'_{\text{rdod}}}{s_x} \Rightarrow s_x = \frac{R'_r + R'_{\text{rdod}}}{R'_r} s_N.$$

Pri večjem sligu se povečajo izgube $P_{\text{Cur}} = P_\delta s_x$ v rotorskem tokokrogu. To ni gospodarno. Gospodarnejša je uporaba kaskade, tj. usmernika – razsmernika (U_r, f_r, U_+ so variabilni) ali pretvorniške kaskade (U_r, f_r sta variabilni, $U_- = \text{konst.}$) v rotorskem tokokrogu. Dušilka v vmesnem tokokrogu služi za glajenje enosmernega toka.



Spreminjanje vrtilnega momenta

Vrtilni moment (ali navor) je po nadomestnem vezju proporcionalen moči zračne reže oziroma moči na (fiktivnem) uporu R'_r / s :

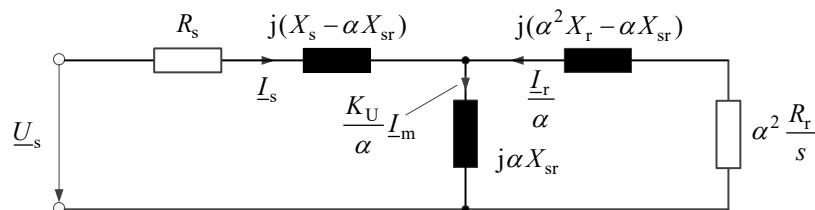
$$M = \frac{3}{\Omega_{ms}} I'^2 \frac{R'_r}{s} = \frac{3}{\Omega_{ms}} I_r^2 \frac{R_r}{s},$$

kjer je I'_r rotorski tok reducirani na stator $I'_r = K_I I_r$ in $R'_r = \frac{R_r}{K_U^2}$ (za $m_s = m_r$).

Uvedemo padec napetosti v rotorju na nadomestnem uporu R_r / s ($E_{Rr} = I_r R_r / s$). Rotorski tok I_r oziroma I'_r je nasproten statorskemu toku I_s in je zato padec napetosti $E'_{Rr} = I'_r R'_r / s$ nasprotnega predznaka kot inducirana napetost zaradi vrtilnega magnetnega polja $E_m = E_s = E'_r$.

$$M = \frac{3p}{\omega} E'_{Rr} I'_r = \frac{3p}{\omega} E_{Rr} I_r$$

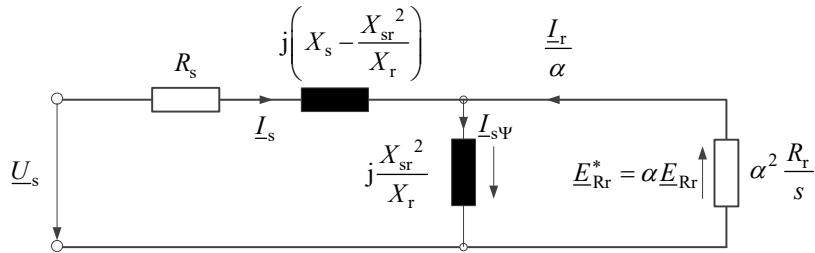
V asinhronskem motorju dosežemo spreminjanje (vodenje) vrtilnega momenta s spremenjanjem napetosti E_{Rr} , tj. s spremenjanjem toka I_r . (Fazni kot med E_{Rr} in I_r je nič.) Za ta namen modificiramo običajno nadomestno vezje. Statorsko in rotorsko razsipano reaktanco izrazimo kot razliko lastne in medsebojne reaktance med statorjem in rotorjem. Za transformacijsko konstanto α (v vezju) lahko izberemo poljubno vrednost razen vrednosti nič. Za primer, da je $\alpha = K_U$, tj. enak razmerju efektivnih statorskih in rotorskih ovojev, dobimo ponovno običajno nadomestno vezje.



Iz pogoja $\alpha^2 X_r - \alpha X_{sr} = 0$ dobimo: $\alpha = X_{sr} / X_r$, tj. transformacijsko konstanto pri kateri izgine razsipa reaktanca v rotorskem tokokrogu nadomestnega vezja.

Novi tok v rotorju je sedaj $1/\alpha$ krat dejanski (trifazni) tok rotorja (I_r) in nova napetost v rotorju je α krat prvotna napetost (padec napetosti E_{Rr} na upornosti) v rotorju. Ta nova napetost (padec napetosti E_{Rr}^*) je pritisnjena na sponke nove magnetilne (glavne) reaktance in je s tem direktno povezana s fluksom rotorja, ki povzroči napetost E_{Rr} ($E_{Rr}^* = \alpha E_{Rr}$).

Z upoštevanjem produkta za $\alpha X_{sr} = X_{sr}^2 / X_r$, dobimo novo nadomestno vezje.



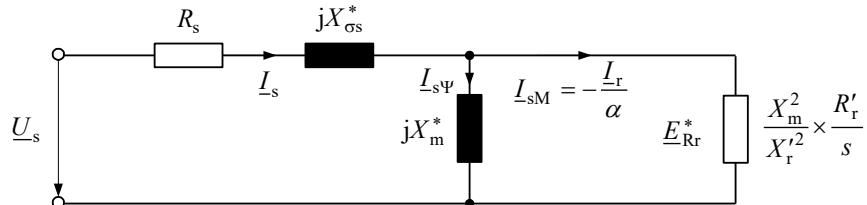
To nadomestno vezje preoblikujemo, če uvedemo tranzientni (prehodni) parameter stroja. Ta je definiran kot statorska razsipana reaktanca celotnega stroja in podan z enačbo:

$$X_{\sigma s}^* = X_s - \frac{X_{sr}^2}{X_r} = X_s \left(1 - \frac{X_{sr}^2}{X_s X_r} \frac{K_u^2}{K_u^2} \right) = X_s \left(1 - \frac{X_m^2}{X_s X'_r} \right) = \sigma X_s.$$

Indeks zvezdica ne pomeni relativno, ampak pomeni spremenjeno razsipano reaktanco statorja. Podobno označimo z zvezdico spremenjeno magnetilno reaktanco:

$$X_m^* = \alpha X_{sr} = \frac{X_{sr}^2}{X_r} \frac{K_u^2}{K_u^2} = \frac{X_m^2}{X'_r}.$$

Z upoštevanjem, da je: $\alpha = \frac{X_{sr}}{X_r} \frac{K_u^2}{K_u^2} = \frac{X_m}{X'_r} K_u$ in $\alpha^2 \frac{R_r}{s} = \frac{X_m^2}{X'^2_r} \times \frac{R'_r}{s}$, dobimo končno preoblikovano nadomestno vezje, v katerem so vse veličine transformirane na stator.



Statorski tok je tako razdeljen na dve (med seboj pravokotni) komponenti toka, in sicer

jalovo komponento toka $I_{s\Psi} = I_s \sin \gamma$ ($I_{s\Psi} = \frac{K_u}{\alpha} I_m$, tj. vzbujalni tok) ter delovno

komponento toka $I_{sM} = I_s \cos \gamma$; ta predstavlja vrtilni moment (navor para sil). V anglo-ameriški literaturi je delovna komponenta toka I_{sM} označena kot I_{sT} ($T = Torque$).

Spreminjanje vrtilnega momenta s komponentama toka $\underline{I}_{s\Psi}$ in \underline{I}_{sM}

Inducirana napetost oziroma na stator reducirani padec napetosti E_{Rr}^* na rotorski nadomestni upornosti $\alpha^2 R_r / s$ je enaka časovni spremembi rotorskoga magnetnega sklepa:

$$\underline{E}_{Rr}^* = -j\omega \underline{\Psi}_r^* / \sqrt{2} = -jX_m^* \underline{I}_{s\Psi}.$$

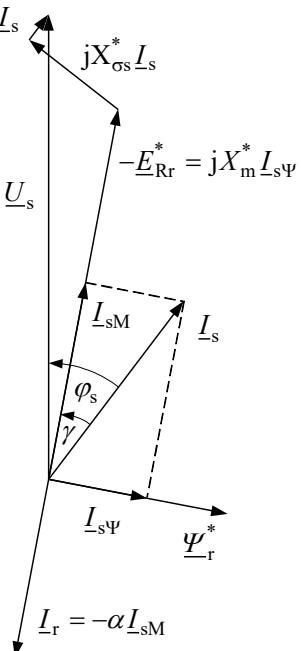
V enačbi lahko reducirane vrednosti tudi izpustimo in velja:

$$\underline{E}_{Rr} = -j\omega \underline{\Psi}_r / \sqrt{2}.$$

Glede na preurejeno vezje je podana jalova komponenta toka za vzbujanje $\underline{I}_{s\Psi}$ z enačbo:

$$\underline{I}_{s\Psi} = -\frac{\underline{E}_{Rr}^*}{jX_m^*} = -\frac{\alpha \underline{E}_{Rr}}{j\alpha X_{sr}} = -\frac{\underline{E}_{Rr}}{j\omega L_{sr}}.$$

Iz zadnje enačbe je inducirana napetost $E_{Rr} = \omega L_{sr} \underline{I}_{s\Psi}$.



Produkt $L_{sr} \underline{I}_{s\Psi}$ v enačbi za inducirano napetost E_{Rr}

predstavlja rotorski magnetni sklep $\Psi_r = L_{sr} \underline{I}_{s\Psi}$ (efektivno vrednost, ker tok ni množen s $\sqrt{2}$) in reducirana vrednost tega je: $\Psi_r^* = \alpha \Psi_r = \alpha L_{sr} \underline{I}_{s\Psi} = L_m^* \underline{I}_{s\Psi}$.

Komponento toka I_{sM} za vrtilni moment dobimo neposredno iz vezja kot izraz:

$$I_{sM} = |\underline{I}_{sM}| = \frac{|I_r'|}{\alpha} \rightarrow I_r = \alpha I_{sM}.$$

Končna enačba za vrtilni moment stroja, če v njo vstavimo izraz za napetost E_{Rr} in tok I_r (brez negativnega predznaka), se glasi:

$$M = \frac{3p}{\omega} (\alpha L_{sr} I_{s\Psi}) (\alpha I_{sM}) = 3p \alpha L_{sr} I_{s\Psi} I_{sM} = 3p L_m^* I_{s\Psi} I_{sM}.$$

Enačba predstavlja izraz, ki je funkcija obeh komponent statorskega toka. Osnovna enačba za vrtilni moment dobi (z upoštevanjem $\Psi_r^* = L_m^* I_{s\Psi}$ in $I_{sM} = I_s \cos \gamma$) obliko:

$$M = 3p \Psi_r^* I_s \cos \gamma = 3p \Psi_r^* I_{sM},$$

tj. produkt rotorskega magnetnega sklepa in delovne komponente statorskega toka.

Glede na nadomestno vezje dobimo delovno komponento statorskega toka I_{sM} :

$$\underline{I}_{sM} = -\frac{\alpha \underline{E}_{Rr}}{\alpha^2 \frac{R_r}{s}} = -\frac{1}{\alpha} \frac{s \underline{E}_{Rr}}{R_r} = -\frac{X_r}{X_{sr}} \frac{s \underline{E}_{Rr}}{R_r} = -\frac{L_r}{L_{sr}} \frac{s \underline{E}_{Rr}}{R_r}.$$

S kombinacijo zadnje enačbe in predhodne enačbe za \underline{E}_{Rr} dobimo povezavo med obema komponentama statorskega toka I_{sM} in $I_{s\Psi}$:

$$\underline{I}_{sM} = j \frac{L_r}{R_r} s \omega \underline{I}_{s\Psi}.$$

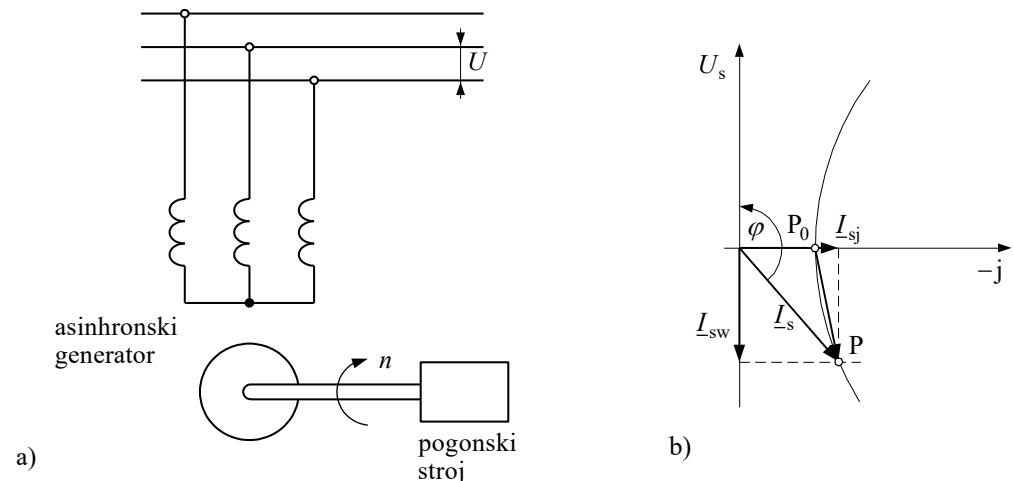
Ta povezava je posledica dejstva, da sta napetosti na novi magnetilni (medsebojni) reaktanci in na nadomestni (fiktivni) rotorski upornosti enaki. Z obema komponentama toka je določena tudi slipna kotna frekvenca. S preureditvijo zadnje enačbe dobimo izraz za slipno kotno frekvenco:

$$s\omega = \frac{R_r}{L_r} \frac{I_{sM}}{I_{s\Psi}} = \frac{R'_r}{L'_r} \frac{I_{sM}}{I_{s\Psi}} = \frac{1}{\tau_r} \frac{I_{sM}}{I_{s\Psi}}.$$

τ_r je električna časovna konstanta sprememb vseh rotorskih veličin. Ko izberemo obe komponenti toka (v stacionarnem obratovanju stroja – motorja), nam s tem po tej enačbi le ena sama vrednost slipa zagotavlja ustrezeni magnetni sklep rotorja Ψ_r in vrtilni moment M .

Asinhronski generator

Obratovanje na togem omrežju



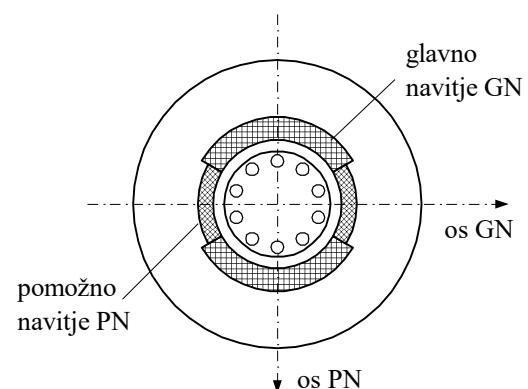
Omrežje mu dovaja jalovo moč ($Q_{Gs} = 3U_s I_s \sin \varphi = 3U_s I_{sj}$), delovno pa daje pogonski stroj.

Asinhronski stroj dela kot generator, če je slip $s = (0 \div -1)$. Tedaj breme poganja rotor hitreje od hitrosti vrtilnega magnetnega polja in generator oddaja električno moč. Za slip $s < -1$ dela stroj v področju generatorskega zaviranja in ne oddaja el. moči.

Enofazni asinhronski motor

Gradimo jih za moči do 2,2 kW.

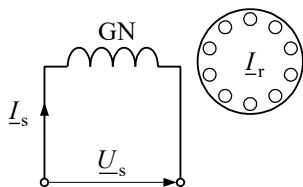
Ločimo glavno navitje (navadno zasede 2/3 utorov statorja) in pomožno navitje, katerega os je za 90 (električnih) stopinj premaknjena glede na os glavnega navitja (navadno zasede preostalo 1/3 utorov statorja).



a) Način delovanja, če je priključeno samo glavno navitje.

Napetost U_s sinusne oblike diktira sinusni fluks Φ_g . Osnovna harmonska komponenta gostote magnetnega pretoka je funkcija krajevne porazdelitve v statorskih koordinatah x_s oziroma kota po obodu v zračni reži $\vartheta_s = (x_s / \tau_p) \pi$ in časa:

$$\begin{aligned} b_1 &= f(x_s, t) = \hat{B}_1 \cos \vartheta_s \cos(\omega t) = \\ &= \frac{\hat{B}_1}{2} (\cos(\vartheta_s - \omega t) + \cos(\vartheta_s + \omega t)). \end{aligned}$$



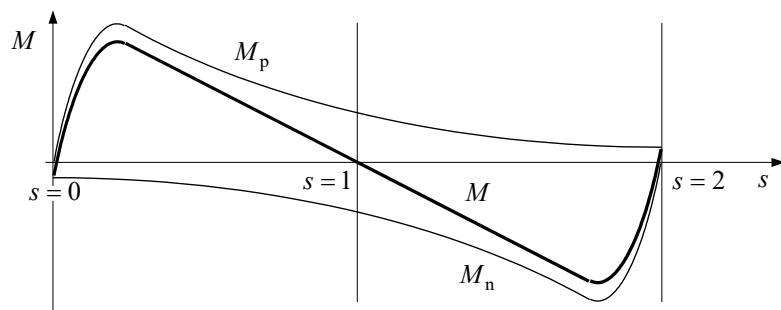
V koordinatnem sistemu rotorja je osnovna harmonska komponenta polja za

$$\vartheta_s = \vartheta_r + p\Omega_m t = \vartheta_r + p(2\pi n)t, \text{ z upoštevanjem } n = n_s(1-s) = \frac{f}{p}(1-s) \text{ in}$$

$$\vartheta_s = \vartheta_r + 2\pi p n t = \vartheta_r + 2\pi p n_s (1-s) t = \vartheta_r + \omega(1-s) t, \text{ je:}$$

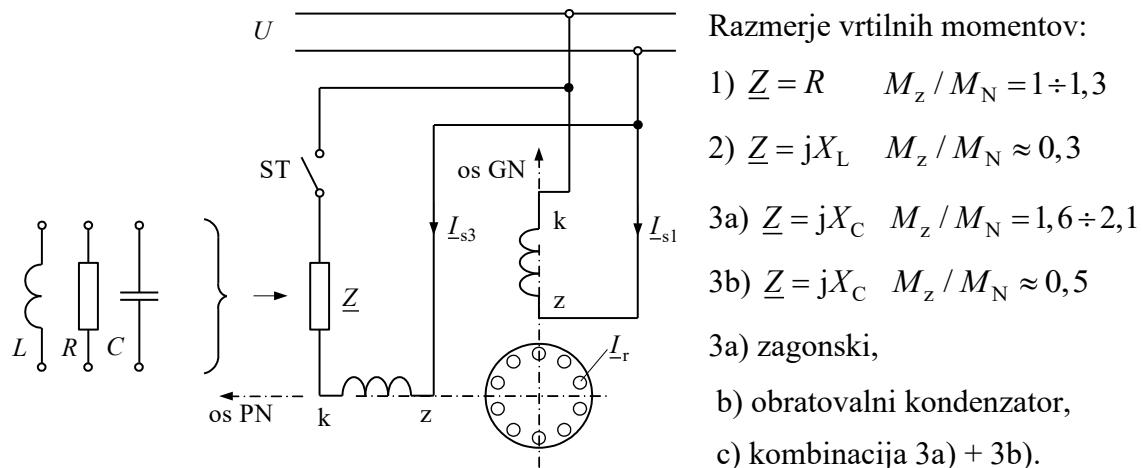
$$b_1 = f(x_r, t) = \frac{\hat{B}_1}{2} \cos(\vartheta_r - s\omega t) + \frac{\hat{B}_1}{2} \cos(\vartheta_r + (2-s)\omega t).$$

V rotorju dobimo inducirano napetost frekvence sf in $(2-s)f$, tj. inducirano napetost pozitivne in negativne komponente polja. Pri $s=1$ sta obe vrtilni magnetni polji enaki in razvijeta enak vrtilni moment. Takšen motor zato sam ne zažene.



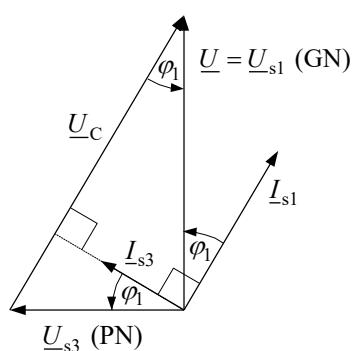
b) Zagon

Za zagon motorja rabimo pomožno navišje. Tok v pomožni fazi moramo časovno premakniti in dobimo nesimetrično (eliptično) vrtilno magnetno polje. Največji fazni premik da kondenzator.



Stikalo ST ali tokovni rele izklopi zagonski kondenzator pri $n \approx 0,75n_s$.

Kazalčni diagram, narisani za primer 3b)



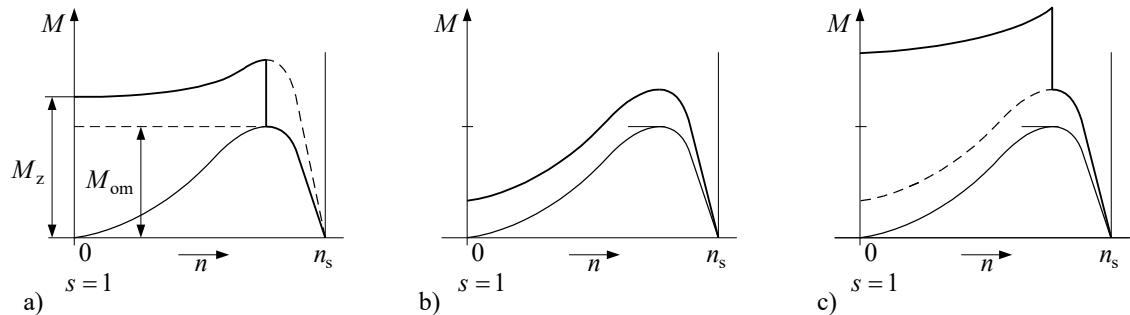
V tem primeru imamo dvofazno nesimetrično vzbujanje $\Theta_{s1} \neq \Theta_{s3}$.

$$U_C > U_s$$

$$\cos \varphi \approx 1$$

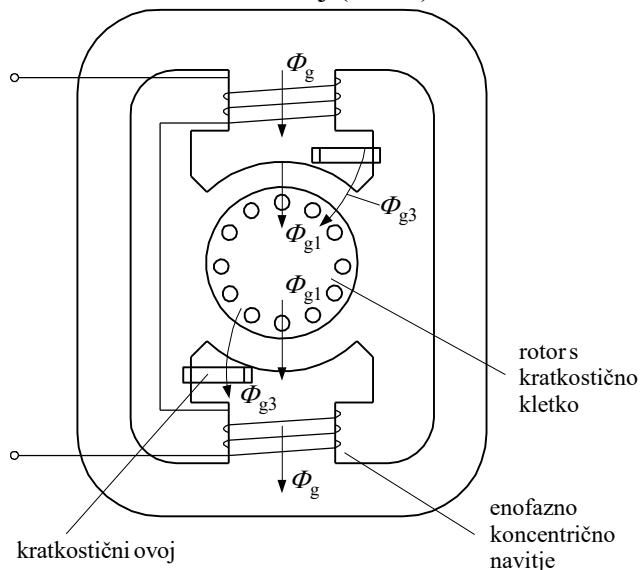
Kondenzatorski motor se zavrti od pomožne h glavni fazi. Za nasprotno smer vrtenja moramo zamenjati priključke, tj. začetek (z) in konec (k) pomožne ali glavne faze.

Krivilje vrtilnih momentov pri zagonu s pomožnim navitjem za primere 3a), 3b) in 3c)



Motor z zasenčenimi poli

Te vrste motorjev gradimo za majhne moči (nekaj deset vatov). Na del polovega čevlja je nameščen kratkostični ovoj (obroč).



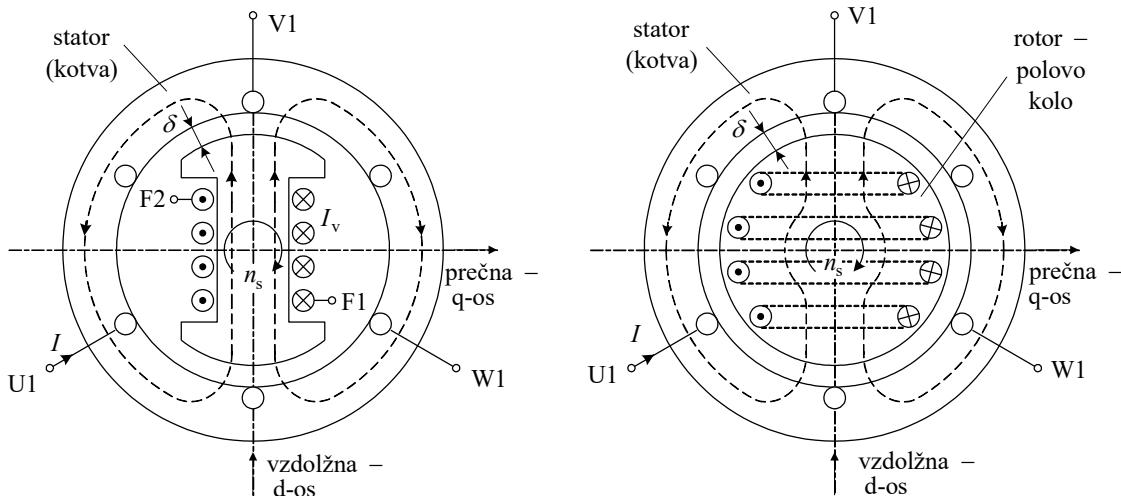
Glavni fluks Φ_g se razdeli na del Φ_{g1} , ki gre neposredno v rotor, in zasenčen del Φ_{g3} skozi kratkostični obroč. Ta je časovno zakasnjen proti Φ_{g1} in manjši. Nastane eliptično vrtilno magnethno polje. Zaradi zakasnitve (Φ_{g3} glede na Φ_{g1}) se bo rotor vedno zavrtel od nezasenčenega proti zasenčenemu delu. Za spremembo smeri vrtenja moramo obrniti (premontirati) rotor.

SINHRONSKI STROJ

Opis konstrukcije

Ločimo dve konstrukcijski izvedbi, in sicer stroj z izraženimi poli na rotorju in stroj z neizraženimi poli ali stroj s cilindričnim rotorjem. Za obe izvedbi velja, da je primarno (vzbujalno) navitje na rotorju in sekundarno navitje na statorju. Stator je enak statorju AS.

rotor z izraženimi poli – zračna reža $\delta = f(x)$ cilindrični rotor (neizraženi poli) $\delta = \text{konst.}$



Pri izraženih polih je zračna reža " δ " v "d" in "q" osi različna (magnetna prevodnost $A_d \neq A_q$). Vzbujalno navitje je pri izraženih polih koncentrično, a pri cilindričnem rotorju pasovno (navadno porazdeljeno na 2/3 oboda).

Način delovanja

Rotor napajamo z enosmernim vzbujalnim tokom I_v oziroma I_{vd} . Da ustvarimo vzbujalne vrtilne amper-ovoje Θ_v , ga vrtimo z $n_s = f / p$ vrtljaji. Za cilindrični rotor je

$$\hat{\Theta}_v = \frac{4}{\pi} \frac{N_v f_{nv}}{2p} I_v.$$

Za izražene pole je faktor navitja $f_{nv} = 1$, ovoji pola $N_{vp} = N_v / (2p)$ ter $\hat{\Theta}_v = \frac{4}{\pi} N_{vp} I_v$.

Prosti tek

$\hat{\Theta}_{v0} \rightarrow \hat{B}_\delta = \frac{\mu_0 \hat{\Theta}_{v0}}{\delta_e} = \hat{B}_1$ gostota magnetnega pretoka osnovne harmonske komponente

$$\text{ozziroma srednja vrednost glavnega fluksa zračne reže } \hat{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 A_\delta = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 \tau_p l$$

(τ_p je polov lok, l dolžina paketa, δ_e ekvivalentna zračna reža stroja).

V prostem teku je tok v statorskem navitju ali navitju kotve (s tujko armature) enak $I_s = I_a = I = 0$. Glavni fluks inducira napetost prostega teka v statorskem navitju, ki je pri vzbujanju $I_v = I_{v0}$ enaka omrežni napetosti:

$$U = 4,44 f N_s f_{ns} \hat{\Phi}_g.$$

$\Phi_g = \Phi_{g0} = \Phi_{p0}$ je fluks polovega kolesa zaradi vzbujjalnega navitja koncentrično navitega okoli polovega kolesa ali porazdeljenega na 2/3 cilindričnega rotorja.

Obremenitev

Pri obremenitvi nam statorski tok I ustvari v trifaznem navitju statorske amper-ovoje $\underline{\Theta}_a$ (reakcijske ali armaturne ozziroma slovensko amper-ovoje kotve):

$$\hat{\Theta}_a = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \sqrt{2} I.$$

Skupaj z vzbujalnimi amper-ovoji $\underline{\Theta}_v$ (rotorja) dobimo rezultirajoče amper-ovoje:

$$\underline{\Theta}_{rez} = \underline{\Theta}_v + \underline{\Theta}_a.$$

Amper-ovoje reakcije preračunamo na vzbujalno (primarno) stran stroja (za cilindrični rotor) iz pogoja enakosti reduciranih in prvotnih amper-ovojev s tokovno prestavo K_I

$$\hat{\Theta}_{va} = \frac{4}{\pi} \frac{N_v f_{nv}}{2p} I_{va} = \hat{\Theta}_a \quad \Rightarrow \quad I_{va} = \frac{3}{2} \frac{N_s f_{ns}}{N_v f_{nv}} \sqrt{2} I = K_I \sqrt{2} I \text{ in velja za rezultirajoče}$$

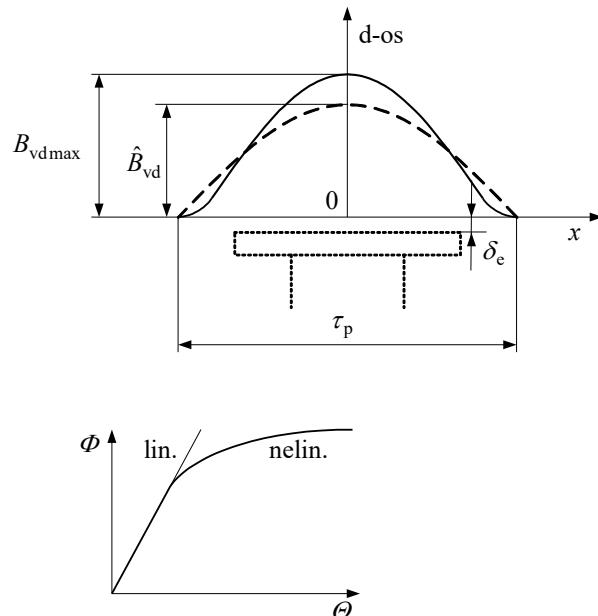
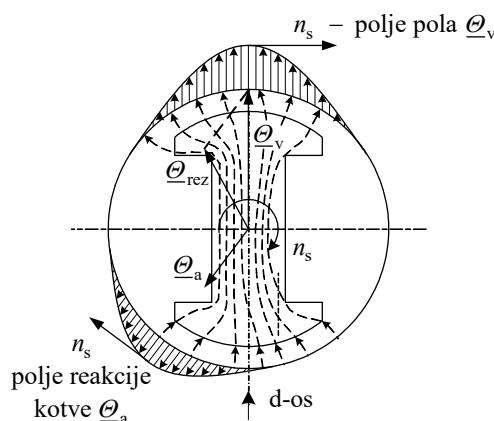
vzbujanje: $I_{vrez} = I_v + I_{va}$.

Vpliv reakcije kotve je zajet v magnetilni reaktanci stroja $X_m \propto 1/\delta_e$ (str. 105), ker deluje reakcija kotve preko zračne reža na vzbujalno stran sinhronskoga stroja.

Za $\Phi_g = \Phi_{g0} = \text{konst.}$ ($U = \text{konst.}$)

moramo spremeniti vzbujanje, da bo

$$\Theta_{rez} = \Theta_{v0} \text{ oziroma } \Theta_v > \Theta_{v0}.$$



V prostem teku leži amplituda glavnega fluksa $\hat{\Phi}_{g0}$ v d-osi pola, pri obremenitvi pa je fluks premaknjen glede na d-osi pola in je njegov položaj odvisen od velikosti in karakterja bremena, tj. od velikosti in smeri reakcije kotve.

Magnetilna karakteristika je v nasičenju nelinearna krivulja in le v začetnem (nenasičenem) delu je linearna in lahko geometrijsko seštevamo flukse.

Za linearno teorijo ($\mu_{Fe} = \text{konst.}$) velja:

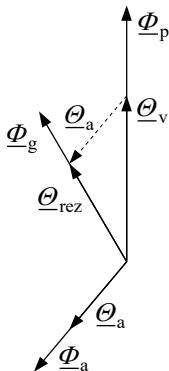
$$\text{stator } \underline{\Theta}_a \rightarrow \underline{\Phi}_a = \hat{\Phi}_a e^{j\varphi_i} \quad \sqrt{2}I \rightarrow \hat{\Phi}_a$$

$$\text{rotor } \underline{\Theta}_v \rightarrow \underline{\Phi}_p = \hat{\Phi}_p e^{j\varphi_0} \quad I_v \rightarrow \hat{\Phi}_p$$

$$\text{rezult. } \underline{\Theta}_{\text{rez}} \rightarrow \underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_{\text{rez}}}$$

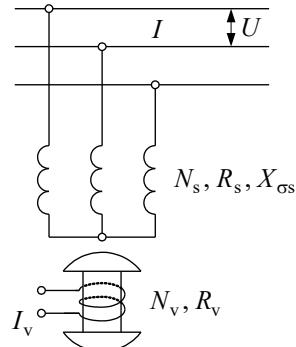
$$\underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_{\text{rez}}} = \underline{\Phi}_p + \underline{\Phi}_a = \hat{\Phi}_p e^{j\varphi_0} + \hat{\Phi}_a e^{j\varphi_i}$$

φ_0 je fazni položaj fluksa polovega kolesa za $\omega t = 0$, φ_i fazni položaj toka in φ_{rez} fazni položaj glavnega fluksa.



Obratovanje stroja na togem omrežju ($U = \text{konst.}, f = \text{konst.}$)

Trifazni stroj ($m = 3$)



a) Inducirane napetosti

$$\underline{E}_g = -j\omega(N_s f_{ns}) \frac{\underline{\Phi}_g}{\sqrt{2}}$$

s kotom $\varphi_e = \varphi_{\text{rez}} - \pi/2$

in s komponentama fluksa

$$\underline{E}_g = \underline{E}_p + \underline{E}_a .$$

Za $R_s = 0$ in $X_{gs} = 0$ velja $-\underline{E}_g = \underline{U}_s$ ali s komponentama napetosti polovega kolesa U_{Ep} in napetosti reakcije kotve U_a .

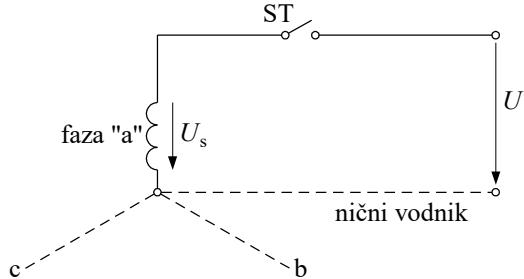
$$\underline{U}_{Ep} = -\underline{E}_p \quad \text{in} \quad \underline{U}_a = -\underline{E}_a$$

$$\underline{U}_s = \underline{U}_{Ep} + \underline{U}_a, \quad U_{Ep} \propto I_v / \sqrt{2} \quad \text{in} \quad U_a \propto I$$

b) Sinhronizacija sinhronskega generatorja na omrežje

Sinhronski stroj, tj. generator, ne smemo enostavno priključiti na omrežje.

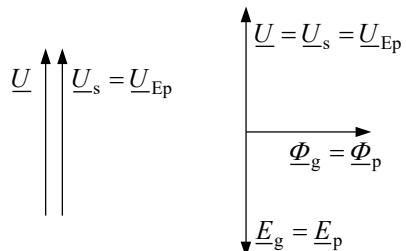
Vzbujen sinhronski stroj (generator), ki ima n_s vrtljajev, priključimo na omrežje preko stikala ST, če je $\underline{U}_{st} = \underline{U} - \underline{U}_s = 0$. Zato je tudi $I = 0$, tj. pri $\underline{U}_s = \underline{U}$ in $\underline{U}_{Ep} = \underline{U}$.



Vzbujen sinhronski stroj sinhroniziramo torej na omrežje v neobremenjenem stanju.

Pogoja za sinhronizacijo sta naslednja:

- 1) $\underline{U}_s = \underline{U}_{Ep} = \underline{U}$ in $\varphi_{us} = \varphi_{up} = \varphi_u$,
- 2) $\omega_s = \omega$ (omrežja), $n = n_s = \frac{f_s}{p} = \frac{f}{p}$.



Prevzem obremenitve

1) Prevzem jalove obremenitve pri $R_s = 0$ in $X_{ss} = 0$

2) Prevzem delovne obremenitve pri $R_s = 0$ in $X_{ss} = 0$

Izhajamo iz sinhronizma $I = 0$. Pri obremenitvi, če zanemarimo padec napetosti, bo za

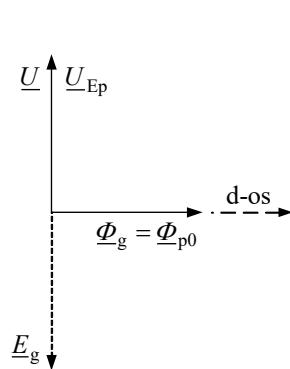
$$\underline{U}_s = \underline{U} \text{ fluks } \underline{\Phi}_g = \text{konst.} = \underline{\Phi}_p + \underline{\Phi}_a .$$

1) Prevzem jalove obremenitve

Stroju (generatorju ali motorju) spremenimo dovedeno jalovo moč, če spremenimo I_v glede na vrednost v prostem teku (I_{v0}) (pri tem predpostavimo, da je $P_i = 0$, ker je $R_s = 0$ in $R_v = 0$). Velikost vzbujanja je lahko $I_v > I_{v0}$ slika b) ali $I_v < I_{v0}$ slika c).

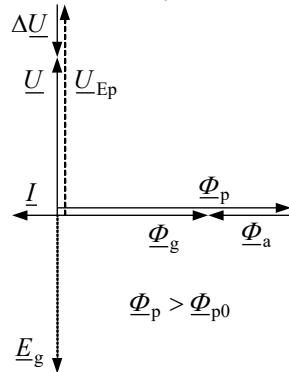
a) sinhronizirano

$$I = 0, I_{v0}$$



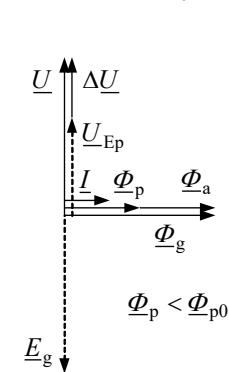
b) prevzbujanje

$$I > 0, I_v > I_{v0}$$



c) podvzbujanje

$$I > 0, I_v < I_{v0}$$

b) I je za omrežje kapacitiven, za stroj induktiven.c) I je za omrežje induktiven, za stroj kapacitiven.

2) Prevzem delovne obremenitev

Izhajamo iz predpostavke, da je $I_v = I_{v0}$, $\hat{\Phi}_{rez} = \hat{\Phi}_{p0}$ in $\hat{U}_{Ep} = \hat{U}_{Ep0}$; s priključkom mehanskega bremena (motor) ali s priključkom Z_b na sponke generatorja izsilimo prevzem delovne moči. Pustimo, da je $I_v = \text{konst.}$

a) Sinhronski motor

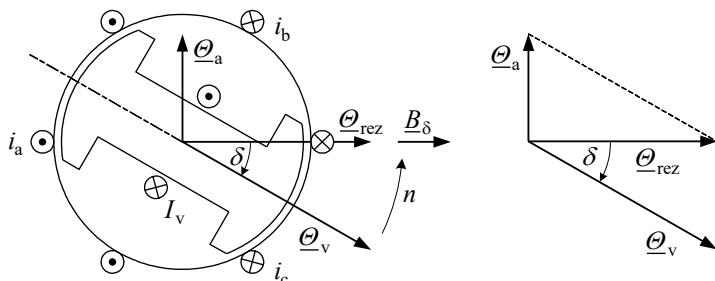
Mehanska obremenitev, $M_b = M_p < 0$, povzroči zaostajanje rotorja za vrtilnim magnetnim poljem $\underline{\Phi}_g$. Zato fluks $\underline{\Phi}_p$ zaostaja za prvotnim položajem $\underline{\Phi}_{p0} = \underline{\Phi}_g$ in je $-\underline{E}_g \neq \underline{U}$.

Napetostna razlika $\underline{U} - \underline{U}_{Ep}$ požene tok I in ta povzroči reakcijo $\underline{\Theta}_a$ oziroma fluks $\underline{\Phi}_a$.

Velja pogoj za rezultirajoče magnetno polje:

$$\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_p = \underline{\Phi}_g = \frac{\sqrt{2} \underline{U}_s}{j\omega(N_s f_{ns})}.$$

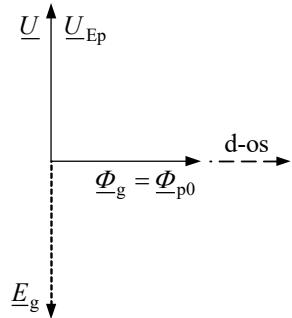
Prostorska slika in kazalčni diagram magnetnih napetosti motorja ($2p = 2$)



Kazalčni diagrami

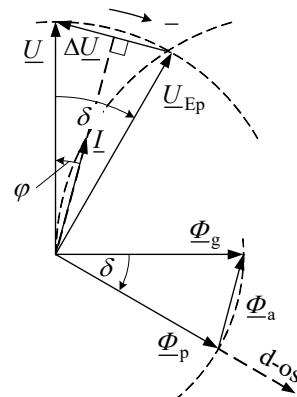
1) Sinhroniziran stroj

$$I = 0, \quad n = n_s$$



2) Obremenjen stroj

$$I > 0, \text{ kolesni kot } \delta < 0$$



Pri obremenitvi se pojavi kolesni kot δ . Kolesni kot δ je kot med d-osjo rotorja (fluksom $\underline{\Phi}_p$) in rezultirajočim vrtilnim poljem (fluksam $\underline{\Phi}_g$). Sinhronski motor vzame delovno moč iz omrežja ($I > 0, \delta < 0$) in razvije vrtilni moment $+M$:

$$M = \frac{m}{\Omega_{ms}} U_s I \cos \varphi. \text{ Za število faz } m = 3, \Omega_{ms} = \frac{\omega_s}{p}, \omega_s = \omega \text{ in } U_s = \omega (N_s f_{ns}) \underline{\Phi}_g / \sqrt{2}$$

$$\text{bo: } M = \frac{3p}{\sqrt{2}} (N_s f_{ns}) \hat{\underline{\Phi}}_g I \cos \varphi = k_M \hat{\underline{\Phi}}_g I \cos \varphi \quad \left(k_M = \frac{3p}{\sqrt{2}} (N_s f_{ns}) \right), (\varphi = \varphi_u - \varphi_i).$$

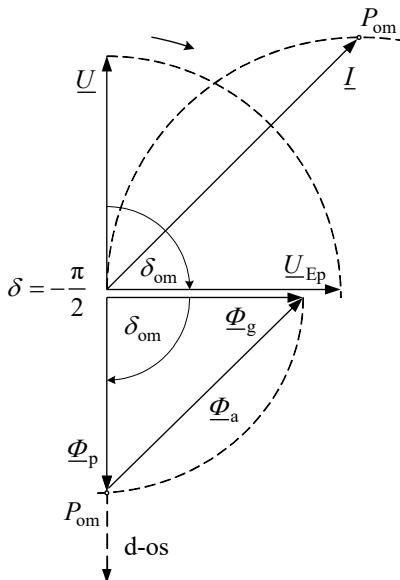
$$3) \text{ Meja stabilnosti } \delta_{\text{om}} = -\frac{\pi}{2}$$

V stacionarnem obratovanju velja:

$$M + M_b = 0. \quad (M_b = M - \text{bremenski})$$

$$M \text{ motorja bo največji pri } \delta_{\text{om}} = -\frac{\pi}{2}.$$

Pri $|\delta| > |\delta_{\text{om}}|$ pade stroj iz sinhronizma.



b) Sinhronski generator

Če pogonski stroj $M_p > 0$ pospeši gibanje rotorja (polovega kolesa), $\underline{\Phi}_p$ prehiteva glede na položaj $\underline{\Phi}_{p0}$.

Zato nastane razlika $U - U_{Ep}$, ki požene tok: $I \rightarrow \underline{\Phi}_a \rightarrow \underline{\Phi}_g$.

Velja pogoj:

$$\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_p = \underline{\Phi}_g = \frac{\sqrt{2}U_s}{j\omega(N_s f_{ns})}.$$

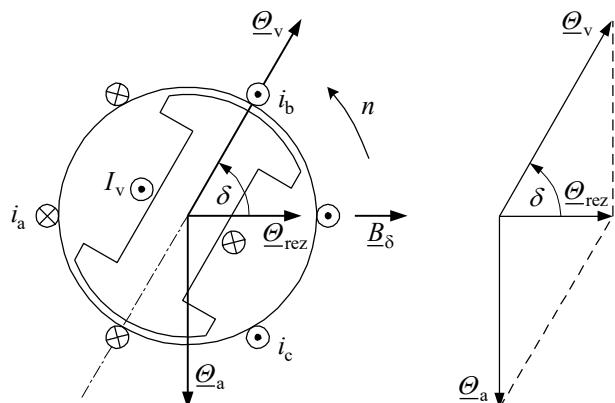
Tok naraste za toliko, da bo v stacionarnem obratovanju:

$$-M + M_p = 0.$$

Tok ima negativno vatno komponento.

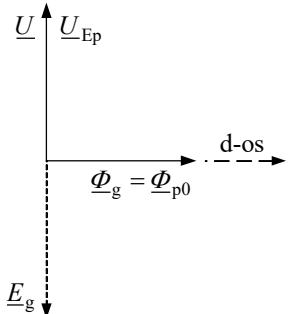
$$-M = k_M \underline{\Phi}_g I \cos \varphi$$

Dovajanje mehanske moči na gred \rightarrow oddajanje električne moči v omrežje
(kolesni kot $\delta > 0$)

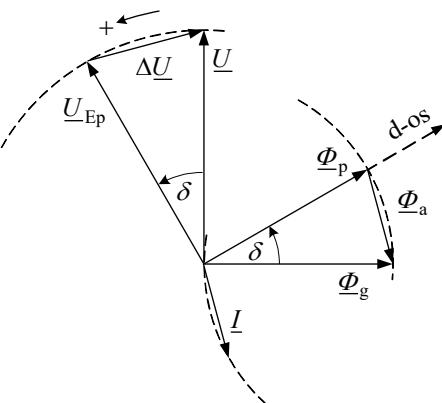


Kazalčni diagrami

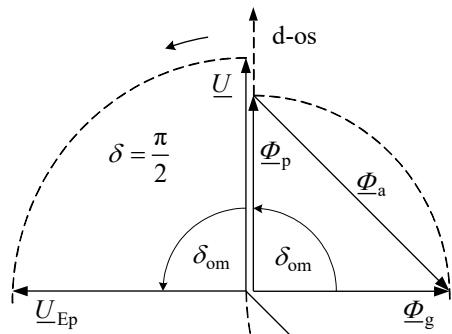
1) Sinhroniziran stroj



2) Obremenjen stroj



$$3) \text{ Meja stabilnosti } \delta_{\text{om}} = +\frac{\pi}{2}$$

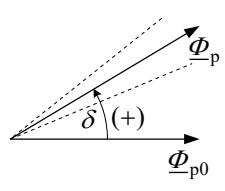
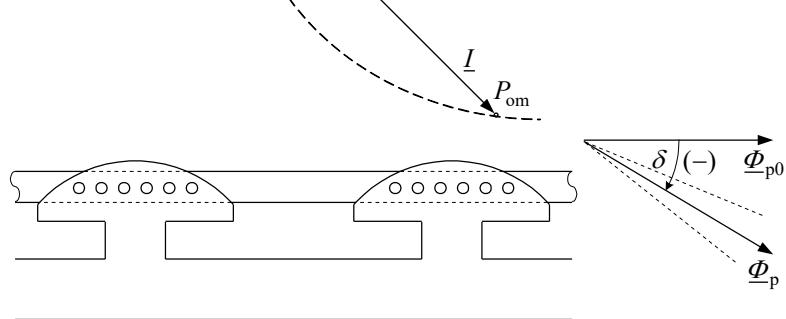


Preden se ustali kolesni kot, ki ustreza neki obremenitvi (kotu δ_0), polovo kolo, Φ_p in kot δ nihajo okoli lege δ_0 – mehanično nihanje. Zato potrebujemo dušenje. To dosežemo s kratkostično kletko na polih rotorja.

$n < n_s$ asinhronski motor

$n > n_s$ asinhronski generator

Pri motorju služi kletka tudi za zagon.



Analitična obravnavava

Za stacionarno obratovanje je $n = n_s = f / p$ (s^{-1}).

Izpeljava je izvedena za neizražene pole. Pri izraženih polih moramo upoštevati $A_d \neq A_q$.

Magnetilna karakteristika sinhronskega stroja je linearna ($\mu_{\text{Fe}} = \text{konst.}$).

Napetostna enačba statorja: $\underline{U} = \underline{U}_s = R_s \underline{I} + j\omega L_{ss} \underline{I} + j\omega (N_s f_{ns}) \frac{\underline{\Phi}_g}{\sqrt{2}}$

a) $\underline{\Phi}_g$ kompleksna vrednost vrtilnega (glavnega) fluksa

Rezultirajoči amper-ovoji ($\underline{\Theta}_{\text{rez}} = \underline{\Theta}_v + \underline{\Theta}_a$) v zračni reži $\hat{\Theta}_{\text{rez}} \rightarrow \hat{B}_{\text{rez}} \rightarrow \hat{\Phi}_g$.

V statorskih koordinatah je glavni fluks: $\phi_g = \hat{\Phi}_g \cos(\vartheta_s - \omega t - \varphi_{\text{rez}})$. V simetrali neskrajšane tuljave ($x_s = 0$ ali $\vartheta_s = (x_s / \tau_p) \pi = 0$) je glavni fluks enak $\underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_{\text{rez}}}$.

Glavni fluks je sestavljen iz fluksa polovega kolesa in fluksa reakcije kotve.

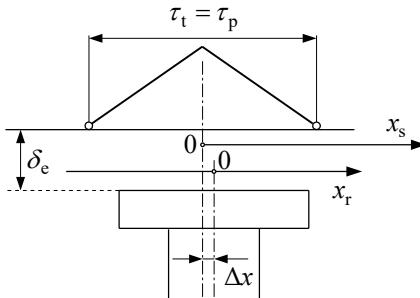
b) $\underline{\Phi}_p$ fluks polovega kolesa

Vzbujanje $\theta_v(\vartheta_r) = \hat{\Theta}_v \cos(\vartheta_r)$ povzroči v zračni reži gostoto magnetnega pretoka $b_v(\vartheta_r) = \hat{B}_v \cos \vartheta_r$, pisano v rotorskih koordinatah ($\vartheta_r = (x_r / \tau_p) \pi$)

ozioroma fluks polovega kolesa $\underline{\Phi}_p = \hat{\Phi}_p e^{j\vartheta_0}$

in ta napetost $\underline{U}_{Ep} = U_{Ep} e^{j(\vartheta_0 + \pi/2)}$.

$\vartheta_0 = \frac{\Delta x_0}{\tau_p} \pi$ je premik rotorja za $\omega t = 0$ glede na simetralo navitja kotve (faze "a").



V statorskih koordinatah je vzbujanje $\theta_v = \hat{\Theta}_v \cos\left(\vartheta_s - \omega t - \varphi_{up} + \frac{\pi}{2}\right)$.

Spremembo koordinat rotorja, ki se vrvi z n_s vrtljaji, dobimo iz naslednjih izvajanj:

$$x_r = x_s - \Delta x = x_s - vt - \Delta x_0.$$

Vstavimo izraz za $v = r\Omega_{ms} = D\pi n = 2p\tau_p \frac{f}{p} = \frac{\tau_p}{\pi}\omega$ in izpeljemo:

$$\begin{aligned} x_r &= x_s - \frac{\tau_p}{\pi}\omega t - \Delta x_0 \quad \left| \times \frac{\pi}{\tau_p}, \quad \left(\vartheta_0 = \varphi_{up} - \frac{\pi}{2} = \varphi_u + \delta - \frac{\pi}{2} \right) \right. \\ \vartheta_r &= \vartheta_s - \omega t - \varphi_{up} + \frac{\pi}{2}. \quad \left(\vartheta_0 + \frac{\pi}{2} = \varphi_{up} = \varphi_u + \delta \right) \end{aligned}$$

Navadno vzamemo položaj napetosti $\varphi_u = 0$ ($\vartheta_0 + \frac{\pi}{2} = \delta$) in bo: $\underline{U}_{Ep} = U_{Ep} e^{j\delta}$.

Inducirano napetost izračunamo po znani enačbi: $U_{Ep} = 4,44 f N_s f_{ns} \hat{\Phi}_p$.

c) $\underline{\Phi}_a$ fluks reakcije kotve

Ta fluks povzročijo bremenski tokovi i_a , i_b in i_c . V fazi "a" je trenutna vrednost toka $i_a = \sqrt{2}I_a \cos(\omega t + \varphi_i)$ ali kompleksno $\underline{i}_a = \underline{I} = I e^{j\varphi_i}$.

V statorskem koordinatnem sistemu bo:

$$\theta_a(x_s) = \hat{\theta}_a \cos(\vartheta_s - \omega t - \varphi_i), \text{ ki povzroči v zračni reži gostoto magnetnega pretoka}$$

$$b_a = \hat{B}_a \cos(\vartheta_s - \omega t - \varphi_i).$$

V rotorskem koordinatnem sistemu bo:

$$\theta_a(x_r) = \hat{\theta}_a \cos(\vartheta_r + (\varphi + \delta - \pi/2)), \text{ če je } \varphi = \varphi_u - \varphi_i.$$

Položaj amper-ovojev reakcije kotve θ_a je $f(\varphi, \delta)$, tj. funkcija faznega kota in kolesnega kota ali kota obremenitve stroja.

Stroj s cilindričnim rotorjem

Vzbujanje in reakcija kotve ustvarita rezultirajoče vzbujanje v zračni reži stroja ($\underline{\Theta}_{\text{rez}} = \underline{\Theta}_v + \underline{\Theta}_a$). Za $x_s = 0$, tj. v simetrali tuljave faze "a", je rezultirajoče vzbujanje:

$$\theta_{\text{rez}} = \hat{\Theta}_{\text{rez}} \cos(\omega t + \varphi_{\text{rez}}).$$

Rezultirajoče vzbujanje ustvari rezultirajočo gostoto magnetnega pretoka v zračni reži:

$$b(x_s) = b_v(x_s) + b_a(x_s).$$

Amplitudo gostote magnetnega pretoka osnovne harmonske komponente v zračni reži ($B_1 = B_\delta = B_{\text{rez}}$) izračunamo iz enačbe $\hat{B}_1 = \frac{\mu_0}{\delta_e} \hat{\Theta}_{\text{rez}}$ in temensko srednjo vrednost fluksa pola $\hat{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 \tau_p l$. Kompleksna vrednost fluksa je: $\underline{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \underline{\Theta}_{\text{rez}}$.

Napetostna enačba statorja bo sedaj z upoštevanjem enačb za amplitudo vzbujanja $\underline{\Theta}_v$ in reakcijo kotve $\hat{\Theta}_a$:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I} + jX_{ss} \underline{I} + j\omega (N_s f_{ns}) \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{4}{\pi} \left(\frac{N_v f_{nv}}{2p} \frac{I_v}{\sqrt{2}} e^{j(\varphi_{up} - \pi/2)} + \frac{3}{2} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \underline{I} \right).$$

Če je magnetilna (glavna) reaktanca

$$X_m = \omega L_m = \omega \frac{2}{\pi} \tau_p l \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{(N_s f_{ns})^2}{2p} \quad (\text{tj. enaka kot za asinhronski stroj str. 72}),$$

bo:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I} + jX_{ss} \underline{I} + jX_m \frac{2}{3} \frac{N_v f_{nv}}{N_s f_{ns}} \frac{I_v}{\sqrt{2}} e^{j(\varphi_{up} - \pi/2)} + jX_m \underline{I}.$$

Izraz $X_m \frac{2}{3} \frac{N_v f_{nv}}{N_s f_{ns}} = \frac{X_m}{K_I} = X_{\text{avd}}$ je medsebojna reaktanca med statorjem in rotorjem.

Napetostna enačba statorja dobi pri zamenjavi vrstnega reda zadnjih dveh členov obliko:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I} + jX_{\text{ss}} \underline{I} + jX_m \underline{I} + X_{\text{avd}} \frac{I_v}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_{\text{up}}} .$$

Uvedemo sinhronsko reaktanco $X_d = X_m + X_{\text{ss}}$ ($X_m = X_{\text{avd}} K_I$) in napetost polovega kolesa

$U_{\text{Ep}} = X_{\text{avd}} I_v / \sqrt{2}$, tako da dobimo končno obliko napetostne enačbe statorja:

$$\underline{U} = \underline{U}_s = R_s \underline{I} + jX_d \underline{I} + U_{\text{Ep}} .$$

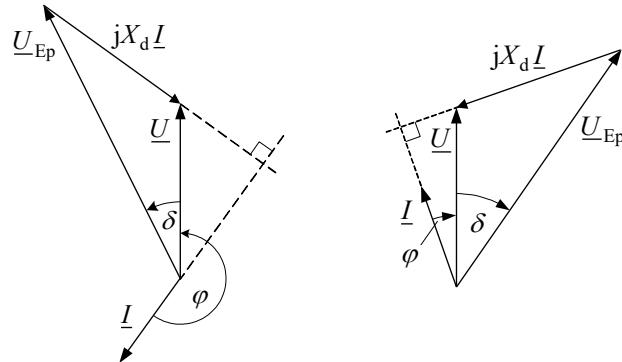
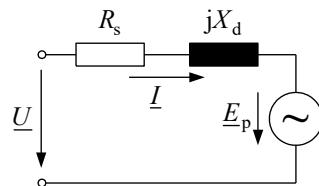
Tej enačbi priredimo nadomestno vezje sinhronskega stroja s cilindričnim rotorjem.

Napetost polovega kolesa $\hat{U}_{\text{Ep}} = -\hat{E}_p \propto I_v$ in njen položaj $\varphi_{\text{up}} = \varphi_u + \delta$.

Ker je $R_s \ll X_d$, vzamemo $R_s = 0$ in dobimo kazalčni diagram generatorja (srednja slika) ali motorja s cilindričnim rotorjem (desna slika).

Sinhronska reaktanca je navadno podana relativno: $x_d = \frac{X_d}{Z_N}$ in je $Z_N = \frac{U_{\text{Nf}}}{I_{\text{Nf}}}$.

$$x_d = 0,8 \div 2,5$$



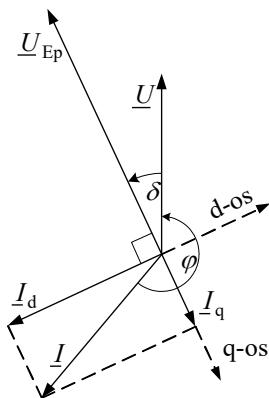
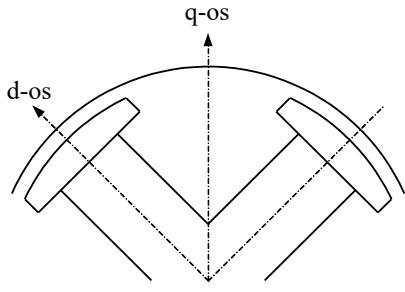
Stroj z izraženimi poli

Ločimo vzdolžno ali d-os in prečno ali q-os. $X_d \neq X_q$ ozziroma je $X_d > X_q$.

$$X_d = X_{\text{ss}} + X_{\text{ad}} \text{ in } X_{\text{ad}} = \beta_{\text{ad}} X_m$$

$$X_q = X_{\text{ss}} + X_{\text{aq}} \text{ in } X_{\text{aq}} = \beta_{\text{aq}} X_m$$

β_{ad} in β_{aq} sta faktorja oblike pola v d in q-osi.



Velja napetostna enačba:

$$\underline{U} = R_s \underline{I} + jX_d \underline{I}_d + jX_q \underline{I}_q + \underline{U}_{Ep} .$$

Kazalčni diagram stroja z izraženimi poli

Velja za $R_s = 0$.

Za risanje kazalčnega diagrama mora biti podano:

\underline{U} , \underline{U}_{Ep} in \underline{I} ali

\underline{U} , \underline{I} , X_d , X_q ter kolesni kot δ .

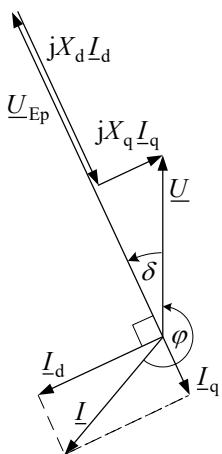
Trajni kratki stik ($U = 0$)

Za $R_s = 0$ bo:

$$0 = jX_d \underline{I}_d + jX_q \underline{I}_q + \underline{U}_{Ep} .$$

Obe komponenti toka v kratkem stiku sta:

$$jX_q \underline{I}_q = 0 \rightarrow I_q = 0, \text{ ker je } X_q > 0 \text{ in}$$



$$jX_d \underline{I}_d + \underline{U}_{Ep} = 0 \rightarrow \underline{I}_k = \underline{I}_{dk} = -\frac{\underline{U}_{Ep}}{jX_d} = j \frac{\underline{U}_{Ep}}{X_d}.$$

Efektivna vrednost trajnega toka kratkega stika je: $I_k = \frac{\underline{U}_{Ep}}{X_d}$.

Vrednost sinhronske reaktance X_d določimo iz meritev:

- a) v prostem teku $\underline{U}_{Ep} = U$ napetost prostega teka,
- b) v kratkem stiku I_k tok kratkega stika.

$$X_d = \frac{\underline{U}_{Ep}}{I_k} = \frac{U}{I_k} = \left(\frac{\text{napetost prostega teka}}{\text{tok kratkega stika}} \right) \text{ pri enakem vzbujanju}$$

Obratovanje nenasičenega stroja na togem omrežju

Izpeljemo enačbe za stroj z izraženimi poli.

$$\underline{I} = \underline{I}_d + \underline{I}_q, \quad \underline{I}_d = -jI_d e^{j\varphi_{up}} \quad \text{in} \quad \underline{I}_q = I_q e^{j\varphi_{up}}$$

$\varphi_{up} = \varphi_u + \delta$ za $R_s = 0$ in $\varphi_u = 0$ bo $\varphi_{up} = \delta$ in dobimo iz predhodne napetostne enačbe enačbo:

$$U = X_d I_d e^{j\delta} + jX_q I_q e^{j\delta} + \underline{U}_{Ep} e^{j\delta}. \quad \text{Eračbo množimo z } e^{-j\delta}.$$

Realni del enačbe:

$$U \cos \delta = X_d I_d + \underline{U}_{Ep} \rightarrow I_d = \frac{U \cos \delta}{X_d} - \frac{\underline{U}_{Ep}}{X_d}$$

Imaginarni del enačbe:

$$-U \sin \delta = X_q I_q \rightarrow I_q = -\frac{U \sin \delta}{X_q}$$

To vstavimo v začetno enačbo za tok $\underline{I} = \underline{I}_d + \underline{I}_q$ in dobimo rešitev za tok kotve:

$$\underline{I} = j \frac{\underline{U}_{Ep}}{X_d} - j \frac{\underline{U}}{X_d} e^{j\delta} \cos \delta - \frac{\underline{U}}{X_q} e^{j\delta} \sin \delta.$$

Z upoštevanjem $\cos \delta = \frac{1}{2}(e^{j\delta} + e^{-j\delta})$ in $j \sin \delta = \frac{1}{2}(e^{j\delta} - e^{-j\delta})$ izračunamo tok:

$$\underline{I} = j \frac{\underline{U}_{Ep}}{X_d} + j \frac{\underline{U}}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) e^{j2\delta} - j \frac{\underline{U}}{2} \left(\frac{1}{X_d} + \frac{1}{X_q} \right).$$

Za cilindrični rotor $X_d = X_q$ velja: $\underline{I} = j \frac{\underline{U}_{Ep} - \underline{U}}{X_d} = \frac{\underline{U} - \underline{U}_{Ep}}{jX_d} = \frac{\Delta \underline{U}}{jX_d}$.

Vrtilni moment:

$$M = \frac{P}{\Omega_{ms}} \rightarrow P = \text{Re}(\underline{U} \underline{I}^*) \text{ in za } m_s = 3 \text{ ter } \Omega_{ms} = \frac{\omega}{p} \text{ dobimo:}$$

$$M = \frac{pP}{\omega} = \frac{3p}{\omega} \text{Re}(\underline{U} \underline{I}^*) = \frac{3p}{\omega} U I_w \text{ za } \underline{U} = U.$$

Z upoštevanjem enačbe za tok izpeljemo:

$$M = -\frac{3p}{\omega} \left(\frac{UU_{Ep}}{X_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \right).$$

sinhronski vrtilni moment	reaktančni (reluktančni) vrtilni moment
------------------------------	--

Za cilindrični (turbo) rotor je $X_d = X_q$ in dobimo le sinhronski vrtilni moment:

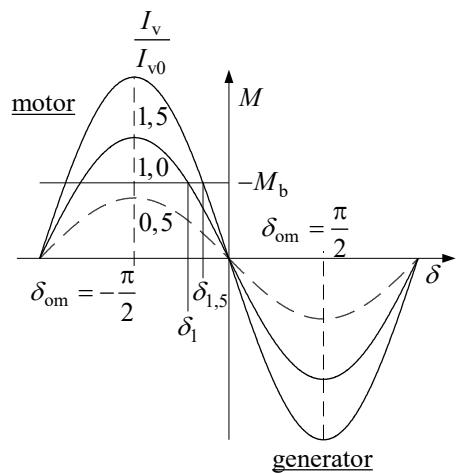
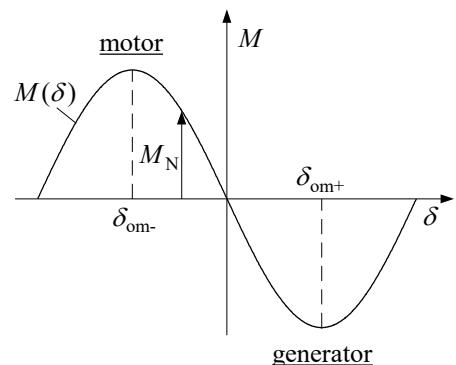
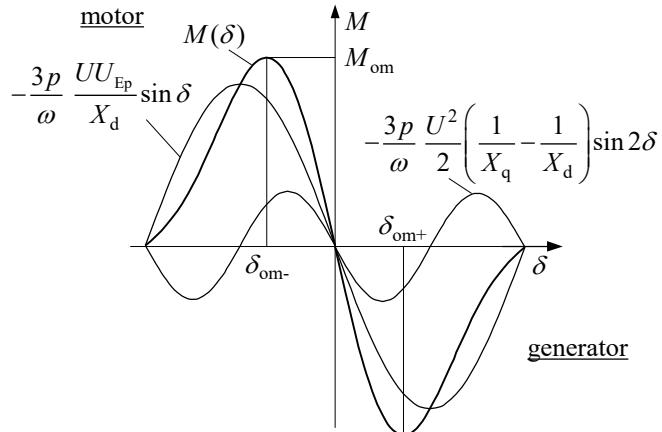
$$M = -\frac{3p}{\omega} \frac{UU_{Ep}}{X_d} \sin \delta, \quad M = f(I_v, \delta).$$

Največji (omahni) vrtilni moment v motorskem in generatorskem obratovanju dobimo za stroj z izraženimi poli pri kotu $|\delta_{b-}| = |\delta_{b+}| < \pi/2$ in za cilindrični rotor $|\delta_{b-}| = |\delta_{b+}| = \pi/2$.

Slike vrtilnega momenta:

$$\text{izraženi poli } |\delta_{\text{om}}| < \frac{\pi}{2}$$

$$\text{cilindrični rotor } |\delta_{\text{om}}| = \frac{\pi}{2}$$



Za določen vrtilni moment je kolesni kot δ toliko večji, kolikor je manjši vzbujalni tok. Če je vzbujalni tok premajhen (črtkana krivulja), pade motor iz sinhronizma ali iz koraka. Govorimo o statični stabilnosti.

Statična stabilnost

Stroj je sposoben, da prevzame obremenitev, če ga obremenimo počasi. Mejo stabilnosti določa omahni vrtilni moment. Za stroj s cilindričnim rotorjem velja:

$$|M_{\text{om}}| = \frac{3p}{\omega} \frac{U_N U_{\text{EpN}}}{X_d} \quad \text{in} \quad M_N = \frac{3p}{\omega} U_N I_N \cos \varphi$$

dobimo razmerje za relativni omahni vrtilni moment

$$\left| \frac{M_{\text{om}}}{M_N} \right| = \frac{U_{\text{EpN}}}{X_d I_N \cos \varphi}.$$

$U_{\text{Ep}} = f(X_d, \cos \varphi)$, tj. padca napetosti ($X_d I$) na X_d in $\cos \varphi$.

Za razne $\cos \varphi$ je: $\frac{M_{\text{om}}}{M_N} = f(X_d)$.

Za stabilno obratovanje, npr. za motor, obremenjen z M_b , velja:

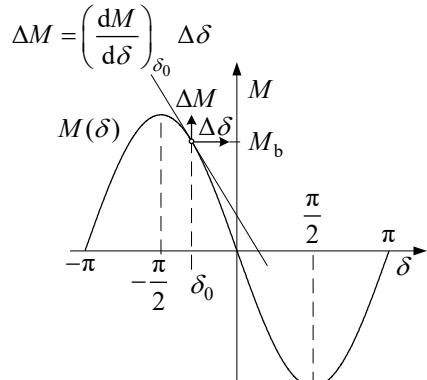
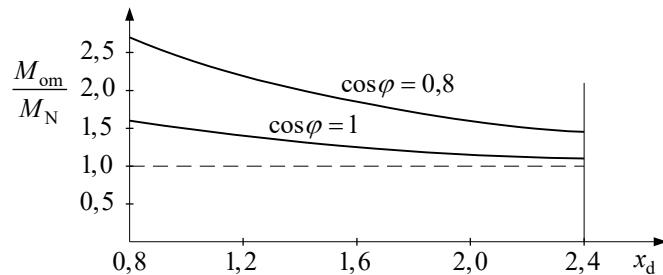
$$M = -M_b > 0.$$

Pri povečani obremenitvi bo $dM / d\delta < 0$.

Pri majhnih spremembah kota δ velja v točki obratovanja linearna odvisnost $M = f(\delta)$.

$$\Delta M = \left(\frac{dM}{d\delta} \right)_{\delta_0} \Delta \delta,$$

če je δ_0 kot obratovanja pred spremembo obremenitve.



Spreminjanje vrtilnega momenta sinhronskega motorja

Sinhronskemu motorju spremenjamo (vodimo) vrtilni moment z napetostjo kotve ali z vzbujanjem. Pri obratovanju s frekvenčnim pretvornikom spremenjamo motorju istočasno

napetost in frekvenco in s tem število vrtljajev ($U = 0 \div U_N$, $f = 0 \div x f_N$, x je večkratnik f_N). Če spremojamo vrtilni moment z vzbujanjem, se spreminja le kolesni kot. Pri vzbujanju s trajnimi magneti vzbujanja ne moremo korigirati neposredno, ampak posredno s spremjanjem kota statorskega toka.

Glede na kazalčni diagram na sliki a) za motor s cilindričnim rotorjem lahko uvedemo interni kot γ , tj. kot med napetostjo polovega kolesa U_{Ep} in tokom kotve I :

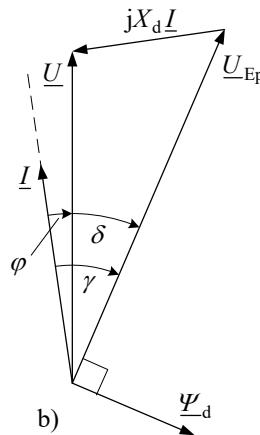
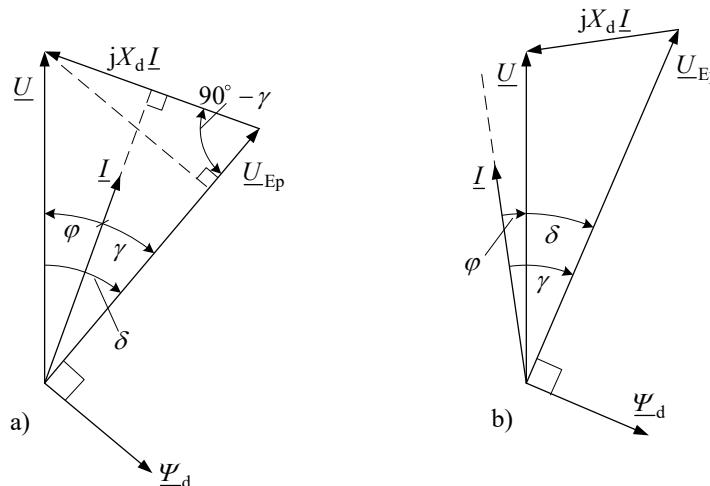
$$\gamma = \delta + \varphi = \varphi_{up} - \varphi_i .$$

Enačbo za sinhronski vrtilni moment stroja lahko preuredimo:

$$M = -\frac{3p}{\omega} \frac{UU_{Ep}}{X_d} \sin \delta = \frac{3p}{\omega} U_{Ep} I \cos \gamma = k_M \hat{\Phi}_g I \cos \gamma ,$$

kjer je $| -U \sin \delta | = IX_d \sin(90^\circ - \gamma) = IX_d \cos \gamma$ in $U_{Ep} = \omega N_s f_{ns} \hat{\Phi}_g / \sqrt{2}$.

Vrtilni moment je največji, ko je $\gamma = 0$, tj. v primeru $\varphi = -\delta$. Tedaj je tok kotve v fazi z napetostjo polovega kolesa.



V primeru večjih sinhronskih motorjev to ni najbolj ugodno, ker tok zaostaja za omrežno napetostjo (slika a)). Pri večjih motorjih želimo navadno, da tok prehiteva omrežno napetost (proizvodnja jalove energije). V tem primeru je kot $\gamma = 40^\circ \div 60^\circ$ in tok prehiteva napetost (slika b)).

Stacionarno obratovanje motorja s cilindričnim rotorjem v d – q modelu

Tok kotve lahko razstavimo na dve komponenti (d – q):

$$I_d = I \sin \gamma \text{ in } I_q = I \cos \gamma.$$

Kot γ je pri tem prostorski kot med q-osjo, kjer je locirana napetost U_{Ep} , in statorskim tokom. V konvencionalni teoriji je γ (časovni) fazni kot. Slika prikazuje kazalčni diagram sinhronskega stroja s cilindričnim rotorjem v d – q komponentah.

Napetost polovega kolesa lahko izrazimo tudi kot "padec napetosti":

$$\underline{U}_{Ep} = jX_{avd}\underline{I}_v = j\omega L_{avd}\underline{I}_v = j\omega \frac{\Psi_d}{\sqrt{2}}.$$

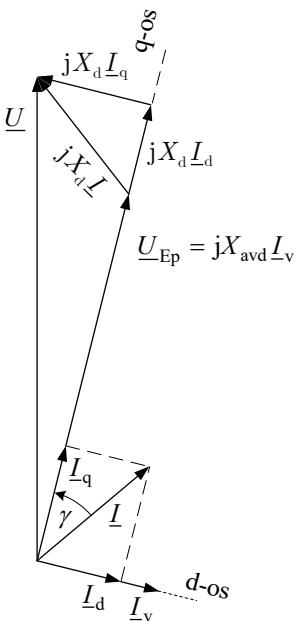
$X_{avd} = X_m / K_I$ je medsebojna reaktanca med navitjem kotve z indeksom "a" in vzbujalnim navitjem v d-osi, tj. magnetilna (glavna) reaktanca statorja motorja deljena s tokovno prestavo (str. 105) ter $\hat{\Psi}_d = L_{avd}I_v$ vrednost magnetnega sklepa v "d" osi rotorja. Napetost polovega kolesa $U_{Ep} = f(f, I_v)$.

Enačbo za sinhronski vrtilni moment lahko preoblikujemo v obliko:

$$M = \frac{3p}{\omega} U_{Ep} I \cos \gamma = \frac{3p}{\omega} \frac{\omega L_{avd} I_v}{\sqrt{2}} I_q = 3p \Psi_d I_q.$$

Vidimo, da prispeva k vrtilnemu momentu le "q" komponenta statorskega toka, ki je pravokotna na os vzbujanja in je v fazi z napetostjo U_{Ep} . Pri vzbujanju s trajnimi magneti ($\Psi_d = \text{konst.}$) se spreminja vrtilni moment le s "q" komponento statorskega toka,

"d" komponenta statorskega toka (v osi vzbujanja) vpliva le na vzbujanje (reakcija kotve), toda posredno tudi na velikost vrtilnega momenta. Zato moramo, če želimo spremenjati vrtilni moment, krmiliti statorski tok po amplitudi in fazi. Statorski tok povečujemo z napetostjo na sponkah kotve, toda to je mogoče največ do nazivne vrednosti. V primeru, da se frekvanca f povečuje preko nazivne vrednosti f_N , se povečuje tudi vhodna reaktanca stroja in zato pri konstantni napetosti z večanjem frekvence f pada tok kotve $I(I_q)$ in s tem tudi vrtilni moment. Razmere so podobne kot pri slabljenju magnetnega polja v asinhronskem motorju.

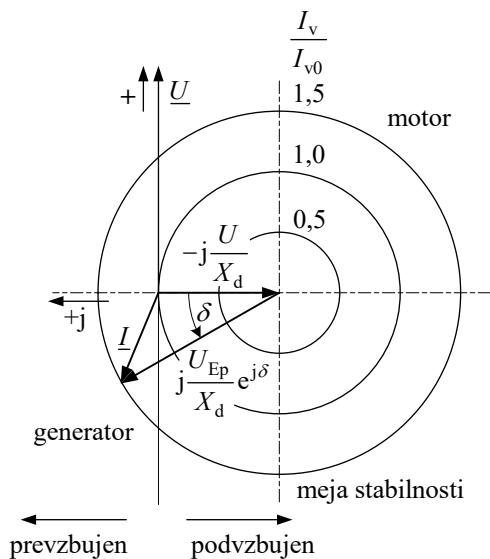


Tokovne karakteristike za cilindrični rotor

Za tok kotve pri cilindričnem rotorju velja enačba (str. 109):

$$\underline{I} = -j \frac{\underline{U}}{X_d} + j \frac{\underline{U}_{Ep} e^{j\delta}}{X_d}.$$

Za $\underline{U}_{Ep} = \text{konst.}$ ($I_v = \text{konst.}$) in kolesni kot $\delta \neq \text{konst.}$ dobimo tokovne karakteristike statorskega toka \underline{I} v odvisnosti od kota δ (krožnice v kompleksni ravnini). Področje, v katerem obratuje motor ali generator, je obratovalni diagram. Ta obsega le del celotnega področja.



Približna obravnavava nasičenega stroja

Superpozicija komponent magnetnega polja v zračni reži ne velja več: $B_{\text{rez}} \neq B_v + B_a$.

Za stacionarno obratovanje je pomembna sinhronska reaktanca ($X_d = X_{\text{os}} + X_m$), katere glavni delež določa ekvivalentna zračna reža δ_e ($X_m = f(1/\delta_e)$). Na velikost δ_e vpliva nasičenje. V nasičenju ni več sorazmernosti med tokom in magnetnim poljem zračne reže.

Približno bomo upoštevali nasičenje pri stroju, ki obratuje v prostem teku in kratkem stiku.

Prosti tek in kratki stik

Prosti tek: $I_v = I_{v0}$ in $I = 0$ ali $I_v = I_{v\delta}$ in $I = 0$ za karakteristiko zračne reže (KZR).

$$U = E_g = \omega(N_s f_{ns}) \frac{\hat{\Phi}_g}{\sqrt{2}}$$

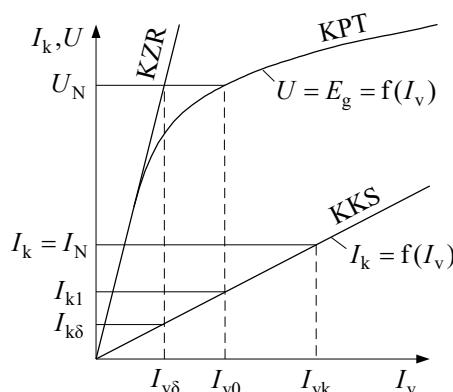
Karakteristiko prostega teka (KPT):

$$U = E_g = f(I_v) \text{ izmerimo pri } n = \text{konst.}$$

Kratki stik: $E_{gk} < E_g$

$$\Phi_{gk} < \Phi_g \text{ zaradi reakcije kotve}$$

Karakteristika kratkega stika (KKS): $I_k = f(I_v)$



Pomemben je vzbujalni tok I_{vk} . To je tisti vzbujalni tok, pri katerem bo v trifaznem trajnem kratkem stiku tok kotve enak nazivnemu toku ($I_k = I_N$).

Za vrednost nenasičene sinhronske reaktance velja po IEC standardu [12], da je to razmerje napetosti prostega teka $U = U_{Ep}$ in toka kratkega stika $I_{k\delta}$:

$$X_d = \frac{U_N}{I_{k\delta}} \text{ pri enakem vzbujanju } (I_v = I_{v\delta}).$$

$$\text{Relativna vrednost sinhronske reaktance je: } x_d = \frac{X_d}{Z_N} = \frac{X_d I_N}{U_N} = \frac{U_N I_N}{I_{k\delta} U_N} = \frac{I_N}{I_{k\delta}} = \frac{I_{vk}}{I_{v0}}.$$

Kot merilo povratnega delovanja kotve je po IEC podano razmerje vzbujalnega toka I_{v0} in I_{vk} definirano kot kratkostično razmerje nasičenega stroja $K_c = \frac{I_{v0}}{I_{vk}}$.

Veliko razmerje pomeni, da je potreben večji tok kratkega stika I_{kl} za kompenzacijo polja vzbujalnega toka I_{v0} (tj. majhen vpliv reakcije kotve).

a) Metoda določanja vzbujalnega toka nasičenega stroja

Za neko obremenitev pri napetosti na sponkah \underline{U} in toku \underline{I} je treba določiti I_v in kolesni kot δ .

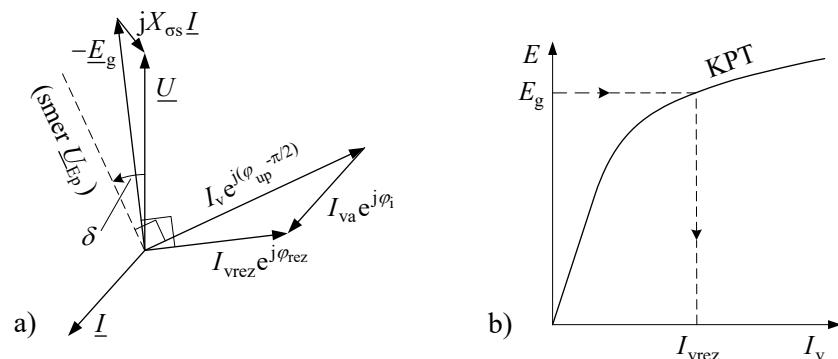
$$\text{Matematično velja: } I_{vrez} e^{j\varphi_{rez}} = I_v e^{j(\varphi_{up} - \pi/2)} + I_{va} e^{j\varphi_i}. \quad (I_{va} = K_I \sqrt{2} I, \text{ str. 96})$$

Za $R_s = 0$ dobimo napetostno enačbo:

$$\underline{U} = j\omega L_{os} \underline{I} + j\omega(N_s f_{ns}) \frac{\underline{\Phi}_g}{\sqrt{2}} \text{ in z } \underline{E}_g = -j\omega(N_s f_{ns}) \frac{\hat{\underline{\Phi}}_g}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_{rez}}.$$

Velja: $\underline{U} = jX_{os} \underline{I} - \underline{E}_g$ (spodnja slika) ali $\underline{U} - jX_{os} \underline{I} = -\underline{E}_g$ (slika str. 117).

Grafična metoda določanja vzbujalnega toka za cilindrični stroj pri dani obremenitvi \underline{I} in napetosti \underline{U}

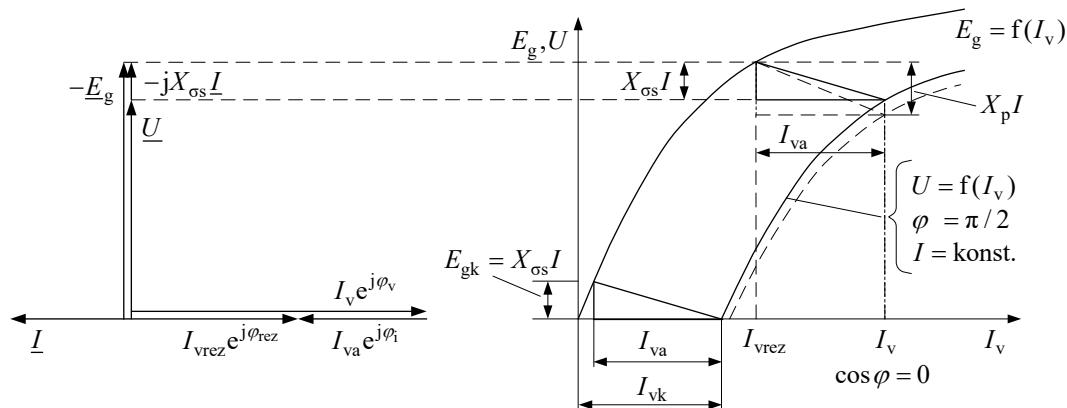


Iz znane karakteristike prostega teka (KPT – slika b) str. 116) določimo I_{vrez} za E_g (iz slike a)). Poznati moramo še I_{va} in dobimo I_v ter kolesni kot δ oziroma smer U_{Ep} .

b) Zunanja karakteristika generatorja $U = f(I_v)$

$U = f(I_v)$ za $I = \text{konst.}$, $\cos \varphi = 0$ ($\varphi = \pi / 2$) (prevzbujen stroj – generator)

Za $\varphi_i = \varphi = \pi / 2$ in $\varphi_{\text{up}} = \varphi_u + \delta = 0$ velja $I_{\text{vrez}} e^{j\varphi_{\text{rez}}} = (I_v - I_{\text{va}}) e^{-j\pi/2}$



Trikotnik s stranicami $X_{\text{os}}I$ in I_{va} potuje po KPT za $I = \text{konst.}$ in dobimo $U = f(I_v)$. V kratkem stiku je $U = 0$ in velja $E_{\text{gk}} = X_{\text{os}}I$. Zaradi porasta vzbujanja od $I_{\text{v}0}$ na $I_{\text{v}N}$ poraste razsipanje med poli v rotorju in napetost na sponkah bo manjša. Govorimo o Potierovi reaktanci $X_p > X_{\text{os}}$, zato bo dejanska krivulja $U(I_v)$ nižja – črtkana črta na sliki.

c) Ameriški diagram (ASA)

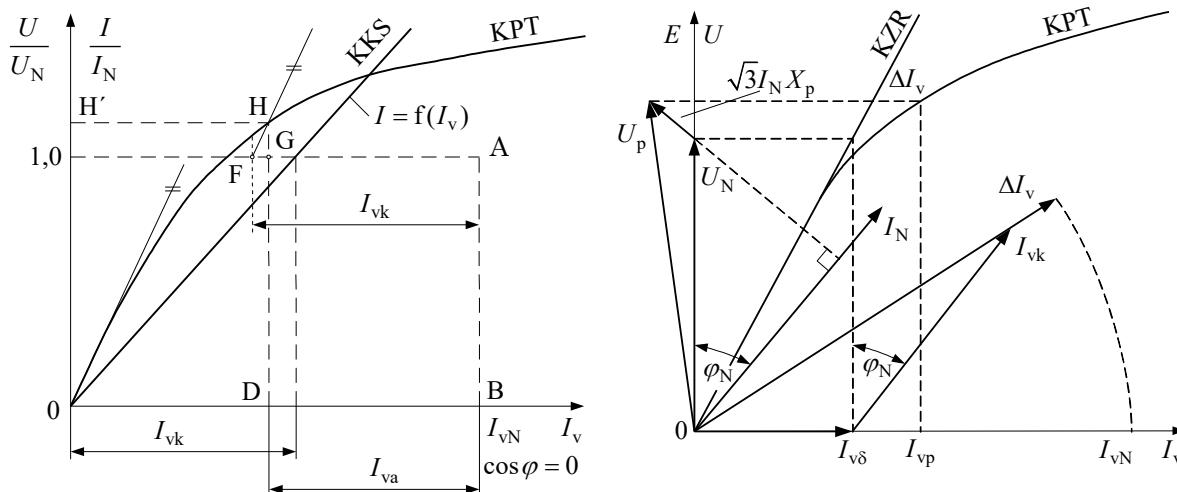
Za določanje $I_{\text{v}N}$ pri U_N, I_N in poljubnem $\cos \varphi$ služi ASA diagram. Za konstrukcijo potrebujemo karakteristiko prostega teka (KPT) in kratkega stika (KKS), $I_{\text{v}N}$ pri U_N, I_N in $\cos \varphi = 0$ (ind.) ter X_p (Potierovo reaktanco).

Določanje Potierove reaktance:

Iz KKS ($I = f(I_v)$) $\rightarrow I_{vk}$, ko je $I = I_N$. Razdalja \overline{OB} ustreza I_{vN} , $\cos \varphi = 0$ (ind.). Od točke A odštejemo $I_{vk} \equiv \overline{AF}$. V točki F potegnemo vzporednico tangenti na KPT in dobimo relativno Potierovo reaktanco $x_p = \overline{HG}$. KPT in KKS sta risani v relativnih enotah.

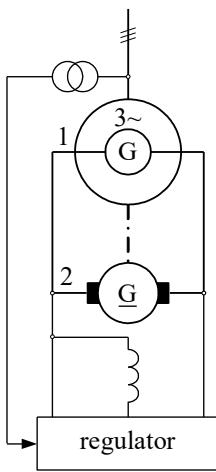
ASA diagram

Pravokotno na I_N nanesemo iz konca U_N vrednost padca napetosti $\Delta U_p = \sqrt{3}I_N X_p$ (za vezavo Y) in dobimo Potierovo napetost U_p . Projekcija napetosti U_p na ordinato nam da, med karakteristikama KZR in KPT, vrednost povečanja vzbujanja zaradi nasičenja ΔI_v . ASA diagram za skupni vzbujalni tok je: $\vec{I}_{vN} = (\vec{I}_{v\delta} + \vec{I}_{vk}) + \Delta \vec{I}_v$.

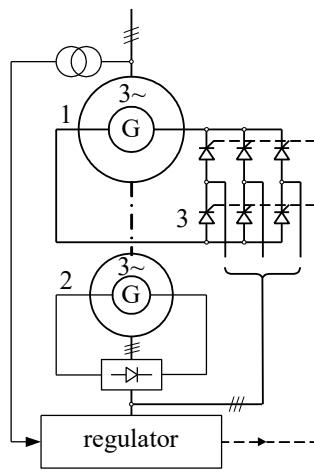


Sistemi za vzbujanje sinhronskih generatorjev

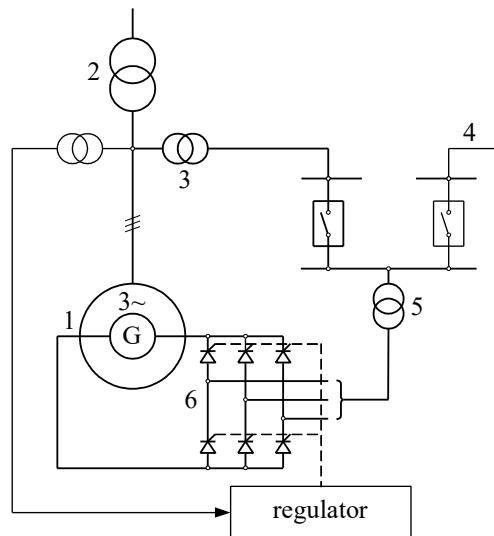
Za vzbujanje manjših sinhronskih generatorjev uporabljamo enosmerne samovzbujalne generatorje. Za večje sinhronske stroje uporabljamo trifazne sinhronske vzbujalnike ali tiristorske usmernike (statične pretvornike). Vzbujalna moč znaša približno 1 % od S_N .



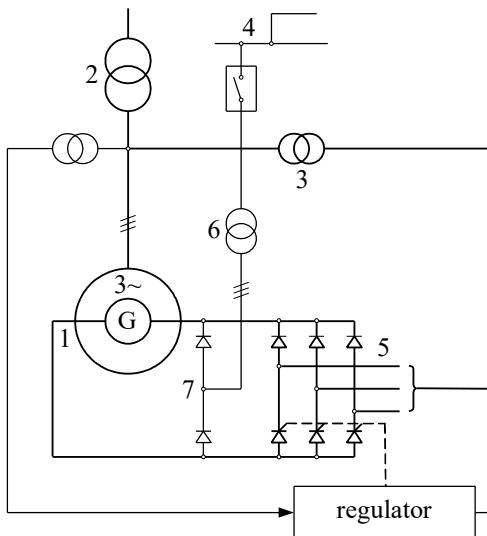
1 trifazni sinhronski generator
2 enosmerni vzbujalni generator



2 trifazni sinhronski vzbujalnik
3 polno krmiljeni tiristorski usmernik



2 blok transformator
3 transformator lastne rabe
4 tuje omrežje
5 vzbujalni transformator
6 polno krmiljeni tiristorski usmernik



5 polovično krmiljeni tiristorski usmernik
6 pomožni transformator
7 pomožni usmernik

Uporaba trajnih magnetov za vzbujanje

Izbiramo lahko med keramičnimi trajnimi magneti in trajnimi magneti iz kovinskih zlitin. Keramični trajni magneti so npr. barijev ali stroncijev ferit. Med kovinskimi zlitinami pa so najbolj poznani AlNiCo magneti in zlitine na osnovi redkih zemelj, npr. samarij s kobaltom ali v novejšem času neodim-železo-bor.

Magnetna histereza

V nematerialnem prostoru bo gostota magnetnega pretoka

$$B = \mu_0 H . \quad \left(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s} / (\text{A} \cdot \text{m}) \right)$$

B se v feromagnetenem materialu menja.

$$B = \mu_0 H + B_i ,$$

kjer je B_i magnetna polarizacija (enota T ali mT). Magnetna polarizacija je:

$$B_i = \kappa \mu_0 H . \quad \kappa \text{ je magnetna susceptibilnost (dovzetnost).}$$

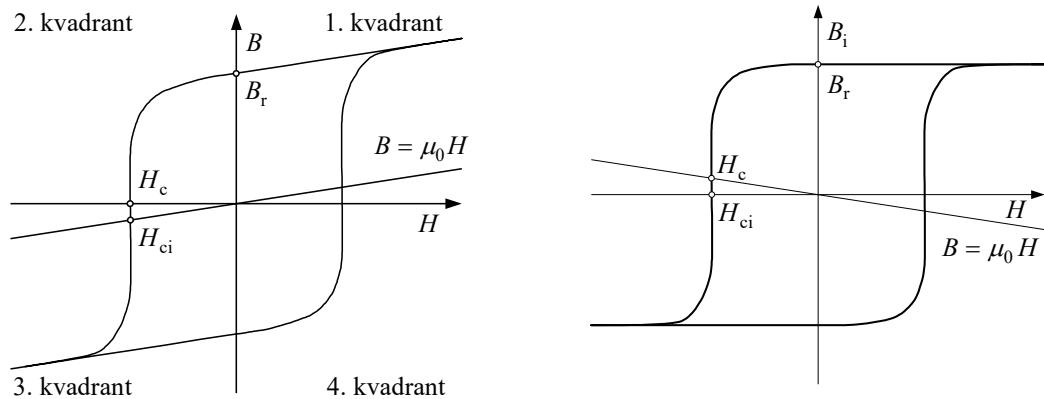
Sledi: $B = \mu_0 (1 + \kappa) H = \mu_0 \mu_r H$, kjer je relativna permeabilnost $\mu_r = 1 + \kappa$.

V nasičenju bo $\mu_r = 1$ in potek $B(H)$ bo premica. Relativna permeabilnost se podaja za transformatorsko ali dinamo pločevino. Pri trajnih magnetih pa se podaja povratno (recoil) permeabilnost $\mu_p \approx 1 \div 1,1$. (Permeabilis je lat. prepusten.)

Magnetno polarizacijo B_i lahko izrazimo tudi kot funkcijo magnetne poljske jakosti H :

$$B_i = B - \mu_0 H .$$

To je notranja (intrinsic) gostota magnetnega pretoka, prikazana na desni sliki v nadaljevanju. Pri kvalitetnih trajnih magnetih je točka remanentne gostote magnetnega pretoka na obeh slikah (B_r) enaka. (Remanere lat. je ostanek.)



Karakteristične točke za obe krivulji so:

$$H = 0 \rightarrow B_r \quad (\text{remanentna gostota magnetnega pretoka})$$

$$B = 0 \rightarrow H_c \quad (\text{koercitivna magnetna poljska jakost}) \quad (\text{Coercere lat. je zadržanje.})$$

$$B_i = 0 \rightarrow H_{ci} \quad (\text{koercitivna magnetna poljska jakost polarizacije})$$

Za vzbujanje s trajnimi magneti koristimo II (IV) kvadrant. Ta del histerezne krivulje imenujemo krivulja razmagnetena. Za vzbujanje s trajnimi magneti je bistveno, da sta B_r in H_{ci} čim večja. V bistvu pa je pomembna shranjena magnetna energija, tj. produkt (BH) v (kJ/m^3) .

$(BH) = \text{max. vrednost na kolenu razmagnetilne krivulje.}$

Delovna premica

Magnet je vgrajen v magnetni krog (mehko železo), ki ima navadno še zračno režo. Če zanemarimo razsipanje, velja:

$$\Phi = B_m A_m = B_\delta A_\delta.$$

Če zanemarimo padec magnetne napetosti v železu, velja:

$$\Theta = -H_m l_m = H_\delta l_\delta$$

in sledi

$$B_\delta = \mu_0 H_\delta = -\mu_0 H_m \frac{l_m}{l_\delta}.$$

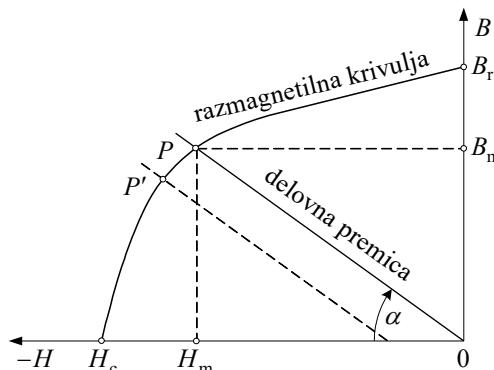
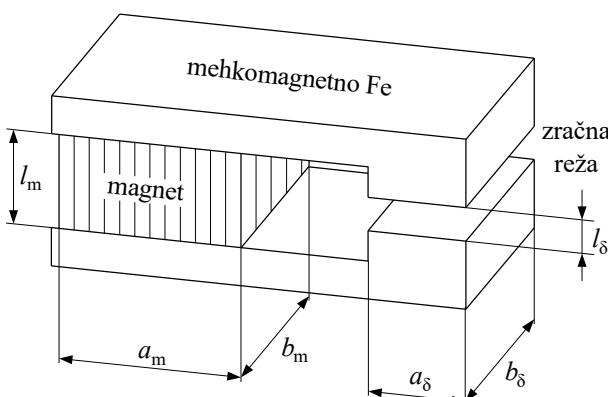
Delovna točka magneta bo sedaj:

$$B_m = B_\delta \frac{A_\delta}{A_m} = -\mu_0 H_m \frac{A_\delta}{A_m} \frac{l_m}{l_\delta}$$

in kot delovne premice

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{-B_m}{H_m} \right) = \operatorname{arctg} \left(\mu_0 \frac{A_\delta}{A_m} \frac{l_m}{l_\delta} \right).$$

Reakcija kotve nam premakne delovno premico iz točke P v točko P'. Ta ne sme biti pod kolenom krivulje, sicer magnet nepovratno razmagnetimo (oslabimo).



Sinhronski motorji s trajnimi magneti

Zanje je značilen velik ekonomski pomen zaradi večjega izkoristka, kot ga imajo asinhronski motorji. Sinhronske motorje posebnih izvedb uporabljamo v gospodinjstvu in tehniki. S stališča tehnike je pomemben predvsem sinhronski vrtljni moment.

Statorji so grajeni različno:

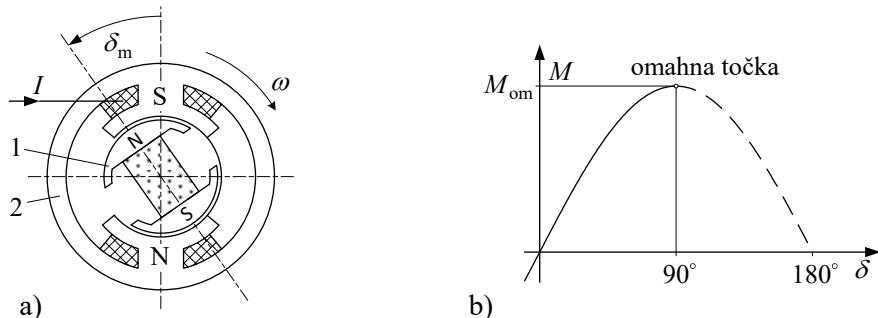
- obročasta tuljava s kremljastimi poli,
- stranske tuljave s kremljastimi ali zobčastimi poli,

- poli s posameznimi tuljavami,
- normalni trifazni stator – enak statorju asinhronskega motorja (večje enote).

Za motorje s trajnimi magneti na rotorju velja, da imajo visok sinhronski vrtilni moment, vendar ne zaženejo sami.

Sinhronski in reluktančni vrtilni moment

Najprej bomo dognali povezavo med sinhronskim vrtilnim momentom in podatki o magnetu, pri tem bomo predpostavili, da stator (2) na sliki a) ustvarja vzbujanje (Θ_{el} s sinusno porazdeljenim magnetnim poljem).



Pri premiku za (mehanski) kot δ_m iz vzdolžne smeri bo električno vzbujanje Θ_{el} (sinusne oblike) povzročilo spremembo magnetne napetosti v trajnem magnetu na rotorju (1) na sliki a). To ima za posledico spremembo energije ΔW :

$$\Delta W = \frac{1}{2} \Phi_\delta \Theta_{el} \cos(p\delta_m).$$

V enačbi je $\Phi_\delta = B_\delta A_\delta$, $\Theta_{el} = I N$ ter p število polovih parov. Iz napisanega sledi:

$$M = \left| \frac{dW}{d\delta} \right| = p \frac{1}{2} \Phi_\delta \Theta_{el} \sin \delta$$

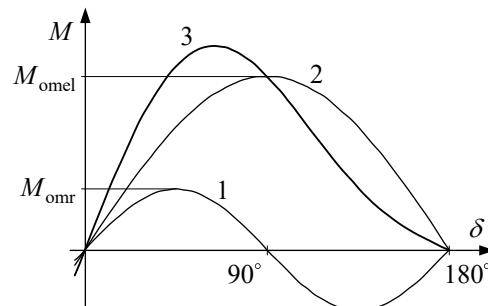
in nastane maksimalni, tj. omahni vrtilni moment pri kotu $\delta = p\delta_m = 90^\circ$ (slika b))

$$M_{om} = p \frac{1}{2} \Phi_\delta \Theta_{el}.$$

Za stator uporabljamo navadno lamelirano mehko železo. Magnet v polih iz železa zgradi nasprotno magnetno polje in tako reluktančni (lepljni) vrtilni moment nasprotuje zasuku rotorja.

Na desni sliki je označen reluktančni vrtilni moment M_r z 1, sinhronski (električni) vrtilni moment M_{el} , ki je posledica električnega napajanja statorja, z 2 ter rezultirajoči vrtilni moment s 3.

Da motor zažene, mora biti $M_{el} > M_r$. Navadno velja, da je $M_{el} \approx 3M_r$.



Enačbo za omahni vrtilni moment lahko pišemo tudi drugače:

$$M_{om} = p \frac{1}{2} \Phi_\delta \Theta_{el} = p \frac{1}{2} \Phi_\delta \Theta_p \frac{\Theta_{el}}{\Theta_p}.$$

V enačbi je fluks zračne reže Φ_δ enak fluksu trajnega (permanentnega) magneta ($\Phi_\delta \approx \Phi_p$), če zanemarimo razsipanje v rotorju. Θ_p je vzbujanje trajnega magneta. Za $\Phi_p = B_m A_m$, $\Theta_p = H_m l_m$ in specifično energijo $w_p = B_m H_m / 2$ ter volumen magneta $V_m = A_m l_m$ bo omahni vrtilni moment iz energije:

$$M_{om} = p w_p V_m (\Theta_{el} / \Theta_p)$$

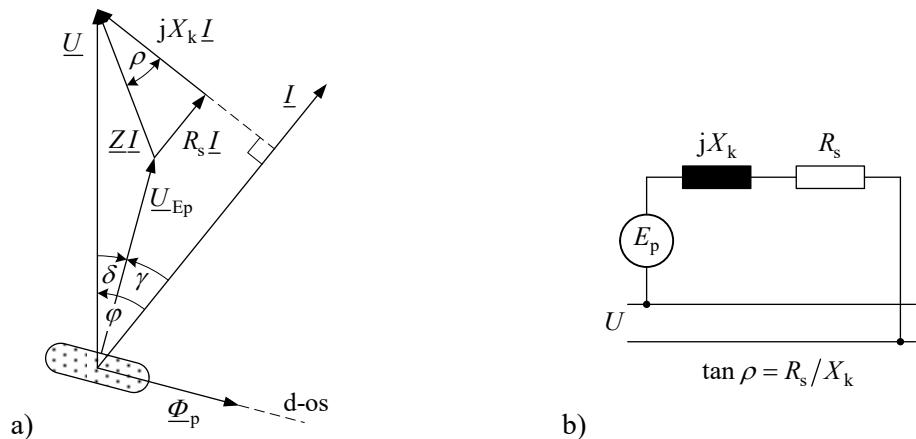
sorazmeren volumnu magneta in odvisen od kvalitete magneta, tj. od shranjene energije magneta. Zato uporabljamo danes za sinhronske servomotorje predvsem magnete na osnovi redkih zemelj, npr. neodim-železo-bor ($B_r = 1 \div 1,21$ T in $H_{ci} = 690 \div 920$ kA/m).

Trifazni sinhronski motorji

Glede na trifazno navitje na statorju se magnet vrti z mehansko (sinhronsko) kotno hitrostjo

$$\Omega_{ms} = \omega / p \text{ in inducira napetost polovega kolesa } E_p = \omega N_s f_{ns} \hat{\Phi}_\delta / \sqrt{2} .$$

Pri malih motorjih ne smemo zanemariti ohmske upornosti statorskega navitja, ki je prikazana v kazalčnem diagramu (slika a)), tj. v Kappovem trikotniku padcev napetosti in v nadomestnem vezju (slika b)).

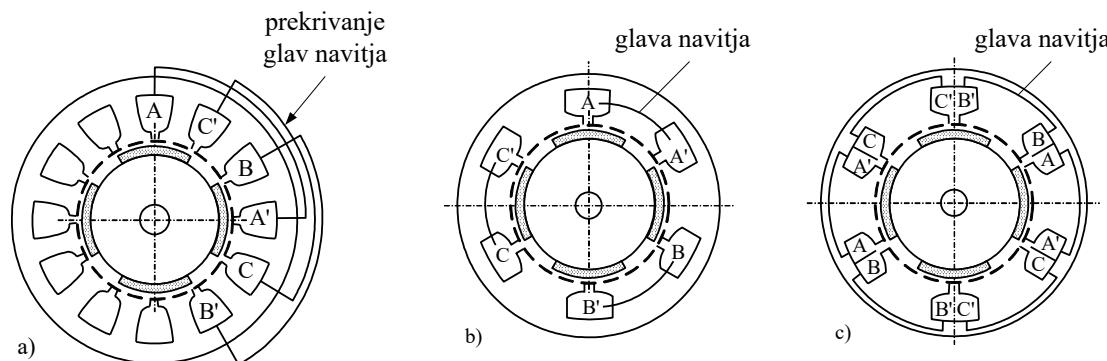


Za sinhronsko (kratkostično) reaktanco na sliki b) velja približna enačba: $X_k \approx E_p / I_k$.

Sinhronski motorji s trajnimi magneti in z izraženimi poli na statorju

Sinhronski motorji s trajnimi magneti so v angleški literaturi označeni s kratico PMSMs (permanent magnet synchronous motors). Posebnost te vrste motorjev je v tem, da navitje kotve ni porazdeljeno v utorih statorja (slika a)) za 4-polni PMSM s porazdeljenim navitjem za $Q_s = 12$, ($q_s = 1$), ampak je koncentrično nameščeno na zobe statorja ali po nemški literaturi navito na izražene pole statorja. Velja, da lahko reduciramo lepilni vrtilni moment pri toku nič, če imajo takšni motorji na statorju število utorov $Q_s \neq 2p$. Število utorov Q_s na statorju je: $Q_s = 2p + 2k$ in faktor $k = \pm 0,5, \pm 1, \pm 2, \dots$. Za vse motorje z navitjem na

polih statorja je število utorov na pol in fazo $q_s \leq 0,5$. Za primer na slikah b) in c) je: $Q_s = 6$ in $2p = 4$ ($k = 1$). Tako imamo eno tuljavo na fazo za enoplastno navitje in dve tuljavi na fazo za dvoplastno (dvodelno) navitje. Na splošno obstaja mnogo kombinacij za Q_s in $2p$ tako kot: $3/2$, $3/4$, $6/4$ (na sliki b) in c)), $6/8$, $9/8$, $9/10$, $9/12$, $12/10$, $12/14$, $24/16$, $24/22$, ..., $36/42$ itd. Število period lepilnega vrtilnega momenta je pri toku nič enako produktu med Q_s / p in $2p$.

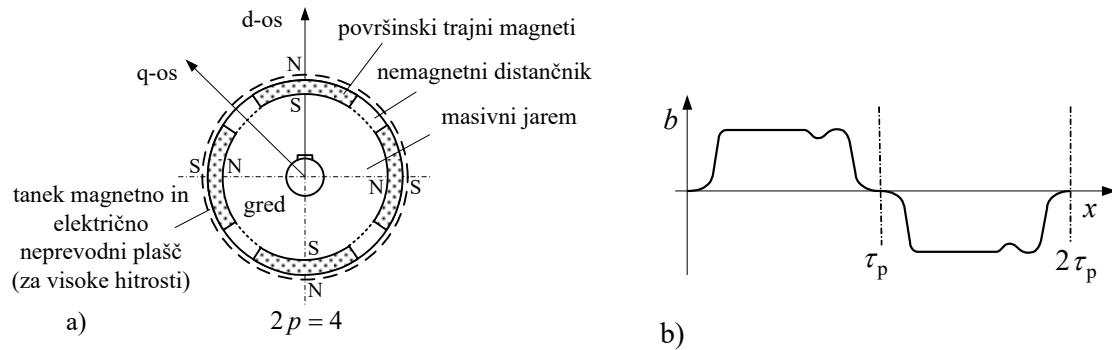


PMSMs motorji imajo $2p$ polov. Tako ima statorsko navitje za $Q_s \neq 2p$ relativno velik faktor navitja za $2p$ period. V primeru $Q_s = 6$ in $2p = 4$ je ta faktor za koncentrično navitje glede na širino tuljave enak $\sin(120^\circ / 2) = \sqrt{3} / 2 = 0,866$. S takšnim navitjem je mogoče doseči v statorskih fazah praktično sinusno inducirano napetost.

Ti motorji nimajo kletke v rotorju in jih ne moremo priključiti direktno na AC omrežje. Odvisni so od frekvenčno variabilnega napajanja z močnostno elektroniko. Celo če imajo kletko, ima statorsko vzbujanje zaradi $Q_s \neq 2p$ zelo močno izražene harmonike.

Oblika polja za primer motorja s trajnimi magneti na površini rotorja (slika a)), str. 127 v nadaljevanju z označenima "d" in "q" osema) in navitjem na izraženih polih statorja za $q_s = 0,5$ je prikazana na sliki b).

Lok trajnih magnetov je običajno enak loku statorske utorne širine $\tau_m = \tau_u = D\pi/Q_s$, da reduciramo lepilni vrtilni moment.



Izračun vrtilnega momenta

Predpostavimo, da se magnetni sklep trajnih magnetov na statorju, z dvema tuljavama na fazo, spreminja sinusno. Maksimalni magnetni sklep za dve tuljavi z N_t ovoji bo tako:

$$\hat{\Psi}_p = 2N_t \times B_{\delta_e} A_m,$$

kjer je B_{δ_e} gostota magnetnega pretoka v ekvivalentni zračni reži (δ_e) in A_m površina magneta v smeri zračne reže. Maksimalni magnetni sklep se bo pojavil v d-osi, tj. v simetrali trajnih magnetov, medtem ko je q-os simetrala med magneti (slika a)).

Za sinusno razporeditev magnetnih sklepov velja:

$$\Psi_p(\vartheta_r) = \hat{\Psi}_p \sin \vartheta_r.$$

ϑ_r je električni kot in je p -krat večji od mehanskega kota ($\vartheta_r = p\vartheta_{rm}$).

B_{δ_e} je določen z enačbo:

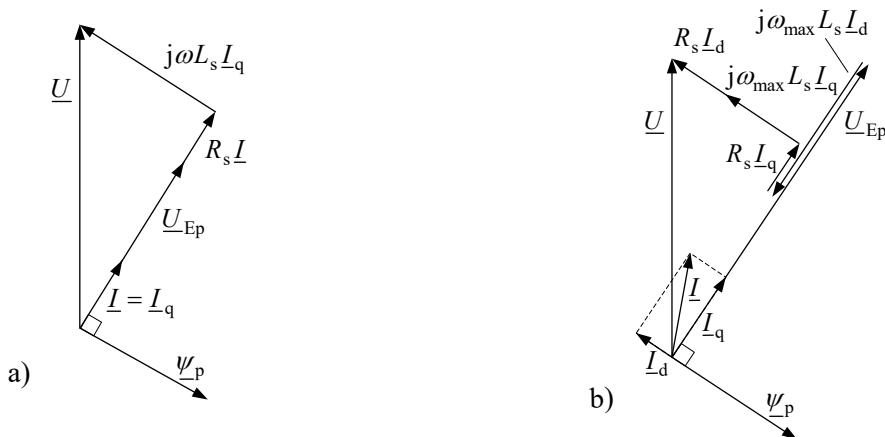
$$B_{\delta_e} \approx \frac{B_r}{1+k_r} \frac{l_m}{l_m + \delta_e}.$$

Faktor $k_r = 0,1 \div 0,2$ in upošteva robni pretok. l_m je debelina magneta.

Vrtilni moment v primeru, da je tok kotve v fazi z inducirano napetostjo polovega kolesa $U_{Ep} = \omega \hat{\Psi}_p / \sqrt{2}$, torej v primeru za $I_d = 0$, ko imamo samo "q" komponento toka $I_q = I$, izračunamo po znani enačbi:

$$M = 3p \frac{\hat{\Psi}_p}{\sqrt{2}} I.$$

V primeru, da je tok v fazi z inducirano napetostjo ($I_d = 0$), velja kazalčni diagram na sliki a), v katerem upoštevamo sinhronsko induktivnost L_s in statorsko upornost R_s . Na sliki b) je $I_d < 0$ in reakcija zmanjšuje vzbujanje.



Sinhronska induktivnost v tem primeru ni enaka samo vsoti magnetilne L_m in razsipane induktivnosti L_{os} (tj. L_d za klasične stroje), ampak je potrebno dodati še medsebojno induktivnost med sosednjimi fazami $L_{12} \approx L_m / 3$. V primeru, ko ima I_d komponenta toka kotve nasprotno smer kot vzbujanje trajnega magneta (za vodenje pri večjih hitrostih vrtenja rotorja $\omega_{max} > \omega_N$), velja kazalčni diagram na sliki b).

Reluktančni motorji s porazdeljenim navitjem

Uporabljamo jih v avtomatizaciji ali za pogon električnih urnih mehanizmov.

Stator je enak statorju sinhronskega motorja. Rotor je z izraženimi poli brez vzbujalnega navitja. Običajno ima tudi dušilno kletko. Fizikalni način delovanja sloni na razliki reluktanc, tj. magnetnih upornosti ($R_{\text{md}} \ll R_{\text{mq}}$), ali na razliki reaktanc ($X_d \gg X_q$). Zato se imenujejo tudi reaktančni motorji. Imajo enako števil polov na statorju in rotorju.

Glede na drugi del enačbe za vrtilni moment (str. 109) in enačbo reluktance (str. 3) je:

$$M = -\frac{3p}{2} \Phi_\delta^2 (R_{\text{mq}} - R_{\text{md}}) \sin 2\delta.$$

Pri sinhronskem reluktančnem motorju je kolesni kot $\delta < 0$ in vrtilni moment $M > 0$.

Reluktančni motorji s koncentričnim navitjem na polih statorja

K tej izvedbi spadajo predvsem koračni motorji. Služijo za pretvorbo električnih impulzov v diskretne kotne pomike. V primeru, da so v rotorje vgrajeni še trajni magneti, govorimo o hibridnih reluktančnih ali koračnih motorjih.

Način delovanja koračnega motorja

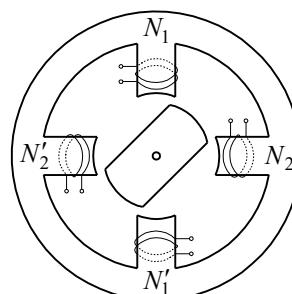
Osnovna razlika med sinhronskim (reluktančnim) in koračnim motorjem je v konstrukciji. Rotor in stator koračnega motorja imata različno število polovih parov $p_s \neq p_r$.

Ločimo 2- oziroma 4-fazni motor glede na način vodenja (slika) in 5-faznega. Število faz statorja je določeno glede na število polovih parov na statorja: $m = p$. Glede na sliko je:

$$\text{celi koračni kot: } \alpha_k = \frac{360^\circ}{2p};$$

$$\text{polovični koračni kot: } \alpha_{kp} = \frac{\alpha_k}{2}.$$

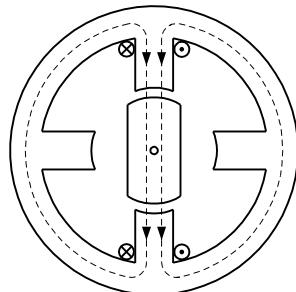
$$\text{V našem primeru je } \alpha_{kp} = \frac{360^\circ}{4p} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ.$$



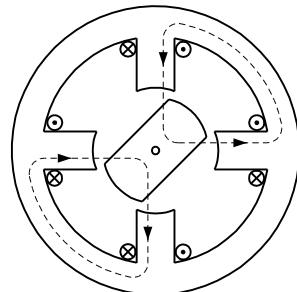
Celi koračni kot dobimo, če zaporedoma vzbujamo navitja na posameznih polih statorja (najprej N_1 in N'_1 nato N_2 in N'_2). Polovični koračni kot dobimo, če vzbujamo najprej prvi in diametalni pol (N_1 in N'_1) ter v naslednjem koraku vse štiri pole. To je opisano v tabeli impulzov za polovične korake motorja in za zasuk rotorja 180° .

Tabela impulzov vzbujanja za zasuk rotorja $180^\circ = 4 \times 45^\circ$

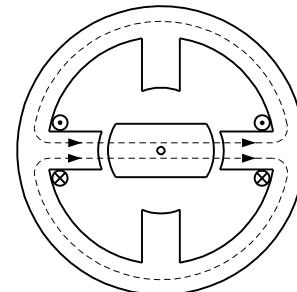
Tuljava št.	1	2	1'	2'
Korak				
1	$+I$		$-I$	
2	$+I$	$-I$	$-I$	$+I$
3		$-I$		$+I$
4	$-I$	$-I$	$+I$	$+I$
5	$-I$		$+I$	



prvi korak



drugi korak

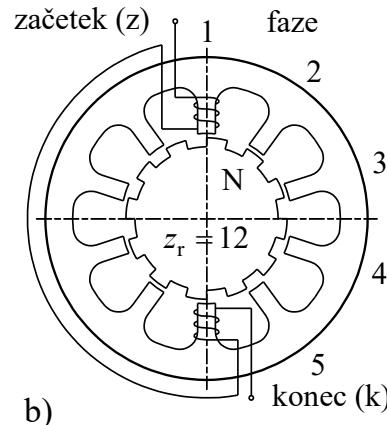
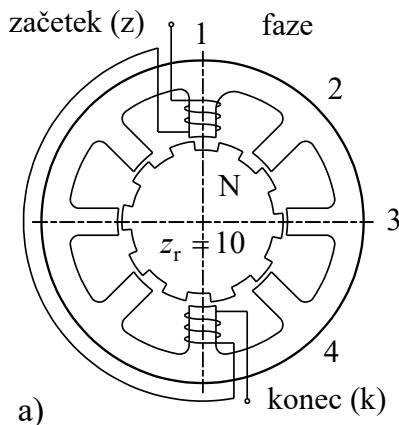


tretji korak

Navadno koračni motorji nimajo manj polov (zob) na rotorju kot na statorju, ampak veliko več. Zato prikazuje naslednja slika a) (str. 131) 4-fazni motor z 10 zobmi (poli) na rotorju in slika b) 5-fazni motor z 12 zobmi na rotorju. Hibridni koračni motorji imajo v rotorju vzdolžno (v smeri gredi) namagneten trajni magnet.

Polovični koračni kot je v primeru 2-fazno krmiljenega 4-faznega motorja (slika a)), str 131):

$$\alpha_{kp} = \frac{360^\circ}{4pz_r} = \frac{360^\circ}{16 \cdot 10} = 2,25^\circ \text{ in za 5-fazni motor (slika b)) } \quad \alpha_{kp} = \frac{360^\circ}{4pz_r} = \frac{360^\circ}{20 \cdot 12} = 1,5^\circ .$$



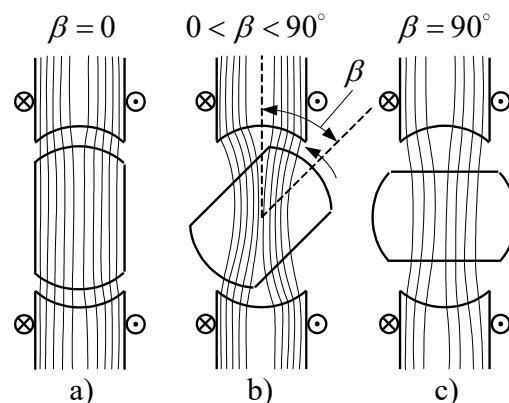
V praksi imajo koračni motorji tudi 50 zob na rotorju in s tem ustrezeno manjši koračni kot. Ta je za

$$5\text{-fazni motor: } \alpha_k = \frac{360^\circ}{2pz_r} = \frac{360^\circ}{10 \cdot 50} = 0,72^\circ \text{ in polovični koračni kot } \alpha_{kp} = \frac{\alpha_k}{2} = 0,36^\circ .$$

Za 2-fazno krmiljenje 4-faznega koračnega motorja potrebujemo 8 stikalnih tranzistorjev in za 5-fazni motor vezan v peterokotnik le 10 (namesto 20).

Nastanek vrtilnega momenta

- a) stabilno ravnotežje ($\beta = 0^\circ$)
- b) zasuk za kot β iz stabilnega ravnotežja
- c) nestabilno ravnotežje ($\beta = 90^\circ$)



Velikost statičnega vrtilnega momenta določimo iz shranjene magnetne energije W_m , ki si jo predstavljamo koncentrirano v zračni reži:

$$M = \frac{dW_m}{d\beta}.$$

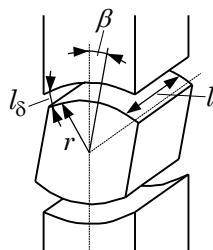
$$W_m = \int_V w_m dV = \frac{1}{2} \int_V HB l l_\delta r d\beta = \frac{1}{2} \int_V \Theta_\delta d\Phi, \text{ če je: } w_m = \frac{1}{2} HB$$

(specifična magnetna energija),

$$\Theta_\delta = Hl_\delta \text{ (padec magnetne napetosti v zračni reži),}$$

$$dV = l_\delta l r d\beta = l_\delta dA \text{ (diferencial volumna),}$$

$$d\Phi = B dA = Bl r d\beta \text{ (diferencial fluksa).}$$



$$\text{Za } \Phi = A\Theta_\delta, \text{ bo } W_m = \frac{1}{2} \int_V \Theta_\delta^2 dA \text{ in } M = \frac{1}{2} \Theta_\delta^2 \frac{dA}{d\beta}$$

Glede na sliko je magnetna prevodnost

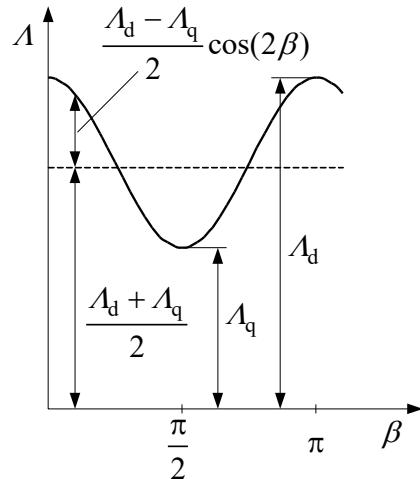
$$A = \frac{1}{2}(A_d + A_q) + \frac{1}{2}(A_d - A_q)\cos(2\beta)$$

in absolutna vrednost za statični vrtilni moment:

$$M = \frac{1}{2}\Theta_\delta^2(A_d - A_q)\sin(2\beta),$$

A_d je magnetna prevodnost rotorja za $\beta = 0$,

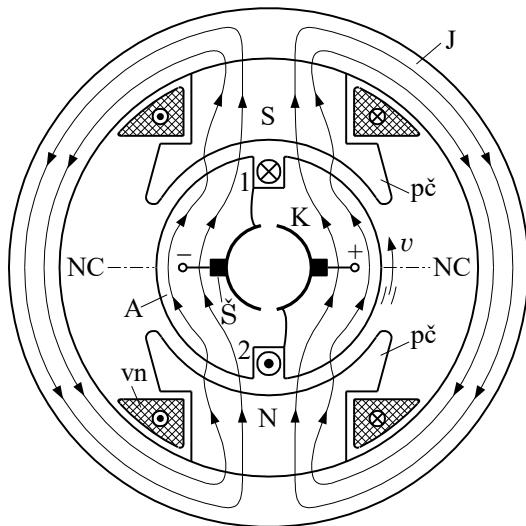
A_q je magnetna prevodnost rotorja za $\beta = \frac{\pi}{2}$.



KOMUTATORSKI STROJ

Opis konstrukcije

Komutatorski stroj predstavlja električni stroj s komutatorjem v sekundarnem delu. Sklop komutatorja (kolektor – ščetke) je mogoče zamenjati z elektroniko. Glede na pritisnjeno napetost razlikujemo enosmerni ali izmenični stroj. Glavni sestavni deli so: stator in rotor s komutatorjem.



Skica dvopolnega enosmernega stroja

Stator sestavlja:

J – masivni jarem statorja,
pc – poli s polovimi čevlji,
vn – vzbujalna navitja.

Rotor sestavlja:

A – kotva (armatura) iz elektro pločevine (dinamo pločevine)
(1, 2 – navitje kotve),
K – komutator (kolektor),
Š – nepremična ščetka nameščena v nevtralni coni (NC).

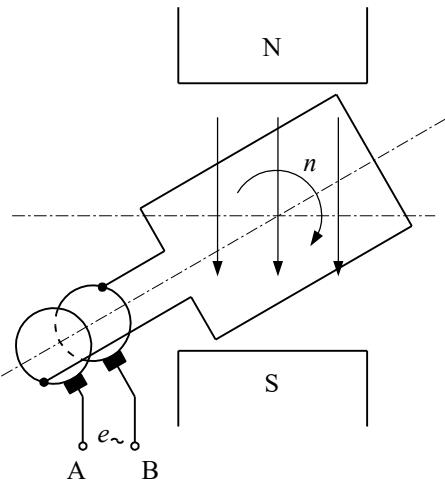
Način delovanja

a) Generator

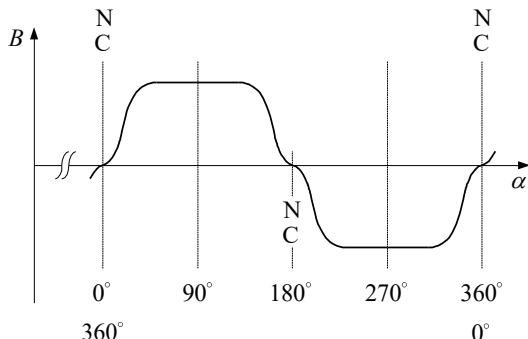
Tuljavo rotorja vrtimo v enosmernem magnetnem polju. V posamezni stranici tuljave – vodniku (palici) se inducira napetost po enačbi:

$$e_p = vBl.$$

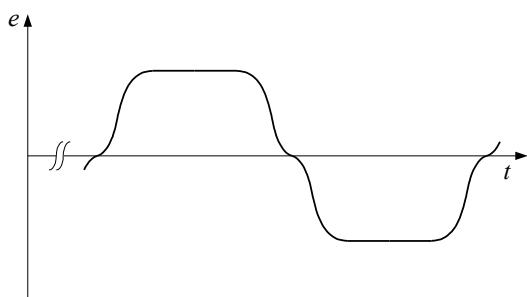
Ta je po obliku enaka obliku magnetnega polja.



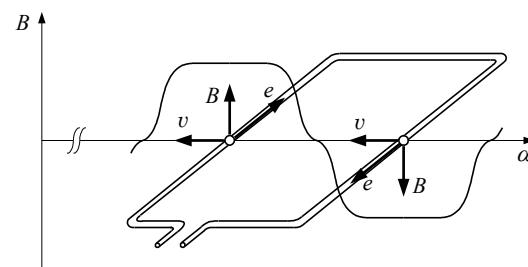
Tuljava priključena na dva drsna obroča



Razdelitev magnetnega polja izraženih polov



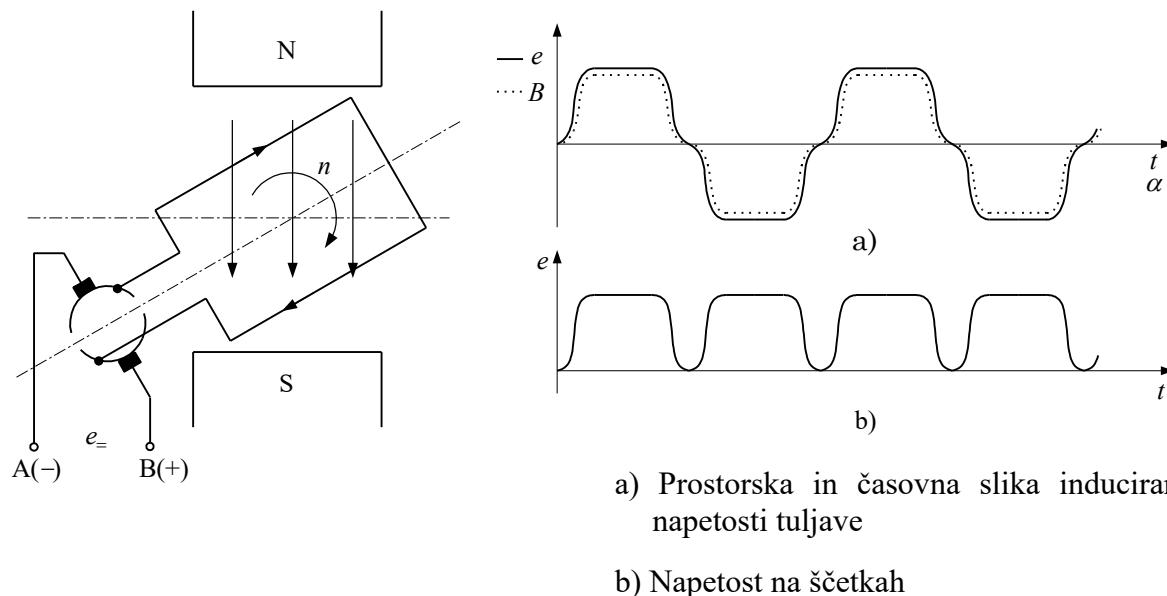
Inducirana napetost vodnika



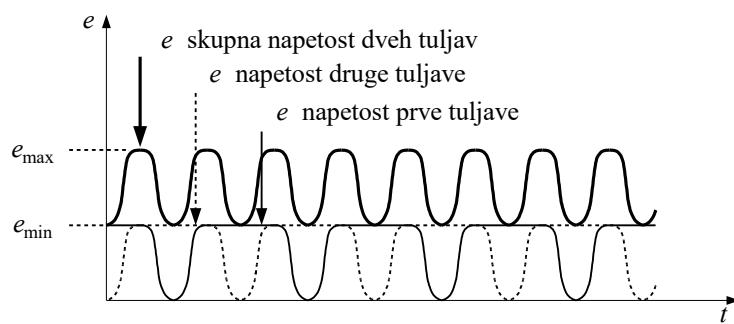
Inducirana napetost tuljave

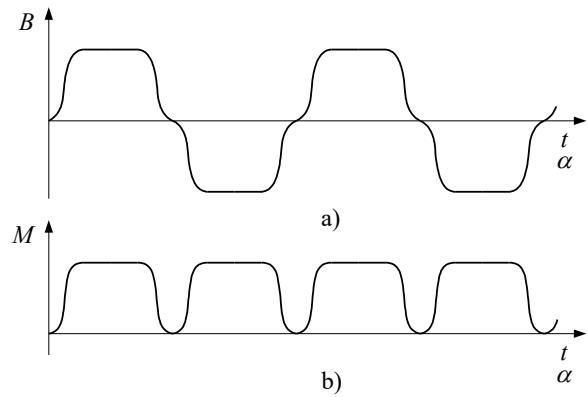
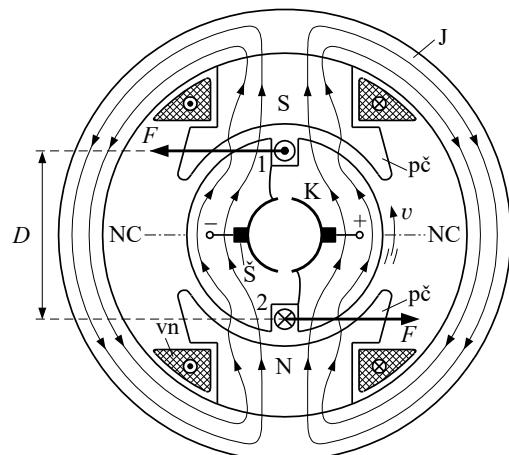
Za smeri v , B in e velja pravilo treh prstov desne roke, če so veličine v , B in e med seboj pravokotne. Inducirani napetosti e v obeh stranicah tuljave dolžine "l" sta nasprotno usmerjeni. Geometrijska vsota je dvakratna. Časovno je po obliki napetost izmenična. Takšno napetost dobimo tudi na drsnih obročih.

Namesto dveh drsnih obročev vzamemo le enega, ki ga prerezemo, torej dve lameli. Začetek tuljave vežemo na eno in konec na drugo lamelo.



Kolektor (komutator) je mehanski usmernik. Na sponki A bo inducirana napetost vedno iste smeri (-), na sponki B vedno (+). Ena sama tuljava ima veliko valovitost napetosti. Navadno pa imamo vsaj dve (slika) ali več tuljav.



b) Motor

a) Gostota magnetnega pretoka

b) Vrtilni moment

Rotor priključimo na napetost in v njem steče tok I . Na vodnik v magnetnem polju gostote magnetnega pretoka B deluje sila: $F = IBl$ in na obe stranici tuljave par sil, ki ustvarita vrtilni moment (navor):

$$M = F \frac{D}{2} + F \frac{D}{2} = FD.$$

Vsak motor lahko deluje kot generator in obratno. To velja za vse rotacijske stroje. V praksi se lahko generator v nekaterih primerih po obliki gradnje razlikuje od motorja (navadno so generatorji večjih moči). Tudi v generatorju se pojavi sila, ki nasprotuje sili (vrtilnemu momentu) pogonskega stroja.

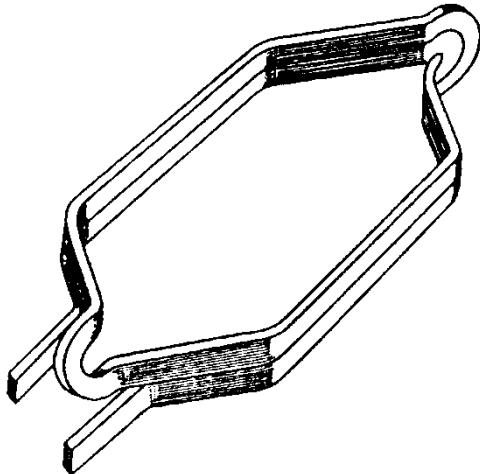
Velikosti napetosti:

$$\text{generator} \quad U \leq E$$

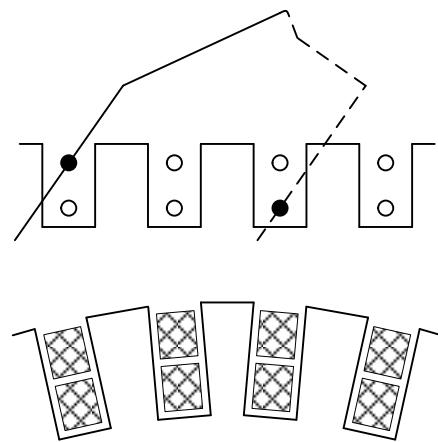
$$\text{motor} \quad E \leq U$$

Navitja komutatorskih strojev

Navadno so to dvoplastna navitja. Število tuljav je enako številu utorov.



Izvedba tuljave



Razporeditev tuljave v utore

Začetek in konec sta vezana na sosednji lameli. Zato je število lamel K enako številu tuljav oziroma številu utorov Q :

$$K = Q.$$

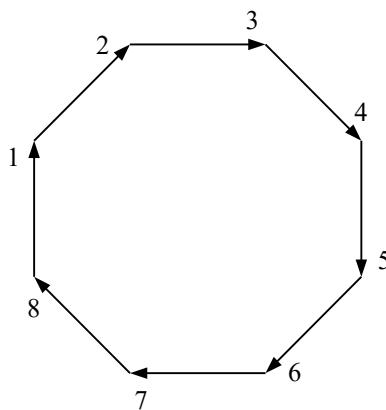
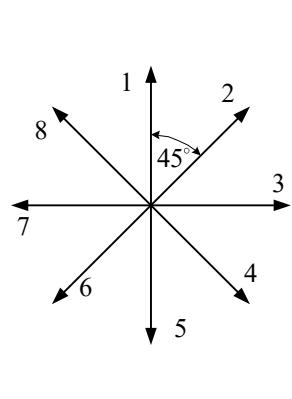
Vektorska zvezda in mnogokotnik inducirane napetosti

Inducirano napetost posameznih utorov ponazorimo z vektorjem (kazalcem). Vsi vodniki v utoru imajo inducirano napetost enake smeri in velikosti. Električni kot v stopinjah med utori bo:

$$\alpha = p \frac{360^\circ}{Q} = p \alpha_Q,$$

kjer je mehanski kot med utori $\alpha_Q = \frac{360^\circ}{Q}$.

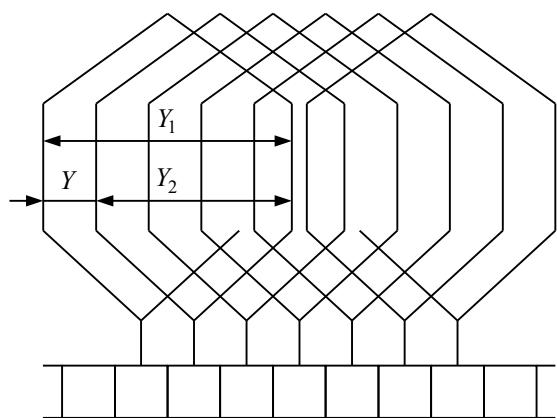
Primer: $Q=8$, $2p=2$, $\alpha=45^\circ$



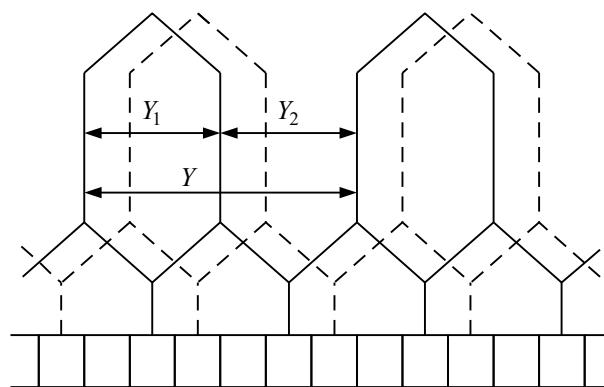
Če vežemo konec prve tuljave z začetkom druge itd., nastane mnogokotnik. Pri $Q=\infty$ je to krog. Če postavimo ščetke na dve diametalni točki kroga (komutatorja), razpade navitje na dve paralelni veji. Napetost na ščetkah bo enaka premeru kroga.

Izvedbe navitij

Glede na vezavo posameznih tuljav ločimo zankasto in valovito navitje.



Zankasto navitje



Valovito navitje

Pri zankastem navitju vežemo konec predhodne tuljave z začetkom sosednje. Pri valovitem navitju preskočimo nekaj sosednjih tuljav. Navitje, zankasto ali valovito, je vedno sklenjeno oziroma vezano samo vase. Valovita navitja se uporablajo tudi za asinhronske stroje (statorje in navite rotorje) ali za cilindrične rotorje sinhronskih strojev.

Za zankasto navitje je širina pomika (navitja): $Y = Y_1 - Y_2$.

Za valovito navitje je širina pomika (navitja): $Y = Y_1 + Y_2 \neq 2Q_p = \frac{Q}{p} \rightarrow Y = \frac{Q \pm 1}{p}$.

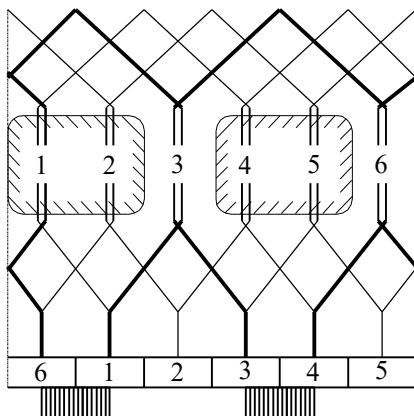
Y_1 je širina tuljav $Y_1 \leq Q_p = \frac{Q}{2p}$, Y_2 je vezalna širina. (Q_p je število utorov na pol.)

Primer zankastega navitja

$$Q = 6, 2p = 2, Y_1 = Q_p = 3, Y = 1, Y_2 = 2$$

$$\text{Korak navitja je } 1 - (1 + Q_p) = 1 - 4.$$

$$\text{Vezalni korak je } 1 - (1 + Y_2) = 1 - 3.$$

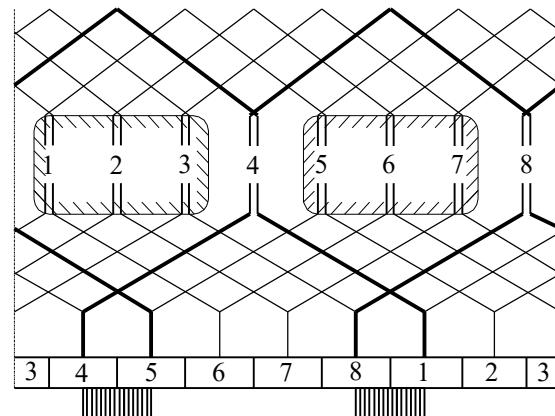


Primer valovitega navitja

$$Q = 8, 2p = 2, Y_1 = Q_p = 4, Y = 9, Y_2 = 5$$

$$\text{Korak navitja je } 1 - (1 + Q_p) = 1 - 5.$$

$$\text{Vezalni korak je } 1 - (1 + Y_2) = 1 - 6.$$

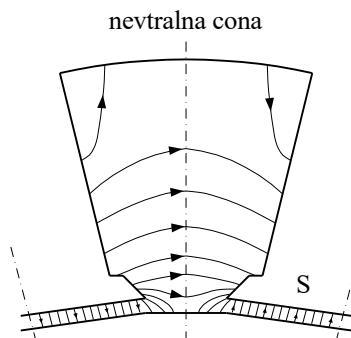


Na slikah vidimo, da je komutatorsko navitje sklenjeno samo vase. Debelo narisane tuljave so preko ščetk kratkosklenjene, ko ščetka pokriva dve sosednji lameli.

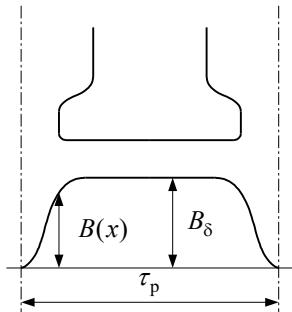
Teorija enosmernih strojev

Inducirana napetost

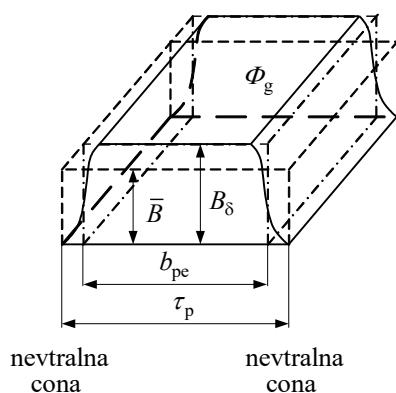
Tok v vzbujальнem navitju: $I_v \rightarrow \Theta_v = I_v N_v \rightarrow B_\delta \rightarrow \Phi_g$



Slika magnetnega polja v prostem teku za polovo delitev



Slika porazdelitve magnetnega polja v prostem teku za polovo delitev



Srednja vrednost inducirane napetosti v vodniku (palici):

$$\bar{E}_p = v \bar{B} l = 2pn \Phi_g, \text{ če je } v = D\pi n = \frac{2pD\pi}{2p} = 2p\tau_p n.$$

$$\text{Fluks pola: } \Phi_g = l \int_0^{\tau_p} B(x) dx$$

$$\Phi_g = b_{pe} l B_\delta = \tau_p l \bar{B}$$

b_{pe} je ekvivalentna periferna širina pola.

Fluks ponazorimo kot volumen geometrijskega telesa (kvadra) s stranicami za srednjo vrednost \bar{B} , dimenziji l in τ_p .

Navitje z "z" vodniki ($z=2N$), vezanimi v serijo, in z "2a" paralelnimi vejami, kjer je "a" število paralelnih vej polovice kotve (rotorja), bo imelo inducirano napetost:

$$E = \frac{z}{2a} \bar{E}_p = 2p \frac{z}{2a} n\Phi_g = 4pn \frac{N}{2a} \Phi_g = 4pn N_a \Phi_g,$$

kjer je $N_a = N/(2a)$ efektivno število ovojev, tj. število ovojev paralelne veje in produkt "pn" frekvenca v kotvi (rotorju) inducirane napetosti.

Z uvedbo konstrukcijske konstante napetosti $k_e = \frac{pz}{a}$ velja:

$$E = k_e n \Phi_g = K_E \Omega_m.$$

K_E je koeficient magnetnega fluksa za izračun inducirane napetosti $\left(K_E = \frac{k_e}{2\pi} \Phi_g \right)$. Če je

$\Phi_g = \text{konst.}$, je tudi K_E konstanten.

Napetost na sponkah generatorja je:

$$U = E - I_a R_a - \Delta U_c.$$

Napetost je manjša za padec napetosti na upornosti kotve $I_a R_a$ in za padec napetosti na ščetkah komutatorja ΔU_c . Obratno velja za motor:

$$U = E + I_a R_a + \Delta U_c.$$

Vrtilni moment

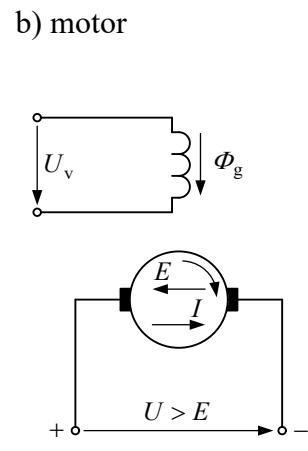
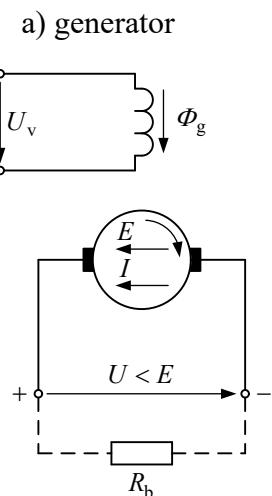
Izračunamo ga iz mehanske moči: $P_m = M\Omega_m = EI_a = P_{notr}$, ki je enaka notranji moči stroja (če lahko zanemarimo izgube trenja in ventilacije). To trditev dokažemo z naslednjo izpeljavo:

$$P_m = M\Omega_m = FD 2\pi n = \frac{I_a}{2a} N \bar{B} l \tau_p 4pn = I_a \frac{pz}{a} n \Phi_g = I_a k_e n \Phi_g = EI_a,$$

$$M = \frac{k_e}{2\pi} \Phi_g I_a = k_M \Phi_g I_a = K_M I_a.$$

$k_M = k_e / (2\pi)$ je konstrukcijska konstanta vrtilnega momenta. K_M je koeficient magnetnega fluksa za izračun vrtilnega momenta. Po vrednosti je K_M enak kot K_E za inducirano napetost, če lahko zanemarimo vrtilni moment izgub trenja in ventilacije rotorja. Enota koeficiente za vrtilni moment je ($\text{N} \cdot \text{m} / \text{A}$) in za inducirano napetost ($\text{V} \cdot \text{s} / \text{rad.}$). K_E se navadno podaja pri servomotorjih pri 1000 vrtljajih v minuti. Koeficiente za fluks in vrtilni moment sta označena tudi s črko C .

Stroji za enosmerni tok



$$U = E - IR_a$$

$$E = U - IR_a = k_e n \Phi_g$$

$$U = k_e n \Phi_g - IR_a$$

$$n = \frac{U - IR_a}{k_e \Phi_g}$$

$$P_{el} = UI = EI - I^2 R_a$$

$$M_{notr} = k_M \Phi_g I \quad (\text{Indeks "notr" je notranji.})$$

$$P_m = EI = P_{notr} = P_{el} + P_{Cu}$$

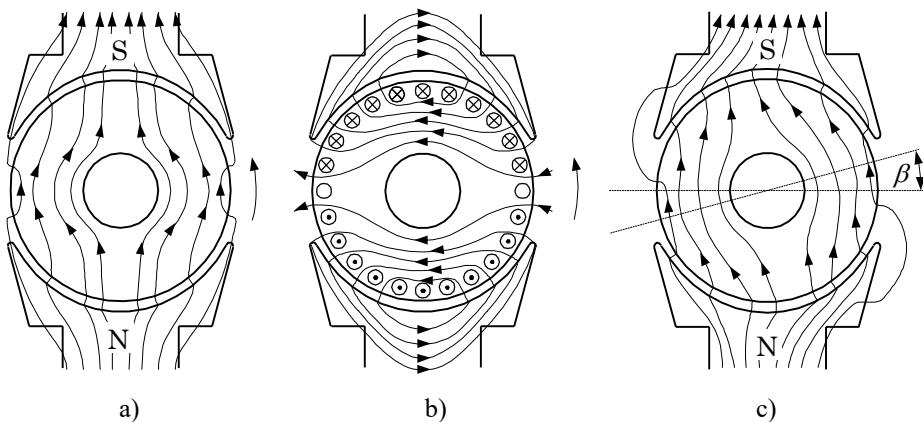
$$P_m = M_{notr} Q_m = EI = P_{notr}$$

$$P_{el} = P_{notr} - P_{Cu}$$

$$P_m = P_{el} - P_{Cu}$$

Reakcija kotve

V obremenjenem stroju teče v kotvi bremenski tok I_a . $I_a \rightarrow \Theta_a \rightarrow B_a$ (magnetno polje reakcije kotve). Skupaj z magnetnim poljem vzbujanja dobimo rezultirajoče magnetno polje. Spremeni se fizikalna slika delovanja. Celoten pojav in posledice tega pojava imenujemo reakcija kotve.



Magnetno polje enosmernega stroja v zračni reži in njeni bližini

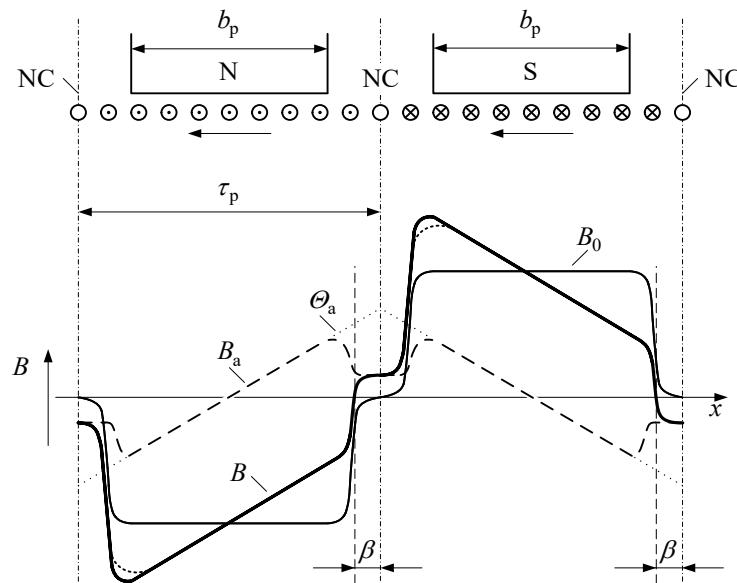
- a) prosti tek – vzbuja vzbujalno navitje
- b) nevzbujan stroj – vzbuja le navitje kotve (reakcija kotve)
- c) vsota a) in b)

Razlika med sliko a) in c) je dvojna:

1. magnetno polje v zračni reži ni razporejeno homogeno,
2. nevtralna cona je premaknjena za kot β iz simetrale med poli.

Za generatorsko obratovanje je prostorska porazdelitev magnetnega polja prostega teka označena z B_0 , magnetno polje reakcije kotve z B_a in rezultirajoče magnetno polje z B .

Zaradi nasičenja povečanje magnetnega polja ni enako zmanjšanju in Φ_g bo manjši.



Posledice reakcije kotve so naslednje:

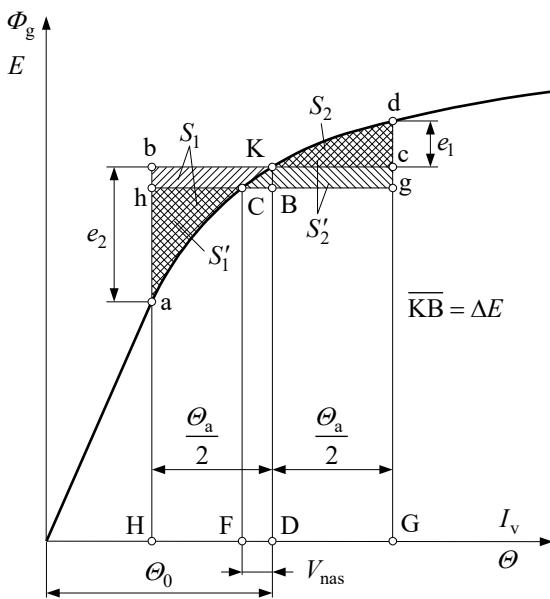
1. zmanjšanje inducirane napetosti E ,
2. povečanje izgub v železu,
3. premik nevtralne cone,
4. povečanje napetosti med lamelami.

1. Zmanjšanje inducirane napetosti zaradi reakcije kotve

- a) Generator $E \propto \Phi_g$. Φ_g pada zaradi reakcije kotve in s tem pada E .
- b) Motor $U = \text{konst.} \rightarrow E = \text{konst.}$ (zanemarimo padec napetosti). Φ_g pada zaradi reakcije kotve in zato narastejo vrtljaji, tako da ostane $E \approx \text{konst.}$

Grafična metoda za določanje vpliva reakcije kotve

Izhajamo iz znane karakteristike prostega teka (KPT) $E = f(I_v)$.



Razdalja $\overline{KD} = E$ pri vzbujanju Θ_0

$$I_a \rightarrow \Theta_a = N_a I_a$$

Rezultirajoče vzbujanje:

$$\Theta_{rez} = \Theta_0 \pm \Theta_a / 2$$

$$E_2 = \overline{aH} = E - e_2$$

$$E_1 = \overline{dG} = E + e_1$$

$$e_2 = \overline{ab} \text{ in } e_1 = \overline{cd}$$

Po Simpsonu velja enačba za zmanjšanje inducirane napetosti:

$$\Delta E = E - \frac{E - e_2 + 4E + E + e_1}{6} = \frac{e_2 - e_1}{6}.$$

Grafični postopek zmanjšanja inducirane napetosti:

Δ z oglišči a, b, K ima površino S_1 ,

Δ z oglišči K, c, d ima površino S_2 .

Po KPT potujemo od točke K do točke C, ki je določena s tem, da je površina trikotnikov z oglišči a, h, C in C, g, d enaka ($S'_1 = S'_2$). \overline{CF} je zmanjšana inducirana napetost za razdaljo \overline{KB} zaradi reakcije kotve. To zmanjšanje napetosti je posledica padca magnetne napetosti $V_{nas} = \overline{FD}$ (nas – nasičenje). Zato moramo pri obremenitvi povečati vzbujanje zaradi reakcije kotve za $\Theta_{nas} = V_{nas}$.

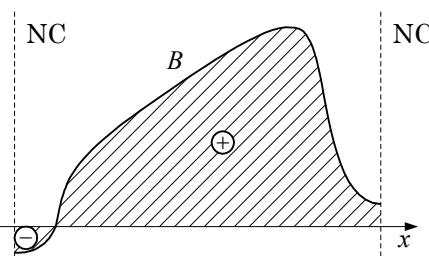
Pri spremembi obremenitve je:

$$V_{nas} \approx V_{nasN} \left(\frac{I_a}{I_{aN}} \right)^2.$$

2. Povečanje izgub v železu zaradi reakcije kotve

Zaradi reakcije kotve ($B_\delta \neq \text{konst.}$) se izgube v železu, tj. predvsem v zobežu rotorja, povečajo približno z $(B_{z\max} / B_{z0})^2$.

3. Premik nevtralne cone zaradi reakcije kotve



Napetost na ščetkah se zmanjša zaradi premika NC. Tuljava, ki komutira, pride pod vpliv glavnega magnetnega polja. V njej se inducira napetost, ki poslabša komutacijo.

4. Povečanje napetosti med lamelami

Srednja napetost med lamelami komutatorja s "K" lamelami:

$$\bar{E}_K = \frac{2pU}{K}.$$

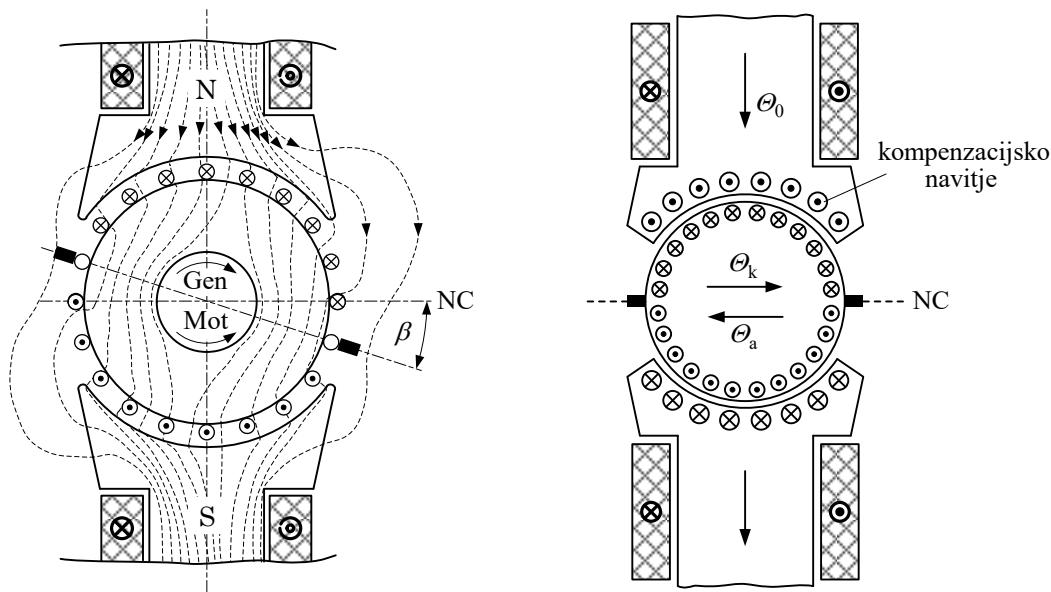
Dopustno je $\bar{E}_K = 16 - 20$ V.

Zaradi deformacije magnetnega polja se ta poveča. Zato se poveča iskrenje. Zmanjšanje posledic reakcije kotve lahko dosežemo s:

- a) premikom ščetk,
- b) kompenzacijskim navitjem.

Glede na premik nevtralne cone premaknemo ščetke pri:

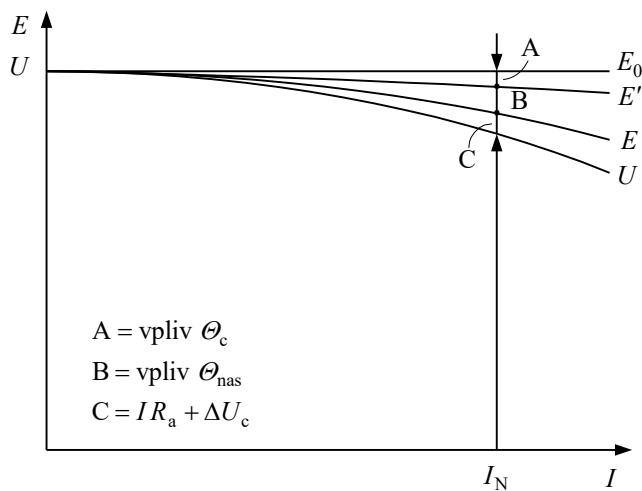
1. motorju v nasprotni smeri vrtenja,
2. generatorju v smeri vrtenja.



Reakcijo kotve odstranimo s kompenzacijskim navitjem, skozi katerega teče bremenski tok.

Smer magnetenja mora biti nasprotna smeri reakcije kotve.

Napetost na sponkah stroja



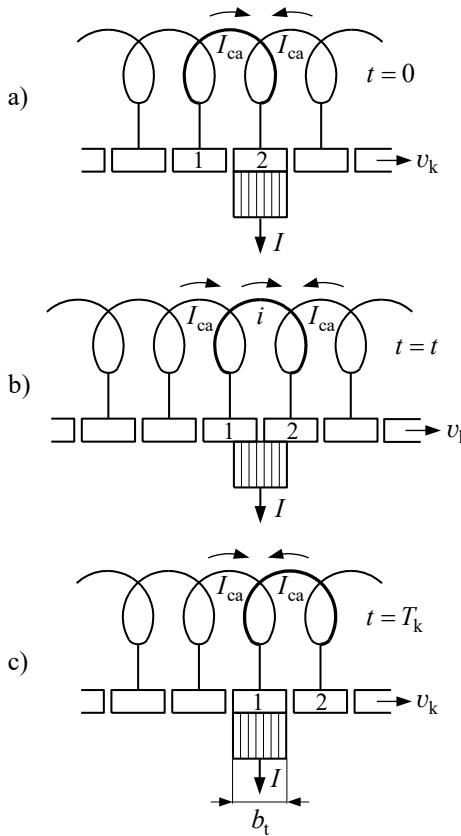
Prosti tek: $E = E_0$

Razdalja A ponazarja zmanjšanje napetosti zaradi premika ščetk iz geometrijske nevtralne cone.

Razdalja B ponazarja vpliv nasičenja.

Razdalja C ponazarja vpliv padcev napetosti.

Komutacija



Pri prehodu tuljave iz področja enega pola skozi NC v področje drugega pola se spremeni smer inducirane napetosti in s tem tudi smer toka. To je komutacija.

V času spremembe toka je tuljava, ki komutira, kratko vezana preko sosednjih lamel in ščetke (slika b)).

Če v trenutku, ko lamela številka 2 zapusti ščetko, tok ne pade na nič, se pojavi iskra (električni lok). Ta vzdržuje kratki stik, dokler sprememba toka ni dokončna.

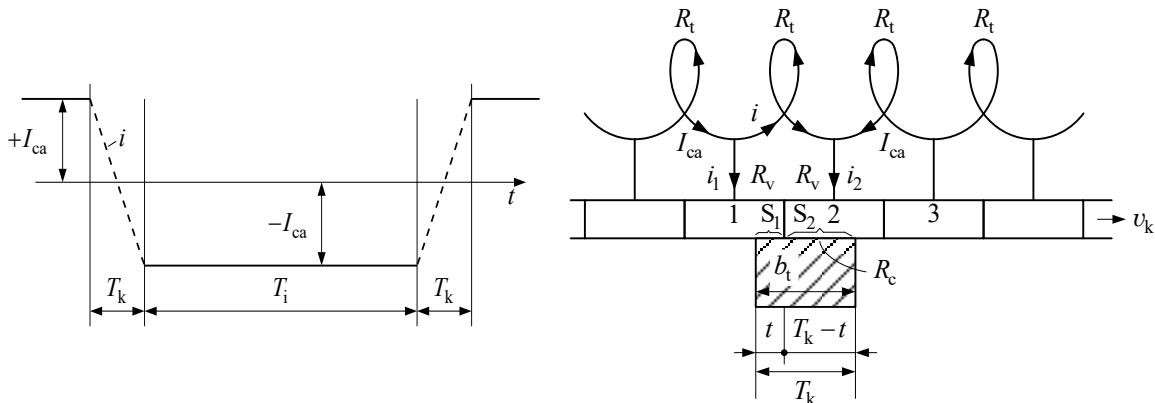
Linearna komutacija

Časovni potek toka v času komutacije T_k je nepoznan (črtkana črta).

Velja, da je tok veje $I_{ca} = I / (2a)$, T_k – čas trajanja komutacije in

T_i – čas konstantnega toka.

Časovni potek toka dobimo s Kirchhoffovimi zakoni.



Glede na oznake velja enačba za čas komutacije:

$$T_k = \frac{b_t}{v_k} = \frac{b_t}{v_a} \frac{D_a}{D_k},$$

kjer je D_a premer rotorja, D_k premer komutatorja, b_t tangencialna širina ščetke ter "v" ustrezeni hitrosti.

Po prvem Kirchhoffovem zakonu velja:

$$i_1 = I_{ca} - i,$$

$$i_2 = I_{ca} + i,$$

kjer je "i" trenutna vrednost toka, " i_1 " in " i_2 " pa sta tokova dovodov na lameli 1 in 2.

V zanki zanemarimo upornost tuljave, ki komutira R_t , in upornost dovodnih vodnikov R_v .

Upoštevamo prehodno upornost ščetka – komutator R_c .

Po drugem Kirchhoffovem zakonu velja:

$$i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0.$$

Po sliki je prehodna upornost posameznih delov ščetke sorazmerna površinam med ščetko in lamelo:

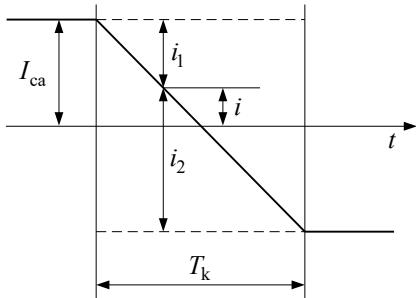
$$R_1 = R_c \frac{S_c}{S_1} = R_c \frac{T_k}{t}, \quad R_2 = R_c \frac{S_c}{S_2} = R_c \frac{T_k}{T_k - t},$$

kjer je površina ščetke $S_c = S_1 + S_2$ oziroma

$$S_1 = S_c \frac{t}{T_k}, \quad S_2 = S_c \frac{T_k - t}{T_k}.$$

Potek toka v tuljavi, ki komutira, je tedaj:

$$i = I_{ca} \left(1 - 2 \frac{t}{T_k} \right).$$



Enačba ponazarja premico in zato imenujemo takšno vrsto komutacije linearno.

Vpliv lastne inducirane napetosti

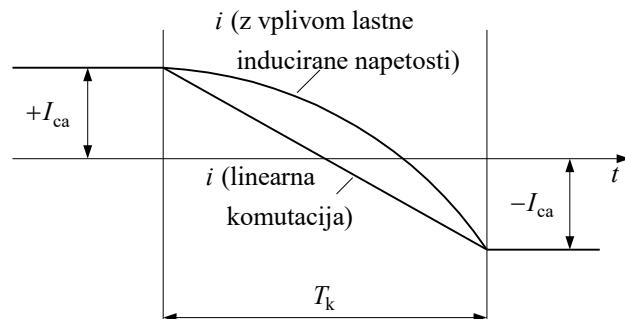
Po klasični teoriji je proces komutacije vklapljanje in izkapljaljanje induktivnega tokokroga, tj. tuljave, ki komutira.

Po Faradayevem zakonu je:

$$e_t = -N_t \frac{d\Phi_{st}}{dt} = -L_{st} \frac{di}{dt},$$

kjer je Φ_{st} razsipani fluks tuljave, ki komutira (z N_t ovoji) in L_{st} njena razsipana induktivnost.

Zaradi lastne inducirane napetosti zaostaja tok glede na potek pri linearni komutaciji. To poslabša komutacijo (poveča se iskrenje na ščetkah in s tem radijske motnje v okolici).

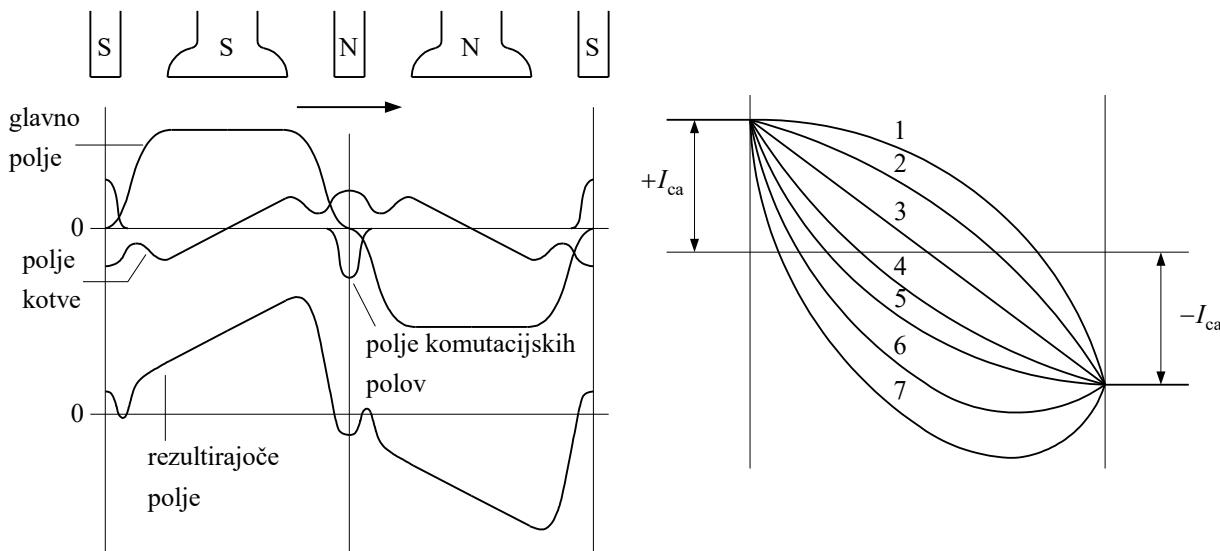


Načini za zmanjšanje vpliva lastne inducirane napetosti:

1. zmanjšanje di/dt , tj. zmanjšanje toka in hitrosti vrtenja,
2. zmanjšanje induktivnosti L_{ot} z zmanjšanjem N_t ,
3. komutacijski pomožni poli, ki inducirajo napetost nasprotne smeri ($e_{kp} \approx -e_t$).

Ti se uporabljajo pri večjih strojih.

Komutacijski pomožni poli



Namestimo jih v nevtralno cono. Poli so ozki in ustrezajo širini ščetke. Slika je narisana za generator. Za motor velja nasprotna smer vrtenja ali nasprotna razporeditev komutacijskih polov.

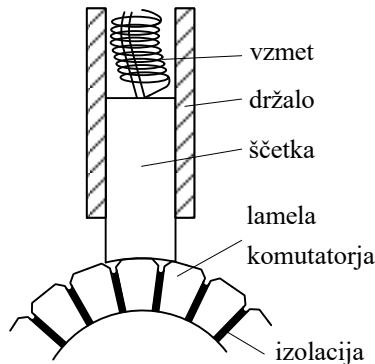
Skozi navitje komutacijskih polov teče bremenski tok in kompenzira vpliv reakcije kotve.

Glede na dimenzioniranje teh polov dobimo različne krivulje toka:

1 in 2 podkomutacija, 4 in 5 optimalno stanje ter 6 in 7 nadkomutacija.

Sklop za komutacijo

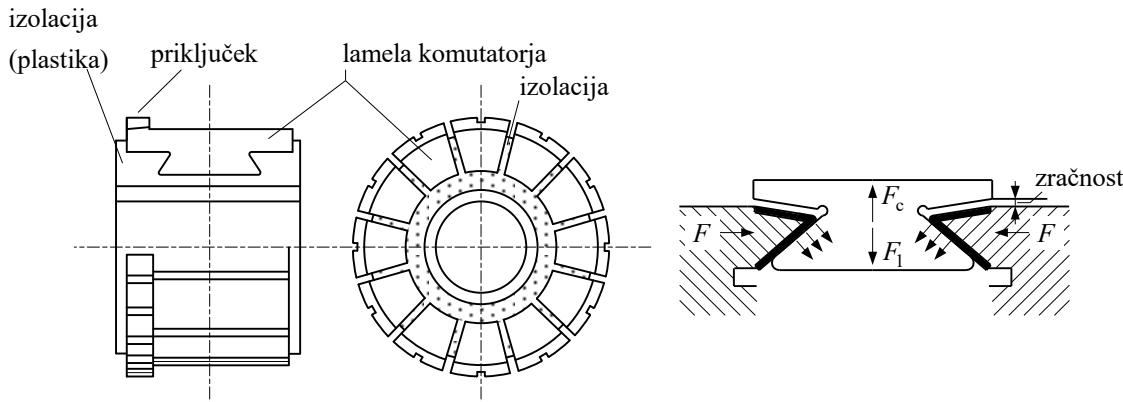
Sklop za klasično komutacijo



V ta sklop štejemo naslednje dele: komutator, ščetke in držala ščetk. Na sliki je prikazan enostavni sklop za komutacijo, ki se uporablja pri majhnih strojih. Ščetke z držali so nameščene v držala na statorju in mirujejo. Komutator je nataknjen na gred rotorja in se z njim vrti.

Pri komutatorjih ločimo dve izvedbi konstrukcije:

1. za majhne stroje, kjer so lamele vezane s plastično maso,
2. za večje stroje poznamo izvedbo z lastovičjim repom.

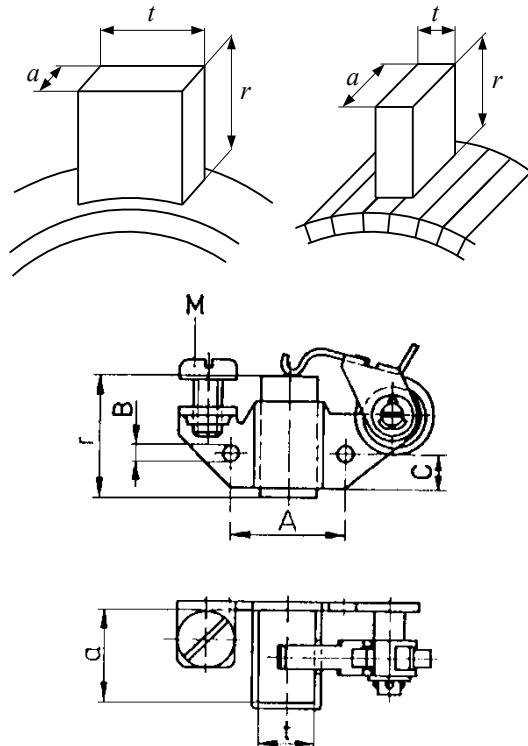


Razen teh izvedb poznamo še diskasto izvedbo za robotske motorje, kjer so lamele nameščene radialno in ščetke v smeri gredi stroja, ter turbo komutator za hitro tekoče stroje.

Ščetke delimo glede na vrsto materiala in postopek izdelave na:

oglene, oglene grafitne, grafitne, elektro grafitne, kovinsko grafitne in grafitne vezane s smolami. Imeti morajo določene lastnosti, npr. za oglene grafitne: specifična upornost $30 \div 800 (\mu\Omega \cdot m)$, gostota toka $5 \div 7 (A/cm^2)$, obodna hitrost do 20 (m/s), padec napetosti na paru ščetk $\approx 2,8$ V, pritisk 21 (kPa).

Uporaba: mali enosmerni in univerzalni motorji



Dimenzijske označbe so po IEC priporočilih:

$t \times a \times r$, kjer je

t – tangencialna,

a – vzdolžna (aksialna),

in r – radialna dimenzija.

Priključni vodnik na držalo ščetke je iz (drobne) bakrene pletenice.

Držala ščetk so različnih konstrukcijskih izvedb. Navadno so radialna, možna so še poševna (reakcijska). Slika prikazuje držala za univerzalne motorje.

Sklop za elektronsko komutacijo

Sklop komutator-ščetke zamenja mirujoče stikalo. Vzbujanje je na rotorju (trajni magnet) in navitje kotve na statorju. Angleška kratica za te pretvornike je BLDC motor in pomeni enosmerni (DC) motor brez ščetk (BL).

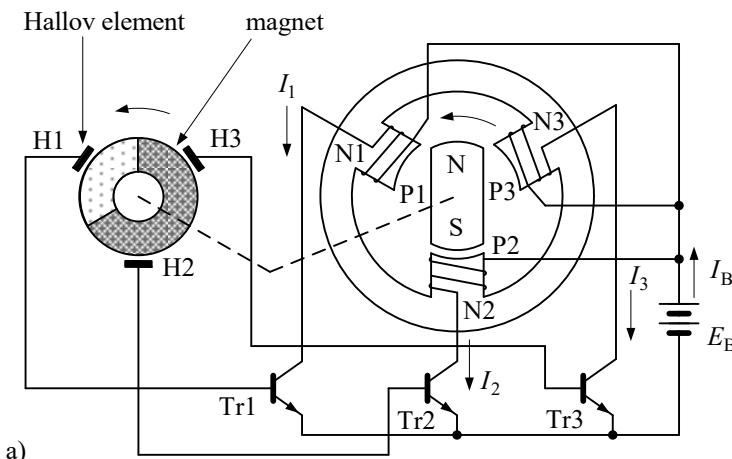
Tipala javljajo položaj rotorja (polov magneta) in dajo signal za krmiljenje elektronskih stikal. Vrste tipal so:

Halovi elementi, foto diode ali foto tranzistorji ter induktivni dajalniki.

Navitje kotve je: eno, dvo, tri in štiri fazni sistem.

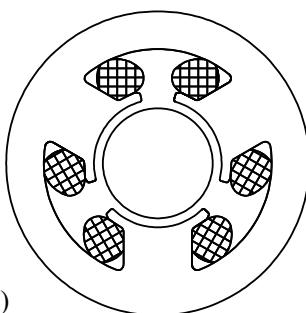
Eno in dvofazni sistem → velike pulzacje vrtilnega momenta

Slika prikazuje shemo trifaznega sistema s stalno polarnostjo (unipolarni). Vrtilni moment M je $f(\beta)$.

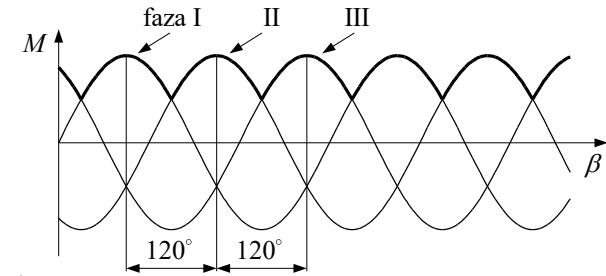


a)

- a) shema delovanja
- b) presek motorja
- c) vrtilni moment



b)



c)

Vrste enosmernih strojev

Vrste vzbujanj

Klasično vzbujanje → elektromagneti, tj. eno ali več vzbujalnih navitij na polovih čevljih.

Druga možnost → trajni magneti.

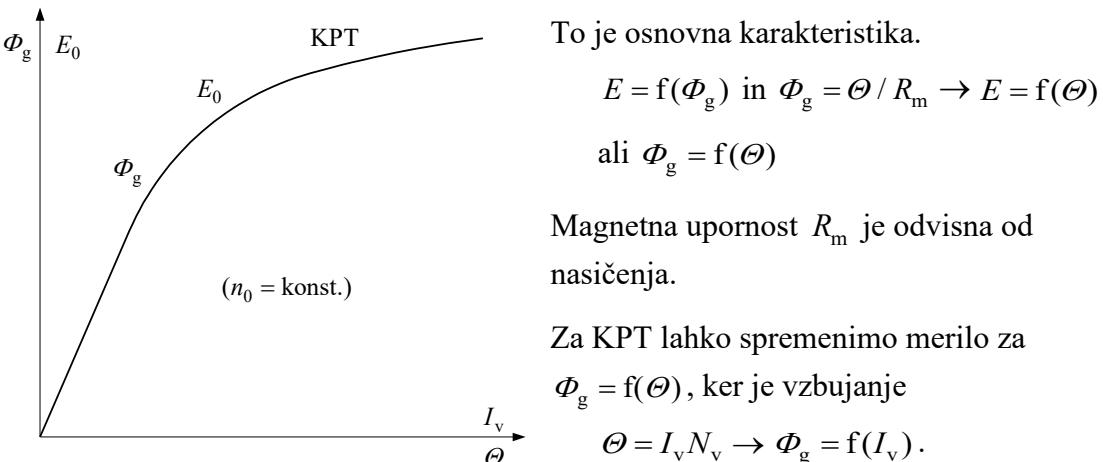
Glede na odvisnost vzbujanja od fizikalnih veličin (I , U) dobimo različne lastnosti strojev.

Glede na vezavo ločimo:

1. tuje vzbujanje,
2. vzporedno (paralelno) vzbujanje,
3. zaporedno (serijsko) vzbujanje,
4. sestavljeni (kompavndno) vzbujanje.

Vzbujanje z elektromagneti predstavlja prvi tokokrog. Drugi tokokrog predstavlja navitje kotve in morebitnih pomožnih polov ter kompenzacijsko navitje. Glede na vezavo obeh tokokrogov ločimo različne vrste strojev.

Karakteristika prostega teka (KPT)



Vzbujanje je lahko funkcija napetosti, toka kotve ali kombinacija obeh.

Lastnosti strojev so odvisne od vrste vzbujanja in vezave obeh tokokrogov.

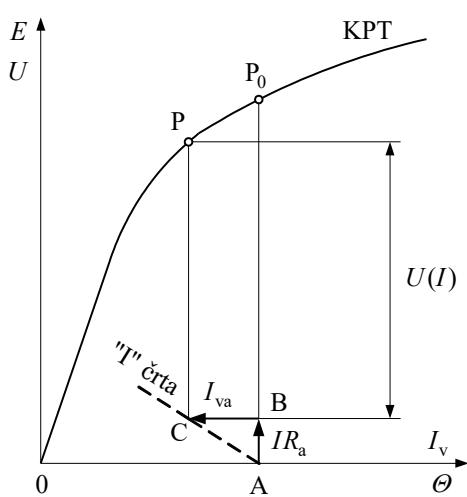
Zunanja karakteristika po metodi "I" črte

Generator $\rightarrow U = f(I)$ $n = \text{konst.}$

Motor $\rightarrow n = f(M)$ $U = \text{konst.}$

Gre za geometrijsko prikazovanje fizikalnih veličin pri različnih pogonskih stanjih. Postopek ni analitičen, kot je npr. krožni diagram asinhronskoga stroja ali tokovne karakteristike sinhronskoga stroja, ampak je grafičen.

Primer za generator s tujim vzbujanjem: izhodišče je točka prostega teka P_0 (razdalja $\overline{P_0A} = E_0$) na KPT, tj. $E = f(\Theta)$. Razdalja: $\overline{0A} = \Theta_0 = I_{v0}N_v$. Nato narišemo:



$$\overline{AB} = \Delta U = IR_a \text{ in } \overline{BC} = \Theta_{\text{nas}} = V_{\text{nas}} = I_{va}N_v .$$

$$(I_{va} = K_I I \text{ in } K_I \text{ je tokovna prestava stroja.})$$

$$\Theta_{\text{rez}} = \Theta_0 - \Theta_{\text{nas}} = \overline{0A} - \overline{BC} \text{ ali}$$

$$I_{\text{rez}} = I_{v0} - I_{va}$$

Pri spremembi bremenskega toka I se menja ΔU ter Θ_{nas} in skrajna točka C potuje v smeri abscise in opiše "I" črto. Razdalja $\overline{PC} = U(I)$ je napetost na sponkah generatorja.

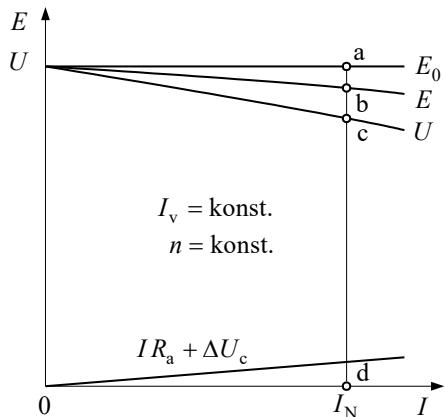
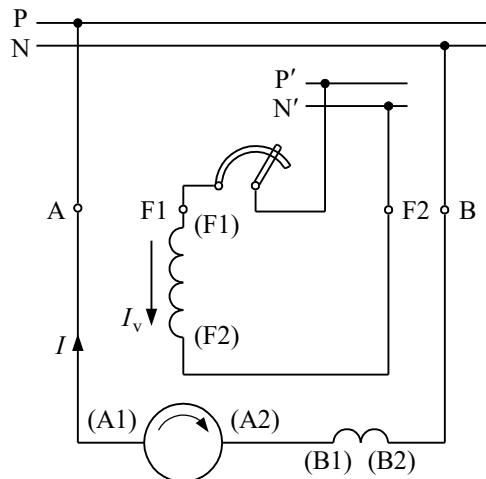
"I" črta tako predstavlja kombinacijo geome-

trijskih mest točk rezultirajočih amper-ovojev in ohmskega padca napetosti enosmernega stroja v odvisnosti od spremembe bremenskega toka; od tod tudi ime "I" črta. Zaradi nelinearnega vpliva reakcije kotve (nasičenja) "I" črta dejansko ni prema, temveč je kriva.

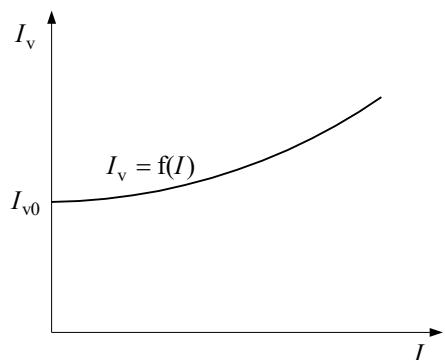
Generatorji za enosmerni tok

Generator s tujim vzbujanjem

Potrebujemo dva ločena izvora napetosti.



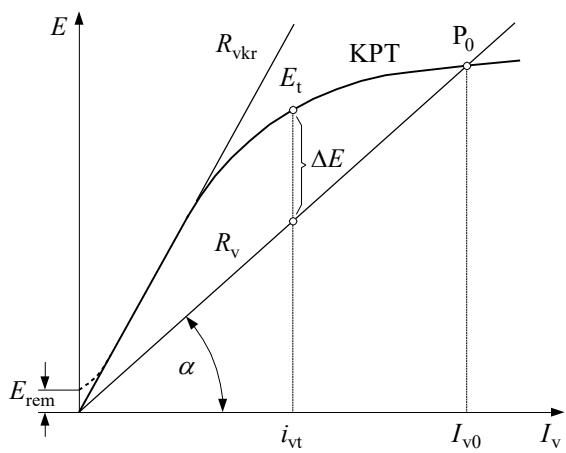
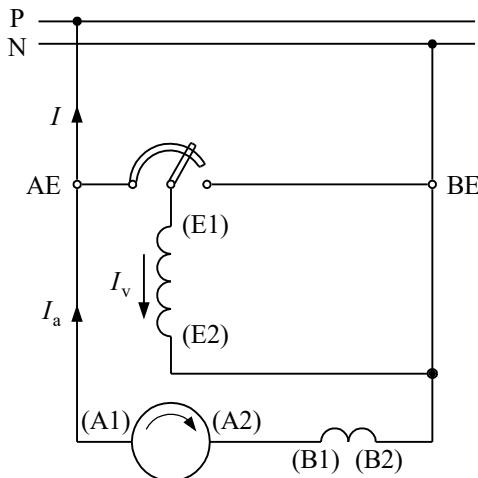
Pri obremenitvi z I_N je $E < E_0$; $E = f(I)$ je notranja karakteristika. Razdalja \overline{ab} je posledica zmanjšanja inducirane napetosti E zaradi reakcije kotve. Z upoštevanjem $\Delta U = \overline{bc} = IR_a + \Delta U_c$ dobimo $U = f(I)$. Napetost pada in pri I_k je $U = 0$ ter $E = \Delta U$.



Za $U = \text{konst.}$ dobimo regulacijsko krivuljo $I_v = f(I)$. Ta upošteva vpliv reakcije kotve in padcev napetosti.

Generator s paralelnim vzbujanjem

Napetost vzbujanja je enaka napetosti rotorja ($U_v = U$) in $I_a = I + I_v$. Imenujemo ga tudi samovzbujalni, če je prisoten remanentni magnetizem. $E_{\text{rem}} \rightarrow I_v = E_{\text{rem}} / R_v$, E se poviša postopoma do točke P_0 .



$$R_v \text{ določa premico pod kotom } \alpha, \tan \alpha = \frac{E}{I_v} = R_v.$$

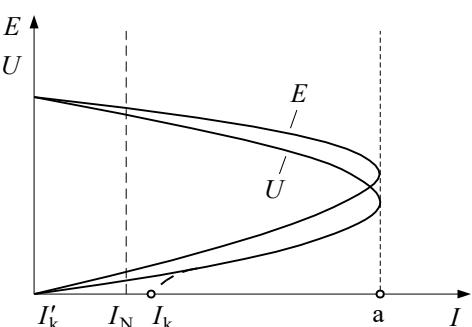
Proces je mogoč, če je $R_v < R_{\text{vk}}$.

Trenutni vzbujalni tok dviguje razliko napetosti.

$$\Delta E = E_t - i_v R_v = L_v \frac{di_v}{dt}$$

Zunanja karakteristika je mehkejša kot za tuje vzbujani stroj.

$$U_v = U \neq \text{konst.}$$



Generator s serijskim vzbujanjem

Ta se ne uporablja kot vir napetosti. U je zelo spremenljiva s tokom I .

Navadno je serijsko navitje v kombinaciji s paralelnim pri kompaktnih generatorjih, kjer deloma kompenzira vpliv reakcije kotve.

Motorji za enosmerni tok

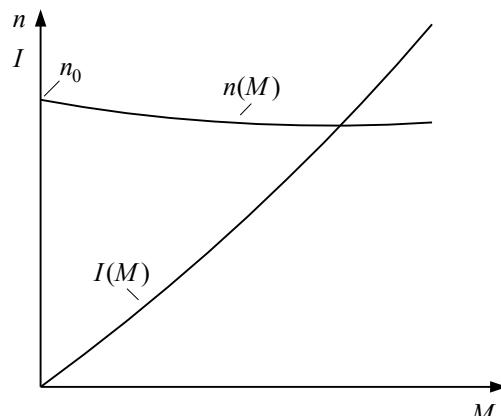
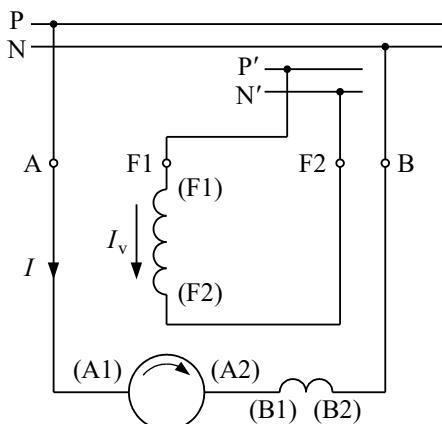
Vsek generator lahko dela kot motor.

Za isto smer vrtenja se menja le smer toka na sponkah rotorja.

Motor s tujim vzbujanjem

Zanima nas zunanja karakteristika $n = f(M)$ in karakteristika toka $I = f(M)$.

$$\left. \begin{array}{l} I = f(M) \rightarrow M = f(I) \\ n = f(M) \rightarrow n = f(I) \end{array} \right\} \text{karakteristiki obremenitve}$$



V stacionarnem obratovanju je $n = \frac{1}{k_e} \frac{E}{\Phi_g}$.

Za $I = \text{konst.}$ bo E takšna, da velja $E = U - IR_a - \Delta U_c$ in bo:

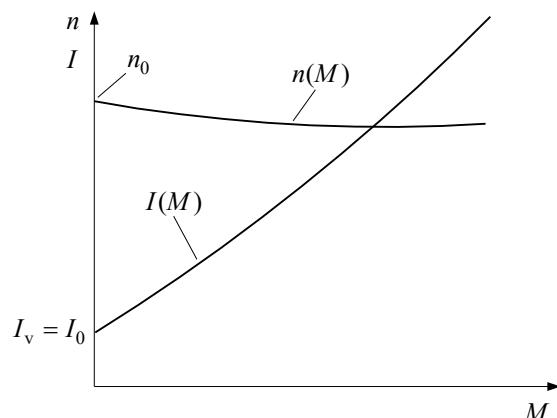
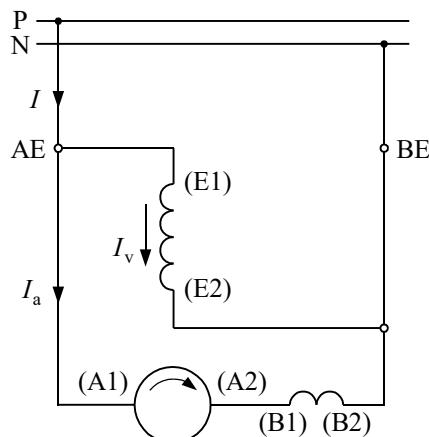
$$n = \frac{1}{k_e} \frac{U - IR_a - \Delta U_c}{\Phi_g}.$$

Za $\Phi_g = \text{konst.}$ je $M = k_M \Phi_g I$ in $M \propto I$.

Φ_g pada zaradi reakcije kotve in vrtljaji od določene obremenitve rastejo, tj. nestabilno področje obratovanja. Nestabilno področje obratovanja nastopi, ko postane vpliv padcev napetosti manjši kot vpliv reakcije kotve (ta se menja pri večji obremenitvi približno s kvadratom toka kotve).

Motor s paralelnim vzbujanjem

Če je omrežje dovolj togo, ima motor s paralelnim vzbujanjem enake lastnosti kot motor s tujim vzbujanjem.



Razlika: tok omrežja $I = I_a + I_v \Rightarrow I_a = I - I_v$

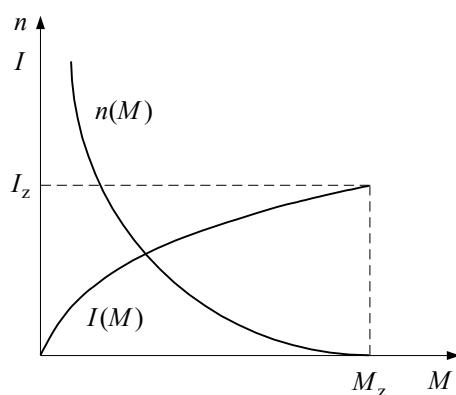
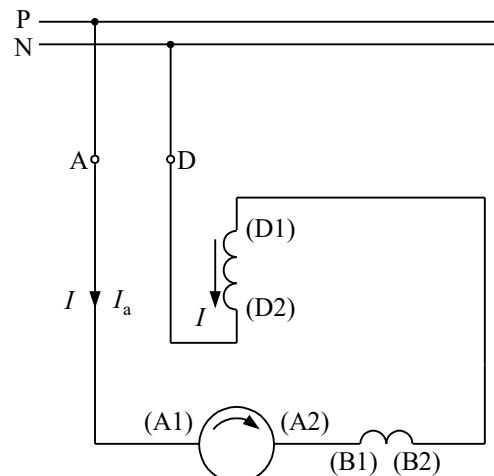
Razlika se vidi na karakteristiki toka $I = f(M)$, ker ima tok I začetno vrednost $I_v = I_0$, pri motorju s tujim vzbujanjem pa nič.

Motor s serijskim vzbujanjem

Za serijski motor velja, da je $\Phi_g \propto I$ in s tem:

$$M = k_M \Phi_g I = k_1 I^2 \rightarrow I = \frac{1}{k_1} \sqrt{M},$$

$$n = \frac{1}{k_2} \frac{E}{I} = k_3 \frac{E}{\sqrt{M}}.$$

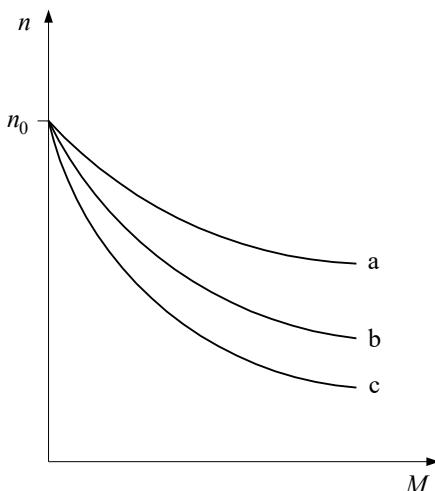
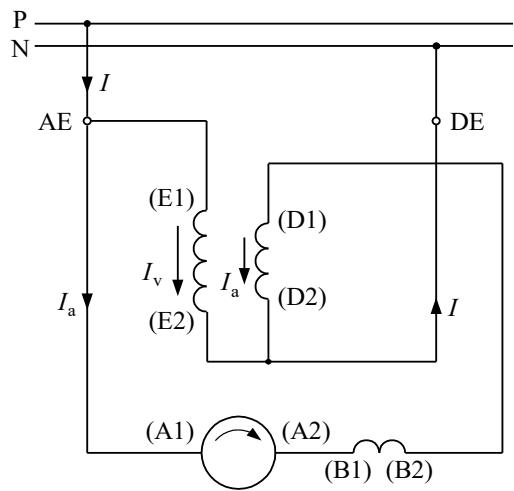


V zagonu (kratkem stiku) je $I = I_z = I_k$, $M = M_z$ in $n = 0$.

Za male obremenitve (prosti tek): $M \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$

Motor s sestavljenim vzbujanjem

V večini primerov serijsko navitje podpira paralelno navitje. Navitje, ki ima večji vpliv, določa obliko karakteristike. Motor ima tršo karakteristiko (krivulja a), če prevladuje paralelno navitje in mehkejšo, če prevladuje serijsko navitje (krivulja c).

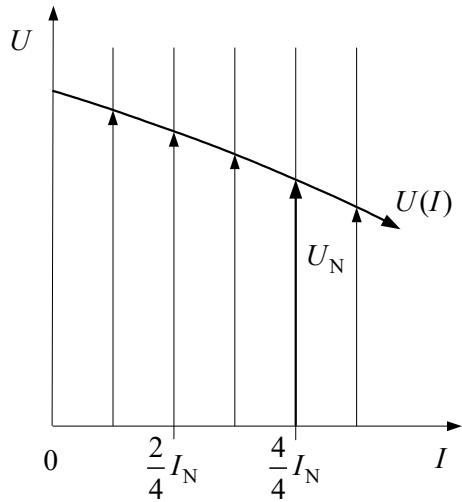
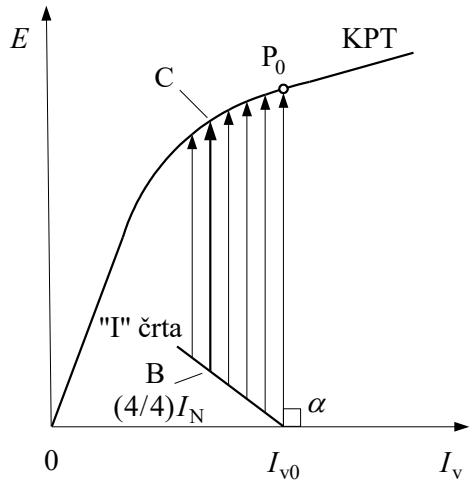


Konstruiranje karakteristik

Konstruiranje zunanjih karakteristik generatorjev $U(I)$

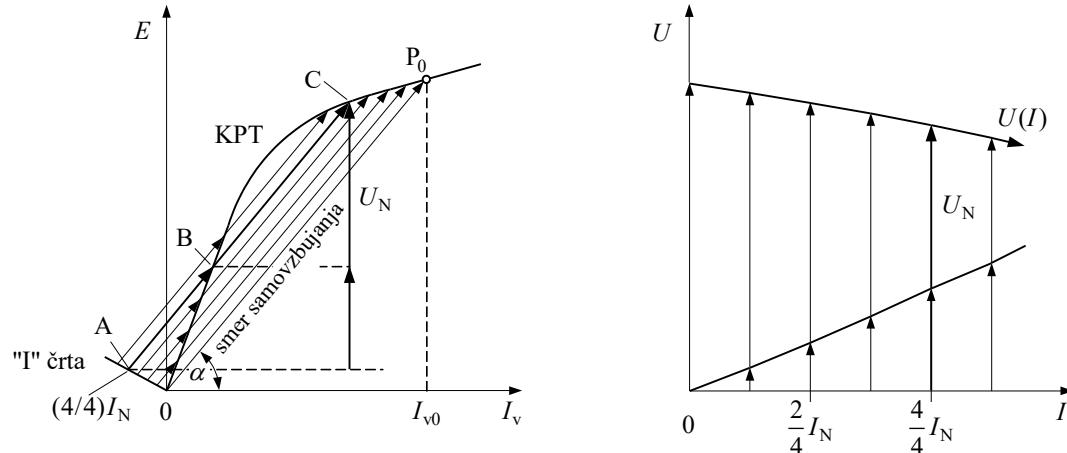
Predpostavimo: "I" črta je premica, izberemo npr. $I = (1/4 \div 5/4)I_N$.

a) Generator s tujim vzbujanjem



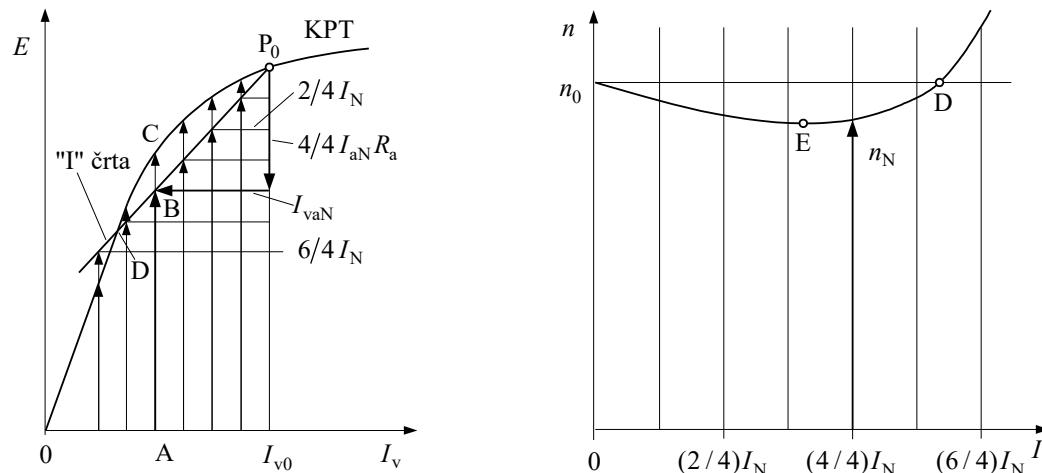
Točka B na "I" črti je določena za nazivni tok, tj. za tok kotve $I = (4/4)I_N$. Velikost napetosti za neko obremenitev, npr. $I = I_N$, dobimo iz razmerja: $U = E_0 \times \overline{BC} / \overline{P_0 I}_{v0}$.

b) Paralelni generator



Smer samovzbujanja (nagib) α : $\sin \alpha = \overline{P_0 I}_{v0} / \overline{P_0 0} = E_0 / \overline{P_0 0}$ in $U = E_0 \times \overline{AC} / \overline{P_0 0}$

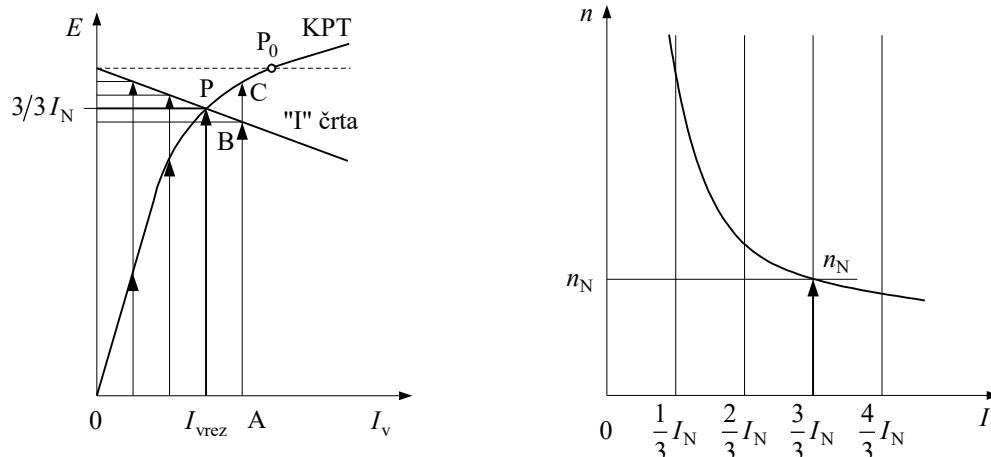
Konstruiranje karakteristik hitrosti vrtenja motorjev $n(I)$



a) Tuje vzbujani in paralelni motor

Konstrukciji karakteristik $n(I)$ za tuje vzbujani in paralelni motor sta identični. Vrtljaje za neko obremenitev, npr. $I = I_{aN}$, dobimo: $n = n_0 \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$. Od točke E na krivulji $n(I)$ je nestabilno področje obratovanja.

b) Serijski motor



Vrtljaje za poljubno bremenitev dobimo iz razmerja: $n = n_N \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$, ker velja KPT za n_N .

Zagon in spreminjanje hitrosti vrtenja motorjev

Zagon: $n = 0 \rightarrow E = 0$ in $I_z = \frac{U}{R_a}$ ter $M_z = K_M I_z$.

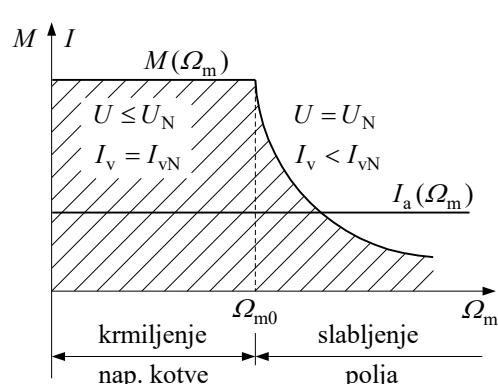
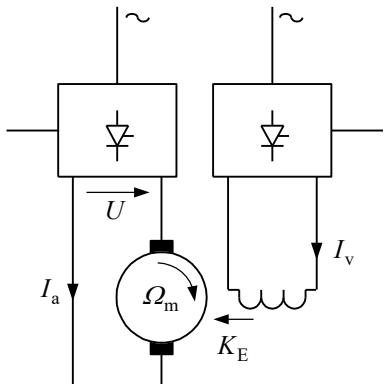
Tok zmanjšamo z dodatnim (zagonskim) uporom ali zmanjšamo U .

Spreminjanje hitrosti vrtenja tuje vzbujanih motorjev:

$$\Omega_m = 2\pi n = \frac{U - I_a R_a}{K_E} = \frac{U}{K_E} - \frac{R_a M}{K_E K_M} = \Omega_{m0} - \frac{R_a M}{K_E K_M} \frac{U}{U} = \Omega_{m0} \left(1 - \frac{M}{M_z} \right).$$

Možnosti spremicanja števila vrtlajev tuje vzbujanih motorjev:

1. krmiljenje napetosti kotve U ,
2. krmiljenje magnetnega polja $\Phi_g = f(U_v)$,
3. z dodatnim uporom R_d .



Od 0 do Ω_{m0} spreminjamo U (I = konst., Φ = konst., M = konst.). Od Ω_{m0} ($U = U_N$) naprej slabimo magnetno polje. Za $\Omega_m < 0$ ($M_b > M$) preidemo v generatorsko zaviranje.

Poseben problem je krmiljenje vrtlajev pri serijskem motorju. Sprememba U povzroči spremembo I_v . Zato spreminjamo vrtljaje s souporom (shuntom) k vzbujальнemu navitju.

Nestacionarno obratovanje

Spremembe so možne po prehodnem pojavu, ki ga določa časovna konstanta vzbujanja $T_v = L_v / R_v$ in kotve $T_a = L_a / R_a$ ($T_v \approx (5 \div 20)T_a$). To je električna vztrajnost. Mehansko vztrajnost določata masi rotorja in bremena oziroma skupni vztrajnostni moment J .

Osnovne enačbe za nestacionarno obratovanje

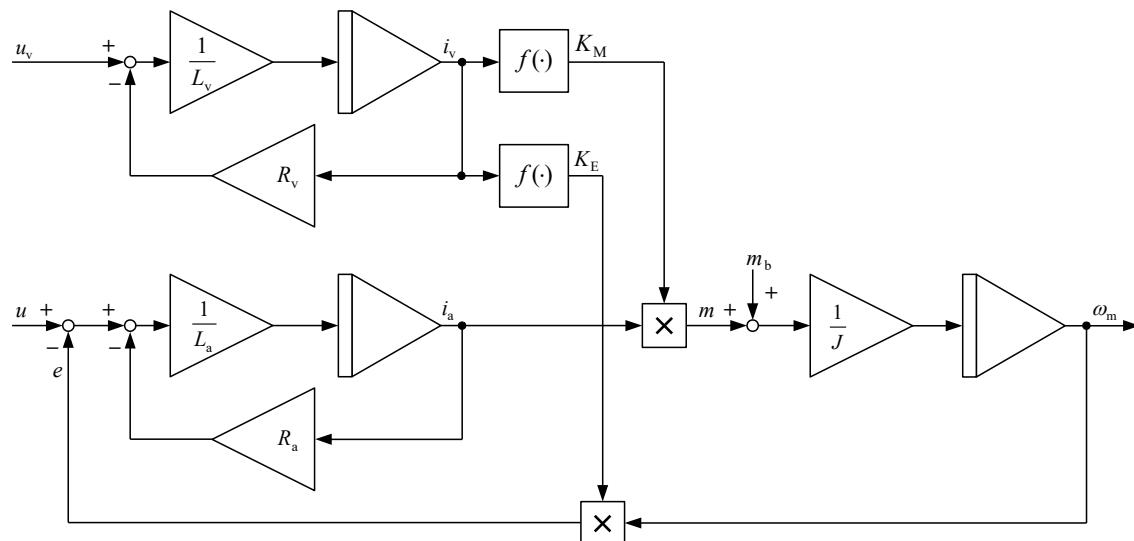
Osnovni napetostni enačbi in enačba mehanskega pod sistema tuje vzbujanega stroja so:

$$u_v = R_v i_v + L_v \frac{di_v}{dt}$$

$$u = R_a i_a + e + L_a \frac{di_a}{dt} \quad \text{Inducirana napetost je v primeru } I_v = \text{konst. enaka } e = K_E \omega_m.$$

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = m + m_b \quad \text{Vrtilni moment stroja je v primeru } I_v = \text{konst. enak } m = K_M i_a.$$

Za motor velja, da je vrtilni moment $m > 0$ in za generator $m < 0$. Obratno velja za vrtilni moment bremena m_b . Zgornje enačbe lahko predstavimo s simulacijsko shemo.

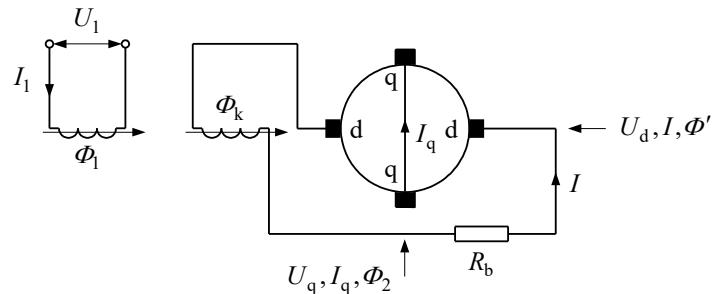


Posebni enosmerni stroji

Večina jih ima le še zgodovinski pomen. Eden od preostalih je amplidin, ki se je nekoč uporabljjal kot vzbujalnik pri sinhronskih generatorjih.

Amplidin

To je ojačevalnik moči. Ima dva para ščetk. Prve – normalne ščetke ($q - q$) so vezane kratko in dobimo rotorsko vzbujanje, ki je ≈ 100 -krat večje od osnovnega vzbujanja. Na drugi par ščetk ($d - d$) priključimo potrošnika.



Električno ojačanje je: $U_d I \approx 100 U_q I_q \approx 10000 U_1 I_1$.

Zaradi reakcije rotorja (kotve) ima še kompenzacijsko navitje (Φ_k kompenzira fluks reakcije kotve Φ').

Izmenični komutatorski stroji

Izvedba → samo motorji

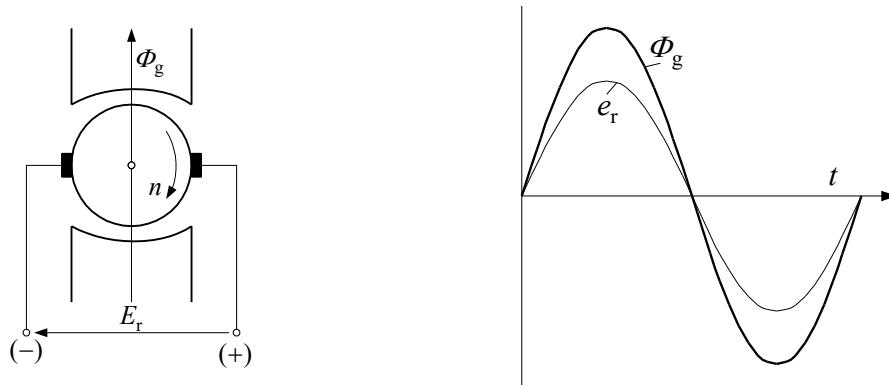
Ostal je le enofazni komutatorski motor malih moči.

Uporaba → za gospodinjske aparate in električna ročna orodja. Znan je tudi pod imenom univerzalni motor.

Inducirane napetosti enofaznega komutatorskega motorja

U_v (izmenična) → Φ_g (izmenični) → E_r (izmenična)

E_r je v fazi s Φ_g .



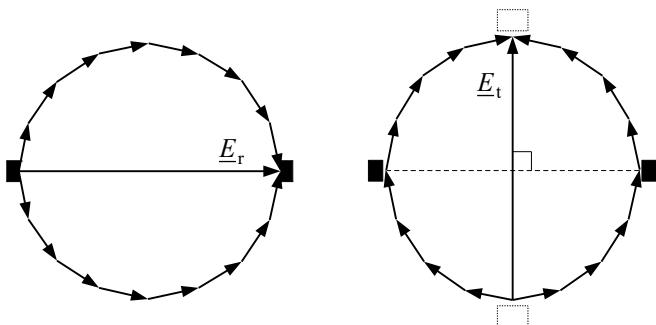
Če je $N_a = N / (2a) = z / (4a)$ število efektivnih ovojev kotve, bo rotacijska ali gibalna napetost:

$$E_r = 2\sqrt{2} p n N_a \hat{\Phi}_g .$$

Zaradi izmeničnega magnetnega polja dobimo še transformatorsko napetost:

$$E_t = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_a f_n \hat{\Phi}_g .$$

Za faktor navitja velja enačba $f_n = \frac{2r}{\pi r} = \frac{2}{\pi}$ (kjer je r polmer potencialnega kroga) in bo zato tudi transformatorska napetost $E_t = 2\sqrt{2} f N_a \hat{\Phi}_g$. Prostorski položaj obeh je viden na spodnjih slikah.



Za $p n = f$, bo $E_r = E_t$.

Napetost na ščetkah v nevtralni coni je enaka $E_t = 0$. Ustrezna transformatorska napetost se inducira tudi v vzbujальнem navitju.

Izračun vrtilnega momenta

Za izmenična $i(t)$ in $\Phi(t)$ velja:

$$M(t) = k_M \Phi_g(t) i(t).$$

Če je $i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t)$, bo $\Phi_g(t) = \hat{\Phi}_g \sin(\omega t - \varphi')$,

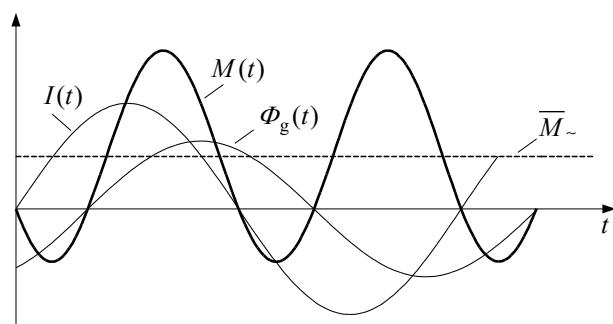
kjer je φ' fazni premik med tokom in fluksom. Z upoštevanjem trigonometrijske transformacije dobimo:

$$M(t) = \frac{k_M}{\sqrt{2}} \hat{\Phi}_g I (\cos \varphi' - \cos(2\omega t - \varphi')).$$

Prva komponenta je srednja vrednost vrtilnega momenta:

$$\bar{M} \sim = \frac{k_M}{\sqrt{2}} \hat{\Phi}_g I \cos \varphi',$$

okoli katere niha vrtilni moment z dvojno frekvenco, katerega srednja vrednost je enaka nič v času ene periode.



$\hat{\Phi}_{g\sim}$ pri izmenični pritisnjeni napetosti mora biti enak fluksu pri enosmerni napetosti
 $(\hat{B}_{g\sim} = B_{g=})$.

Zato je:

$$M_\sim = M_ = \frac{\cos \varphi'}{\sqrt{2}}.$$

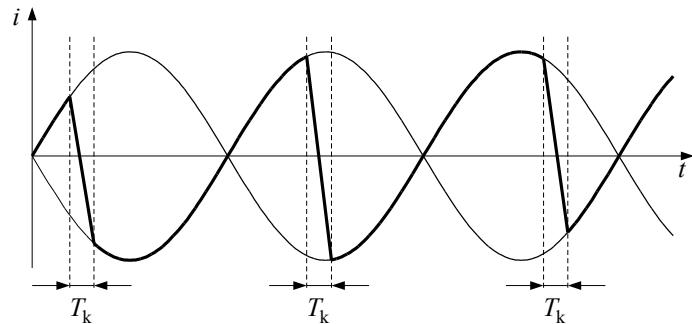
Iz enačbe za E_r izrazimo Φ_g in upoštevamo, da je $N_a = N/(2a) = z/(4a)$ ter konstanta $k_m = pz/(2\pi a)$. Vrednost vrtilnega momenta je tedaj:

$$M = \frac{E_r}{\Omega_m} I \cos \varphi' \text{ in } P = M \Omega_m = E_r I \cos \varphi'.$$

Komutacija enofaznega komutatorskega stroja

Fizikalno so dogajanja v času komutacije enaka kot v enosmernem stroju. Za čas komutacije velja: $T_k \ll T = 1/f$.

Tok ostane tudi po komutaciji izmeničen. Problem je napetost transformacije E_t . Ta je največja ravno v tuljavi, ki komutira. Zato slabša komutacijo.



Enofazni komutatorski motor v serijski vezavi

Vrtilni moment je največji za $\cos \varphi' = 1$ ($\varphi' = 0$), torej če sta I in Φ_g v fazi, tj. v serijski vezavi.

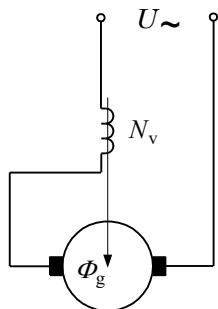
Primer uporabe: mali univerzalni motorji v gospodinjskih aparatih ali ročnih orodjih moči $5 \div 1000$ W in do 50.000 vrtljajev v minuti. Prednost je v velikem zagonskem vrtilnem momentu. Nima kompenzacijskoga navitja in komutacijskih polov. Ime univerzalni se uporablja zaradi mogočega priključka na enosmerno ali izmenično napetost enakih temenskih vrednosti.

Tok $I = I_a = I_v \rightarrow \Theta_v$

Vzbujalno navitje z N_v ovoji vzbudi glavni fluks:

$$\hat{\Phi}_g = \frac{\hat{\Psi}_v}{N_v} = \frac{L_v I \sqrt{2}}{N_v} = \frac{\omega L_v I \sqrt{2}}{\omega N_v} = \frac{X_v I \sqrt{2}}{\omega N_v}, \quad \hat{\Phi}_g \rightarrow E_r \text{ in } E_t.$$

Nadomestna shema



Z upoštevanjem enačbe za $\hat{\Phi}_g$ bo:

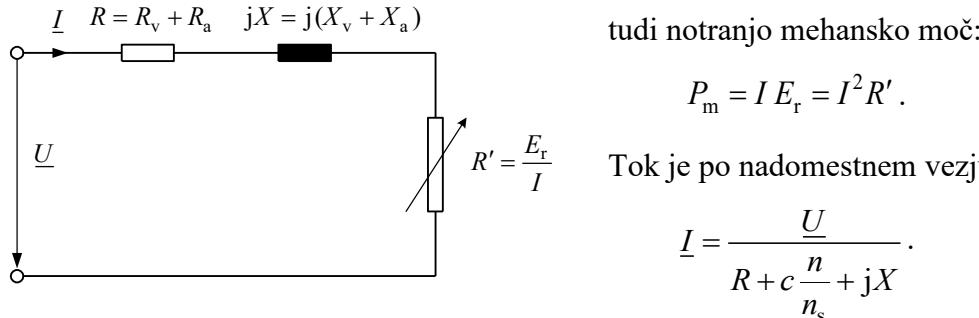
$$E_r = \frac{2}{\pi} \frac{pn}{f} \frac{N_a}{N_v} X_v I = c \frac{n}{n_s} I,$$

kjer je c konstanta nenasičenega stroja

$$c = \frac{2}{\pi} \frac{N_a}{N_v} X_v.$$

E_r je v fazi z I in je zato $E_r = R'I$. $R' = cn/n_s$ je nadomestna (fiktivna) upornost.

Dobimo podobno nadomestno vezje kot za rotor asinhronskega stroja.



Nadomestna upornost R' predstavlja tudi notranjo mehansko moč:

$$P_m = I E_r = I^2 R'.$$

Tok je po nadomestnem vezju:

$$I = \frac{U}{R + c \frac{n}{n_s} + jX}.$$

Za $n = 0$, tj. v kratkem stiku, velja:

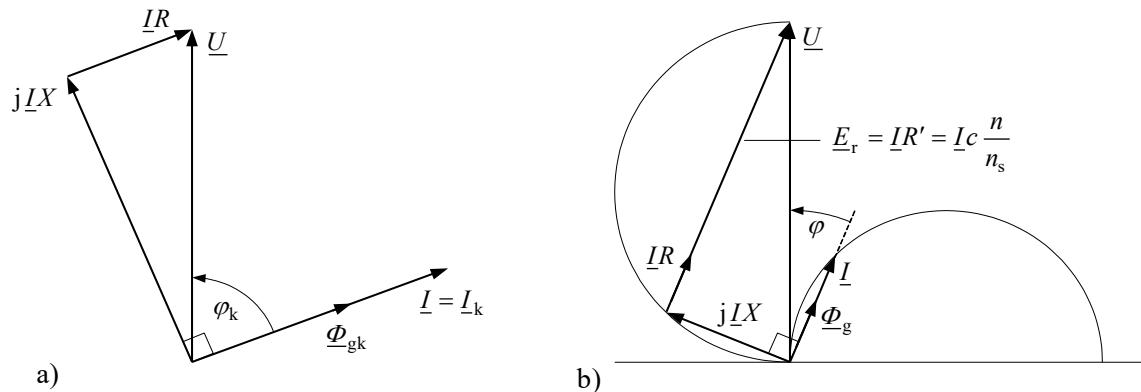
$$I_k = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}.$$

Takšen stroj ima, podobno kot asinhronski stroj, največjo vrednost toka za $n=0$, tj. v mirovanju.

Kazalčni diagram

Rišemo ga za dva primera:

- a) $n = 0$ (motor v kratkem stiku),
- b) $n \neq 0$ (poljubno število vrtljajev).



$$\text{Za } n=0 \text{ je tudi } E_r = 0 \text{ in } I = I_k = \frac{U}{Z_k}.$$

Za $n \neq 0$ bo E_r v fazi z $I(\Phi_g)$ in $I < I_k$ ter $\cos \varphi > \cos \varphi_k$. Faktor moči $\cos \varphi_N \approx 0,95$.

Glede na že prej omenjen pogoj enakih fluksov (enakega nasičenja) pri enosmerni in izmenični priključni napetosti, lahko, npr. univerzalni motor, grajen za 12 V enosmerne napetosti, priključimo na $12/\sqrt{2} \approx 8,5$ V izmenične napetosti. Na splošno velja za univerzalni motor, da je $U_{\sim} = U_{\pm} / \sqrt{2}$.

KOMPLEKSNI RAČUN

Časovno sinusno veličino velikosti "v", katere potek vidimo na sliki, lahko izrazimo kot funkcijo časa t oziroma kot funkcijo argumenta ωt na naslednji način:

$$v = \hat{v} \cos(\omega t + \varphi_v).$$

Amplituda \hat{v} predstavlja maksimalno vrednost sinusne veličine. Sorazmernostni faktor pred časom v argumentu kosinusne funkcije je električna kotna frekvenca ω . V času periode T naraste argument za vrednost kota 2π .

Iz pogoja $\omega t = 2\pi$ dobimo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$$

Frekvenca (pogostnost) je v enačbi definirana kot:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Fazni kot φ_v podaja negativni premik maksimuma kosinusne veličine iz izhodišča časovne koordinate. Kosinusna funkcija je vzeta zaradi uporabe kompleksnega računa.

Z uporabo Eulerjevega označevanja $e^{jx} = \cos x + j \sin x$ lahko kompleksno enačbo izrazimo kot:

$$v = \operatorname{Re}(\hat{v} e^{j(\omega t + \varphi_v)}) = \operatorname{Re}(\hat{v} e^{j\varphi_v} e^{j\omega t}).$$

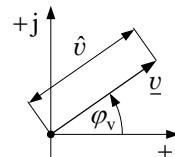
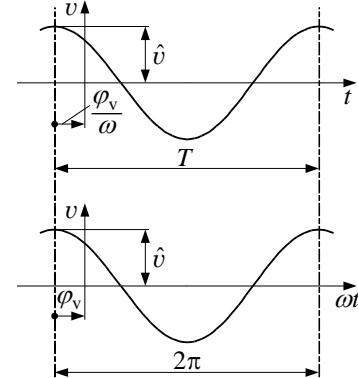
V enačbi nastopajo sedaj tri enakopravne veličine: amplituda \hat{v} , fazni faktor $e^{j\varphi_v}$ in frekvenčni faktor $e^{j\omega t}$. Zanimiva sta amplituda in fazni položaj, ki skupaj predstavlja kompleksno veličino:

$$\underline{v} = \hat{v} e^{j\varphi_v}.$$

Pripadajočo trenutno vrednost kompleksne veličine podamo s pomočjo predhodne enačbe z naslednjo osnovno enačbo:

$$v = \operatorname{Re}(\underline{v} e^{j\omega t}).$$

Na desni sliki je predstavljena kompleksna veličina \underline{v} kot kazalec v kompleksni ravnini.



Matematične operacije kompleksnih veličin

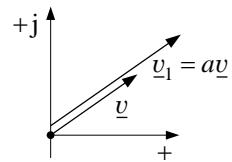
Množenje sinusne veličine s konstanto

Za množenje kompleksne veličine velja enačba: $v_1 = \operatorname{Re}(\underline{v}_1 e^{j\omega t}) = a v = \operatorname{Re}(a \underline{v} e^{j\omega t}).$

Iz nje dobimo $\underline{v}_1 = a\underline{v}$ oziroma

$$\hat{v}_1 e^{j\varphi_{v1}} = a \hat{v} e^{j\varphi_v}.$$

Ugotovimo lahko, da se pri množenju kompleksne veličine s konstanto spremeni amplituda in ohrani njen fazni položaj. Množenje s konstanto za primer $a > 1$ prikazuje desna slika.



Seštevanje dveh sinusnih veličin

To je primer zakona o vozliščih ali zakona zanke. S pomočjo osnovne enačbe izpeljemo

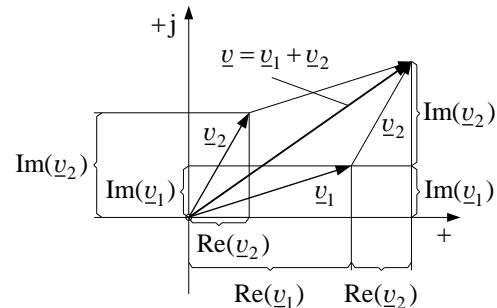
$$v = \operatorname{Re}(\underline{v} e^{j\omega t}) = v_1 + v_2 = \operatorname{Re}(\underline{v}_1 e^{j\omega t} + \underline{v}_2 e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}((\underline{v}_1 + \underline{v}_2) e^{j\omega t}), \text{ torej je:}$$

$$\underline{v} = \underline{v}_1 + \underline{v}_2.$$

Z uvedbo realnega in imaginarnega dela velja:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\underline{v}) + j \operatorname{Im}(\underline{v}) &= \operatorname{Re}(\underline{v}_1) + \operatorname{Re}(\underline{v}_2) + \\ &+ j(\operatorname{Im}(\underline{v}_1) + \operatorname{Im}(\underline{v}_2)). \end{aligned}$$

Na sliki so prikazani kazalci v kompleksni ravni, ki se geometrijsko (vektorsko) seštevajo.



Diferenciranje sinusne veličine po času

Takšen primer uporabe velja za indukcijski zakon. Z uporabo osnovne enačbe izpeljemo:

$$v' = \operatorname{Re}(\underline{v}' e^{j\omega t}) = \frac{dv}{dt} = \operatorname{Re}\left(\frac{d}{dt}(v e^{j\omega t})\right) = \operatorname{Re}(j\omega v e^{j\omega t})$$

in je

$$\underline{v}' = j\omega \underline{v}.$$

Diferenciranje po času v področju trenutnih vrednosti pomeni v kompleksnem področju množenje z $j\omega$. Z upoštevanjem $j = e^{j\pi/2}$ in

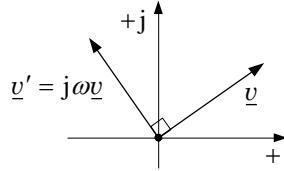
$$v' e^{j\varphi_v} = \omega \hat{v} e^{j(\varphi_v + \pi/2)}$$

dobimo razmerje med amplitudama $\Rightarrow \hat{v}' = \omega \hat{v}$

in faznima kotoma $\Rightarrow \varphi'_v = \varphi_v + \pi/2$.

Diferencirana veličina prehiteva prvotno veličino za 90° .

Ustrezno enačbi za odvajanje narišemo kazalčni diagram odvedene \underline{v}' in prvotne veličine \underline{v} .



Časovno integriranje sinusne veličine

Do takšnega primera uporabe pride v povezavi napetost – tok na kondenzatorju kot:

$$u = (1/C) \int i dt.$$

Iz osnovne enačbe dobimo:

$$v_1 = \operatorname{Re}(\underline{v}_1 e^{j\omega t}) = \int v dt = \operatorname{Re}\left(\int \underline{v} e^{j\omega t} dt\right) = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{j\omega} \underline{v} e^{j\omega t}\right) \text{ in je}$$

$$\underline{v}_1 = \frac{1}{j\omega} \underline{v}.$$

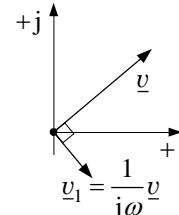
Integriranje po času v področju trenutnih vrednosti pomeni v kompleksnem področju deljenje z $j\omega$. Za $1/j = e^{-j\pi/2}$ lahko predstavimo enačbo tudi kot:

$$\hat{v}_1 e^{j\varphi_{v1}} = \frac{1}{\omega} \hat{v} e^{j(\varphi_v - \pi/2)}.$$

Sledi povezava med amplitudama $\Rightarrow \hat{v}_1 = \frac{1}{\omega} \hat{v}$

in faznima kotoma $\Rightarrow \varphi_{v1} = \varphi_v - \pi/2$.

Integrirana veličina zaostaja za prvotno veličino za 90° . Ustrezno enačbi narišemo kazalčni diagram integrirane v_1 in prvotne veličine v .



Izvedljivost računske operacije v kompleksnem področju odpove v primeru množenja dveh sinusnih veličin, ustrezno izrazu $v = v_1 v_2$, kot se to zahteva v primeru določanja trenutne vrednosti moči.

Vzrok odpovedi pogojuje izraz:

$$\operatorname{Re}(\underline{v}_1 e^{j\omega t}) \operatorname{Re}(\underline{v}_2 e^{j\omega t}) \neq \operatorname{Re}(\underline{v}_1 e^{j\omega t} \underline{v}_2 e^{j\omega t}).$$

Za določitev trenutne vrednosti v moramo upoštevati posamezne trenutne vrednosti.

Izračun moči

Izračun enofazne moči v kompleksnem računu

Moč, ki priteka v sponke pretvornika s pritisnjeno napetostjo $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_u)$ in tokom $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i)$, izračunamo s pomočjo enačbe:

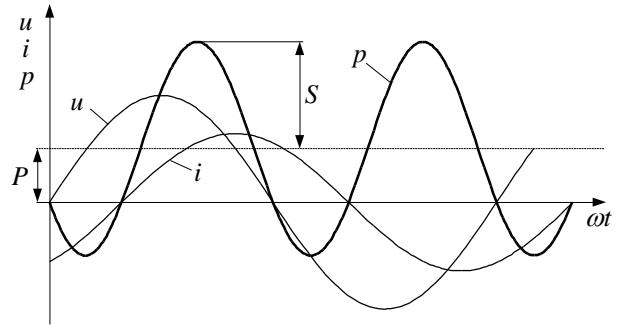
$$p = u i = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) - UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i).$$

Moč niha z dvojno frekvenco napetosti ozziroma toka okoli srednje vrednosti

$$P = UI \cos \varphi$$

in je znana kot delovna (vatna) moč. Fazni kot med napetostjo in tokom je $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$.

Časovni potek moči, če sta tok in napetost sinusni veličini iste frekvence, je prikazan na sliki za primer, ko tok zaostaja za napetostjo.



Brez upoštevanja faznega premika toka glede na napetost dobimo izraz za skupno ali navidezno moč:

$$S = UI.$$

Razen skupne ali navidezne moči obstaja čisto formalno še jalova moč, ki jo izračunamo kot:

$$Q = UI \sin \varphi.$$

Določitev trenutne vrednosti moči, izhajajoč iz kompleksne napetosti in toka, ni mogoča, lahko pa določimo komponente moči. Kompleksno moč \underline{S} uvedemo na ta način, da množimo kompleksno napetost s konjugirano kompleksno vrednostjo toka. Tako velja:

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = UI e^{j(\omega t + \varphi_u)} e^{-j(\omega t + \varphi_i)} = UI e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ.$$

Potrebno je poudariti, da je ta kompleksna moč drugačne vrste kompleksna veličina in za njo ne velja osnovna enačba.

Izračun trifazne delovne moči za različne vezave navitja

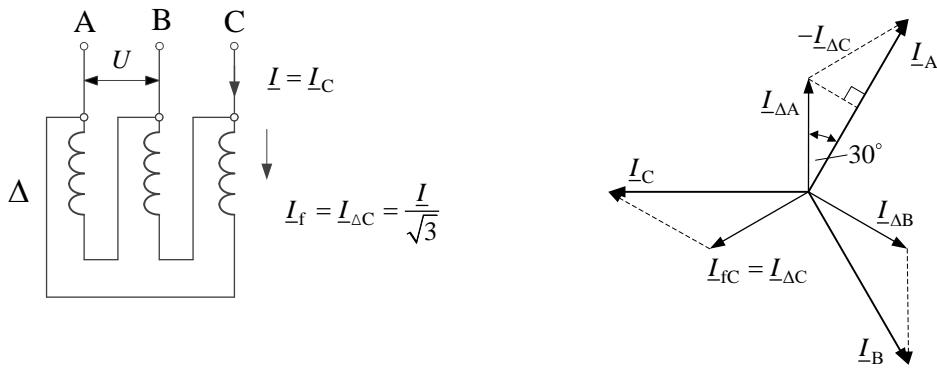
Trifazno (simetrično) navitje je vezano v trikotno – Δ (D) ali zvezdno – Y vezavo. Pri transformatorjih uporabljamo še cikcak – Z vezavo ali zlomljeno zvezdo. V vseh treh primerih velja enačba za delovno moč:

$$P = 3U_f I_f \cos \varphi.$$

U_f in I_f sta fazni veličini, tj. efektivni vrednosti napetosti in tokov v navitju.

Glede na sliko za trifazno navitje, vezano v trikotno vezavo, velja za tokove v dovodih (linijah), da teče v njih razlika dveh sosednjih faznih tokov, odvisno od zaporedja faz. Zato veljajo enačbe za tokove v dovodih:

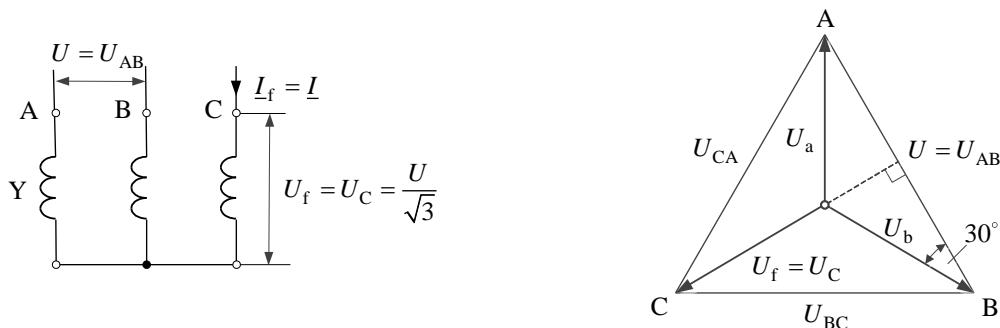
$$\underline{I}_A = \underline{I}_{\Delta A} - \underline{I}_{\Delta C} = 2\underline{I}_{\Delta A} \cos 30^\circ = \underline{I}_{\Delta A} \sqrt{3}, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{\Delta B} - \underline{I}_{\Delta A} = \underline{I}_{\Delta B} \sqrt{3} \quad \text{in} \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{\Delta C} - \underline{I}_{\Delta B} = \underline{I}_{\Delta C} \sqrt{3}.$$



Enačbe veljajo za simetrični sistem, kjer so tokovi v posameznih fazah med seboj enaki:

$$I_f = |I_{\Delta A}| = |I_{\Delta B}| = |I_{\Delta C}| \text{ oziroma } I_f = \frac{I}{\sqrt{3}}.$$

V trikotni vezavi je $U_f = U$ in dobimo enačbo za delovno moč v trifaznem sistemu, izraženo z efektivnimi veličinami na sponkah: $P = \sqrt{3} UI \cos \varphi$.



V simetrični zvezdni ali cikcak vezavi velja relacija za napetosti:

$$U = U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 2U_f \cos 30^\circ = U_f \sqrt{3} \text{ ali } U_f = U / \sqrt{3}.$$

Za tokove velja v zvezdni ali cikcak vezavi, da so v navitjih enaki kot v dovodih ($I_f = I$). Z upoštevanjem vrednosti za fazne veličine dobimo enačbo za delovno moč:

$$P = \sqrt{3} UI \cos \varphi.$$

Ugotovimo, da lahko izračunamo delovno moč v trifaznem sistemu tudi iz dovodnih (linijskih) veličin po isti enačbi, tj. neodvisno od vrste vezave navitja.

Izračun izgub za različne vezave navitja

Predpostavimo simetrično trifazno navitje, vezano v trikotno, zvezdno ali cikcak vezavo. Podane imamo upornosti med dovodnimi sponkami $R_{sp} = R_{AB} = R_{BC} = R_{CA}$ in tok v dovodnih sponkah $I = I_A = I_B = I_C$. Izgube v navitju izračunamo po enačbi $P_{Cu} = 3I_f^2 R_f$, tj. iz faznih veličin. Za trikotno vezavo velja, da so fazni tokovi glede na predhodne izpeljave: $I_f = I / \sqrt{3}$.

Fazno upornost dobimo iz upornosti med sponkami glede na paralelno vezavo ene fazne in dveh serijsko vezanih upornosti sosednjih faz po enačbi:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_f} + \frac{1}{2R_f} = \frac{3}{2R_f} \rightarrow R_f = \frac{3}{2} R_{AB} \text{ in izgube za trikotno vezavo so}$$

$$P_{Cu} = 3I_f^2 R_f = 3\left(\frac{I}{\sqrt{3}}\right)^2 \frac{3}{2} R_{AB} = 1,5 I^2 R_{AB} = 1,5 I^2 R_{sp}.$$

Za zvezdno ali cikcak vezavo velja $I_f = I$ in $R_f = \frac{R_{AB}}{2} = \frac{R_{sp}}{2}$, tako da izračunamo izgube po enačbi:

$$P_{Cu} = 3I_f^2 R_f = 3I^2 \frac{R_{sp}}{2} = 1,5 I^2 R_{sp}.$$

Vidimo, da dobimo za izračun izgub v navitju v odvisnosti od dovodnih veličin isto enačbo (neodvisno od vezave).

Moč izgub v trifaznem navitju v kompleksnem področju izračunamo na ta način, da množimo kompleksni tok (v dovodih) s konjugirano kompleksno vrednostjo toka. Tako velja:

$$P_{Cu} = 1,5 \operatorname{Re}\left(\underline{I} \underline{I}^*\right) R_{sp}.$$

Indukcijski zakon v kompleksnem računu

Za inducirano napetost v ovoju velja Faradayev zakon elektromagnetne indukcije:

$$\underline{e} = -\underline{\phi}' = -\frac{d\underline{\phi}}{dt}.$$

Velja pravilo, da je magnetno polje (ozioroma fluks) navadno podano kot "maksimalna", tj. temenska vrednost časovne sinusne funkcije:

$$\underline{\phi} = \hat{\Phi} e^{j\omega t}.$$

Z upoštevanjem enačbe za diferenciranje – odvajanje, izpeljemo:

$$\underline{e} = -j\omega \underline{\phi}.$$

Fluks, množen z $-j$, pomeni, da inducirana napetost zaostaja za kot 90° za fluksom.

Efektivna vrednost inducirane napetosti enega ovoja (ovojsna napetost) bo tako:

$$E = \frac{\hat{E}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \hat{\Phi} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \hat{\Phi} = 4 \frac{\pi/2}{\sqrt{2}} f \hat{\Phi} = 4,44 f \hat{\Phi} = 1,11 \frac{2\hat{\Phi}}{T/2} = 1,11 \frac{\Delta\hat{\Phi}}{\Delta t}.$$

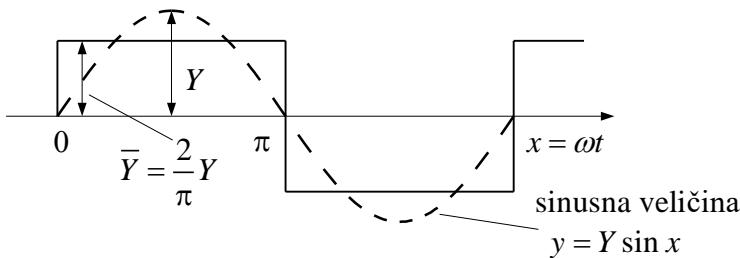
Inducirana napetost je enaka dvojni spremembi fluksa v času polovice periode ($T/2$).

$1,11 = (\pi/2)/\sqrt{2} = (1/(2/\pi)) \cdot (1/\sqrt{2})$, tj. faktor oblike za izmenične veličine sinusne oblike. $2/\pi$ je razmerje med srednjo in temensko vrednostjo, $\sqrt{2}$ pa razmerje med temensko in efektivno vrednostjo. (Opomba: $\hat{\Phi}$ je temenska srednja vrednost fluksa.)

Izračun srednje in efektivne vrednosti izmenične veličine

Za izračun srednje vrednosti izmenične veličine sinusne oblike (amplitude Y) za polovico periode (slika) velja enačba:

$$\bar{Y} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} Y \sin x \, dx = \frac{1}{\pi} Y (-\cos x) \Big|_0^{\pi} = \frac{2}{\pi} Y .$$



Za izračun efektivne vrednosti sinusne veličine iz temenske vrednosti \hat{Y} uporabimo naslednjo izpeljavo:

$$Y = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (\hat{Y} \sin x)^2 \, dx} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \hat{Y}^2 (1 - \cos(2x)) \, dx} = \hat{Y} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left(x - \frac{1}{2} \sin(2x) \right) \Big|_0^{\pi}} = \frac{\hat{Y}}{\sqrt{2}} .$$

Za seštevanje efektivnih vrednosti sinusnih veličin Y_v osnovne in višjih frekvenc reda v upoštevamo pravilo:

$$Y = \sqrt{Y_1^2 + Y_3^2 + Y_5^2 + \dots + Y_v^2} .$$

V elektromehanskih prevornikih red v (navadno) vsebuje samo lihe (neparne) višje harmoniske komponente ($v = 1, 3, 5, \dots, \infty$), ker so veličine (navadno) simetrične glede na y-os. Višje harmoniske komponente se pojavijo npr. v magnetilnem toku elektromehanskega prevornika kot posledica nasičenja.

Opomba: Za izračun efektivne vrednosti inducirane napetosti bi morali srednjo vrednost fluksa (ki je dejansko temenska srednja vrednost) v enačbi za inducirano napetost napisati v obliki $\bar{\Phi} = (2/\pi)\hat{\Phi}$. Tega ne zapišemo tako, ampak izpustimo znak za srednjo vrednost in pišemo samo znak za amplitudo oziroma temensko vrednost amplitude fluksa. Bistveno je, da poudarimo temensko vrednost fluksa, ki je pomembna za izračun pravilne vrednosti gostote magnetnega pretoka in s tem potrebnega vzbujanja.

Velja tudi pravilo, da so izmenične električne veličine (napetost, tok ...) podane kot efektivne vrednosti in magnetne veličine (fluks, gostota magnetnega pretoka ...) podane kot temenske ali temenske srednje vrednosti.

FOURIERJEVA ANALIZA

Primeri za vzbujalne krivulje

V rotacijskih elektromehanskih pretvornikih je treba zamenjati dano periodično vzbujalno krivuljo $\theta = f(x)$ s periodo $2\tau_p = 2\pi$ natančno ali približno s trigonometrijsko vsoto:

$$s_v(x) = \frac{1}{2} a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos(2x) + \dots + a_v \cos(vx) \\ + b_1 \sin x + b_2 \sin(2x) + \dots + b_v \sin(vx).$$

Aproksimacija $s_v(x)$ za krivuljo $f(x)$ je najboljša, če izberemo za koeficiente a_v in b_v ($v = 0, 1, 2, \dots$). Fourierjeve koeficiente dane funkcije:

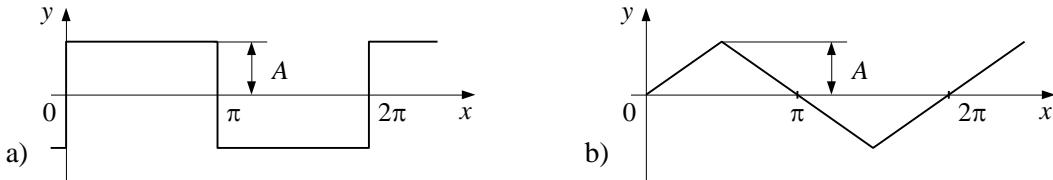
$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx, \\ a_v = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(vx) dx, \\ b_v = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(vx) dx.$$

V primeru rotacijskih elektromehanskih pretvornikov je funkcija $f(x)$ liha, to se pravi $f(-x) = -f(x)$ (simetrija II. vrste) in poleg tega še simetrična glede na x -os $f(x + \pi) = -f(x)$ (simetrija III. vrste), torej je to simetrija IV. vrste. V takšnem primeru je $a_k = b_{2k} = 0$ in

$$b_v = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(x) \sin(vx) dx.$$

($v = 2k + 1$) in je $k = 0, 1, 2, \dots$. Vidimo, da dobimo samo sinusne neparne višje harmonske komponente.

V naslednjih primerih bomo spoznali nekaj najbolj značilnih funkcij vzbujalnih krivulj in njihove matematične rešitve. Na sliki a) je prikazana najbolj značilna vzbujalna krivulja ene tuljave z amplitudo vzbujanja $y = A$ za $0 \leq x \leq \pi$.



Razvoj funkcije v trigonometrijsko vrsto za prvih sedem višjih harmonskih komponent je naslednji:

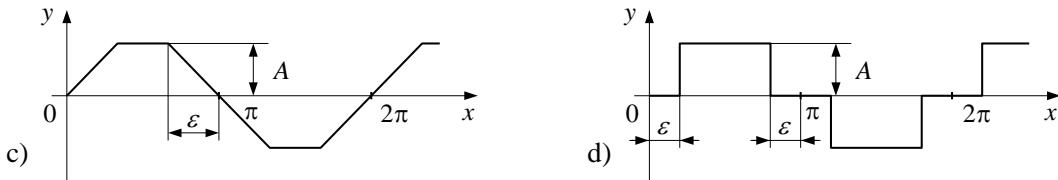
$$y = \frac{4}{\pi} A \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin(3x) + \frac{1}{5} \sin(5x) + \frac{1}{7} \sin(7x) + \dots \right).$$

Za neskončno tuljav, enakomerno porazdeljenih po obodu stroja, z amplitudo vzbujanja $y = A$ za $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ na sliki b) pa dobimo rešitev:

$$y = \frac{8}{\pi^2} A \left(\sin x - \frac{1}{3^2} \sin(3x) + \frac{1}{5^2} \sin(5x) - \frac{1}{7^2} \sin(7x) \pm \dots \right).$$

V primeru, da je navitje z neskončnim številom tuljav razporejeno le na del oboda pretvornika in je $y = A$ za $\varepsilon \leq x \leq \pi - \varepsilon$, kot to prikazuje slika c), dobimo naslednjo rešitev:

$$y = \frac{4}{\pi} \frac{A}{\varepsilon} \left(\sin \varepsilon \sin x + \frac{1}{3^2} \sin(3\varepsilon) \sin(3x) + \frac{1}{5^2} \sin(5\varepsilon) \sin(5x) + \dots \right).$$



Običajno je navitje razporejeno le na $2/3$ oboda stroja ($\varepsilon = \pi/3$) in tako dobi enačba obliko:

$$y = \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2} A \left(\sin x - \frac{1}{5^2} \sin(5x) + \frac{1}{7^2} \sin(7x) \mp \dots \right).$$

Odpadejo vse neparne harmonske komponente deljive s tri.

Zadnji primer na sliki d) prikazuje vzbujanje tuljave za izražene pole, kjer je širina pola ožja od polove delitve in je $y = A$ za $\varepsilon \leq x \leq \pi - \varepsilon$. Rešitev nam podaja enačba:

$$y = \frac{4}{\pi} A \left(\cos \varepsilon \sin x + \frac{1}{3} \cos(3\varepsilon) \sin(3x) + \frac{1}{5} \cos(5\varepsilon) \sin(5x) + \dots \right).$$

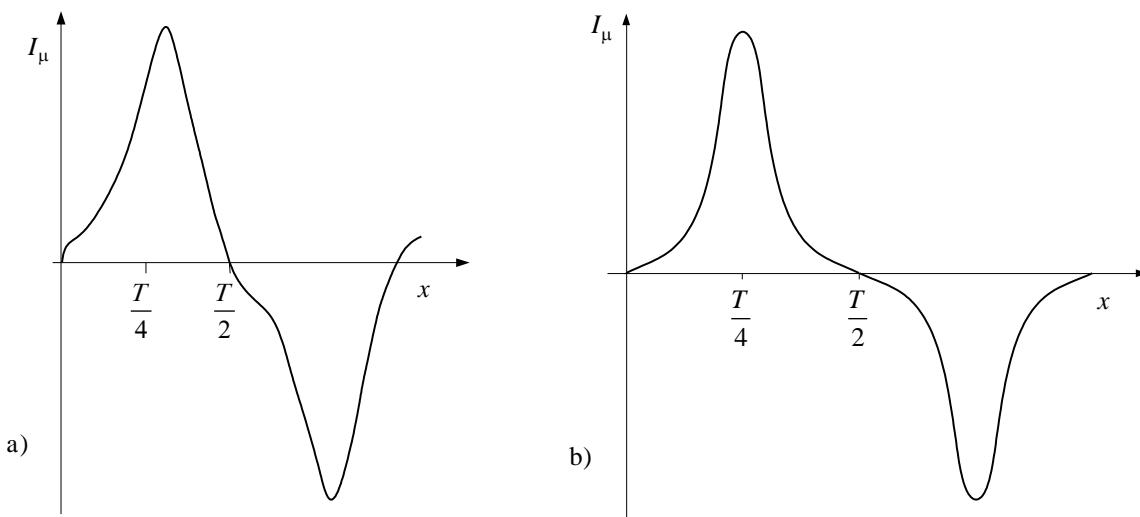
V primeru, da je širina pola $2\pi/3$ in $\varepsilon = \pi/6$ (običajno je širina pola nekaj večja), dobi enačba obliko:

$$y = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} A \left(\sin x - \frac{1}{5} \sin(5x) - \frac{1}{7} \sin(7x) \mp \dots \right).$$

Primer za tok prostega teka transformatorja

Obliko toka prostega teka realnega transformatorja prikazuje slika a). Ker je tok periodična funkcija časa s periodo T , je vrednost na abscisni osi $x = t$. Magnetilni tok je po obliki simetričen glede na x -os in nesimetričen glede na y -os. Torej je funkcija liha, ker je $f(-x) = -f(x)$, tj. simetrija druge vrste in istočasno je $f(x+T/2) = -f(x)$, tj. simetrija tretje vrste.

Za takšno obliko toka dobimo samo neparne višje harmonske komponente ($\nu = 2k+1$) za $k = 0, 1, 2, \dots$. Za $k=0$ oziroma $\nu=1$, tj. za harmonsko komponento osnovne frekvence, dobimo pri transformatorju sinusno in kosinusno komponento toka. Ena od obeh komponent, in sicer večja, je magnetilni tok (jalova komponenta) in druga, manjša, so izgube v železu (delovna komponenta). Za vse ostale višje harmonske komponente dobimo glede na sliko le sinusne harmonske komponente, tj. magnetilni tok višjih harmonskih komponent. Za primer premika koordinatnega sistema za $x=T/4$ dobimo samo kosinusne višje harmonske komponente, medtem ko ima osnovna harmonska komponenta toka vedno sinusni in kosinusni člen.



V primeru, da lahko zanemarimo vpliv izgub zaradi histerezne zanke in vrtinčnega toka v železnem jedru, je slika toka v prostem teku transformatorja, ki običajno obratuje v nasičenju, tj. v kolenu magnetilne krivulje, popolnoma simetrična. Takšno poenostavljeno obliko toka prikazuje slika b). Tok je simetričen glede na x in y os, tj. simetrija IV. vrste. Za magnetilni tok na sliki b) dobimo samo kosinusno ali samo sinusno osnovno komponento in neparne višje harmonske komponente magnetilnega toka transformatorja.

LITERATURA

- [1] K. Reichert, Elektromagnetische Energiewandler, ETH Zürich, Institut für Elektrische Maschinen, izvlečki predavanj, Zürich 1983/852
- [2] P. Jereb, Osnove električnih strojev, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Univerzitetna tiskarna v Ljubljani, Ljubljana 1975.
- [3] G. Müller, Elektrische Maschinen, VEB Verlag Technik, Berlin 1970
- [4] G. Gotter, Erwärmung und Kühlung elektrischer Maschinen, Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1954
- [5] A. Dolenc, Transformatori, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb 1961
- [6] J. Ritonja, I. Zagradišnik, Transformatorji, Univerza v Mariboru, press.um.si, učbenik, Maribor 2020
- [7] A. Dolenc, Asinhronski stroji, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana 1969
- [8] I. Zagradišnik, B. Slemnik, Električni rotacijski stroji, Tiskarna tehniških fakultet Maribor, učbenik, 6. izdaja, Maribor 2012
- [9] B. Jurković, Z. Smolčić, Kolektorski strojevi, Sveučilište u Zagrebu, Školska knjiga – Zagreb, Zagreb 1986
- [10] T. Kenyo, S. Nagamori, Permanent-Magnet and Brushless DC Motors, Clarendon Press, Oxford 1985
- [11] EC Standard, Letter symbols to be used in electrical technology, Part 4: Symbols to be used for rotating electrical machines, Publication 27-4, © IEC 1985, Genève, Suisse
- [12] IEC Recommendation for rotating electrical machinery, Part 4: Methods for determining synchronous machine quantities from tests, Publication 60034-4-1, © IEC 2018, Genève, ED4, Suisse
- [13] IEC Recommendation, Rotating electrical machines, Part 8, Terminal markings and direction of rotation of rotating machines, Publication 60034-8, Genève, 2002, ED2, Suisse
- [14] IEC Handbook, Letter symbols, © IEC 1983, Genève, Suisse
- [15] IEC 60050 (421), Mednarodni elektrotehniški slovar, Poglavlje 421, Močnostni transformatorji in dušilke, Slovenski standard, 1998
- [16] IEC 60050 (411), Mednarodni elektrotehniški slovar, Poglavlje 411, Rotacijski stroji, Slovenski standard, 1998

SEZNAM SPREMENLJIVK

- a* (m) dimenzija – dolžina str. 122; *a* število paralelnih vej polovice kotve str. 141
- A* (m^2) površina ali presek str. 2; *A* (A) amplituda vzbujanja str. 8
- b* ($T = V \cdot s / m^2 = N / (A \cdot m)$) trenutna vrednost gostote magnetnega pretoka str. 9
- b* (m) dimenzija – širina str. 122, ekvivalentna širina ali lok pola str. 140
- B* ($T = V \cdot s / m^2$) gostota magnetnega pretoka str. 3
- c* ($J / (\text{kg} \cdot \text{K})$) specifična toplota str. 18; *c* (Ω) konstanta motorja str. 171
- C* ($W / (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$) sevalna konstanta str. 18; *C* ($F = A \cdot s / V$) kapacitivnost str. 7
- d* matematični operator odvajanja funkcije (diferencial) str. 3; *d* (m) debelina str. 17
- D* (m) premer (statorske izvrtine) str. 9; *D* trikotna vezava navitja str. 55
- e* (V) inducirana napetost str. 12; *e* $\approx 2,71828$ število str. 19; *e* (%) pogrešek prestave str. 54
- E* (V/m) električna poljska jakost str. 12; *E* (V) inducirana napetost str. 26
- f* ($\text{Hz} = \text{s}^{-1}$) frekvenca str. 1; *f* razmerje – faktor navitja str. 9 in str. 66
- F* (A) "magnetno-motorska" sila str. 3; *F* (N) sila (v magnetnem polju) str. 13
- H* (A/m) magnetna poljska jakost str. 3
- i* (A) trenutna vrednost toka str. 6
- I* (A) efektivna vrednost toka str. 1, vrednost enosmernega toka str. 7
- j* = $e^{j\pi/2}$ fazni premik v kompleksni ravnini str. 26
- J* (A/m²) ali (A/mm²) gostota toka str. 4; *J* (kg · m²) vztrajnostni moment str. 166
- k* konstanta str. 17, faktor str. 127
- K* prestava (transformacijsko razmerje) str. 13; *K* ($N \cdot m / A = V \cdot s$) koeficient str. 136
- K* število lamel komutatorja str. 137
- l* (m) dolžina str. 3, srednja dolžina (jedra) str. 7
- L* ($H = \Omega \cdot s$) induktivnost str. 3
- m* število faz navitja izmeničnega stroja str. 1; *m* (kg) masa str. 17; *m* (N · m) trenutna vrednost vrtilnega momenta str. 166
- M* (N · m) vrtilni moment (navor sile) str. 2
- n* (s^{-1}) ali (min^{-1}) število vrtljajev str. 2
- N* število ovojev str. 4
- p* število polovih parov str. 9

P (W) delovna moč ali moč izgub str. 1

q (A·s / m) linijski naboј str. 13; *q* relativna jalova moč str. 47; *q* število utorov na pol in fazo str. 63

Q (A·s) naboј str. 13; *Q* število utorov str. 63; *Q* (V·A) jalova moč str. 47

r (m) polmer str. 16 ali radialna dimenzija ščetk str. 153; *r* relativna upornost str. 47

R ($H^{-1} = (\Omega \cdot s)^{-1}$) magnetna upornost str. 3; *R* (Ω) ohmska upornost str. 17

s slip (asinhronski stroj) str. 69

S (V·A) navidezna moč str. 51; *S* (m^2) površina ali presek str. 150

t (s) čas str. 9; *t* (m) tangencialna dimenzija ščetk str. 153

T (s) perioda ponavljanja str. 10, časovna konstanta str. 19

u (V) napetost str. 15; *u* relativna napetost str. 47

U (V) efektivna vrednost napetosti str. 1

v (m / s) hitrost str. 10

V (m^3) volumen str. 132; *V* (A) padec magnetne napetosti str. 145

w (J/m³) specifična magnetna energija str. 132

W (J) energija str. 14

x (m) koordinata (abscisa) str. 8; *x* relativna vrednost reaktance str. 47

X (Ω) induktivna upornost – reaktanca str. 33

y faktor razmerja dejanske in nazivne vrednosti str. 51

Y zvezdna vezava trifaznega navitja str. 55; *Y* širina tuljav navitja str. 65

z število vodnikov (tuljave) str. 141

Z (Ω) impedanca (kompleksna upornost) str. 41; *Z* cikcak vezava trifaznega navitja str. 55

α (rad.) električni ali mehanski kot str. 9

α ($W / (m^2 \cdot K)$) koeficient (toplota) str. 17; α transformacijska konstanta str. 86

β faktor oblike pola str. 106; β (rad) električni ali mehanski kot str. 143

γ ($S \cdot m / mm^2$) specifična električna prevodnost str. 31; γ (rad.) fazni kot str. 88

δ (rad.) kolesni kot ali kot polovega kolesa str. 100

δ (m) zračna reža str. 6; δ_e (m) ekvivalentna zračna reža str. 8

Δ matematični znak za razliko str. 18, trikotna vezava navitja str. 82

ε absorpcijsko razmerje (toplota) str. 18

η izkoristek str. 2

ϑ (rad.) električni prostorski kot str. 9; ϑ ($^{\circ}$ C) temperatura str. 17

θ (A) trenutna vrednost magnetne napetosti (vzbujanja) str. 9

Θ (A) magnetna napetost (vzbujanje) str. 4; Θ (K) absolutna temperatura str. 18

κ magnetna susceptibilnost (dovzetnost) str. 4

λ ($W/(m \cdot K)$) specifična toplotna prevodnost str. 17

Λ ($H = \Omega \cdot s$) magnetna prevodnost str. 3; Λ (W / K) toplotna prevodnost str. 17

μ relativna permeabilnost str. 4; $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ ($V \cdot s / (A \cdot m)$) permeabilnost vakuma str. 4

ν prostorski red višjih harmonskih komponent str. 39

ξ (stopinje ali minute) pogrešek kota str. 54

$\pi = 3,1415926$ Ludolfovo število str. 8

σ faktor razsipanja polja str. 87

Σ matematični operator vsote str. 4

τ (m) lok na obodu stroja str. 8

φ (rad.) fazni kot ali kot premika str. 26

ϕ ($Wb = V \cdot s$) magnetni pretok (trenutna vrednost) – fluks str. 12

Φ ($Wb = V \cdot s$) magnetni pretok – fluks str. 2; Φ_t (W) toplotni tok str. 17

ψ ($V \cdot s$) magnetni sklep (trenutna vrednost) str. 13

Ψ ($V \cdot s$) magnetni sklep (efektivna vrednost) str. 3

ω (rad./s) ali (s^{-1}) električna kotna frekvenca (krožna hitrost) str. 9

Ω (rad./s) ali (s^{-1}) mehanska kotna hitrost (krožna hitrost) str. 2

Grška abeceda

α, A	alfa	ι, I	jota	ρ, P	rho
β, B	beta	κ, K	kapa	$\sigma, \varsigma, \Sigma$	sigma
γ, Γ	gama	λ, Λ	lambda	τ, T	tau
δ, Δ	delta	μ, M	mu	ν, Υ	epsilon
ε, E	epsilon	ν, N	nu	φ, ϕ, Φ	fi
ζ, Z	zeta	ξ, Ξ	ksi	χ, X	hi
η, H	eta	\o, O	omikron	ψ, Ψ	psi
$\vartheta, \theta, \Theta$	theta	π, Π	pi	ω, Ω	omega

ELEKTRIČNI IN ELEKTROMEHANSKI PRETVORNIKI: ZAPISKI PREDAVANJ

IVAN ZAGRADIŠNIK, JOŽEF RITONJA

Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Maribor, Slovenija
ivan.zagradisnik@guest.um.si, jozef.ritonja@um.si

V publikaciji so predstavljene osnove elektromehanske pretvorbe in širje osnovni električni stroji: transformator, asinhronski stroj, sinhronski stroj in komutatorski stroj. Publikacija je razdeljena v pet poglavij. V nadaljevanju je predstavljena vsebina posameznih poglavij. Uvod: magnetno polje, vzbujanje navitij, induciranje napetosti, sile in vrtilni moment (navor), pretvarjanje električne moči v električno ali mehansko, izgube, izkoristek, segrevanje in hlajenje. Transformator: elementi gradnje, idealni in realni enofazni transformator, trifazni transformator, posebne izvedbe transformatorjev. Asinhronski stroj: opis gradnje z navitji in način delovanja, zagoni motorjev in spreminjanje hitrosti vrtenja ter vrtilnega momenta, asinhronski generator, enofazni asinhronski motorji. Sinhronski stroj: opis gradnje in način delovanja, obratovanje na togem omrežju, približna obravnava nasičenega stroja, vzbujalni sistemi in uporaba trajnih magnetov za vzbujanje, ter sinhronski motorji s trajnimi magneti. Komutatorski stroj: opis gradnje in način delovanja, reakcija kotve, problemi komutacije, elektronska komutacija, karakteristike različnih električnih vezav statorja in rotorja, spreminjanje hitrosti vrtenja, izmenični (univerzalni) komutatorski stroji.

DOI
[https://doi.org/
10.18690/um.feri.5.2025](https://doi.org/10.18690/um.feri.5.2025)

ISBN
978-961-299-014-5

Ključne besede:
osnove elektromagnetike,
transformator,
asinhronski stroj,
sinhronski stroj,
komutatorski stroj



Univerza v Mariboru

Fakulteta za elektrotehniko,
računalništvo in informatiko