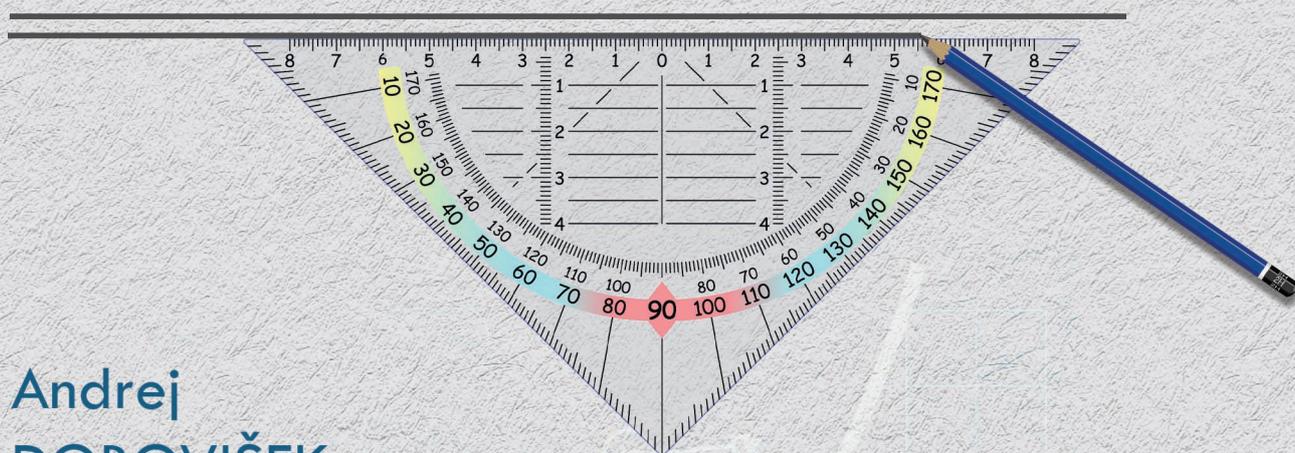




# Osnovna merjenja

Uvod v merske napake in  
kvantitativno analizo fizikalnih  
meritev



Andrej  
DOBOVIŠEK



Univerzitetna založba  
Univerze v Mariboru





Univerza v Mariboru

---

Fakulteta za naravoslovje  
in matematiko

# OSNOVNA MERJENJA

Uvod v merske napake in kvantitativno analizo fizikalnih meritev

Avtor

**Andrej Dobovišek**

Marec 2021

<b>Naslov</b> <i>Title</i>	<b>Osnovna merjenja</b> <i>Basic Measurements</i>		
<b>Podnaslov</b> <i>Subtitle</i>	<b>Uvod v merske napake in kvantitativno analizo fizikalnih meritev</b> <i>Introduction to Experimental Errors and Quantitative Analysis of Physical Measurements</i>		
<b>Avtor</b> <i>Author</i>	Andrej Dobovišek (Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko)		
<b>Recenzija</b> <i>Review</i>	Nataša Vaupotič (Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko)		
	Aleš Fajmut (Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko)		
<b>Jezikovni pregled</b> <i>Language editing</i>	Helga Mihelač		
<b>Tehnični urednik</b> <i>Technical editor</i>	Jan Perša (Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)		
<b>Oblikovanje ovitka</b> <i>Cover designer</i>	Jan Perša (Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)		
<b>Grafike na ovitku</b> <i>Cover graphics</i>	Pixabay.com CCo	<b>Grafične priloge</b> <i>Graphic material</i>	Avtor
<b>Založnik</b> <i>Published by</i>	<b>Univerza v Mariboru</b> <b>Univerzitetna založba</b> Slomškovo trg 15, 2000 Maribor, Slovenija <a href="https://press.um.si">https://press.um.si</a> , <a href="mailto:zalozba@um.si">zalozba@um.si</a>		
<b>Izdajatelj</b> <i>Co-published by</i>	<b>Univerza v Mariboru</b> <b>Fakulteta za naravoslovje in matematiko</b> Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija <a href="https://www.fnm.um.si">https://www.fnm.um.si</a> , <a href="mailto:dekanat.fnm@um.si">dekanat.fnm@um.si</a>		
<b>Izdaja</b> <i>Edition</i>	Prva izdaja	<b>Izdano</b> <i>Published at</i>	Maribor, marec 2021
<b>Tisk</b> <i>Printed by</i>	Tiskarna Jagraf d.o.o. Kranj, Slovenija	<b>Naklada</b> <i>Number of copies</i>	50 izvodov
<b>Dostopno na</b> <i>Available at</i>	<a href="https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/530">https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/530</a>		

CIP - Kataložni zapis o publikaciji  
Univerzitetna knjižnica Maribor

53.088 (076)

DOBOVIŠEK, Andrej

Osnovna merjenja : uvod v merske napake in kvantitativno analizo fizikalnih meritev / avtor Andrej Dobovišek. - 1. izd. - Maribor : Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba, 2021

ISBN 978-961-286-429-3

doi: 10.18690/978-961-286-429-3

COBISS.SI-ID 51630851

© Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba

/ University of Maribor, University Press

Vse pravice pridržane. Brez pisnega dovoljenja založnika je prepovedano reproduciranje, distribuiranje, predelava ali druga uporaba tega dela ali njegovih delov v kakršnemkoli obsegu ali postopku, vključno s fotokopiranjem, tiskanjem ali shranjevanjem v elektronski obliki. / *All rights reserved. No part of this book may be reprinted or reproduced or utilized in any form or by any electronic, mechanical, or other means, now known or hereafter invented, including photocopying and recording, or in any information storage or retrieval system, without permission in writing from the publisher.*

**ISBN** 978-961-286-429-3 (pdf)

**DOI** <https://doi.org/10.18690/978-961-286-429-3>

**Cena**  
*Price* 10,00 €

**Odgovorna oseba založnika**  
*For publisher* prof. dr. Zdravko Kačič,  
rektor Univerze v Mariboru

**Citiranje**  
*Attribution* Dobovišek, A. (2021). *Osnovna merjenja: uvod v merske napake in kvantitativno analizo fizikalnih meritev*. Maribor: Univerzitetna založba. doi: <https://doi.org/10.18690/978-961-286-429-3>

# Kazalo

<b>Predgovor.....</b>	<b>1</b>
<b>1 NAPAKE IN RAČUNANJE Z NAPAKAMI .....</b>	<b>3</b>
1.1 Slučajne napake .....	4
1.2 Sistematične napake.....	7
1.3 Grobe napake .....	8
1.4 Absolutna napaka, relativna napaka in končen zapis rezultata.....	9
<b>2 RAČUNANJE Z NENATANČNIMI VREDNOSTMI .....</b>	<b>11</b>
2.1 Seštevanje in odštevanje.....	11
2.2 Množenje in deljenje.....	13
2.3 Potenciranje in korenjenje .....	13
<b>3 NAPOTKI ZA RAČUNANJE Z NAPAKAMI PRI VAJAH .....</b>	<b>17</b>
<b>4 POENOSTAVLJENA PRAVILA ZA RAČUNANJE Z NAPAKAMI .....</b>	<b>19</b>
<b>5 RISANJE DIAGRAMOV IN ANALIZA IZMERJENIH PODATKOV .....</b>	<b>21</b>
5.1 Prilagajanje premice s fiksno točko .....	22
5.2 Prilagajanje premice brez fiksne točke.....	24
5.3 Linearizacija .....	26
<b>6 NAVODILA ZA LABORATORIJSKE VAJE.....</b>	<b>29</b>
6.1 Nekaj koristnih napotkov za uspešno opravljanje vaj .....	29
6.1.1 Priprava na laboratorijske vaje .....	29
6.1.2 Kratki napotki za varno delo v laboratoriju .....	30
6.1.3 Obisk laboratorijskih vaj in delo v laboratoriju .....	30
6.1.4 Izdelava poročil o eksperimentalnih vajah .....	31
<b>Vaja 1: MERJENJE GOSTOTE .....</b>	<b>33</b>
1.1 Gostota trdne snovi.....	35
1.2 Gostota kapljevine .....	35
<b>Vaja 2: MERJENJE SILE .....</b>	<b>37</b>
2.1 Dinamometer.....	39
<b>Vaja 3: MERJENJE MAJHNIH DIMENZIJ.....</b>	<b>43</b>
3.1 Mikrometer in mikrometerska ura.....	45
3.2 Sferometer.....	45
3.3 Mikroskop.....	46
3.4 Meritve z lasersko svetlobo .....	49

---

<b>Vaja 4: MERJENJE FREKVENCE.....</b>	<b>53</b>
<b>Vaja 5: MERJENJE ELEKTRIČNIH KOLIČIN .....</b>	<b>59</b>
5.1 Analogni merilniki električnega toka in napetosti .....	61
5.2 Merjenje električnega toka .....	62
5.2.1 Napaka meritve na analognem merilniku električnih količin.....	64
5.3 Merjenje električne napetosti.....	65
5.4 Merjenje električnega upora.....	67
<b>Vaja 6: MERJENJE TEMPERATURE.....</b>	<b>69</b>
6.1 Termistor.....	71
6.2 Termoelement .....	74
<b>Vaja 7: MERJENJE GOSTOTE SVETLOBNEGA TOKA.....</b>	<b>79</b>

## Predgovor

Namen te knjižice je posredovati osnovna znanja iz področja merskih napak in prikazati njihovo uporabo pri analizi fizikalnih meritev na čimbolj jasen, pregleden in sistematičen način. V knjižici so opisani tudi osnovni pristopi risanja in branja diagramov ob upoštevanju napak pri merjenju. Kot učno gradivo je knjižica namenjena študentom prvega letnika fizike pri obveznem predmetu Osnovna merjenja in študentom fizike na študijskem programu Predmetni učitelj pri laboratorijskih vajah iz mehanike.

Knjižica je nastala na osnovi navodil za izvedbo eksperimentalnih vaj pri drugih podobnih predmetih, ki so jih sodelavci Oddelka za Fiziko FNM UM v preteklosti izvajali na različnih študijskih programih (M. Cvahte: Fizikalni eksperimenti 1, Z. Bradač in sod.: Fizikalni eksperimenti 2). Z Bolonjsko prenovo študijskih programov na Oddelku za fiziko FNM UM so nastala najprej navodila za izvedbo vaj pri predmetu Osnovna merjenja (A. Dobovišek in N. Vaupotič: Osnovna merjenja, računanje z napakami in risanje diagramov ter navodila za izvedbo eksperimentalnih vaj), kjer je bil del učne snovi o merskih napakah predstavljen v uvodu navodil za izvedbo laboratorijskih vaj. Desetletne izkušnje so pokazale, da so osnovna znanja iz področja merskih napak in risanja ter analize diagramov z upoštevanjem merskih napak za študij fizike tako pomembna, da je smiselno tej učni snovi dati več poudarka in jo obravnavati bolj sistematično, znanje pa je smiselno utrditi z dodatnimi računskimi primeri. Tem potrebam sledi prvi del te knjižice. V drugem

delu je opisanih 7 laboratorijskih vaj, ki jih študentje izvedejo samostojno v fizikalnem laboratoriju.

Navodila za vaje so prenovljena in razširjena. Pri snovanju novih laboratorijskih vaj sem dal večji poudarek na računalniško podprtem fizikalnem eksperimentu, prav tako pa je poudarek tudi na uporabi informacijske tehnologije v analizi meritev.

Pomembnejši deli obravnavane snovi so v knjižici obarvani z modro barvo ■. Ti deli besedila na kratek (strnjen) način opisujejo osnovne pojme, nujne za razumevanje snovi. Običajno tem delom besedila takoj sledijo primeri. Primeri so obarvani z sivo barvo ■. Pomembna splošna pravila in enačbe so označeni z turkizno barvo ■.

Za strokovni pregled se zahvaljujem recezentoma red. prof. dr. Nataši Vaupotič in doc. dr. Alešu Fajmutu, za lektoriranje pa Helgi Mihelač, prof. slov., hrv. jez.

# 1 NAPAKE IN RAČUNANJE Z NAPAKAMI

V matematiki lahko z računanjem dosežemo poljubno natančnost. Tako lahko število, kot je npr. število  $\pi$ , z računalnikom hitro izračunamo na tisoč ali več veljavnih mest natančno. V fiziki pa je zaradi napak pri merjenju natančnost omejena. Tako so tudi fizikalne konstante in količine, pa čeprav so izmerjene v vrhunskih laboratorijih, zapisane kvečjemu le na nekaj veljavnih mest. Zaradi napak, ki jih naredimo pri meritvah, so izmerjene vrednosti vedno "obremenjene" z mersko napako in podane z omejeno natančnostjo. Zato vedno, kadar navedemo vrednost kakšne izmerjene količine, zraven izmerjene vrednosti zapišemo tudi napako meritve. Velja splošno pravilo, da je rezultat meritve zapisan le do tistega veljavnega oz. zanesljivega mesta na katerem je zapisana napaka. Napaka meritve pa je podana na eno veljavno mesto. Tako lahko iz zapisa:  $\rho = 1,000 \text{ g/cm}^3$  sklepamo, da je absolutna napaka reda nekaj tisočink, to je  $\pm 0,001 \text{ g/cm}^3$ . Ni vseeno ali zapišemo, da je gostota  $1,0 \text{ g/cm}^3$  ali  $1,000 \text{ g/cm}^3$ . Četudi je rezultat napisan brez podatka o napaki, a fizikalno pravilno, lahko iz takega zapisa približno sklepamo na natančnost podatka. Obstajajo meritve, pri katerih lahko napako podamo tudi na več veljavnih mest, a se študentje v prvem letniku študija fizike s takšnimi meritvami praviloma ne srečate.

S koliko veljavnimi mesti je zapisano neko število določimo tako, da se iz leve proti desni pomikamo po števkih tega števila. Veljavna mesta pričnemo šteti s prvo od nič različno števko.

**Primer: Na koliko veljavnih mest sta zapisani števili 12,3 in 0,02035?**

Ko se od leve proti desni pomikamo po števkih v številu 12,3 opazimo, da je že prva števka v tem številu različna od nič in torej predstavlja prvo veljavno mesto. Ker vse nadaljne števke predstavljajo veljavna mesta je število 12,3 zapisano s tremi veljavnimi mesti. Po enakem postopku ugotovimo, da prvo veljavno mesto v številu 0,02035 predstavlja število 2, ker vse naslednje števke predstavljajo veljavna mesta, je število zapisano s štirimi veljavnimi mesti.

Vrednosti izmerjenih količin podamo v fiziki tako, da zapišemo povprečno vrednost ( $\bar{x}$ ), nato pa zapišemo še absolutno ( $\Delta x$ ) in relativno napako ( $\Delta x/\bar{x}$ ).

**Splošno pravilo:**

Povprečno vrednost zapišemo do tistega veljavnega mesta natančno, na katerem je zapisana absolutna napaka, absolutno in relativno napako pa zaokrožimo na eno veljavno mesto.

**Primer: Zapis povprečne vrednosti in napake**Napačno:

$$l = (2,563 \pm 0,1) \text{ cm} = 2,563 \text{ cm} (1 \pm 0,039)$$

Pravilno:

$$l = (2,6 \pm 0,1) \text{ cm} = 2,6 \text{ cm} (1 \pm 0,04)$$

Ker se napakam pri merjenju ne moremo izogniti, je zelo pomembno, da vemo, kako natančno smo neko količino izmerili. Od velikosti napake je odvisna tudi uspešnost eksperimentalne metode, saj si želimo takih metod, pri katerih bi bile napake čim manjše. V splošnem ločimo dva tipa napak: slučajne napake (imenujemo jih tudi naključne ali statistične napake) in sistematične napake.

**1.1 Slučajne napake**

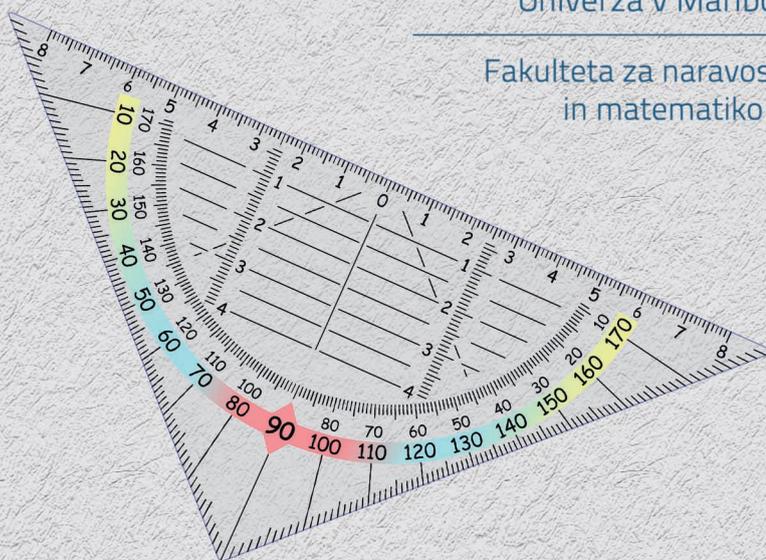
Če neko meritev večkrat ponovimo, lahko pri vsaki ponovitvi te meritve dobimo nekoliko drugačen rezultat. Razlogov za to je več, npr.: spremenljivi pogoji meritve, površnost, slaba presoja, slabi refleksi, na kazalec merilnika ne gledamo pod pravim kotom (paralaksa), zadnja številka na digitalnem merilniku se ves čas spreminja ... Napako, ki se pri meritvi





Univerza v Mariboru

Fakulteta za naravoslovje  
in matematiko



ISBN-13: 978-961-286-429-3



9 789612 864293

Cena: 10,00 €