

JE MATEMATIKA RES UNIVERZALNI JEZIK?

ALENKA LIPOVEC IN DARJA ANTOLIN DREŠAR

Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta, Maribor, Slovenija
E-pošta: alenka.lipovec@um.si, darja.antolin@um.si

Povzetek Poglavje zajema pregled literature, ki se nanaša na utemeljitev matematike kot univerzalnega jezika in osvetli hipotezo interodvisnosti med mislijo in jezikom z matematičnega vidika. V poglavju je posebna pozornost namenjena učečim se, ki jih matematiko poučujemo v jeziku, ki jim ni materni. Velik izziv za te otroke še posebej predstavlja reševanje besedilnih nalog. Če ne razumejo jezika, ki se uporablja za predstavitev besedilnih nalog, ne morejo nalog rešiti ne glede na to, kako dobro poznajo matematične koncepte v ozadju. Predstavljene so tudi učinkovite prakse za omilitev primanjkljajev, ki nastanejo pri učečih se, katerih materni jezik ni slovenščina.

Ključne besede:

matematika,
jezik,
besedilne
naloge,
CLIL,
učinkovite
prakse

IS MATHEMATICS REALLY AN UNIVERSAL LANGUAGE?

ALENKA LIPOVEC & DARJA ANTOLIN DREŠAR

University of Maribor, Faculty of Education, Maribor, Slovenia
E-mail: alenka.lipovec@um.si, darja.antolin@um.si

Abstract The paper presents a review of the literature justifying mathematics as a universal language and sheds light on the hypothesis of the interdependence between thought and language from a mathematical perspective. Special attention is given in this paper to students who are taught mathematics in a language other than their mother tongue. Solving word problems is particularly challenging for these children. If they do not understand the language in which the word problems are presented, they will not be able to solve the problems, no matter how well they know the mathematical concepts behind them. In addition, effective practices that can be used to mitigate the deficits of students whose native language is not Slovenian are presented.

Keywords:
mathematics,
language,
word
problems,
CLIL,
effective
practices

1 Uvod

Drugošolec Marko rešuje besedilno nalogo: *Mama je s tržnice prinesla eno vrtnico, dve glavi solate, pet korenčkov, tri narcise in dve gladioli. Ugotovi, koliko rož je prinesla mama.* Marko ne pozna besede gladiola. Kljub temu da je naloga napisana v njegovem maternem jeziku, ne more pokazati svojega matematičnega znanja pri reševanju besedilnih nalog z odvečnimi podatki. Marko je v podobni situaciji, kot jo vsakodnevno čutijo učenci, učenke, katerih materni jezik ni slovenščina.

V poglavju bomo najprej pojasnili povezavo med jezikom in matematiko in zavzeli stališče, da je matematika lahko primer (relativno dobrega) univerzalnega jezika. V nadaljevanju se bomo osredotočili na (matematične) besedilne naloge in argumentirali pomembnost hipoteze soodvisnosti misli in jezika na primeru matematike. Kot možen učinkovit poučevalni pristop bomo opisali temeljne elemente CLIL-a, ki se učinkovito uporablja za razvijanje jezikovnih sposobnosti skozi razvijanje nejezikovnih kompetenc. Osredotočili se bomo na matematične kompetence in mlajše učence, učenke.

1.1 Matematika in jezik

Poglejmo najprej, kaj imata matematika in jezik skupnega. SSKJ (2014) ponudi za jezik naslednje opredelitve: sistem izraznih sredstev za govorno in pisno sporazumevanje, kar omogoča sporazumevanje sploh/kar omogoča nebesedno izražanje, način izražanja, vezan na določeno pojmovanje, razumevanje česa. Websterjev slovar (1997, cit. v Patkin, D. in Timor, T. 2010: 233) ponudi nekoliko bolj konkretne opredelitve. Prva opredelitev je »jezik je skupina besed skupaj z izgovorjavo sistemom za njihovo uporabo, ki so skupni ljudem iste skupnosti in naroda, istega geografskega območja ali iste kulturne tradicije.« Druga opredelitev je »Jezik je komunikacija z uporabo sistema zvokov, zapisanih simbolov, znakov ali kretenj na dogovorjen način in z dogovorjenim pomenom.« Tretja opredelitev je »kateri koli sistem formaliziranih simbolov, znakov, zvokov ali kretnj, ki se uporabljajo ali so zasnovani kot način komuniciranja.« Zdi se, da se prva opredelitev nanaša na jezik kot na edinstveno značilnost ljudem istega naroda, kraja ali kulture in poudarja občutek pripadnosti. Druga in tretja definicija obravnavata pojem jezika kot formalizirano oz. dogovorjeno sredstvo za komunikacijo. Opredelitev matematike kot jezika je povezana z drugo in tretjo opredelitvijo, saj matematika vsebuje posebno terminologijo, kot so znaki, grafični prikazi, številke in drugi

simboli. Usiskin jezik opiše kot »sistem za komuniciranje ali razmišljanje, ki uporablja reprezentacije skupaj z metaforami in neko vrsto logične slovnice, pri čemer predpostavimo zgodovinski ali vsaj začasni standard za resničnost« (Usiskin 1996: 232). Jezik torej opisujemo z naslednjimi komponentami: (1) slovar besed ali simbolov, (2) pravila, kako uporabljamo slovar (slovnica), (3) skupina ljudi, ki razume in uporablja simbole in (4) domena pomenov, ki jih lahko priredimo simbolom. Matematični slovar besed in simbolov vsebuje simbole, kot so npr. 1, 2, +, ali manj uporabljane kot so npr. \forall , \exists , ∞ . Matematika ima tudi svojo terminologijo. V posebnih primerih ima beseda, ki je splošno uporabljana, drugačen pomen znotraj matematike, npr. *operacija*, *drevo*, *zvezda*, *kolobar*; nekatere besede pa se uporabljajo le znotraj matematičnega področja, npr. *daljica*, *zmanjševanec*, *merska enota*. Na oba tipa besed morajo biti učitelji in učiteljice posebej pozorni. Slovnica, ki določa, ali je matematični argument veljaven ali ne, se imenuje matematična logika. V principu bi lahko katero koli matematično izjavo napisali v formalnem jeziku, ki bi ga preverili po pravilih logike. Gödelov aksiom o nepopolnosti pove, da se celotne matematike ne da postaviti na aksiomatično podlago, saj vsak formalni jezik, ki bi bil dovolj močan, da bi zajel matematiko, vsebuje tudi nedoločljive izjave (Gödel 1931). Kljub temu pa je za večino matematičnih izjav določljivo, ali so pravilne ali ne, in obstoj nedoločljivih izjav ni resna ovira običajni matematiki. Skupina ljudi, ki razume in uporablja matematične simbole, sama sebe imenuje matematiki in predstavljajo globalno skupnost. Zanimivo je, da je v moderni matematiki zelo malo kulturnih preprek, kar npr. dokazujejo mednarodna tekmovanja v matematiki (npr. Mednarodna matematična olimpijada). Matematika se uporablja za izmenjavo informacij na zelo širokem spektru predmetnih področij. Mnoga področja matematike (npr. geometrija ali verjetnost) so nastala z namenom, da opišejo in rešijo pojave v realnem svetu. Matematiko uporabljata moderna fizika in inženirstvo, najdemo jo v kozmologiji, pa tudi v kvantni mehaniki. Matematika opisuje tudi abstraktne strukture, ki nimajo nobenih znanih povezav z realnim svetom. In nenazadnje matematika opisuje matematiko na področju, imenovanem metamatematika, kamor spada tudi delo Chomskega, povezano z univerzalno slovnico (Collins 2009).

V nadaljevanju si bomo ogledali še nekaj mitov, ki podpirajo tezo, da naj matematika ne bi bila jezik. Miti so povzeti po Usiskinu (1996). *Matematika je izrazito simboli jezik*. Če izvzamemo simbole, ki jih uporabljajo le ozko specializirani matematični raziskovalci, lahko naštejemo približno enako število simbolov v matematiki in angleščini. *Matematika je mrtvi jezik*. »Čemu se to učimo?« je stavek, ki ga pri

matematičnih urah mnogokrat slišimo in pomeni znak za alarm. Matematiko izenači z latinščino. Uporabnost matematičnih idej je treba vedno na novo definirati. Dandanes je pisno deljenje mrtvo, tudi pisno množenje umira, kalkulatorji in grafična računala rišejo diagrame. Še vedno pa noben program ne zna matematično modelirati realne situacije. *Matematika kot jezik nesmislov*. Človeški um se lahko uči nesmislov, a priklíc je mnogo manjši kot v smiselni razporeditvi. Na tem dejstvu slonijo teorije učenja, ki poudarjajo strukturo znanja. Skemp (1991) vidi v strukturiranosti eno izmed bistvenih razlik med dobrim, relacijskim razumevanjem matematike in čisto »kuharskim«, instrumentalnim razumevanjem matematike. *Matematika kot abstrakten jezik*. Ni samo matematika tista, ki se ukvarja z abstraktnimi pojmi: poštenost, sila, in čast so sila abstraktni pojmi, a ne predstavljajo težav. Abstrakcija pojma »poštenost« ali »lik« je tem boljša, več kot je doživela uskladitev z obdajajočo družbo.

Matematični jezik mnogokrat govori v simbolih. Tisti, ki zares želijo komunicirati v matematiki, se ne morejo zanašati samo na čute, ampak morajo uporabiti intelektualne sposobnosti za konstruiranje domene, znotraj katere so njihove poteze smiselne (Sfard 1998). Za zgodnji razvoj matematičnih konceptov je običajno značilna realna osredotočenost, iz katere počasi nastaja abstraktni svet. Realna osredotočenost lahko učitelja ali učiteljico zavede, da pozabi na nujno potrebnost prehoda v abstraktno razpravo.

V matematični skupnosti prevladuje mnenje, da je matematika nedvomno jezik kot vsak drug, a se jo včasih napak uči (kot mrtvi jezik, jezik nesmislov ali abstraktni jezik).

1.2 Matematika kot univerzalni jezik

Univerzalni jezik lahko razumemo kot jezik, ki ga razume veliko, če ne celo vse prebivalstvo sveta. Univerzalnost matematičnega jezika je smiselna hipoteza (Merchant 1999), o kateri se mnogo razpravlja znotraj multikulturnega konteksta izobraževanja. Remillard in Cahnmann (2005) pišeta, da je matematika sestavljena iz jezika, ki je prenosljiv iz enega jezika v drugega, Peter (2011: 449) pa, da je »matematika edini predmet, ki ga lahko uporabljamo v vseh kulturah sveta«. Jamison (2000: 2) v svojem opisu matematike, ki je univerzalni jezik, daje jasn argument za univerzalnost matematike kot jezika:

V resnici obstaja skoraj splošno sprejeta logična in retorična struktura matematike. Že več kot dve tisočletji je bila resna matematika predstavljena v formatu definicija-izrek-dokaz. Že Euklidovi Elementi iz okoli leta 300 pred našim štetjem so vpeljali ta način predstavitve, ki se z manjšimi spremembami sloga še danes uporablja. Vsak izmed teh treh glavnih elementov ima določeno retorično strukturo, ki jo je večinoma možno zaznati vse od starih Grkov naprej.

Univerzalnost matematičnega jezika se raziskuje tudi v kontekstu učečih se, ki so poučevani v jeziku, ki ni jezik okolja (Waller in Flood 2016).

Argument proti temu, da je matematika univerzalni jezik, je osredotočen na potrebe učečih se, ki so poučevani v jeziku, ki ni jezik okolja (npr. Cavanagh 2005). Prepričanje "matematika je univerzalni jezik" v kombinaciji s "teorijami primanjkljajev učencev", ki usmerjajo pouk matematike, je namreč lahko odgovorno za premajhno zavedanje jezikovne (ne)kompetence učečih se, katerih materni jezik ni jezik okolja pri njihovem matematičnem izobraževanju. Barrow (2014) predlaga, da se razblini mit o matematiki kot univerzalnem jeziku in da so učitelji in učiteljice pozorni na nianse in kompleksnost jezika tudi pri poučevanju matematike, saj bi učenci in učenke z omejenim znanjem jezika okolja morali biti deležni dodatne podpore. Dodatno se simbolne predstavitve matematičnih situacij razlikujejo od kulture do kulture. Oseba, ki ne zna farsija, npr. ne bo znala razbrati algebrskega problema, napisanega v farsiju. Družbeni jezik se razvije v letu ali dveh, medtem ko je za razvoj akademskega jezika, potrebnega za uspeh pri pouku matematike, pogosto potrebnih od štiri do sedem let (Cummins 2014). Hoffert (2009: 132) izpostavlja: »Čeprav lahko nekateri učenci vodijo pogovor in učinkovito komunicirajo, niso nujno sposobni razumeti tako jezika okolja kot matematičnega jezika, ki je zahtevan pri pouku matematike.«

Vendar ob upoštevanju vseh predhodnih idej in argumentov o matematiki kot univerzalnem jeziku to poglavje zavzema stališče, da matematika je univerzalni jezik. Kljub razlikam med jeziki, religijo, spolom ali kulturo je matematika edini jezik, ki si ga delijo vsi ljudje. Ker je te "univerzalne resnice" matematike mogoče uporabiti povsod v njihovem dekontekstualiziranem stanju, so resnično univerzalne (Bishop 1988). Seštevanje stroškov košare, polne svežih pridelkov, vključuje enak matematični postopek, ne glede na denarno enoto. Preko simbolne predstavitve matematičnih temeljnih resnic matematičnih konceptov lahko pride do

komunikacije, ki poruši kulturne ovire in združi vse ljudi, ki uporabljajo en skupni jezik.

Matematika si kot univerzalni jezik zato v šoli zasluži temu primerno mesto. Kot univerzalna interpretacija sveta naj bi bila matematika posebej v zgodnjem obdobju izobraževanja integrirana v vsa ostala predmetna področja (Žakelj in sod. 2011). Pomembnost vzpodbujanja matematične konverzacije se zdi jasna. Kar pa je lahko manj jasno, je implementacija tega, kar se zdi, zelo jasnega principa.

1.3 (Matematična) misel in (matematični) jezik

Osvetlimo slavno dilemo – imenovano tudi hipoteza interodvisnosti med mislijo in jezikom (prim. Justin 2005; Cummins in Swain 1986) – z matematičnega vidika. Sierpinska (1998: 35) meni: »Piaget ne bi trdil, da lahko komunikacija spremeni razvojni potek. Nasprotno, trdil bi, da je doseganje neke razvojne stopnje predpogoj za to, da se oseba lahko jasno izraža. Vygotsky pa je trdil, da lahko ima izražanje dejanski vpliv na razvoj.« Ne želimo zmanjševati pomena Piagetove razvojne teorije za pouk matematike, temveč želimo le poudariti potrebnost zavedanja socialne narave pridobivanja znanja. Piagetov model temelji na relaciji med proceduralnim in konceptualnim znanjem, ki sta v njegovem modelu učenja in razvoja neločljivo povezana ter sta sestavni, neločljivi del kognitivne sheme. Ko posameznik, posameznica postane ekspert, ekspertinja za proceduralno znanje in ga ponotranji, se po Piagetu prične proces refleksije, ki vodi k novemu konceptualnemu znanju. V modelih učenja, ki temeljijo na Piagetovi teoriji, se koncepti asimilirajo v kognitivne sheme. Asimilacija se zgodi na višjih stopnjah kognitivnega razvoja, ki jih karakterizirajo abstrakcija, metakognicija in konceptualna misel. Matematična misel, izražena v besedni obliki, je torej odvisna od kognitivnega razvoja in ga kot taka ne more prehitevati ali celo vzpodbujati. Za Vygotskega sta besedno izražena in neizražena matematična misel podobnega značaja, saj obe potrebujeta refleksijo na prvotno intuitivno misel, kar sam Vygotsky imenuje »spontana koncepta« govora in aritmetike (Vygotsky 1996). Za Vygotskega se aritmetično mišljenje začne z zavestno refleksijo nad nezavednim ali spontanim konceptualnim znanjem. Pisno izražena matematična misel zato ni odvisna od proceduralnega znanja ali kognitivnega razvoja. Še več, pozitivno lahko vpliva na razvoj obojega. Misel in jezik sta torej interodvisna.

Interodvisnost matematične misli in (ne nujno matematičnega) jezika podaja mnoge odgovore na vprašanja didaktike matematike, kot so npr. *Ali lahko otrok usvoji koncept števila sedem, še preden se nauči poimenovanj za števila?*; *Ali je dobro otroka postaviti v situacije, kjer je treba kombinirati dve skupini predmetov, še preden mu predstavimo termine tipa »dve plus tri«?*; *Ali obratno, naj otroka vzpodbujamo, da uporablja besede, kot so npr. milijon, še preden zares razume, kaj pomenijo?* Odpirajo pa se seveda tudi nova vprašanja, posebej na področju poučevanja otrok, ki jim jezik, v katerem so poučevani, ni materni jezik.

2 Problematika besedilnih nalog

V nadaljevanju poglavja se bomo osredotočili na besedilne naloge, saj jezik v njih igra pomembno vlogo. Čeprav običajno ob besedi besedilna naloga pomislimo na zapisano besedilo, pa ni nujno tako. V nižjih razredih so besedilne naloge (ang. word problems) lahko predstavljene tudi slikovno (npr. v obliki stripa) ali pa so učecim se posredovane le verbalno. Ne glede na medij posredovanja ostajajo besedilne naloge močno odvisne od učenčeve, učenkine jezikovne kompetence.

Besedilne naloge so močno raziskovano področje (Verschaffel, Depaepe, in Van Dooren 2020). Kontekstualizirane naloge so po Rothu (1996: 491) opredeljene kot

»besedilne naloge, ki se nanašajo na neke resnične pojave, ki jih lahko modeliramo z uporabo matematike. Ko se učenci aktivno vključijo v reševanje besedilne naloge, lahko slednjo obravnavamo kot kontekst, ki podrobno opredeli pomen matematične oblike.«

Besedilne naloge dajejo matematiki, na katero se navezujejo, pomen. Matematiko povezujejo z izkušnjami učenk in učencev in jim omogočajo, da kontekst matematične besedilne naloge povežejo s pojavi v resničnem svetu.

Ker so besedilne naloge po tej opredelitvi nujno vstavljene v nek kontekst in izhajajo iz vsakdanjih situacij, v tem primeru ne naletimo na specifično matematično terminologijo (npr. daljica, zmanjševanec), zato se bomo v tem poglavju osredotočili le na jezik, ki se nanaša na naravne situacije. Razprava o tem, kako učecim se, katerih materni jezik ni slovenščina, oblikovati učno okolje, ki spodbudi znanje matematične terminologije, torej presega okvirje tega poglavja. Seveda pa imajo učenci in učenke, katerih materni jezik ni jezik okolja, v katerem so poučevani, tudi pri tem velike težave, kar je empirično močno podkrepljeno (npr. Chan 2015). Obstajajo sicer tudi

raziskave, ki dokazujejo nasprotno. Yonson (2017) npr. na majhnem vzorcu četrtošolcev in četrtošolk ugotavlja, da med učenci in učenkami, ki so reševali besedilne naloge, zapisane v maternem jeziku, ter učenci in učenkami, ki so reševali naloge v tujem/drugem jeziku, ni statistično značilnih razlik.

Pri učenju matematike je za učeče se, katerih materni jezik ni slovenščina, eden največjih izzivov razumevanje jezika, ki se uporablja za predstavitev besedilnih nalog. Če učenci, učenke ne razumejo slovenščine, naloge ne morejo rešiti, čeprav dobro poznajo matematične koncepte v ozadju. Za matematične besedilne naloge obstajajo pogostejše kombinacije določenega besedišča in slovničnih struktur. Zato je pomembno, da učitelji in učiteljice odkrivajo, analizirajo in zagotavljajo smernice o tem, kako se lahko učenci in učenke najbolje spoprimejo z jezikovnimi izzivi. Besedilne naloge sestavljajo trije glavni, jezikovno občutljivi vidiki: različni reprezentacijski sistemi, besedišče ter slovnica in sintaksa (Fatmanissa, Kusnandi in Usidyana 2020). Težave zaradi različnih reprezentacijskih sistemov se nanašajo na težave pri prevajanju med tremi sistemi: dnevni jezik, simboli in vizualna predstavitev. Težave zaradi besedišča se nanašajo na to, da je včasih težko razumeti pomen besedišča kljub njegovemu mestu v stavku. Težave zaradi slovnice in sintakse pa se nanašajo na težave pri osmišljanju celotnega stavka oz. povedi.

Besedilne naloge so tudi pogosto dodeljene kot samostojna vaja in/ali domača naloga ter so tudi pogosto ocenjevane. Gre torej za situacije, kjer zunanja pomoč pri premagovanju jezikovnih barier ni zagotovljena. Dodatno je možno, da se kljub trudu sestavljavcev naloge izkušnje učečih se ne ujamejo s kontekstom, ki ga obravnava naloga. Raven jezikovnih izzivov lahko še dodatno lahko še poveča specifična slovnična struktura, ki je večkrat uporabljena v matematičnih problemih (Schleppegrell 2007).

Empirično je bilo ugotovljeno (npr. O'Halloran 2000), da je učinkovita in uspešna pomoč učečim se dosežena že z izrecnim osredotočanjem pozornosti učečih se na jezikovne značilnosti besedilnih nalog in zagotavljanjem govornega posredovanja. V idealnem primeru se to naredi v obliki pristopa CLIL, ki ga natančneje opišemo v nadaljevanju.

2.1 CLIL

Kratico CLIL (ang. Content Language Integrated Learning) običajno razumemo kot splošni izraz za (zelo) različne oblike poučevanja (Mehisto, Marsh in Frigols 2008: 12-19). Izraz *trdi CLIL* ustreza pristopu, v katerem se nejezikovni predmet (npr. geografija, matematika ...) poučuje v tujem jeziku in je cilj poučevanja enakovredno razvijanje jezikovnih in nejezikovnih kompetenc. Tako imenovani *mehki CLIL* pa poteka takrat, ko je primarni cilj razvijanje jezikovnih kompetenc. Za naš prispevek je s stališča matematike bolj primeren trdi CLIL, s stališča jezika pa mehki CLIL.

Rezultati raziskav kažejo prednosti (obeh oblik) CLIL-a pred drugimi pristopi, in sicer pri razvijanju tako nejezikovnih kot jezikovnih kompetenc. Empirični podatki govorijo o boljših uspehih v proceduralnem in konceptualnem matematičnem znanju učečih se, ki so bili poučevani po pristopu CLIL v primerjavi s kontrolno skupino (Jäppinen 2005: 27). Uporaba tujega jezika pri pristopu CLIL skrajša razlage, saj se učitelj, učiteljica zaveda, da učenci in učenke nimajo dovolj jezikovnih znanj, da bi razumeli dolge in zapletene razlage (Kratochvílová 1999). Druga razlaga, ki je tudi empirično podprta, se nanaša na tehnike. V CLIL-u učitelji in učiteljice pogosteje uporabljajo interaktivne tehnike (Novotná in Hofmannová 2000). Tudi Tejkalova Prochazkova (2013) pojasnjuje, da je vsebina matematike izredno primerna za CLIL in navaja primere iz klasične šolske matematike. S tem misli na primere, v katerih učenje tujega jezika lahko pomaga matematiki. Kot primer navaja bolj zapleteno semantiko kvadratov in pravokotnikov v češčini v primerjavi z angleščino, kjer med njima ni nobene razlike in je koncept bolj jasen kot v češčini. Takšni primeri lahko razložijo, kako lahko poučevanje v tujih jezikih nauči ljudi razumeti matematiko. Ker matematiki verjamejo, da je tudi matematika jezik, poudarjajo, kako lahko matematični jezik naravno premaga razlike med maternim jezikom in ciljnim jezikom (večinoma drugi ali tuji jezik). Če učitelj ali učiteljica na tablo napiše številko 34, bodo učenci in učenke razumeli povedano, čeprav v ciljnem jeziku ne poznajo besede za 34.

Zgodnje usvajanje jezika poteka z učečimi se, ki imajo malo ali nič jezikovnega znanja tujega jezika. Uvajanje CLIL -a pri zgodnjem usvajanju jezika oz. v začetnih nivojih izobraževanja zato pomeni drugačen izziv kot CLIL na sekundarni stopnji, kjer so učenci in učenke že pisмени in imajo precej predznanja. Izkušnje pri usposabljanju učiteljev in učiteljic za pristop CLIL kažejo, da učitelji in učiteljice prevečkrat izberejo vsebino, ki ne ustreza starosti ali kognitivnim sposobnostim otrok, pri čemer je

kognitivna zahtevnost nastavljena preveč nizko. Posledično ni ustreznih povezav s predmeti in cilji teh predmetov niso doseženi. V tem delu bi radi omenili, da je treba biti pozoren, da zaradi prilagajanja jezika ne znižujemo zahtevnosti matematične vsebine, kar vključuje tudi branje kompleksnejših matematičnih besedil. Hitro se namreč zgodi, da ob poenostavljanju jezikovnih vidikov poenostavimo tudi nejezikovne vidike. Pojav je znan kot kognitivno poniževanje učečih se (Lipavac Oštir in Lipovec 2018: 34), ima pa več različnih poimenovanj. Npr. Schlemminger s sodelavci (2015: 75) govorijo o infantilizaciji pri zgodnjem poučevanju tujega jezika, ki nasprotuje znani hipotezi soodvisnosti jezika in misli, o kateri smo že razpravljali v okviru poučevanja matematike, kjer smo se navezali na Piageta in Vygotskega. Znotraj poučevanja tujih jezikov sta o hipotezi soodvisnosti pisala Cummins & Swain (1986). Hipoteza o soodvisnosti jezika in misli v kontekstu poučevanja jezikov govori o odvisnosti razvoja jezikovnega znanja v drugem jeziku od usposobljenosti v prvem jeziku. Če je bil postopek oblikovanja koncepta uspešno zaključen v prvem jeziku, ga ni treba ponoviti v drugem jeziku, saj lahko učenci in učenke prenašajo koncepte iz enega jezika v drugega. Model dvojne ledene gore (Cummins in Swain, 1986: 83), ki temelji na Chomskyjevem modelu generiranja jezika, namreč navaja, da obstaja osrednja kognitivna funkcija, ki nadzoruje oblikovanje konceptov relativno neodvisno od posameznega jezika. Iz tega ne izhaja, da je za pridobitev znanja ciljnega jezika nujno potrebna minimalna raven jezikovne usposobljenosti.

2.2 Strategije za omilitev primanjkljajev učečih se, katerih materni jezik ni slovenščina

V nadaljevanju predstavljamo strategije, ki jih lahko uporabijo učitelji in učiteljice na nižjih stopnjah izobraževanja in po našem mnenju pripomorejo pri omilitvi primanjkljajev učečih se, katerih materni jezik ni slovenščina pri matematiki.

- (1) Uporaba enaktivnih in ikoničnih reprezentacij. Konkretna ponazoritev dogodka, o katerem govori besedilna naloga ali grafični prikaz tega dogodka, so lahko učečim se, katerih materni jezik ni slovenščina, v pomoč zaradi nižje jezikovne zahtevnosti, in ker si učenci in učenke lahko vizualizirajo pomen. Uporabiti je možno tudi različne grafične organizatorje, kot so miselni zemljevidi/kognitivne sheme, drevesni diagrami in diagrami poteka besedne zveze.
- (2) Uporaba IKT. Pri razumevanju problema lahko močno pripomorejo interaktivni apleti, s katerimi lahko učenec, učenka sodeluje pri reševanju. Pri

razvoju problemskih znanj je razen dobro izbrane naloge namreč pomemben tudi način, kako je naloga posredovana učečim se. V zadnjem času so pri tem učiteljem in učiteljicam v pomoč različna e-učna gradiva. Uporaba programov dinamične geometrije (npr. Geogebra, Cabri, JSX) pri pouku je pomenila prelomnico za pouk matematike. E-učna gradiva sestavljajo manjše enote, imenovane e-gradniki. Aplet je eden izmed takih gradnikov. Gre za relativno majhno in preprosto programsko aplikacijo, ki je zgrajena okrog predhodno konstruirane grafične reprezentacije. Zaradi zmožnosti vizualizacije matematičnih konceptov in procesov ter interaktivne narave je aplet močno pedagoško sredstvo (Lipovec in sod. 2015).

- (3) Zavedanje učečih se o jezikovnih značilnostih pri besedilnih nalogah lahko učitelji in učiteljice povečajo na podlagi načel sodelovalnega učenja. Ne glede na način sodelovanja med učečimi se je smiselno ustvariti več možnosti za vključevanje učečih se v jezik, ki se običajno uporablja v besedilnih nalogah in za njihovo izražanje matematičnega razumevanja z uporabo tujega jezika, po možnosti s pomočjo njihovega prvega jezika.

3 Zaključek

Pri učečih se, katerih materni jezik ni slovenščina, je treba biti pozoren na njihovo razumevanje matematičnega problema. Predlagamo začetno matematično opismenjevanje v maternem jeziku, ki mu sledi prehod v pristop CLIL, pri čemer je še vedno prisoten nekdo, ki učencu, učenki prevaja določene strokovne izraze v materni jezik.

V pričujočem poglavju ne trdimo, da različne kulture nimajo lastnih matematičnih norm. Menimo pa, da matematika vsebuje nekatere resnice, ki jih ni mogoče spregledati v vseh kulturah. Matematika obsega značilnosti, ki so univerzalne, na primer simboli, izreki in postopki, kar jo opredeljuje kot univerzalni jezik. Zato bi lahko z uporabo temeljnih matematičnih pojmov in s sprejemanjem kulturne različnosti poučevanje in učenje matematike postalo most preko kulturnih meja znotraj in zunaj učilnice.

V poglavju smo poskušali pokazati, da so lahko matematične vsebine uporabljene za razvijanje jezikovnih kompetenc po pristopu CLIL, ki se je že izkazal za učinkovitega. Je pa potrebna sprememba paradigme, da bodo učitelji in učiteljice dojeli, da lahko začetno besedilno nalogo učečim se, katerih materni jezik ni

slovenščina, predstavimo tudi drugače (enkativno, ikonično, interaktivno). S tem zmanjšamo jezikovno obremenitev pri matematičnem delu in spodbudimo razvoj jezikovne kompetence. Matematika je torej motivacijsko sredstvo (ker predstavlja kognitivni izziv) za učenje jezika. To trditev pa kljub mnogim empiričnim dokazom učitelji in učiteljice (posebej učitelji in učiteljice jezika) zelo težko sprejmejo.

Menimo torej, da je treba glavnino prizadevanj usmeriti v izobraževanje učiteljev in učiteljic ter učencev in učenk, katerih materni jezik ni slovenščina. Z dodatnimi usposabljanji o inovativnih pristopih, kot je npr. CLIL, bodo razširili svoj profesionalni obseg in učeče se posledično poučevali na bolj raznolike načine. Upamo torej, da bodo za razvoj znanja slovenščine posegali tudi po reševanju matematičnih problemov.

Literatura

- Bishop, Alan, 1988: Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19/2. 179–191.
- Barrow, Melissa A., 2014: Even math requires learning academic. *Kappan Magazine*, 95/6. 35–38.
- Cavanagh, Sean, 2005: Math: the not-so-universal language. *Education Week* 24/42. 1–22.
- Chan, Simon, 2015: Linguistic challenges in the mathematical register for EFL learners: linguistic and multimodal strategies to help learners tackle mathematics word problems. *International Journal of Bilingual Education and Bilingualism* 18/3. 306–318. doi: 10.1080/13670050.2014.988114.
- Collins, John, 2009: A question of irresponsibility: Postal, Chomsky, and Gödel. *Biolinguistics*, 3/1. 099–103.
- Cummins, Jim, 2014: Beyond language: Academic communication and student success. *Linguistics and Education*, 26, 145–154. doi: 10.1016/j.linged.2014.01.006.
- Cummins, Jim in Merrill Swain, 1986: *Bilingualism in Education: Aspects of Theory, Research and Practice*. London: Longman.
- Fatmanissa, Namirah, Kusnandi, Kusnandi in Dian Usdiyana, 2020: Effect of Schema Use in Solving Word Problems: Emphasis on Linguistic Difficulties. *Contemporary Mathematics and Science Education*, 1/2. doi: 10.30935/conmaths/8495.
- Gödel, Kurt. 1931: Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik* 38. 173–198. doi: 10.1007/BF01700692.
- Hignett, Sue in McDermott, H. 2013: Qualitative methodology for Ergonomics. Chapter X. John R. Wilson in Sarah Sharples (ur.) *Evaluation of Human Work. A practical ergonomics methodology. (4th Ed.)* Boca Raton, FL: CRC Press. 119–139.
- Hoffert, Sharon B., 2009: Mathematics: The universal language? *The Mathematics Teacher* 103/2. 130–139.
- Jäppinen, Aini-Kristiina, 2005: Thinking and content learning of mathematics and science as cognitional development in content and language integrated learning (CLIL): Teaching through a foreign language in Finland. *Language and Education* 9/2. 147–168.
- Justin, Janez, 2005: Platon, govor in poučevanje. *Šolsko polje* 16/5–6. 197–228.
- Kratochvilová, Jana, 1999: Pre-structural Thinking Processes Involved in Solving Mathematical Tasks. Milan Hejny in Jarmila Nivotná (ur), *Proceedings SEMT 99* Praga: Charles University, Faculty of Education. 67–71.
- Lipavic Oštir, Alja in Alenka Lipovec, 2018: Problemorientierter Soft CLIL Ansatz. Wien: LIT.

- Lipovec, Alenka, Pesek, Igor, Zmazek, Blaž in Darja Antolin Drešar, 2015: Interaktivni konceptualni apleti v i-učbeniku kot mediatorji problemskih znanj. *Uporabna informatika* 23/1. 52–62.
- Mehisto, Peteer, Marsh, David in María J. Frigols, 2008: *Uncovering CLIL: Content and Language Integrated Learning in Bilingual and Multilingual Education*. Oxford: Macmillan Education.
- Novotná, Jarmila in Marie Hofmannová, 2000: CLIL and mathematics education. Alan Rodgerson (ur.) *Proceedings of the International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics for living*. Aman, Jordan: Third World Forum. 226–230.
- O'Halloran, Kay, 1999: Towards a Systemic Functional Analysis of Multisemiotic Mathematics Texts. *Semiotica* 124/1–2. 1–29.
- Schlepppegrell, Mary J. 2007: The Linguistic Challenges of Mathematics Teaching and Learning: A Research Review. *Reading and Writing Quarterly*, 23/2. 139–159. doi:10.1080/10573560601158461.
- Sfard, Ana, 1998: Symbolizing Mathematical Reality Into Being or How Mathematical Discourse and Mathematical Objects Create Each Other. Paul Cobb, K.E. Yackel in K. McClain (ur.): *Symbolizing and communicating: perspectives on mathematical Discourse, Tools, and Instructional Design*. NY: Erlbaum. 37–98.
- Sierpinska, Ana, 1998: Three Epistemologies, Three Views of Classroom Communication: Constructivism, Sociocultural Approaches, Interactionism. Heinz Steinberg, Maria G. Bartolini Brussi in Anna Sierpinska (ur.): *Language and Communication in the Mathematics Classroom*, NCTM, Reston VA. 30–62.
- Merchant, Betty, 1999: Ghosts in the classroom: unavoidable casualties of a principal's commitment to the status quo. *Journal of Education for Students Placed at Risk* 4/2. 153–171.
- Slovar slovenskega knjižnega jezika, druga, dopolnjena in deloma prenovljena izdaja: <www.fran.si>. (Dostop 10. 3. 2021.)
- Timor, Tsafi, & Patkin, Dorit. (2010). Pre-service teachers' perceptions of Mathematics as a language. *Research in Mathematical Education* 14/3. 233–247.
- Tejkalova Prochazkova, Lenka, 2013: Mathematics for language, language for mathematics. *European Journal of Science and Mathematics Education* 1/1. 23–28.
- Usiskin, Zalman (1996). Mathematics as a language. Portia C Elliott in Margaret J. Kenney (ur.) *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*. Reston, VA: NCTM. 231–243.
- Verschaffel, Lieven, Depaepe, Fien in Wim Van Dooren, 2020: Word problems in mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 908–911. doi: 10.1007/978-94-007-4978-8_163.
- Vygotsky, Lev, 1996: *Thought and Language*. London: The MIT Press.
- Yonson, Denmark L., 2017: Solving word problems performance of students in L1 (Mother Tongue) and L2 (English language), *International Journal of Development and Sustainability* 6/8. 628–640.
- Waller, Patrice P. in Chena Flod, 2016: Mathematics as a universal language: transcending cultural lines. *Journal for Multicultural Education* 10/3. doi: 10.1108/JME-01-2016-0004.
- Webster's Universal College Dictionary (1997). Gramercy Books: New-York. <https://www.merriam-webster.com/dictionary/language>. (Dostop 15. 3. 2021.)
- Žakelj, Amalija, Princič Röhler, Alica, Perat, Zvonko, Lipovec, Alenka, Vršič, Vesna, Repovž, Boštjan, Senekovič Jožef in Zdenka Bregar Umek, 2011: *Program osnovna šola. Matematika. Učni načrt. za matematiko*. Ljubljana: Ministrstvo RS za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.