

dr. Alenka LIPOVEC

dr. Darja ANTOLIN DREŠAR



MATEMATIKA V PREDŠOLSKEM OBDOBJU



Univerzitetna založba
Univerze v Mariboru



Univerza v Mariboru

Pedagoška fakulteta

Matematika v predšolskem obdobju

Avtorici

dr. Alenka Lipovec

dr. Darja Antolin Drešar

Februar 2019

Naslov	Matematika v predšolskem obdobju
Title	Mathematics in Preschool
Avtorici <i>Authors</i>	izr. prof. dr. Alenka Lipovec (Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta)
	doc. dr. Darja Antolin Drešar (Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta)
Recenzija <i>Review</i>	izr. prof. dr. Blaž Zmazek (Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko)
	doc. dr. Irena Kosi - Ulbl (Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo)
Jezikovni pregled <i>Proofreading</i>	doc. dr. Aleš Maver (Univerza v Mariboru, Filozofska fakulteta)
Tehnični urednik <i>Technical editor</i>	Jan Perša, mag. inž. prom. (Univerzitetna založba Univerze v Mariboru)
Oblikovanje ovitka <i>Cover designer</i>	Jan Perša, mag. inž. prom. (Univerzitetna založba Univerze v Mariboru)
Grafika na ovitku <i>Cover graphics</i>	Avtorici
Grafične priloge <i>Graphic material</i>	Avtorici

Izdajatelj / Co-published by
Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta
Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija
<http://pef.um.si>, ezv@um.si

Založnik / Published by
Univerzitetna založba Univerze v Mariboru
Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija
<http://press.um.si>, dekanat.pef@um.si

Izdaja <i>Edition</i>	Prva izdaja
Vrsta publikacije <i>Publication type</i>	E-book
Dostopno na <i>Available at</i>	http://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/379
Izdano <i>Published</i>	Maribor, februar 2019

© Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba

Vse pravice pridržane. Brez pisnega dovoljenja založnika je prepovedano reproduciranje, distribuiranje, predelava ali druga uporaba tega dela ali njegovih delov v kakršnemkoli obsegu ali postopku, vključno s fotokopiranjem, tiskanjem ali shranjevanjem v elektronski obliki.

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Univerzitetna knjižnica Maribor

51 (075.8)

LIPOVEC, Alenka

Matematika v predšolskem obdobju [Elektronski vir] /
avtorici Alenka Lipovec, Darja Antolin Drešar. - 1. izd. - Maribor :
Univerzitetna založba Univerze, 2019

Način dostopa (URL): :

<http://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/379>. - Nasl. v
kolofonu: Mathematics in preschool

ISBN 978-961-286-235-0

doi: 10.18690/978-961-286-235-0

1. Dr. vzp. stv. nasl. 2. Antolin Drešar, Darja, 1984-

COBISS.SI-ID [96146945](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:si:coibis-001-000000096146945)

ISBN 978-961-286-235-0 (PDF)
978-961-286-236-7 (Broš.)

DOI <https://doi.org/10.18690/978-961-286-235-0>

Cena
Price Brezplačen izvod

Odgovorna oseba založnika red. prof. dr. Zdravko Kacič, rektor Univerze v Mariboru
For publisher

Matematika v predšolskem obdobju

ALENKA LIPOVEC IN DARJA ANTOLIN DREŠAR

Povzetek Zgodnja pozornost pomembnim veščinam 21.stoletja je zaveza vsake sodobne družbe. Matematična kompetenca je ena izmed ključnih kompetenc, katere nivo doseganja je tesno povezan z razvojem družbe, zato je potrebno ustvariti pogoje za razvoj matematičnega mišljenja že zelo zgodaj. Učbenik Matematika v predšolskem obdobju je namenjen bodočim vzgojiteljicam in vzgojiteljem. Upava, da jim bo pomagal pri strukturiranju in poglobljanju znanja, ki ga razvijamo pri matematičnih predmetih na programu Predšolska vzgoja na Pedagoški fakulteti Univerze v Mariboru. Določeni deli besedila, posebej aktivnosti, bodo v pomoč tudi staršem, ki želijo z otroki početi matematično osmišljene, a kljub temu zabavne reči. Seveda branje toplo priporoča tudi vsem, ki jih zanima poučevanje zgodnje matematike. Učbenik je razdeljen na poglavja in podpoglavja. Vsak vsebinski sklop se prične s teoretično obarvanim delom, v katerem se seznanimo tudi z nekaterimi novimi pojmi. Sledijo predlogi za različne metodične poti pri razvijanju matematičnega znanja predšolskega otroka. Aktivnosti so označene na poseben način, ki nam omogoča, da jih poiščemo v kazalu aktivnosti. Ob koncu poglavij najdemo ključne besede. Njihova opredelitev je podana pred seznamom literature v podpoglavju Slovarček. Sledijo vprašanja, ki bralcu služijo v pomoč pri strukturiranju znanja.

Ključne besede: • zgodnje učenje • zgodnja matematika • matematične aktivnosti • didaktika matematike • predšolsko obdobje •

NASLOVA AVTORIC: dr. Alenka Lipovec, izredna profesorica, Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija, e-pošta: alenka.lipovec@um.si. dr. Darja Antolin Drešar, docentka, Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta, Koroška cesta 160, 2000 Maribor, Slovenija, e-pošta: darja.antolin@um.si.

Kazalo

I.	SPLOŠNA NAČELA ZGODNJE MATEMATIKE	1
1	Matematična pismenost	1
1.1	Matematika	6
1.2	Tipa matematičnega znanja, matematični pojmi in procesi	7
1.3	Vprašanja za ponavljanje	13
2	Temelji učenja in poučevanja matematike v vrtcu	15
2.1	Vsebinska področja zgodnje matematike	16
2.1.1	Geometrija in merjenje	16
2.1.2	Aritmetika in algebra	20
2.1.3	Druge vsebine	21
2.2	Temeljni principi in zakonitosti	22
2.3	Pomen vključenosti staršev pri usvajanju matematičnih vsebin	24
2.4	Načrtovanje matematičnih aktivnosti v okviru dnevnih rutin	24
2.5	Matematično okolje	25
2.6	Tehnologija	27
2.7	Vprašanja za ponavljanje	32
3	Didaktični pripomočki	33
3.1	Link kocke	34
3.2	Cuisenaireve paličice (rodke)	36
3.3	Modeli teles in likov	42
3.4	Ploščice za vzorčke	42
3.5	Vprašanja za ponavljanje	43
4	Razvojne posebnosti pridobivanja matematičnega znanja	45
4.1	Piagetov pogled na pridobivanje matematičnega znanja	47
4.2	Brunerjev pogled	50
4.3	Pogled Vigotskega	52
4.4	Matematične sposobnosti otrok	53
4.5	Razvojno utemeljena priporočila po starostnih mejnikih	54
4.6	Vprašanja za ponavljanje	56
5	Vloga igre pri predšolski matematiki	59
5.1	Matematične igre	60
5.2	Igra kalah	61
5.3	Igra požeruh	65

5.4	Igra miška išče sir	65
5.5	Igra zamaškanje	66
5.6	Vprašanja za ponavljanje	67
II.	METODIČNI POSTOPKI	69
6	Predštevilsko obdobje	71
6.1	Subitizacija	71
6.2	Klasifikacija in seriacija	79
6.3	Vprašanja za ponavljanje	80
7	Število	81
7.1	Konteksti števila	82
7.2	Štetje	82
7.3	Deli celote	84
7.4	Vprašanja za ponavljanje	88
8	Računske operacije	89
8.1	Seštevanje in odštevanje	89
8.2	Množenje in deljenje	92
8.3	Vprašanja za ponavljanje	93
9	Merjenje	95
9.1	Metodični koraki	96
9.2	Dolžina	100
9.3	Ploščina	103
9.4	Prostornina	104
9.5	Masa	105
9.6	Vprašanja za ponavljanje	106
10	Geometrija	107
10.1	Od telesa k točki	109
10.2	Telesa	110
10.3	Simetrija	111
10.4	Različne perspektive in rotacija	112
10.5	Vprašanja za ponavljanje	112
11	Algebra	113
11.1	Vzorci	113
11.2	Ponavljajoči se vzorci	114
11.3	Rastoči vzorci	119
11.4	Vprašanja za ponavljanje	120
12	Druge vsebine	121
12.1	Podatki	121
12.2	Grafični prikazi	123
12.3	Vprašanja za ponavljanje	125

III. KURIKULARNE PODLAGE	127
IV. SLOVARČEK	139
LITERATURA IN VIRI	147

Kazalo aktivnosti

AKTIVNOST 1: KNJIŽICA ŠTEVIL	3
AKTIVNOST 2: IZŠTEVANKE, PRAVLJICE IN PESMICE	5
AKTIVNOST 3: PRIREJANJE 1-1	7
AKTIVNOST 4: HIŠICE	9
AKTIVNOST 5: IGRA VLOG VOLK, KOZA IN ZELJE	11
AKTIVNOST 6: LOV NA DOLŽINO	17
AKTIVNOST 7: PALIČNJAKI SO UŠLI IZ TERARIJA	18
AKTIVNOST 8: ZAPOLNI IN PRIMERJAJ	19
AKTIVNOST 9: TARČA GLEDE NA PROSTORNINO	19
AKTIVNOST 10: IGRA KRALJ	21
AKTIVNOST 11: MOBILNA APLIKACIJA MATEMATIČNA POLICA	28
AKTIVNOST 12: RAČUNALNIŠKA IGRA TEKMA S ŠTEVILI	29
AKTIVNOST 13: RAČUNALNIŠKA IGRA LOVILEC ŠTEVIL	31
AKTIVNOST 14: ČETVERČKI	35

AKTIVNOST 15: GRADITI S POMOČJO RISBE	38
AKTIVNOST 16: SESTAVIMO STOPNIŠČE	39
AKTIVNOST 17: KAJ BO NASTALO?	40
AKTIVNOST 18: TLAČENJE	41
AKTIVNOST 19: HITRE SLIKE	74
AKTIVNOST 20: TRIJE KROŽNIKI	75
AKTIVNOST 21: POIŠČI PAR	77
AKTIVNOST 22: OD VSILJIVCA DO KLASIFIKACIJE IN SERIACIJE	77
AKTIVNOST 23: IGRA VOJNA	78
AKTIVNOST 24: KOMBINIRANJE KARTIC S PIKAMI	78
AKTIVNOST 25: PICA	87
AKTIVNOST 26: PUNČKE IN VRVICA	87
AKTIVNOST 27: KOLIKO MANJKA?	90
AKTIVNOST 28: DVOBARVNI ŽETONI	91
AKTIVNOST 29: KOZARČEK	91
AKTIVNOST 30: UREJANJE POSOD	100
AKTIVNOST 31: DALJŠI, KRAJŠI, ENAK	101
AKTIVNOST 32:	101

ZAVITE STEZE

AKTIVNOST 33: PIKAPOLONICE	102
AKTIVNOST 34: SPREMINJANJE ENOT	103
AKTIVNOST 35: OD MANJŠEGA DO VEČJEGA	104
AKTIVNOST 36: OPISOVANJE, PRIMERJANJE, PRAVILO IN SKRITO PRAVILO	108
AKTIVNOST 37: SESTAVLJANJE IN RAZSTAVLJANJE OBLIK	109

I. SPLOŠNA NAČELA ZGODNJE MATEMATIKE

1 MATEMATIČNA PISMENOST

V prvem poglavju bomo opisali pojme, kot so matematična pismenost in matematika ter osnovna tipa matematičnega znanja (konceptualno in proceduralno). Izpostavili bomo razlike med pogledi na bistvo matematike kot vede in kot učne vsebine in poudarili pomen razvijanja pojmovnega tipa znanja pred poznavanjem postopkov in simbolizma v predšolskem obdobju.

Matematično pismenost različni avtorji opredeljujejo na različne načine, tudi terminološko se uporabljajo različni izrazi. Barwell (2004) opiše računsko pismenost (ang. *numeracy*) kot skupek znanj, spretnosti in odnosov, potrebnih za uspešno reševanje matematičnih problemov, ki se pojavljajo v različnih življenjskih okoliščinah. V mednarodni raziskavi o bralni, matematični in naravoslovni pismenosti PISA (Programme for International Student Assessment) je matematična pismenost opredeljena kot zmožnost analiziranja, utemeljevanja in učinkovitega sporočanja svojih zamisli in rezultatov pri oblikovanju, reševanju in interpretaciji matematičnih problemov v različnih okoliščinah, kar zahteva vključevanje matematičnega mišljenja, uporabo matematičnih konceptov, znanja, postopkov in orodij pri opisovanju, razlagi in napovedovanju dogodkov. V nadaljevanju bomo za matematično pismenost uporabljali poenostavljeno opredelitev.

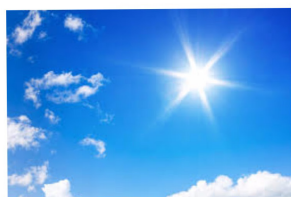
Za nas bo matematična pismenost pomenila sposobnost posameznika, da učinkovito prepozna, oblikuje, razume in uporablja matematično komponento v vsakdanjih situacijah zato, da sprejema pomembne odločitve o življenju, delu in družbi.

Razvijanje matematične pismenosti je pomembno zato, ker le-to učencu v odrasli dobi pomaga pri prepoznavanju vloge matematike v vsakdanjem življenju ter pri odločitvah, ki jih bo sprejemal kot odgovoren državljan.

Oglejmo si nekaj aktivnosti, kako lahko razvijamo matematično pismenost že v predšolskem obdobju. Prilagoditev aktivnosti Knjižica števil/oblik/količin v tipanke lahko najdemo v Gominšek (2108).

AKTIVNOST 1: KNJIŽICA ŠTEVIL

Z otroki lahko izdelamo knjižico oziroma album števil (slika 1), kjer je vsak list namenjen enemu številu. Pozorni smo na to, da imajo števila vloge iz vsakdanjega življenja, npr.: ena mama, dve roki, triperesna deteljica, štiri kolesa na avtomobilu, pet prstkov na eni roki, šest nog pri mravlji, sedem palčkov pri Sneguljčici, osem koles na tovornjaku, devet je gora in voda v pravljičah, deset pa je prstov na obeh rokah.

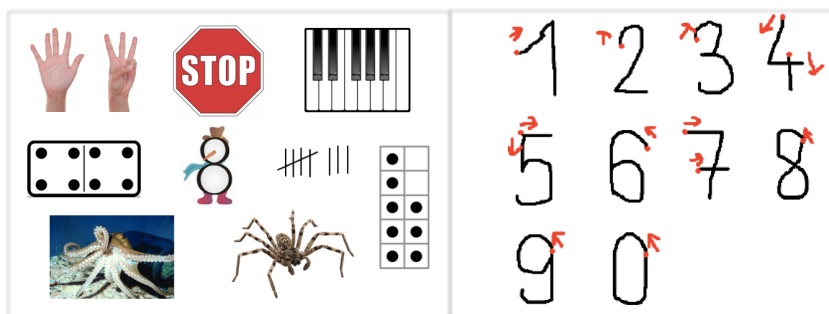
**1****2****3****4**

Slika 1: Knjižica števil.

Ob številu je zaželeno nanizati več primerov. Pri iskanju primerov naj aktivno sodelujejo otroci. Primere lahko poiščemo v domačem ali vrtčevskem okolju, predvsem naj gre za takšne, ki so otroku blizu. Primer strani za število osem prikazuje slika 2 levo. Primer vključuje:

- številko 8 (za lažjo zapomnitev je ilustriрана s snežakom),
- predstavitve števila osem glede na število pet (s prstki, na dominah in s črtnim prikazom),
- količinski vidik števila osem (število nog pri pajku, število stranic v osemkotniku -stop znaku, število lovč pri hobotnici, število babuš).

Pri primerih raje izbiramo ponazoritve s fotografijo kot z ilustracijo, pozorni smo na to, da gre za realistične, nešablonske ponazoritve. Odrasla oseba v tem albumu običajno zapiše številko. Številke zapisujemo na grafomotorično ustrezen način (Slika 2 desno).



Slika 2: Album števil – število osem in zapis števil.

Podobno lahko izdelamo album oblik, kjer lahko predstavimo osnovne like (trikotnik, krog, kvadrat, pravokotnik, morda tudi kak večkotnik) ali telesa (kocka, kvader, krogla, valj, stožec). Na listu za dano geometrijsko obliko najdemo prototipsko obliko in modele iz vsakdanjega življenja. Za krog lahko poiščemo in skupaj z otroki izrežemo fotografije krožnika, prometnega znaka, okna okrogle oblike, pokrovke ...

AKTIVNOST 2: IZŠTEVANKE, PRAVLJICE IN PESMICE

Otroci poznajo mnogo izštevanek in prav vse izštevanke lahko služijo matematičnim ciljem, če izštevajo otroci sami. Otrok bo po nekaj ponovitvah ugotovil, kje naj prične z izštevanko, če želi izšteti sebe ali prijatelja. V ta namen so uporabne izštevanke, ki vsebujejo matematične besede (kot npr. An, ban, pet podgan), pa tudi ostale izštevanke (kot npr. Pika nogavička ima rdeča lička). Ker pa gre za mlajše otroke, bodo ideje izštevanja lažje dojeli s kratkimi izštevankami (npr. Križ kraž). Za razvijanje matematične pismenosti so najučinkovitejše izštevanke, ki sledijo podobnim načelom kot izštevanka En kovač konja kuje. V tej izštevanki otrok namreč nujno ocenjuje in napoveduje zeleno število, nato pa svojo napoved preveri s preštevanjem. Podobna je izštevanka Ena žaba je umrla.

Tudi pravljice lahko predstavljajo izhodiščno okoliščino za razvijanje matematične pismenosti. Pravljico Pod medvedovim dežnikom lahko npr. uporabimo za izhodišče pri številu pet, če se povprašamo, koliko živali se skriva pod dežnikom. Mojco Pokrajculjo lahko vključimo kot izhodišče za število šest. Pravljico Repo velikanko uporabimo, ko želimo opozoriti na razliko med vrstilnim (ordinalnim) in glavnim (kardinalnim) pomenom števila (npr. četrta sta prišla dva prašička, ki sta imela trebuščka kot sodčka). Motovilko preberemo, preden pričnemo meriti dolžino, Žabjega kralja pa, ko nameravamo nadaljevati z geometrijskimi telesi (kraljična se pri vodnjaku igra s kroglo).

Pesmi lahko služijo kot primer iz vsakdana, v katerem dodamo matematično komponento. Še posebej zanimive so bansi oziroma pesmi, ki so spremljane z gibom. Pri pesmi Moj klobuk ima tri luknje število ponazarjamo s prsti. Pesem lahko prilagodimo tako, da ima klobuk več lukenj. Lahko pa število lukenj ponazarjamo z dvema rokama, kar je bistveno teže in že razvija prve koncepte seštevanja. Pesem Račke na potepu lahko prilagodimo tako, da odrasla oseba zapoje, koliko račk je odšlo na potep, otroci pa odpevajo, koliko jih je ostalo doma. Seveda se vnaprej dogovorimo, koliko račk je mama raca imela. Na ta način pričenjamo z razvijanjem računske operacije odštevanja. Pri bansih smo pozorni, da gibi sledijo matematičnem konceptu. Če npr. prepevamo o štirih medvedkih, naredimo štiri gibe.

1.1 Matematika

Večina odraslih ljudi priznava, da je matematika pomemben predmet, a le redki razumejo, o čem sploh govorijo. Za mnoge je zbirka pravil, računskih in algebrskih algoritmov, geometrijskih konstrukcij in dokazov. Tako dojetje matematike je v ostrem nasprotju z matematiko, ki vključuje osmišljanje matematičnih objektov, ki se pojavljajo tudi v življenjskih okoliščinah, kot so npr. podatki ali vzorci.

Omejeno dojetje matematike izhaja iz načina, kako so bili omenjeni odrasli poučevani. Tradicionalno poučevanje, ki poudarja postopke in pravila, je v mnogih šolah še vedno vodilni način. Običajno se lekcija prične z razlago pojma in demonstracijo pričakovanega postopka reševanja tipičnih nalog. V nadaljevanju učenci vadijo reševanje takih nalog. Četudi učitelj uporablja ponazorila, je še vedno on tisti, ki vodi in usmerja učence v najmanjših podrobnostih. Bistvo lekcije je pridobivanje izida. Učenci se zanašajo na to, da bo učitelj določil, ali je izid pravilen ali ni. Ta računsko dominanten in k odgovoru orientiran pristop zelo zabriše idejo o tem, kaj matematika pravzaprav je. Tradicionalni sistem nagraduje učenje pravil in postopkov, a ponuja zelo malo možnosti za resnično ukvarjanje s »pravo« matematiko (Van de Walle & Lovin, 2006).

Večina matematikov se strinja, da je matematika znanost vzorcev in reda (Devlin, 1996). Vzorcev in reda ne najdemo le v številih in enačbah, ampak povsod okrog sebe, v naravi, v umetnosti, v glasbi. Taka opredelitev matematike ponuja tudi nov pogled na učenje slednje. Znanost je namreč vedno proces razumevanja ali osmišljanja. Celotno najmlajši se lahko vključujejo v to znanost, kajti raziskave kažejo, da se od 2. do 7. leta razvije največ osnovnih matematičnih konceptov (Bever, Mehler, Epstein, & Beilin, 1968). Matematika mora biti za otroka predvsem smiselna. Zanj naloga »prinesi štiri barvice« ne bo smiselna, če ne bo razumel, zakaj barvice potrebujemo. Mnogokrat dosegamo smiselnost tako, da aktivnosti izvajamo v kontekstu, ki je otrokom blizu in se ob njem zabavajo.

AKTIVNOST 3: PRIREJANJE 1-1

Otroci radi prirejajo in s tem razvijajo osnove koncepta števil. Pripravimo jim lahko različne kontekste: na pikapolonice postavljamo pike, na lubenice pečke, v gredice ali v lončke sadimo rože, na listke polagamo žabice, na parkirišča parkiramo avtomobilčke, tlakujemo pot od vrat do hiše ... (slika 3).



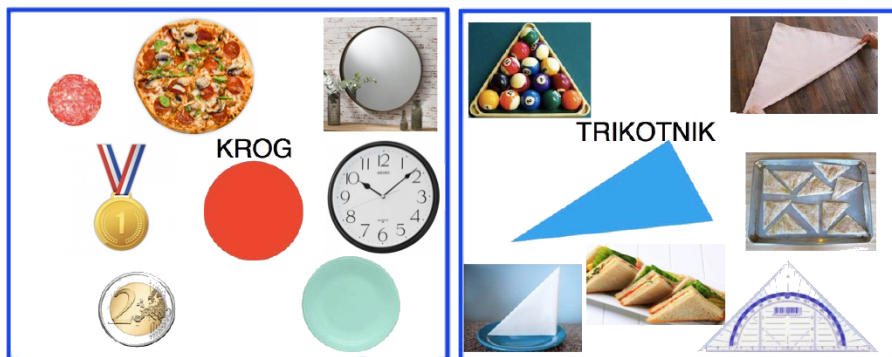
Slika 3: Prirejanje 1-1 v različnih kontekstih.

1.2 Tipa matematičnega znanja, matematični pojmi in procesi

Učitelji matematike so že pred časom ugotovili, da je koristno razlikovati med dvema vrstama matematičnega znanja. Gre za konceptualno (pojmovno) in proceduralno (postopkovno) znanje. Konceptualno znanje matematike je sestavljeno iz povezav, ki so nastale znotraj miselnih shem. Gre za vrsto znanja, ki ga Piaget predstavlja kot logično matematično znanje (Labinowicz, 1989). Po svoji naravi je konceptualno znanje tisto znanje, ki ga razumemo. Proceduralno znanje matematike je poznavanje pravil in postopkov, ki jih uporabljamo pri izvajanju rutinskih matematičnih nalog in tudi simbolov, ki se uporabljajo pri predstavljanju matematike. Ti postopki in simboli so lahko povezani s pojmi, vendar je potrebnih manj kognitivnih zvez za poznavanje postopkov. V zgodnjem obdobju težimo h konceptualnem tipu znanja, postopki (npr. kako odpiramo prste) in simboli (npr. za števila) so v ozadju.

Matematični pojmi so objekti, okoliščine ali lastnosti, ki se odlikujejo s skupno matematično značilnostjo in so v dani kulturi označeni z dogovorjenim znakom ali s simbolom. Primer matematičnega pojma, ki ga sreča že predšolski otrok, je krog. Krog je lik in matematično gledano v realnem življenju ne obstaja, saj ima le dve dimenziji. Otrokom matematični pojem krog zato predstavimo s »približkom«, ponazorilom iz vsakdanjega življenja, npr. s krožnikom. Poiščemo

okrogle predmete, ki imajo čim manjšo debelino, kot so npr. gumb, kovanec, medalja, ura, krožnik ... Podobno kot knjižico števil lahko izdelamo tudi knjižico oblik. Slika 4 prikazuje primera za krog in trikotnik. Kljub temu, da zavestno prikazujemo predmete, ki so tridimenzionalni, kot primere dvodimenzionalnih likov, je treba biti pozoren na to, da s tem ne pretiravamo. Sonce, frnikola in žoga so sicer okrogli, a so modeli za kroglo in ne za krog.



Slika 4: Knjižica oblik za krog in trikotnik.

Matematične pojme lahko zaznamo empirično ali teoretično (Kokol Voljč, 1995). Po svoji naravi so matematični pojmi teoretični, vendar temeljni med njimi nosijo dovolj povezav z modeli iz vsakdanjega življenja, da je možno tudi zaznavanje preko čutov. Za empirično zaznavne pojme je značilno, da nastajajo ob opazovanju objektov v procesu empirične abstrakcije in posploševanja čutno zaznavnih skupnih značilnosti. Tak pojem je npr. krog. Otrok modele kroga opazuje in rokuje z njimi v različnih okoliščinah. Za teoretično zaznane pojme pa je značilno, da nastajajo med opazovanjem strukture pojavov v procesu relacijske abstrakcije in posploševanja bistvenega odnosa (relacije). Zarisanje kroga z vrstico in količkom uzavešča odnos/relacijo – vrstica mora biti napeta. Tudi pojem seštevanje je lahko teoretično zaznan. Čeprav otrok seštevanje opazuje v raznolikih okoliščinah, se lahko zelo zgodaj osredotoči na temeljno strukturo, tj. povezavo med deloma (seštevacema), ki se združita v celoto (vsoto). Število je primer pojma, ki ga lahko zaznamo tako empirično kot teoretično. Empirično otrok zaznava pojem števila pet v opazovanju različnih situacij, v katerih opazuje pet predmetov. Prvi premik k teoretičnemu zaznavanju pojma pet dosežemo, ko otrok število predmetov poveže s številom predmetov v večji/manjši množici. S tem vzpostavi odnos med števili štiri, pet in šest.

AKTIVNOST 4: HIŠICE

Pripravimo predlogo s tremi hišicami, majhno, nekoliko večjo in največjo. Otroci izvlečejo številsko karto, ki jim pove, koliko prebivalcev je v srednji hišici (npr. pet). Z danim materialom (npr. zamaški, žetoni) te prebivalce naselijo v hišico. V levi hišici živi manj prebivalcev kot v srednji. Otroci izberejo število stanovalcev in primerjajo ugotovitve. Verjetno se bo precej otrok odločilo za štiri prebivalce, zagotovo pa bo kdo izbral tri, dva, enega ali pa bo pustil hišico nenaseljeno. Voden pogovor med otroki bo uzaveščal odnose med izbranimi števili prebivalcev v levi hišici in petimi prebivalci v srednji. Vsa števila so manjša od števila pet. Aktivnost ponovimo z desno hišico, kjer stanuje več prebivalcev kot v srednji hišici.

Ko otroci razumejo to aktivnost in so jo izvedli večkrat z različnimi števili in v različnih kontekstih (npr. solata na gredicah, zaboji na vagonih, pike na majhnem, srednjem in velikem kužku dalmatincu ...), aktivnost nadgradimo. Številska karta sedaj ne prikazuje števila v srednjem delu, ampak prikazuje število vseh objektov skupaj. Naloga je težja, primerna za predšolske otroke. Oglejmo si jo na primeru števila deset. Možnih postavitvev, kjer v vsaki hiši živi vsaj en prebivalec, je več, in sicer 1–2–7, 1–3–6, 1–4–5 in 2–3–5. Pri številu šest pa je možna le ena postavitvev, 1–2–3, če ne upoštevamo prazne hiše. Če pa dovolimo prazno hišo, sta rešitvi še 0–1–5 in 0–2–4. Kot vidimo, je ta preprosta aktivnost lahko bogato matematično okolje, ki spodbuja razvoj relacij oz. odnosov med števili.



Slika 5: Hišice.

Pri oblikovanju pojmov in procesov sta bistvena dva dejavnika: pridobivanje izkušenj in uvrščanje novih izkušenj v obstoječo shemo. Z abstrahiranjem, kot imenujemo proces ozaveščanja podobnosti naših izkušenj, nastanejo matematični pojmi. Posebne lastnosti, ki so določene s posamezno pojavno obliko predmetov in pojmov, odmislimo kot nepomembne. Za pojem število tri ni pomembno, ali so to trije psi, tri jabolka ali tri pike, pomembno je le množstvo predmetov oz. kardinalno število množice. S številnimi različnimi izkušnjami s pojmi, kot je npr. razvrščanje pri telesih, poimenovanje, izdelovanje teles iz gline, opazovanje simetrije pri telesih, določanje volumna, preštevanje oglišč in robov, se razvija pojem telesa. Ključni dejavniki pri oblikovanju pojmov so tudi nasprotni primeri, prav tako sta pomembna poimenovanje pojmov in komunikacija o njih. Pozorni moramo biti na motnje pri oblikovanju pojmov oz. podatke, ki so za pojem nepomembni, bi pa lahko otroke zavedli k napačnim predstavam. Če so vse kocke, ki jih otrok izkušensko pozna, igralne, bo verjetno predvideval, da je bistvena lastnost kocke, da so na ploskvah narisane pike. Morda bo menil celo, da so »kocke« lahko v obliki različnih poliedrov, če je imel pri igranju izkušnje s kocko v obliki oktaedra.

Ob matematičnih pojmih se razvijajo tudi matematični procesi. Matematični procesi so znanja, ki niso ozko predmetno in situacijsko specifična in so zato visoko prenosljiva. Primeri matematičnih procesov so: iskanje vzorcev/pravil/zakovitosti, simboliziranje/reprezentiranje (različne vrste reprezentacij in povezave med njimi), poenostavljanje matematične situacije, napovedovanje/postavljanje hipotez, preverjanje hipotez, posploševanje, dokazovanje ... Matematične procese lahko delimo na miselne (npr. analiza, sinteza, analogija, indukcija, protislovje), komunikacijske (razlaganje, spraševanje, strinjanje), operacijske (zbiranje, urejanje, razvrščanje) in dokumentacijske (pisanje, risanje, tabeliranje). Analiza je razčlenjevanje pojavov, procesov ali dejavnikov na osnovne sestavne dele. Pri igri kalah (navedena je v poglavju Primeri iger) okoliščino najprej razbijemo na sestavne korake (število objektov v posamičnih luknjicah). Nasprotje analize je sinteza, kjer dele sestavljamo v celoto. Analiza in sinteza običajno potekata soodvisno, do rešitve pridemo z zaporednimi analitičnimi in sintetičnimi razmisleki. Pri dedukciji sklepamo na podlagi splošnega k posebnemu. Ker vemo, da imajo trikotniki tri oglišča, vemo tudi, da ima pravokotni trikotnik tri oglišča. Deduktivno razmišljanje je običajno značilnost višjih stopenj učenja matematike. Indukcija je sklepanje na podlagi poznavanja posebnega pojava k splošnemu. Ker opazimo, da imajo različni

trikotniki (enakostranični, enakokraki, pravokotni) tri oglišča, sklepamo, da imajo vsi trikotniki tri oglišča. Induktivni postopki so značilni za zgodnje učenje matematike. Zavedati pa se je potrebno, da lahko pride do napačnih posplošitev. Če otrok opazuje le primere kvadrata z vodoravno stranico, lahko trdi, da lik, ki ga dobimo z zasukom kvadrata za 45° , ni kvadrat, ampak je »kara«. Analogija je sklepanje na osnovi podobnosti. Je močan miselni proces, ki večkrat privede do novih odkritij. Znan je primer anekdote o kemiku, ki naj bi odkril ciklično strukturno formulo benzena, ko je opazoval zapetnico v obliki kače, ki grize svoj rep. Podobno kot pri induktivnih miselnih procesih se tudi pri analogiji lahko zgodi, da je napačna. Krogla in krog sta podobna, a ju ne moremo enačiti v vseh značilnostih. Protislovje (dokazovanje s protislovjem) je vrsta logičnega argumenta, kjer za potrebe argumenta privzamemo neko predpostavko kot pravilno in s sklepanjem iz te trditve in drugih že dokazanih trditev in aksiomov pridemo do protislovnega rezultata, iz česar lahko sklepamo, da je predpostavka nujno napačna. Kot primer razmišljanja s protislovjem lahko navedemo prvi korak pri igri Volk, koza, zelje.

AKTIVNOST 5: IGRA VLOG VOLK, KOZA IN ZELJE

Aktivnost sloni na naslednji situaciji. Nekí mož je moral prepeljati čez reko volka, kozo in zelnato glavo. V čolnu je bilo prostora samo za moža, ob njem pa še za kozo ali zelje ali volka. A če mož pusti volka s kozo, bo volk kozo pojedel; če pusti kozo z zeljem, bo koza pojedla zelje; če je prisoten mož, pa ne bo nihče nikogar ali ničesar pojedel. Možu se je vendarle posrečilo prepeljati čez reko volka, kozo in zelje. Kako je to naredil?

Rešitvi naloge sta dve. Rešitev 1. Najprej mož čez reko pelje kozo, ker volk zelja ne bo pojedel. Nato se vrne po volka, ga prepelje čez reko, vzame kozo in jo odpelje nazaj k zelju. Kozo pusti na prvem bregu, vzame zelje, ga pelje do volka in se nato vrne po kozo. Rešitev 2. Prvi korak je enak kot pri prvi rešitvi, najprej mož čez reko pelje kozo. Nato se vrne po zelje, ga prepelje čez reko, vzame kozo in jo odpelje nazaj k volku. Kozo pusti na prvem bregu, vzame volka, ga pelje do zelja in se nato vrne po kozo.

Nalogo v zgodnjem obdobju rešujemo najprej z igro vlog. Na papir skiciramo slike volka, koze, zelja in moža, na tla učilnice narišemo reko, vključimo lahko pesem, ki jo prepeva brodnik. Najprej zadevo preigramo skupaj, nato učence razdelimo v skupine po štiri (mož, volk, koza, zelje) in zaigramo celotno zgodbo. Volk, koza in zelje pridejo/se prikotalijo vsak iz svoje smeri, da se že prej ne bi mogli pojesti. Uporabimo barve, trakove, majice, tempere po obrazu ali obrazne lutke. Otroci skozi igro vlog kmalu ugotovijo, kdo se čez reko pelje prvi. Večinoma se jim ustavi, ker ne ugotovijo, da lahko peljejo tudi nazaj. Največkrat jim je to dejstvo treba izpostaviti, vendar je veliko bolj učinkovito, da to spoznajo sami. Kako? Na primer z vprašanjem Kaj bi lahko sedaj naredili? Kaj mislite, kaj bi bilo potrebno storiti, da bi nalogo lahko rešili? Najprej ste čez reko prepeljali kozo, sedaj ste se vrnili po zelje (volka) in ker imate oba na istem bregu, se bosta pojedla, če ju pustite sama. Kaj bi lahko naredili, da se to ne bi zgodilo?

Kasneje lahko otrokom individualno namesto igre vlog ponudimo barvne žetončke (zelenega za zelje, sivega za volka in belega za kozo), ki jih premikajo preko reke, narisane na listu papirja. Nato znova zaigramo igro vlog. Ves čas komentiramo: Zakaj ne peljemo volka? Kaj pa, če bi peljali sedaj kozo itd.?

Ključne besede: *matematika, matematična pismenost, matematični pojmi, matematični procesi, tip matematičnega znanja, konceptualno znanje matematike, proceduralno znanje matematike.*

1.3 Vprašanja za ponavljanje

1. Na primeru opišite, kaj vam pomeni biti matematično pismen.
2. Pri kateri starosti se razvije največ temeljnih matematičnih konceptov?
3. S piko označite začetek pisanja posamezne številke 0, 2, 5, 6, 7, 8 in 9. Pravilni potek nakažite s puščico.
4. Navedite konkretne primere, s katerimi lahko otrok navezuje količinsko predstavo števil do deset. Primer: deset prstov na roki.
5. Skicirajte knjižico števil za število sedem.
6. Navedite predmete, ki bi jih iskali na fotografijah kot modele za pojme kroglja, kocka in kvadrat.
7. Napišite en bans, dve izštevanki in tri pravljice, ki bi jih lahko uporabili za razvoj matematičnih pojmov.
8. Opišite, kako bi preverili, ali gre pri otroku za konceptualno ali proceduralno matematično znanje, na primeru seštevanja do pet.

2 TEMELJI UČENJA IN POUČEVANJA MATEMATIKE V VRTCU

Kurikulum za vrtce določa matematiko kot eno od enakovrednih področij dejavnosti za delo v vrtcu, ki pa ga ne moremo izvajati ločeno od ostalih področij, zato se vsebine povezujejo z drugimi področji kurikula. Matematika je torej enakovredna področjem gibanje, jezik, narava, družba in umetnost in naj bi bila med aktivnostmi tudi enakovredno zastopana. Žal nekatere raziskave (Nudl, Brezočnik, Lipovec, & Antolin Drešar, 2012) kažejo, da matematika zaostaja za drugimi področji v vrtcu. Kot globalni cilji matematike v vrtcu so navedeni seznanjanje z matematiko v vsakdanjem življenju, razvijanje matematičnega izražanja, mišljenja in spretnosti ter doživljanje matematike kot prijetne izkušnje (Bahovec in drugi, 1999).

V nadaljevanju poglavja bomo navedli vsebinska področja predšolske matematike in temeljne zakonitosti, ki vodijo poučevanje in učenje slednje v tem obdobju. Opisali bomo vlogo staršev in primernega okolja za razvijanje matematičnih pojmov in namenili nekaj besed načrtovanju matematičnih aktivnosti pri dnevni rutini.

2.1 Vsebinska področja zgodnje matematike

V vrtcu so nekatere matematične vsebine (kot je npr. štetje) mnogo bolj izpostavljene kot druge (npr. računske operacije). Za uravnotežen otrokov razvoj neenakomerni poudarki niso najboljši, zato predlagamo enakomerno zastopanost vsebinskih področij matematike. Ker vsebinska področja matematike v Kurikulu za vrtce (Bahovec in drugi, 1999) niso posebej opredeljena, bomo pri opisu področij in izvedenih primerih v praksi izhajali iz vsebinskih področij matematike, opredeljenih v Učnem načrtu devetletne osnovne šole (Žakelj in drugi, 2011). Kot vsebinska področja matematike bomo navajali geometrijo, merjenje, aritmetiko, algebro in druge vsebine, kamor sodijo logika in jezik ter obdelava podatkov.

2.1.1 Geometrija in merjenje

Geometrija je matematična disciplina, ki se ukvarja z oblikami v prostoru. Geometrija v predšolskem obdobju zajema orientacijo na ravnini in v prostoru, geometrijske oblike (črte, like in telesa) in transformacije (skladnost in simetrija). Otrok najbolje zaznava tridimenzionalni svet, zato mu moramo zagotoviti izkušnje, ki mu bodo pomagale spoznavati prostor okoli sebe z vsemi čutili. Pri obravnavanju oblik v začetnem učenju geometrije sledimo načelu Od telesa k točki (Perat, 1998), kar pomeni, da postopno prehajamo od večjih dimenzij na manjše. Najprej otroci rokujejo s telesi, kasneje mejne ploskve teles odtiskujejo in se tako seznanjajo z liki. Šele, ko so domači z liki, jih opisujejo, klasificirajo ipd., se posvetimo črtam. Točka ostaja kot najabstraktnejši pojem vsebina osnovne šole.

Bistveno je, da otrok ob rokovanju z različnimi telesi spoznava in primerja njihove lastnosti, išče telesa, ki so si med seboj podobna po kakšni lastnosti (npr. se kotali, ga lahko postavim na žogo), jih primerja in razvršča. Tudi v predšolskem obdobju ponudimo otrokom geometrijsko orodje (šablone) za risanje črt in likov in različne konkretne materiale kot je npr. tangram (Štukl, 2008). Simetrijo lahko spoznavamo z aktivnostmi z zrcalom, pa tudi z aktivnostmi odtiskovanja in izrezovanja po prepogibanju.

Merjenje je veliko kompleksnejši pojav, kot se zdi na prvi pogled, saj vključuje primerjanje intenzivnosti določene lastnosti predmeta ali situacije z enoto, ki ima

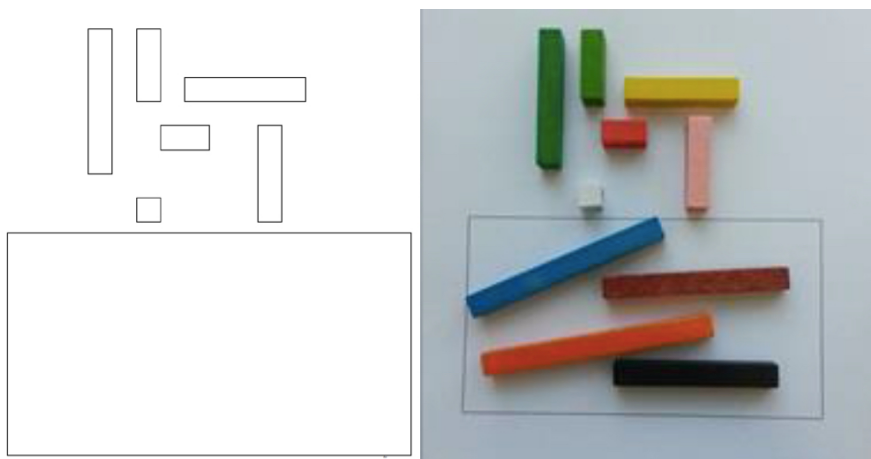
enako lastnost. Zato moramo znati določiti, katero količino merimo, izbrati enoto ter izmeriti in prepoznati ali odčitati izid ali meritev. V vrtcu merimo naslednje količine: dolžino, ploščino, prostornino, čas, denar, maso in temperaturo. Otroci že v času, ko obiskujejo vrtec, spoznavajo količine, ki jih bodo merili, in ugotavljajo, kaj je merjenje (Meglič, 2018). Spoznavajo (večinoma nestandardne) enote, vpliv izbrane merske enote na meritev ter različne vrste in uporabo merilnih pripomočkov.

AKTIVNOST 6: LOV NA DOLŽINO

Otroci v igralnici najdejo predmet, ki je krajši, daljši ali približno enako dolg kot dani predmet. Nato lahko predmete, ki jih najdejo, narišejo ali napišejo njihova imena. Pomembno je tudi primerjanje dolžin predmetov, kjer dolžine niso ravne linije. To lahko naredimo z vrvico ali nitjo. Učenci lahko ovijejo vrvico okoli predmetov in iščejo stvari, ki so npr. enake razdalji od tal do njihovega popka ali dolžini ovite vrvice okoli glave ali pasu. Merjenje telesa je vedno zabavno, ponujena je tudi možnost povezovanja s področji narava, družba in gibanje.

AKTIVNOST 7: PALIČNJAKI SO UŠLI IZ TERARIJA

Kontekst aktivnosti se nanaša na terarij in ponuja mnogo možnosti povezovanja s področjem narava. V živalskem vrtu je delavec hranil paličnjake. Po pomoti je pustil odprta vrata terarija in nekateri paličnjaki so ušli. Otrokom razdelimo delovni list, na katerem je narisani velik pravokotnik, ki predstavlja terarij, in nekaj različno dolgih paličic, ki predstavljajo pobegle paličnjake. Otroci naj vzamejo en komplet Cuisenairevih paličic/rodka (po eno paličico vsake barve) in jih položijo v terarij. Cuisenaireve paličice so podrobneje opisane v poglavju 3.2. Paličice predstavljajo paličnjake (slika 6). Ker je hranilec živali pustil odprta vrata terarija, so paličnjaki ušli. Otroci s poizkušanjem ali vizualno ugotavljajo, kateri paličnjaki so pobegnili in kateri so ostali v terariju. Zastavljamo jim naslednja vprašanja: Koliko paličnjakov je odšlo, koliko jih je ostalo? Katere barve paličnjaki so odšli, katere barve so ostali? Kje je najdaljši paličnjak? Kje je najkrajši paličnjak?



Slika 6: Paličnjaki.

AKTIVNOST 8: ZAPOLNI IN PRIMERJAJ

Na list papirja narišite dve ali več oblik in jih prekopirajte. Oblike so lahko nepravilne (kaplje) ali pravilne (trikotnik, krog, pravokotnik). V parih ali manjših skupinah naj otroci z opazovanjem ugotovijo, katere oblike so največje in katere najmanjše. Metode primerjanja vključujejo polnjenje ene oblike z manjšimi delci, ki jih nato premaknemo v drugo obliko, da vidimo, ali potrebujemo več ali manj teh delcev, da zapolnimo drugo obliko. Druga možnost je, da izrežemo oblike in jih položimo drugo na drugo. Kvadrati so najpogostejše uporabljene enote za ploščino. Lahko pa uporabimo katero koli ploščico, ki lepo zapolni ploščino. Celo polnjenje oblike z gumbi ali zamaški je uporaben pokazatelj tega, kaj pomeni meriti ploščino, kar kaže slika 7.

AKTIVNOST 9: TARČA GLEDE NA PROSTORNINO

Za aktivnosti primerjanja potrebujemo zbirko konzerv, škatel, plastičnih posod, steklenic ... Posode označimo, ena izmed njih je označena kot tarča. Vse posode je potrebno razvrstiti na tiste, ki držijo manj kot tarča, tiste, ki držijo več kot tarča, in tiste, ki držijo približno toliko kot tarča. Zapišemo dva seznama: seznam ocen in seznam meritev. Prinesite še polnilo (mivka), zajemalke in lijake.



Slika 7: Prekrivanje z gumbi.

2.1.2 Aritmetika in algebra

Aritmetika je matematična disciplina, ki se ukvarja s števili in računanjem z njimi. To področje je v začetni matematiki mnogo bolj zastopano kot ostala. Algebra je matematična disciplina, ki, za razliko od aritmetike, uporablja črkovne simbole namesto števil, njeno bistvo pa se skriva v posploševanju. Področje aritmetike in algebre vključuje štiri sklope: naravna števila in število 0, računске operacije in njihove lastnosti, racionalna števila in vzorce. Ker je usvojitvev pojma števila v predšolskem obdobju zelo pomembna, otroka seznanjamo s števili v različnih življenjskih okoliščinah.

Otrok v predšolskem obdobju šteje urejene in neurejene predmete, s pomočjo odraslega kaže in šteje predmete, ki jih ne more videti in prijetei. V vrtcu načrtno ne vpeljujemo zapisa simbolov števil, ampak otroka seznanjamo s števili v različnih okoliščinah. V tem obdobju imajo otroci precej težav s štetjem nazaj ali s štetjem od danega števila. Zato je pomembno, da z igrami, s pesmicami in z izštevankami razvijamo tudi to spretnost. S pomočjo konkretnih ponazoritev z otroki razvijamo tudi miselne operacije, ki so osnova za seštevanje in odštevanje ter množenje in deljenje. Ob tem ne izhajamo iz zapisa aritmetičnih simbolov (+, -), ampak zgolj iz vsebinsko podanih kontekstualiziranih nalog. Pomembno je, da se otroci v predšolskem obdobju seznanijo z različnimi strukturami računskih operacij, kajti le tako lahko v šoli učinkovito nadgrajujemo operacije tudi na simbolni ravni.

Prvi cilj pri razvijanju ulomkov v predšolskem obdobju bi moral biti pomagati otrokom pri oblikovanju ideje dela celote – dela, ki nastane, ko se celota deli na enako velike dele, oziroma, ko se pravično razdeli. Ugotovljeno je, da otroci razumejo idejo, kako razdeliti količino na dva dela tako, da je pravično razdeljena med prijatelja.

V vrtcu razvijamo predalgebrsko razmišljanje skozi ponavljajoče se vzorce. Gre za vzorce, ki vsebujejo relativno majhen in preprost del, ki se ponavlja. Živalski glasovi (kot so npr. i-ha-ha, i-ha-ha, i-ha-ha) so bogat vir primerov. Ko otrok vzorec nadaljuje, išče, zaznava in uporablja različne možnosti rešitve problema in z našo pomočjo preverja smiselnost dobljene rešitve. S tem razvija razmišljanje v smeri uporabe simbolov za posplošitve. Algebra je namreč veda, ki se ukvarja s simboli in pravili za manipuliranje z njimi (npr. pravila za reševanje enačb).

AKTIVNOST 10: IGRA KRALJ

Vsak otrok dobi na začetku deset biserov (kock ali zamaškov). Potrebujemo še šest številskih podlog z narisanimi krogci, na katere bisere polagamo. Igralec, ki mu prvemu uspe vreči šest na običajni igralni kocki, je kralj. Kot kralj lahko zapoveduje svojim podložnikom. Vsakemu posebej naroči, koliko pik mora vreči, in ob tem svojemu podložniku tudi izroči podlogo, s toliko polji, kot jih je zapovedal. Podložnik vrže kocko in na podlogo položi toliko biserov, kolikor je bilo pik na kocki. Če je položenih biserov premalo ali preveč, mora toliko biserov, kolikor jih je premalo ali preveč, izročiti kralju. Če mu uspe vreči toliko, kolikor mu je naročil kralj, mora kralj to število biserov izročiti podložniku. Tisti, ki mu najprej zmanjka biserov, je izgubil.

2.1.3 Druge vsebine

Področje Druge vsebine vključuje tri sklope, in sicer: logika in jezik, obdelava podatkov in z njo povezane grafične prikaze ter sklop, imenovan matematični problemi in problemi z življenjskimi okoliščinami, ki vključuje preproste kombinatorične situacije in začetne pojme verjetnosti.

Najpomembnejši dejavnosti, ki spodbujata otrokov kognitivni razvoj in sta osnovi kasnejšega logično-matematičnega načina razmišljanja, sta razvrščanje (klasifikacija) in urejanje (seriacija). Razvrščanje pomeni razvrstiti predmete po podobnosti glede na kakšno določeno lastnost oziroma več lastnosti (izid razvrščanja je množica). Urejanje pa je dejavnost, s katero uredimo elemente neke množice na podlagi intenzivnosti neke predpisane lastnosti (npr. urediti po velikosti od največjega do najmanjšega). Za matematiko sta urejanje in razvrščanje pomembna zato, ker razvijata abstraktno mišljenje. Splošna lastnost je namreč abstrakten pojem. Iskanje splošnih lastnosti posamičnih objektov je ravno tisto, k čemur matematika teži. S pomočjo urejanja in razvrščanja otrok razmišlja na matematični način. Vizualno oporo miselnim aktivnostim predstavljajo grafični prikazi oz. diagrami (Cotič & Hodnik Čadež, 1993). V vrtcu otrokom predstavimo stolpčni, vrstični, carrollov, drevesni in euler-vennov prikaz (Hodnik, 2004).

Sklop matematični problemi in problemi z življenjskimi okoliščinami vključuje različne probleme. Problem je takšna naloga, pri kateri otroci samostojno načrtujejo pot do rešitve. Otroci problem analizirajo tako, da povežejo vsebino naloge s podatki in ugotovijo odnose med njimi.

2.2 Temeljni principi in zakonitosti

Učenje je proces spreminjanja miselnih struktur. Poteka v učencu (otroku) ob dejavnostih poučevanja, ki jih izvaja učitelj (odrasla oseba). Čeprav se otrok mnogo nauči ob opazovanju odraslih, je za matematične koncepte nujno potrebna njegova aktivna vloga. Aktivnost lahko dosežemo z dobro zasnovano dejavnostjo. Če npr. otrok preverja, ali ste v kozarček vrgli pravilno število žetonov, in ob tem posluša, ste dosegli njegovo aktivnost. Pravilen odgovor je namreč možen le, če aktivno posluša. Pogoj za uspešno (na)učenje matematičnega znanja je tudi učenčeva miselna zrelost (ustrezna stopnja miselnega razvoja).

Potencialna matematična izkušnja otroka je odvisna od več dejavnikov: od otrokovega razumevanja matematike in strategije, ki ju ima na razpolago; od tega, ali odrasla oseba v izkušnji zazna matematični potencial; od ocene odrasle osebe o otrokovih sposobnostih in od opore odrasle osebe, ki jo nudi za spodbuditev matematične izkušnje. Odrasla oseba lahko nudi oporo z viri in interakcijo. Šele, če so na voljo vsi dejavniki, je pri otroku možno novo matematično znanje.

Pri pouku matematike upoštevamo naslednje principe, ki jih je postavilo mednarodno združenje učiteljev matematike National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000)

Princip enakosti. Odrasle osebe morajo verjeti, da so vsi otroci sposobni osmisliti matematiko. Vsi otroci morajo verjeti, da so sposobni osmisliti matematiko.

Princip učenja. Vsak dan morajo otroci začutiti, da je matematika smiselna. Matematiko se morajo učiti z razumevanjem skozi aktivno gradnjo novega znanja na osnovi predhodnega znanja in izkušenj.

Princip poučevanja. Odrasle osebe morajo nehati poučevati le z razlago in pričeti dovoljevati otrokom lastne aktivnosti. Učinkovito poučevanje zahteva

razumevanje otroškega trenutnega in potrebnega znanja ter spodbujanje in podpiranje učinkovitega učenja le-tega.

Ker se večkrat zgodi, da je otroško zanimanje za matematične koncepte zelo kratkotrajno, naj bi odrasla oseba zaznala čim več okoliščin, ki so lahko matematično zanimive, in otroku skušala nuditi oporo v razvijanju matematičnega znanja. Dodatno moramo biti pozorni na naslednje zakonitosti (Kroflič in drugi, 2010):

1. Matematika je za otroka naporna, zato lahko sodeluje v matematični aktivnosti le kratek čas (nekaj minut v mlajši skupini, do pol ure v starejši skupini).
2. Tudi vzgojiteljica naj bo ves čas trajanja dejavnosti zbrana. Nedokončana aktivnost ali ne dovolj premišljeni odgovori lahko otroka zmedejo.
3. Matematika je izrazito vezana na pogovor, ki je najbolj učinkovit, ko je individualen.
4. Otrok pred drugimi pokaže manj znanja kot takrat, ko ga uporabi zase.
5. Matematiko se otrok uči, ker jo potrebuje zdaj, ne zato, ker jo bo potreboval nekoč kasneje.

Za učenje in poučevanje matematike v vrtcu veljajo tudi naslednje značilnosti:

- Specifična znanja v predšolskem obdobju niso potrebna, saj otrok doživlja svet celostno.
- Otroci so sposobni prenašati strategije reševanja vsakdanjih situacij na reševanje matematičnih problemov.
- Vrtec ni priprava za matematiko v šoli. Vrtec je priložnost za razvijanje otrokovih potencialov za opazovanje matematike v okolju.
- Povezava z domom in s starši je zelo močna.

Pri načrtovanju aktivnosti moramo zato upoštevati naslednje pomembne poudarke za učenje matematike: matematično znanje se razvija počasi; novo znanje se razvija na temeljih prejšnjega, stopenj ne smemo preskakovati; otroci potrebujejo raznolike matematične izkušnje; matematične izkušnje morajo biti smiselno vključene v prijetne aktivnosti; zelo pomembna je volja za ukvarjanje z matematiko; odrasli pomagajo s pazljivim opazovanjem in oporo v konverzaciji; nujno je oblikovanje primerne okolja, ki spodbuja matematično pismenost.

2.3 Pomen vključenosti staršev pri usvajanju matematičnih vsebin

Matematika je eden izmed osnovnih predmetov v našem izobraževalnem sistemu. Mnogo ljudi se ob reševanju matematičnih nalog počuti neprijetno, nekateri pa so celo prestrašeni. Strah in tesnoba pred matematiko se pojavljata že v zgodnjih šolskih letih. Odnos staršev do matematike vpliva na odnos, ki ga bo razvil otrok. Otroci, katerih starši se zanimajo za matematiko in vpletajo matematiko v vsakdanje življenje, bodo verjetno bolj razvili pozitiven odnos do slednje. Vključevanje staršev je odvisno od osebnega prepričanja staršev, da lahko otroku pomagajo pri usvajanju znanj, da zaznajo, kdaj otrok potrebuje pomoč, da zaupajo v svoje sposobnosti in verjamejo v učinek sodelovanja. Vključevanje je odvisno tudi od otrokove starosti, zaznave povabila, izobrazbe staršev, časa, energije ipd. Posebne matematične igrice v zgodnjem otroštvu ne vplivajo toliko na kasnejše uspehe pri matematiki v osnovni šoli. Bolj kot to je pomembno, da starši že v zgodnjem otroštvu z vsakdanjo dejavnostjo spodbujajo otroško spoznavanje matematičnih prvin, nudijo pestro izbiro matematičnih dejavnosti in izražajo pozitiven odnos do matematike (Antolin Drešar & Lipovec, 2017).

2.4 Načrtovanje matematičnih aktivnosti v okviru dnevnih rutin

Matematično znanje najlažje razvijamo ob dnevnih rutinah. Oglejmo si naslednje preproste primere aktivnosti ob dnevnih rutinah.

Prihod v vrtec. Napisi imen in simboli nad obešalniki, pogovori ob slačenju, sezuvanju in obuvanju, risanje prikaza prisotnosti otrok v igralnici, pogovor o uri, ko otrok pride, in o uri, ko bodo prišli starši ponj, pogovor o razporedu dejavnosti za tisti dan.

Obroki. Rokovanje z objekti, ki jih lahko štejemo ne samo zaradi štetja, otroci preštejejo sebe in potreben pribor, zložijo prtičke na trikotnike ali pravokotnike in jih položijo na desno stran krožnika, pogovarjajo se o količini hrane, ki jo kdo poje; primerjajo količine med seboj (število krompirjev, zajemalk juhe ...), pogovarjajo se o vrstnem redu (prvi poje, zadnja žlica), pri pospravljanju razvrščajo pribor in krožnike.

Priprava na spanje in počitek. Pospravljanje igrač na svoje mesto, razporejanje ležalnikov, dogovori, kje bo kdo ležal (levi, desni sosed), koliko je ura, ko gredo počivat, odlaganje oblačil in copat na določen prostor.

Odhod na sprehod. Iščejo in obuvajo najprej levi, nato desni čevlji, preštevajo gumbe, se pogovarjajo o vzorcih na kapah, o velikosti oblačil in obutve, pogovor teče tudi o uri odhoda in prihoda, namenu in smeri sprehoda, dogovorijo se, kaj bodo opazovali na poti (prometne znake, šteli rdeče avtomobile, šteli stopnice). Pomembno je, da otroci opazujejo sami, kasneje pa se skupaj pogovorijo o razlikah v opazovanju. Napovedovanje dogodkov: napovejmo, koliko prehodov za pešce bomo prečkali, koliko kolesarjev videli (lahko le s pojmi veliko, malo, več kot ti).

Bivanje zunaj. S palico rišemo črte v pesek in nato hodimo po njih, kotalimo različne predmete po različnih klancih, merimo s koraki dolžino igrišča, širino poti, štejemo oddaljene predmete, npr. okna na bližnji hiši, poskoke, preskoke, korake; zbiramo kamenčke in ustvarjamo zbirke listov, storžev, kostanjev; iščemo primere matematičnih teles in likov; na snegu ali v zemlji naredimo sled v obliki labirinta, skrivamo stvari in vadimo prostorske pojme; tekmujeemo v teku in se pogovarjamo o vrstilnih števniki; mečemo žogico v daljavo in merimo, kako daleč leti.

2.5 Matematično okolje

Matematično okolje je okolje, v katerem se otroci aktivno ukvarjajo z matematiko. Opisujemo ga z glagoli, kot so raziskati, predvidevati, reševati, utemeljevati, predstaviti, razložiti ... Tradicionalno prevladujoča glagola računati in pridobivati izide ne opišeta matematičnega okolja. Za učenje matematike moramo pasivno učno kulturo (npr. poslušati, zapomniti si, vaditi, ..) nadomestiti z aktivno. Seveda pa mora biti okolje dovolj varno in spodbujajoče, da otroci izpostavijo svoje ideje in se o njih pogovarjajo z ostalimi.

Matematično okolje se izraža tudi skozi fizične matematične materiale, ki jih najdemo v igralnici (slika 8).

V njej moramo poiskati in nastaviti na ustrezna mesta (Kroflič, in drugi, 2010):

- Vse, kar nastopa v veliko delih: kocke, storže, gumbi, plastične žebličke, sestavljanke, barvice, punčke, avtomobile, žoge ...
- Številke: telefoni, ploščice s številkami, plastični denar, družabne igre ...
- Vse, iz česar naredimo makete, načrte, gradimo ali sestavljamo: od kock do mivke v peskovniku.
- Igrače za igranje z razsutimi snovmi in za merjenje: lopate, lončke, modelčke, tehtnice, metre, vrvi, merilne valje.



Slika 8: Matematični materiali.

Pomembne so še ponazoritve na stenah: prave ure in modeli ur, koledarji, plakati s številkami, načrti, grafični prikazi in različni zapisi; v garderobi: imena nad omarico ali obešalnikom, nalepke z napisi in slikopisi (npr. čevlji, škornji, dežniki ...). V toaletnih prostorih najdemo slikopise o umivanju rok, zob, prostor za brisače ... V vrtcu so pomembna tudi splošna sporočila, kakršna so npr. jedilniki in splošni simboli v javnih zgradbah (prepovedano za pse, za rolerje, zapiraj vrata ...).

2.6 Tehnologija

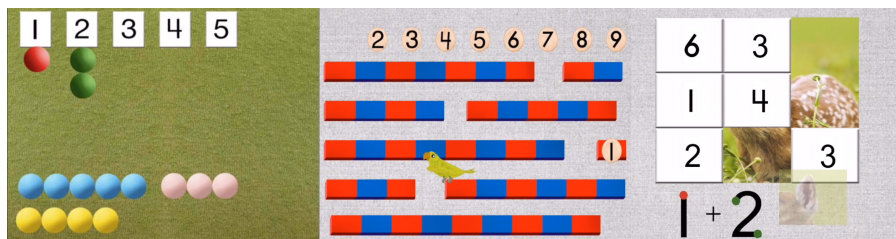
Učno okolje razen spodbudne klime, sodelovalnega dela, timskega sodelovanja in kolegialnega podpiranja vključuje ob fizičnem prostoru tudi tehnologijo, ki jo v zadnjih letih premišljeno in sistematično vpeljujemo v slovensko šolstvo. Učna gradiva, ki jih uporabljamo, naj bi bila v čim večji meri neodvisna od naprave (telefoni, tablice, interaktivne table, računalniki) in osnovana na sodobnih spoznanjih edukacijskih znanosti (Čuk in drugi, 2014).

V zadnjem času so celo predšolski otroci postali redni uporabniki mobilnih naprav, kot so tablice in pametni telefoni. Oblikovano je mnogo učnih apletov, raziskav, ki bi ugotavljale učinek uporabe mobilnih naprav na učenje predšolskih otrok, pa je, seveda, še malo. Kljub temu se kaže, da smiselno omejen čas pred ekranom lahko pozitivno vpliva na učenje matematike, razvoj ustvarjalnosti in sposobnosti reševanja problemov. Seveda take učinke dosežemo le pri apletih, kjer razvijalci vključijo strategije učenja, ki jih podpira sodobna znanost s področja edukacijskih ved. Mobilne naprave ponujajo nove možnosti strokovnim delavcem; ena od pomembnih prednosti je individualizacija učenja, saj tehnologija lahko omogoči, da se otroci učijo v lastnem tempu. Tehnologija lahko učitelju omogoči pridobivanje podatkov o znanju otrok in s tem možnosti individualnega prilagajanja učenja na osnovi učne analitike.

V matematično okolje igralnice včasih sodi tudi računalnik. Če ga v igralnici imamo, naj se otroci igrajo skupaj z vzgojiteljico, ne samo pod njenim nadzorom. Razen tega naj vzgojiteljica vnaprej obvlada programe, ki jih uporablja skupaj z otrokom, in otrok se naj igra omejen čas. Računalnik je lahko priročno nadomestilo ob pomanjkanju primernih didaktičnih ponazoril, saj lahko na internetu najdemo mnoge virtualne pripomočke, kot so npr. tehtnice, geoplošče z virtualnimi gubicami ipd.

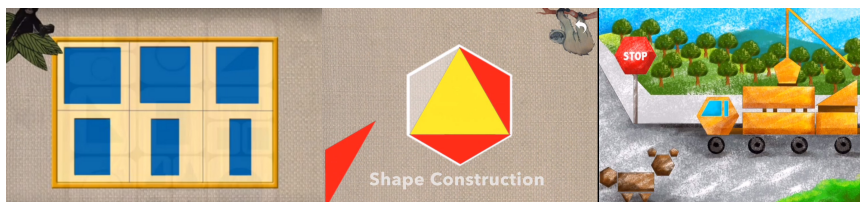
AKTIVNOST 11: MOBILNA APLIKACIJA MATEMATIČNA POLICA (ang. Math Shelf)

Math Shelf je aplikacija, ki deluje na tablicah in je utemeljena v razvojni teoriji, vključuje pa tudi elemente pedagogike montessori (Schacter & Jo, 2017). Ko otrok vstopi v učno okolje, ga aplikacija razvrsti k aktivnostim in igram, ki ustrezajo njegovemu predznanju. Otroci na začetni stopnji razvoja matematičnih znanj pričnejo z urejanjem, klasifikacijo, prirejanjem, nadaljujejo pa do prepoznavanja števil 1 do 3. Nato sledijo aktivnosti preštevanja in subitizacije. Številski obseg se poveča najprej do šest in nato do devet, se sledi uvajanje pojmov računskih operacij. Aplikacija na višjih stopnjah vključuje tudi pojme mestne vrednosti, pri čemer so uporabljeni virtualni zlati biseri, številске karte in modeli likov montessori (slika 9). Vključeni so še elementi matematike z dotikom, kjer številkam dodamo toliko točk, kolikor je njihova kardinalna vrednost.



Slika 9: Matematična polica – aritmetika ter material montessori. (vir: Math Shelf, b. d.)

Aplikacija je bila evalvirana na velikem vzorcu in se je izkazala za uspešno. Število ponujenih aktivnosti je veliko (obsega jih več kot 200), posebej bogat nabor (več kot 90 iger in aktivnosti) je namenjen temeljnemu znanju v predšolskem obdobju, kot so urejanje, razvrščanje, subitiziranje, štetje, prirejanje števil k skupinam, urejanje števil in kardinalni princip v obsegu od 1 do 3. Tudi področje geometrije je vključeno in povezano z modeli geometrijskih oblik v vsakdanjem življenju (slika 10). Z uporabo materialov montessori sledimo priporočilom o sestavljanju in razstavljanju oblik na prvi Van Hielejevi stopnji (Van Hiele, 1984) in vključevanju realističnih prikazov matematičnih pojmov znotraj izkušenskega sveta otrok.

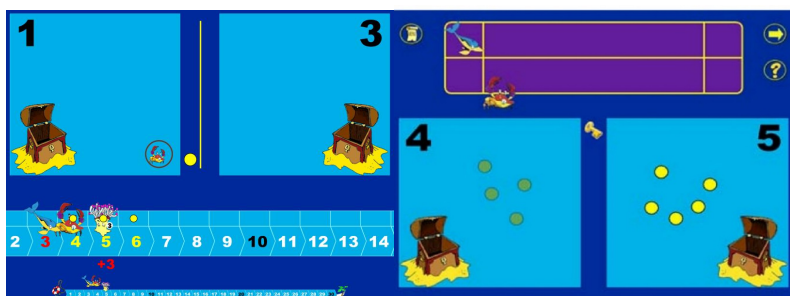


Slika 10: Matematična polica – geometrija ter material montessori. (vir: Math Shelf, b. d.)

Aplikacija je ponujena učiteljem, ki dobijo tedensko informacijo o znanju otrok s priporočljivo aktivnostjo za nadgradnjo tega znanja. Math Shelf je bil razvit v Ameriki in njegova največja prednost je stalno preverjanje učinkovitosti apletov.

AKTIVNOST 12: RAČUNALNIŠKA IGRA TEKMA S ŠTEVILI

Igra je prosto dostopna na spletu. Tekma s števili poskuša izboljšati količinske predstave, kar lahko spodbudi zgodnjo aritmetiko. Igra vključuje konkretne, verbalne in simbolne reprezentacije števil, preštevanje v obsegu do 40 in seštevanje ter odštevanje v obsegu do 10. Naloga igralca je, da izbere večje izmed števil. Količine so predstavljene kot zlatniki, kot številke in kot izgovorjene besede. Žal igra ni prevedena v slovenščino, zato ta predstavitev za otroka, ki ne razume angleških izrazov, ni možna. Otrok lahko izbira med vodnim svetom in svetom v pragozdu. Izbere svojega avatarja (slika 11 levo: otrok je izbral delfina) in je pozvan, naj izbira večjo količino zlatnikov v obsegu do deset. V nekaterih primerih »nasprotnik«, tj. avatar (slika 11 levo: rak), ki ga upravlja računalnik, izsili časovno omejen odgovor.



Slika 11: Tekma s števili – primerjava količin. (vir: The Number Race, b. d.)

Sistem se prilagaja rezultatom in ponuja primere z vedno manjšo razliko, če se dosežek igralca izboljšuje. Ponuja tudi povratno informacijo in povezavo s številsko osjo.

Igra se s težavnostjo (predvsem kardinalnostjo) prilagaja otrokovim odgovorom. Ponujena je tudi številska os, na katero računalnik umesti oba avatarja. V nadaljevanju igra zahteva primerjavo po predhodno izvedenem seštevanju oz. odštevanju. Po vsaki primerjavi otrok uporabi zlatnike za to, da se premakne za ustrezno število korakov na številski premici.

Motivacijsko so dodane meduze, ki zasedajo polja, ki se jim je potrebno izogibati. Ko otrok pravilno reši dano število primerov, dobi nagrado (v tem primeru ribo). Ko je nagrad dovolj, se odklene naslednja raven in učenec lahko prevzame tudi like drugih avatarjev.

AKTIVNOST 13: RAČUNALNIŠKA IGRA LOVILEC ŠTEVIL

Igra Lovilec števil (ang. The Number Catcher) je osredotočena na števila do 20 in je prosto dostopna na spletu (The Number Catcher, b. d.). V različnih kontekstih (tovornjak, kočija, ladja) na vozilo nalagamo predmete (slika 12). Skladi števil se nalagajo podobno kot pri igri Tetris. Na tovornjak najprej nalagamo po tri sadeže, ki so lahko v različnih združitvah, kasneje se število večja do deset. V višjih stopnjah so sadeži predstavljeni tako, da se upošteva mejnik pet, npr. postavitev šestih jabolk je iz sklopa petih jabolk, šesto jabolko pa je na svetlejšem polju. Pojavljati se pričnejo simbolne predstavitve. Naslednji korak vključuje združevanje števil. Igralec lahko z žago »razreže« ponujene vrstice in tako napolni tovornjak. Števila so še vedno le do deset. Šele v naslednji stopnji se števila premaknejo v drugo desetico. Tovornjak s petnajstimi prostorčki v desetiški vizualizaciji (deset in še pet) tako nalagamo z različno dolgimi vrsticami sadežev. Števila lahko združujemo, vendar nas spodbujajo, naj uporabimo čim manj seštevancev. Dodatno je potrebno naložiti posebej deset predmetov in posebej ostanek, razen v primeru, ko nam uspe tovor naložiti v dveh potezah.



Slika 12: Lovilec števil - vizualno predstavljena števila. Vir: (The Number Catcher, b. d.)

V višjih stopnjah so števila najprej predstavljena simbolno, na začetku je simbol količinsko ponazorjen z dolžino črte, število 7 je npr. »daljše« od števila 3. Kasneje predstavitev postane popolnoma abstraktna (npr. število 9 je enako dolgo kot število 5). Na zadnjih ravneh (slika 13) se pojavljajo namesto simbolov tudi izrazi (npr. $4+2$), kar presega cilje predšolskega obdobja.



Slika 13: Lovilec števil – simbolna predstavitev števil. (vir: The Number Catcher, b. d.)

Slabost predstavljene igre je v pomanjkanju manipulacije s konkretnimi predmeti. Znano je da virtualni manipulatorji (kot so npr. zlatniki ali sadeži) niso enako učinkoviti kot konkretni materiali, čeprav jih otroci lahko premikajo v virtualnem okolju. Kljub temu igro priporočamo. Zasnoval jo je INSERM_SEA, francoski raziskovalni institut s področja matematične kognicije, ki je zasnoval tudi igro Tekma s števili. Obe igri sta bili uspešno preizkušeni na 5-7 let starih otrocih. Zasnovani sta uporabniško intuitivno in znanje angleškega jezika ni potrebno.

Ključne besede: vsebinska področja matematike, geometrija, merjenje, aritmetika, algebra, učenje, matematično okolje.

2.7 Vprašanja za ponavljanje

1. Naštejte in opišite vsebinska področja matematike, ki jih zasledimo v predšolskem obdobju.
2. Pojasnite razliko med klasifikacijo in seriacijo.
3. Naštejte in opišite principe pouka, ki jih je postavil NCTM.
4. Katere zakonitosti načrtovanja mora upoštevati vzgojiteljica?
5. Na kaj moramo biti pozorni pri uporabi računalnika v igralnici?
6. Opišite eno aktivnost v matematičnem okolju na igrišču ob vrtcu z vidika naštetih vsebinskih področij: algebra, geometrija, aritmetika in merjenje.
7. Opišite razvijanje matematičnega znanja ob dnevni rutini – odhod na sprehod na vsebinskih področjih geometrija, aritmetika in algebra. Navedite in opišite po eno aktivnost.

3 DIDAKTIČNI PRIPOMOČKI

Za predšolsko obdobje je značilno, da pri poučevanju uporabljamo didaktične pripomočke ali z drugo besedo ponazorila. Gre za konkretne predmete, ki jih z didaktično uporabo otrokom predstavimo tako, da predstavljajo kak matematični pojem. V literaturi zasledimo različno uporabo terminologije za ponazorila. Govori se o pripomočkih, mediatorjih, modelih, didaktičnih pripomočkih, materialih, konkretnih objektih ... Najbolj univerzalno ponazorilo je še vedno otroško telo. Za ponazarjanje številskih konceptov lahko uporabljamo števne modele, npr. žetončke, naravne materiale, link kocke ali zvezne modele, npr. Cuisenaireve paličice. Uporabljamo lahko tudi modele desetiškega koncepta, npr. Dienesove kocke, ali modele z visoko stopnjo abstrakcije, kot npr. številski trak.

Ponazorila uporabljamo kot pomagalo za razvoj novih pojmov in relacij, kot pomoč pri izgradnji povezav med pojmi in simboli in za vpogled v otrokovo razumevanje.

Pri uporabi ponazoril moramo biti pozorni na to, da otrok izbere model, ki mu ustreza. Pomembno je, da odrasli ne vsiljuje "svojega" modela. Ker je ideja, ki jo ponazarja ponazorilo, v odrasli osebi že izgrajena, otrok pa jo šele izgrajuje, se moramo izogibati metodi demonstracije (ponovite, kako naredim jaz) in paziti na to, da ponazorila ne postanejo orodje za pridobivanje izidov brez razumevanja. Posebej natančno moramo povzemati in podajati ugotovite, ki nastanejo na osnovi dela s ponazorili.

V nadaljevanju poglavja bomo natančneje opisali temeljne pripomočke, ki bi morali biti v vsaki igralnici v dovolj velikih količinah. Opisali bomo link kocke, Cuisenairove paličice, modele teles in likov ter ploščice za vzorčke. Za vsakega izmed izbranih pripomočkov bomo dodali nekaj aktivnosti.

3.1 Link kocke

Link kocke uporabljamo za diskretno ponazarjanje števil. To so barvne plastične kocke (slika 14), ki jih lahko staknemo po poljubnih ploskvah (kar je tudi njihova bistvena prednost pred običajnimi konstrukcijskimi kockami). Za vrtec izbiramo takšne, ki so večjih dimenzij, rob naj meri vsaj 1 cm.

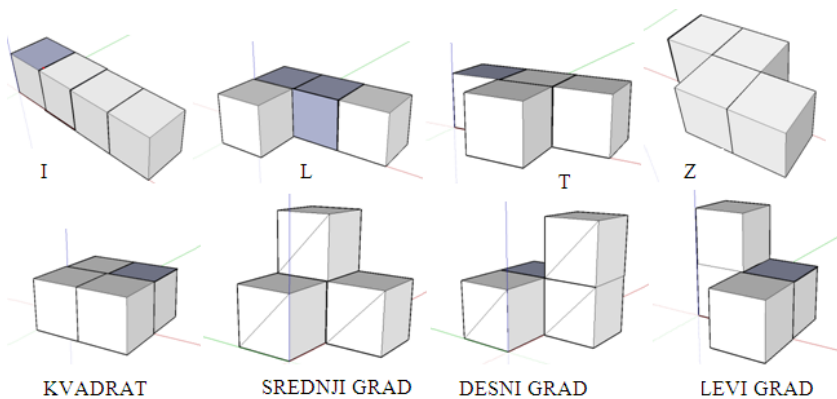


Slika 14: Kocke, ki jih je mogoče speti na vseh mejnih ploskvah (link kocke), in kocke, s katerimi je mogoče graditi le stolpiče.

Včasih so namesto link kock uporabljali lesene kocke, ki so bile prav tako enotske kocke, le da jih med seboj ni bilo mogoče združevati (sestavljati). Lesene kocke so kasneje nadomestile kocke, ki jih je mogoče sestavljati le v stolpiče. Link kocke omogočajo gradnjo raznolikih prostorskih figur. Uporabne so za klasifikacijske in seriacijske aktivnosti, za razvoj konceptualnega sistema za števila, pa tudi za razvoj prostorskih predstav in aktivnosti, povezanih z vzorci.

AKTIVNOST 14: ČETVERČKI

Z link kockami lahko izvajamo aktivnosti vseh vsebinskih področij. Ena izmed vodenih aktivnosti, ki posega tako na področje geometrije kot na področje aritmetike, so četverčki (Šavora, 1996). Aktivnost lahko vpeljemo s pogovorom o dvojčkih, trojčkih, četverčkih ... Uporabljamo kocke, ki jih je mogoče speti na vseh mejnih ploskvah. Takšne, s katerimi je možno graditi le stolpiče, za aktivnost niso uporabne. Iščemo figure, ki lahko nastanejo tako, da spnemo štiri enotske kocke. Imenujemo jih četverčki. Ko najdemo vse možne, se lotimo sestavljanja večjih oblik, zgrajenih iz četverčkov. Veljajo naslednja pravila sestavljanja, ki izhajajo iz okoliščine same: uporabiti smemo natanko štiri kocke, kocki se morata stikati s celima ploskvama; četverčka sta različna, če pri nobeni rotaciji ne preideta drug v drugega. Obstaja osem različnih četverčkov, ki jih lahko poimenujemo kot I, L, T, Z, kvader, grad, desni grad in levi grad (slika 15).



Slika 15: Četverčki.

Otroci delajo v skupinah po štiri. Ena skupina potrebuje približno 50 link kock. Aktivnost poteka lažje, če otrokom svetujemo, naj bo četverček sestavljen iz kock enake barve, vsak četverček pa naj bo drugačne barve. Števila vseh možnih četverčkov ne izdamo. Ko otrok sestavi četverček, ga postavi na sredo mize, kamor postavljajo le "nove" primere. O tem, da je primer nov, se vsakič posebej prepričajo z rotacijo. Navodil o tem, na kak način določamo različnost, ne dajamo vnaprej, počakajmo, da otroci sami oblikujejo vprašanje in podajo rešitev. Običajno otroci sestavijo prvih pet četverčkov (I, L, T, Z in kvader), ki

so "ploščati", in mislijo, da so izčrpali vse možnosti. Spodbudimo jih, da je možnosti še več. Če ne pomaga, sestavimo tri link kocke v obliki črke V in vprašamo, kam bi lahko postavili zadnjo, četrto kockico. Posebej zanimiva sta 7. in 8. četverček. O njuni neenakosti naj se otroci prepričajo sami. Kot nadgradnjo aktivnosti lahko otroci poskušajo iz dobljenih četverčkov, ki jih ne razdirajo, zgraditi kocko. Kmalu ugotovijo, da četverčka I ni mogoče uporabiti, čez čas pa tudi, da je v preostalih četverčkih ena kocka odveč. Ko iz četverčka kvadrat odvezemo eno enotsko kocko, je mogoče zgraditi kocko.

3.2 Cuisenairove paličice (rodke)

Cuisenairove paličice (rodke) so didaktični pripomoček, ki otrokom omogoča samostojno raziskovanje, hkrati pa jih prepriča, da matematika v vsakdanjem življenju res deluje. Bistvena značilnost rodke je, da števila predstavijo skozi dolžino in tako ponujajo drugačen pogled na njih kot diskreten material (npr. predmeti, link kocke). Rodke so zvezna ponazoritev števil. Vsaka izmed paličic z barvo oziroma dolžino ponazarja neko število. Do koncepta števila torej prihajamo s konceptom merjenja. Imenujejo se po svojem izumitelju, belgijskem učitelju Georgesu Cuisenairu, čeprav je njihovo rabo zelo razširil in izpopolnil Caleb Gattegno, profesor matematike in psihologije. Cuisenairove paličice (slika 16) sestavlja garnitura kvadrov z osnovno ploskvijo 1 cm x 1 cm in različno višino. Vsi kvadri določene višine imajo enako barvo. Tisti z višino 1 cm so beli; z višino 2 cm so rdeči; z višino 3 cm so svetlo zeleni; 4 cm so roza; 5 cm rumeni; 6 cm temno zeleni; 7 cm črni; 8 cm rjavi; 9 cm modri in tisti z višino 10 cm so oranžni. Uporabljamo jih lahko že zelo zgodaj. Kasneje lahko vsakemu kvadru/paličici pripišemo numerično vrednost. Rodke so za izgradnjo konceptov operacij primernejše kot link kocke, ker onemogočajo primarno strategijo štetja in otroka vzpodbujajo, da razmišlja o konceptih, vezanih na elementarne operacije. Pripomoček in tudi aktivnosti, povezane z njim, so v slovenski strokovni periodiki že opisane, preverjene so bile tudi v praksi (Lipovec & Antolin Drešar, 2014).

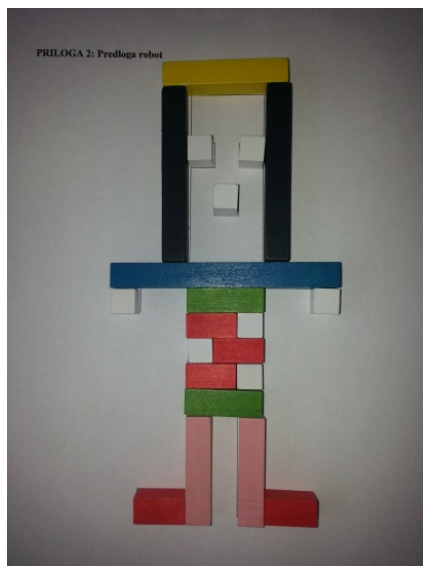
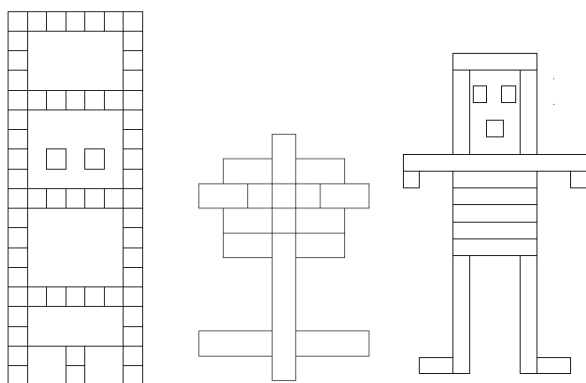


Slika 16: Cuisenairove paličice.

Čeprav so Cuisenairove paličice enostavne, so kot didaktični pripomoček zelo uporabne. Podobne so pripomočkom, ki jih je razvila Maria Montessori. Vendar gre le za podobnost po zunanjem videzu. Najbolj podobna materiala montessori sta »rdeče paličice« in »barvni biseri«. Rdeče paličice ne ponujajo barvne opore, barvni biseri pa predstavljajo števila na diskreten način, saj lahko bisere prištejemo. Več aktivnosti najdemo v Šepul (2009).

AKTIVNOST 15: GRADITI S POMOČJO RISBE

Manjšim otrokom damo na centimetrski papir narisane risbe rože, robota, hiše ... (slika 17). Rečemo, naj na risbe polagajo Cuisenairove paličice tako, da bodo nastali pisani predmeti. Vsak otrok potrebuje svoj list. Na predlogo polagajo ustrezajoče paličice. Ugotavljamo, ali se risbe posameznih otrok razlikujejo. Nato otroke spodbudimo, naj pobarvajo vsak svoj izdelek, in primerjamo rešitve.



Slika 17: Robot.

AKTIVNOST 16: SESTAVIMO STOPNIŠČE

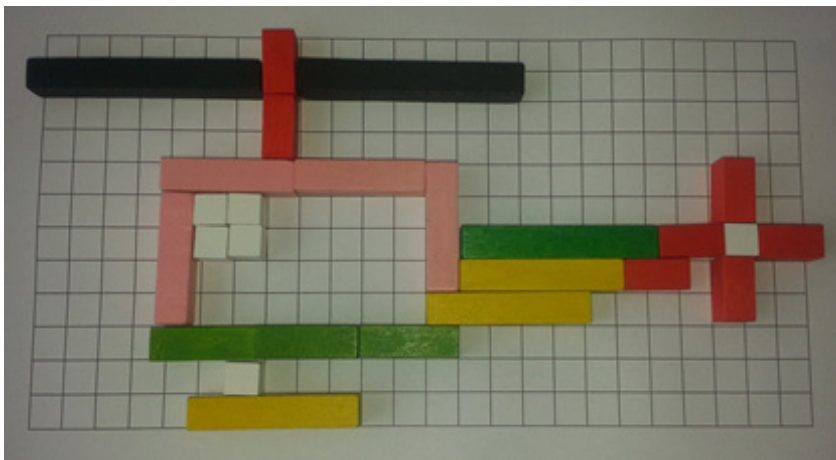
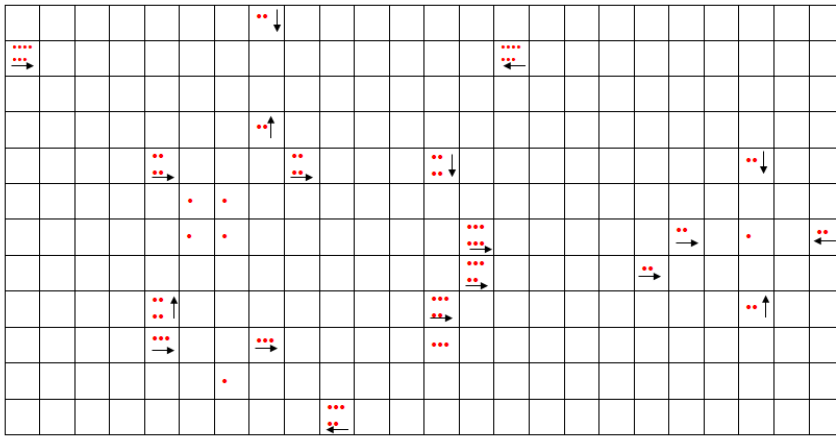
Zidarji so zgradili novo zgradbo (vrtec, šolo, blok), a manjka še stopnišče. Kako bi jim lahko pomagali? Otroci vzamejo deset paličic, vsako svoje barve. S poskušanjem in primerjanjem dolžin palic sestavijo stopnišče (slika 18). Vsako paličico lahko uporabijo samo enkrat. Naloga je težja, če otrokom določimo, s katero paličico naj pričnejo graditi. Med delom in po njegovem koncu jim lahko zastavimo naslednja vprašanja: Kakšne barve so stopnice? Koliko stopnic mora prehoditi Tine, da pride v hišo? Kakšne barve je zadnja stopnica, prva stopnica ...?



Slika 18: Stopnišče.

AKTIVNOST 17: KAJ BO NASTALO?

Na karo papir s približnimi dimenzijami 25 cm x 15 cm položimo Cuisenairove paličice tako, da nastane neka smiselna oblika. Paličico eno po eno odvezemamo in beležimo njeno dolžino in smer, v katero je bila položena. Tako nastane predloga, ki jo damo otrokom. Otrok številu pik (ali simbolnemu zapisu, če ga že pozna) prireja paličice. Upoštevati mora tudi smer polaganja. Če položi pravilno, nastane figura.

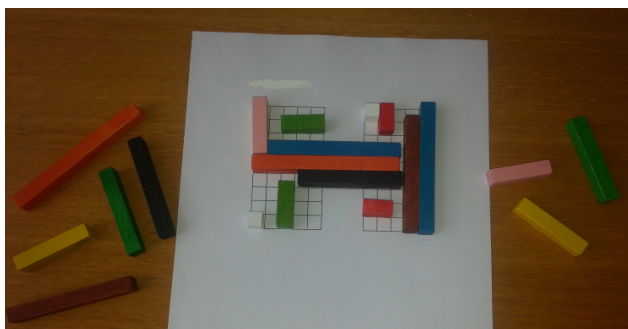
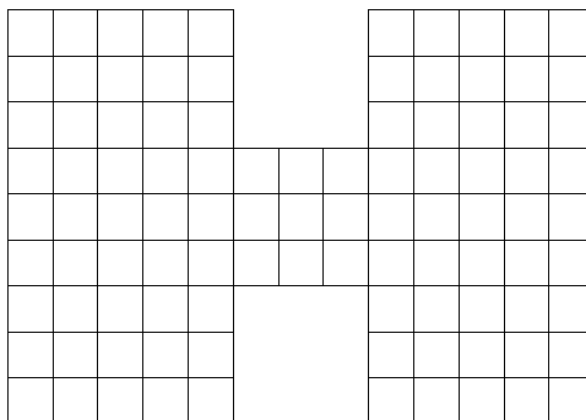


Slika 19: Helikopter.

AKTIVNOST 18: TLAČENJE

Vsak igralec dobi deset Cuisenairovih palčk (eno vsake barve). Igralca izmenično polagata paličice na igralno polje tlačenja (slika 20).

Paličice polagata poljubno, vendar mora položena paličica v celoti ležati znotraj polja tlačenja. Ni pravila, s katero paličico moramo začeti oziroma končati. Cilj igre je biti igralec, ki bo zadnji položil rodko na igralno polje, zato je strategija polaganja pomembna. Otroci kmalu ugotovijo, da je potrebno najprej polagati najdaljše paličice. Ker je polje visoko samo devet enot, lahko oranžno rodko položijo le vodoravno, kar seveda vpliva na nadaljnji potek igre. Pravila za zmago lahko zastavimo tudi drugače. Dogovorimo se, da na koncu igralca primerjata ali število paličic, ki ostanejo, ali pa skupno dolžino paličic, ki so ostale. V primeru s slike je izgubil levi igralec.



Slika 20: Igralna podlaga za aktivnost Tlačenje in primer zaključene igre.

3.3 Modeli teles in likov

Zbirka modelov teles, ki je primerna za predšolsko obdobje, vsebuje polne, neprozorne in razmeroma težke modele teles. Zbirka naj vključuje vsaj kroglo, kocko, kvader, tri- in štiristrane prizme in piramide, stožec ter elipsoid. Vsako izmed naštetih teles naj bo v vsaj dveh velikostih. Zbirka modelov likov, ki je primerna za predšolsko obdobje, naj vsebuje dovolj trdne, a še vedno dovolj tanke modele likov. Podobno kot pri telesih mora biti zbirka dovolj velika, da omogoča smiselne klasifikacijske in seriacijske aktivnosti. Zbirka naj vsebuje vsaj po dve obliki s samimi krivimi robovi, po dve z enim ravnim in ostalimi krivimi robovi, po šest različnih trikotnikov, štirikotnikov, petkotnikov in šestkotnikov. V zbirki ne smejo manjkati vdrti (konkavni) liki.

3.4 Ploščice za vzorčke

Ploščice za vzorčke omogočajo otrokom dekompozicijo oblik v druge oblike in jih prvič seznanjajo s tlakovanji (slika 21). Standardne ploščice za vzorčke se delijo v dve skupini. Prvo skupino sestavljajo oblike, ki jih lahko zgradimo iz danega enakostraničnega trikotnika. V tej množici so torej razen enakostraničnega trikotnika (običajno zelene barve) še romb (običajno moder), trapez (običajno rdeč) in šestkotnik, ki je običajno rumen. V drugi množici sta še kvadrat, ki je običajno oranžen, in majhen romb, ki je svetlo rjave barve. Podobno kot Cuisenaireve paličice so tudi ploščice za vzorčke že našle prostor tudi v slovenskih igralnicah (Bukovec, 2013; Kmetec, 2017).



Slika 21: Ploščice za vzorčke.

Ploščice za vzorčke se sicer lahko uporabljajo kot zbirka likov, vendar liki v ta namen niso dovolj raznoliki (Kmetec, 2017). Njihov osnovni namen je graditev vzorcev (linearnih in ravninskih) in začetno seznanjanje s koncepti ulomkov. Razmerja med ploščicami namreč omogočajo spoznavanje polovice (trapez glede na šestkotnik ali trikotnik glede na večji romb), tretjine (večji romb glede na šestkotnik ali trikotnik glede na trapez) in šestine (trikotnik glede na šestkotnik).

Ključne besede: *ponazorila, link kocke, Cuisenairove paličice (rodke), ploščice za vzorčke.*

3.5 Vprašanja za ponavljanje

1. Kateri so cilji uporabe ponazoril v igralnici? Navedite tri glavne cilje!
2. Opišite uporabo didaktičnega ponazorila Cuisenairove paličice. Narišite primere za paličice 2 (rdeča), 7 (črna) in 9 (modra) za razvoj strategij seštevanja in za razvoj strategij odštevanja.
3. Opišite uporabo didaktičnega ponazorila »Link kocke« za izgradnjo konceptualnega sistema za reprezentacijo številskih predstav in pojmov.
4. Katere so temeljne značilnosti zbirke modelov teles in zbirke modelov likov za predšolsko obdobje?
5. Opišite ploščice za vzorčke. Za razvoj katerega pojma sta primerna trikotnik in trapez?

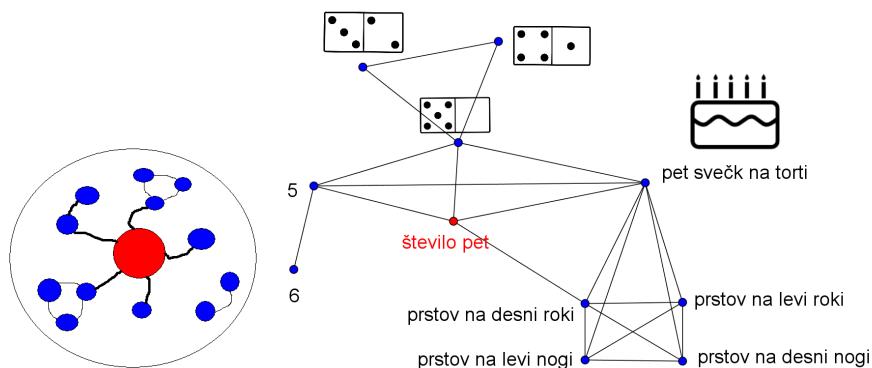
4 RAZVOJNE POSEBNOSTI PRIDOBIVANJA MATEMATIČNEGA ZNANJA

Skozi zgodovino so različni misleci različno odgovarjali na vprašanje, od kod prihaja matematično znanje. Platon je menil, da je matematično znanje prirojeno. Montessorijeva je poudarjala pomembnost čutnega spoznavanja, Skinner je trdil, da matematično znanje lahko dosežemo z vajo. Konstruktivisti, kot npr. Piaget, menijo, da matematično znanje lahko le samostojno konstruiramo, socialni konstruktivisti, kot npr. Vygotskij (Vygotskij, 1993), pa poudarjajo pomembnost sodelovalnega učenja.

Skupno razširjen in sprejet cilj med učitelji matematike dandanes je, da naj bi učenci matematiko razumeli. Najširše sprejeta teorija, poznana kot konstruktivizem, predlaga, naj bodo otroci aktivni udeleženci v razvoju osebnega razumevanja. Konstruktivistična paradigma je trdno zakoreninjena in povezana s kognitivno psihologijo. Konstruktivizem zavrača idejo, da so otroci nepopisan list in le absorbirajo ideje, ki jim jih predstavljajo učitelji. Nasprotno, otroci so kreatorji svojega znanja.

Splošna dogma konstruktivizma je naslednje: Otroci sami konstruirajo svoje znanje. Pojmi se organizirajo v t. i. kognitivne sheme, ki predstavljajo »zemljevide razmišljanja«. Kognitivno shemo sestavljajo vozlišča (pojmi) in povezave (odnosi) med njimi. Slika 22 predstavlja že obstoječe ideje - modre pike. Črte, ki

povezujejo ideje, predstavljajo logične povezave oz. odnose, ki so se razvili med temi idejami. Rdeča pika je vzhajajoča ideja, tista, ki se konstruira. Vse obstoječe ideje (pike), ki so uporabljene v konstruiranju, bodo avtomatsko povezane z novo idejo, ker so to tiste ideje, ki so ji dale pomen. Če potencialno relevantna ideja, ki bi dodala boljši pomen novi ideji, ni prisotna v učencem mišljenju ali le-ta ni aktivno vključen, potem ta potencialna povezava z novo idejo ne bo uspela. Očitno je, da se bodo učenci razlikovali med seboj v številu povezav med novo in obstoječimi idejami. Različni učenci bodo uporabili različne ideje, da bodo dali pomen isti novi ideji. Pomembno je, da bo konstrukcija ideje skoraj zagotovo različna pri vsakem učencu, znotraj enakega okolja oz. učilnice.



Slika 22: Kognitivna shema – splošno in hipotetična kognitivna shema števila pet pri mlajšem otroku.

Pojmi in odnosi med njimi oblikujejo shemo. Leta 1976 je Richard Skemp razvil pojma instrumentalno in relacijsko razumevanje (Skemp, 1976) in takrat prvič z vidika matematike spregovoril o kognitivnih shemah in pomembnosti odnosov v njih. Instrumentalno razumevanje nam omogoči speljati neki postopek in je povezano s proceduralnim tipom znanja, relacijsko razumevanje pa pojme povezuje med seboj in je povezano s konceptualnim tipom znanja. Oba tipa razumevanja sta pomembna in pri otroku ju je treba enakomerno razvijati.

Razumevanje je mera za kvaliteto in kvantiteto povezav, ki jih ima ideja z že obstoječimi idejami. Večje, kot je število povezav, boljše je razumevanje. Razumevanje otroka, katerega hipotetično kognitivno shemo predstavlja slika 22, bo boljše, ko bo simbol 5 povezal tudi z dominama, ki predstavljata postavitvi 3-2 in 4-1 in ne samo z domino s postavitvijo 5-0.

Matematičnih idej učitelj ne more predati pasivnemu učencu. Otroci morajo biti miselno aktivni, da je učenje učinkovito. Konstruiranje znanja zahteva reflektivno misel, aktivno mišljenje o ideji. Reflektivna misel pomeni, da že obstoječe ideje »preberemo skozi rešeto«, da tako najdemo ideje, ki so najkoristnejše pri ugotavljanju pomena nove ideje. Kognitivne sheme so produkt konstruiranja znanja in orodje, s katerim je lahko konstruirano dodatno novo znanje. Konstruiranje znanja je na učenčevi strani aktivna dejavnost, v katero je vloženo veliko truda.

Miselne strukture se prilagajajo okolju (izkušnjam otroka) skozi različne procese (npr. Piagetova asimilacija in akomodacija). Pojmi v matematiki so abstraktne ideje, ki pa za otroka zaživijo s pomočjo reprezentacij. Pri učenju se kognitivne mreže obnavljajo, dopolnjujejo in so modificirane. Ko imamo aktivno, reflektivno misel, se sheme konstantno spreminjajo in so modificirane ali spremenjene tako, da ideje čim bolj sovpadajo s tem, kar je že znano.

Za matematiko so najpomembnejši izsledki treh konstruktivistov: Jeana Piageta (1896-1980), Jeroma Brunerja (1915-2016) in Leva Vygotskijega (1896-1934). V nadaljevanju povzemamo najpomembnejša spoznanja.

4.1 Piagetov pogled na pridobivanje matematičnega znanja

Piaget je razvil teorijo, s katero je skušal pojasniti otrokov razvoj mišljenja in razumevanja od rojstva dalje. Splošno načelo konstruktivizma temelji na Piagetovem procesu asimilacije in akomodacije. Asimilacija pomeni uporabo obstoječih shem pri pripisovanju novega pomena. Akomodacija pa je proces spremembe obstoječih poti in pogledov na ideje, ki so kontradiktorne in ne ustrezajo obstoječim shemam.

Piaget je domneval, da znanja o svetu odkrivamo ob aktivnostih z objekti. Socialnih znanj se učimo ob interakciji z ljudmi in logično-matematična znanja iznajdemo ob aktivnostih z objekti. Vse tri oblike znanja predpostavijo aktivno vlogo učenca, a samo logično-matematično znanje nujno zahteva raziskovalni pristop, kajti ta znanja, tako kot znanstveniki, iznajdemo, četudi štejemo šele štiri leta.

Na osnovi kliničnih poskusov je Piaget predpostavljal, kako otroci prehajajo med različnimi obdobji. Dodati je potrebno, da se njegove razvojne stopnje nanašajo

na kvalitativno različne prevladujoče načine mišljenja in da so mnogi kasneje dvomili o učinkovitosti metodologije, ki jo je uporabljal. Obdobja po Piagetu v luči matematičnega znanja lahko opredelimo kot:

Senzomotorično obdobje, znotraj katerega otrok z besedami logične misli ne zna izraziti in se otrokova inteligenca izraža predvsem preko senzomotoričnega aparata brez uporabe simbolov. Po Piagetu ta stopnja traja od rojstva do približno leta in pol starosti. V tem obdobju se otrok prične zavedati samega sebe in svojega telesa ter spozna, da je ločen od okolice. Otroci v tej prvi fazi so raziskovalci, ki potrebujejo številne priložnosti, da uporabijo svoje čute in motorične sposobnosti pri učenju osnovnih spretnosti in konceptov. Do konca senzomotorične faze otrok že razume koncept stalnosti predmetov (tj. da predmeti obstajajo tudi, ko so izven njegovega vidnega zaznavanja). Prav tako otroci razvijajo sposobnost prepoznavanja predmetov na podlagi različnih značilnosti posameznega med njimi.

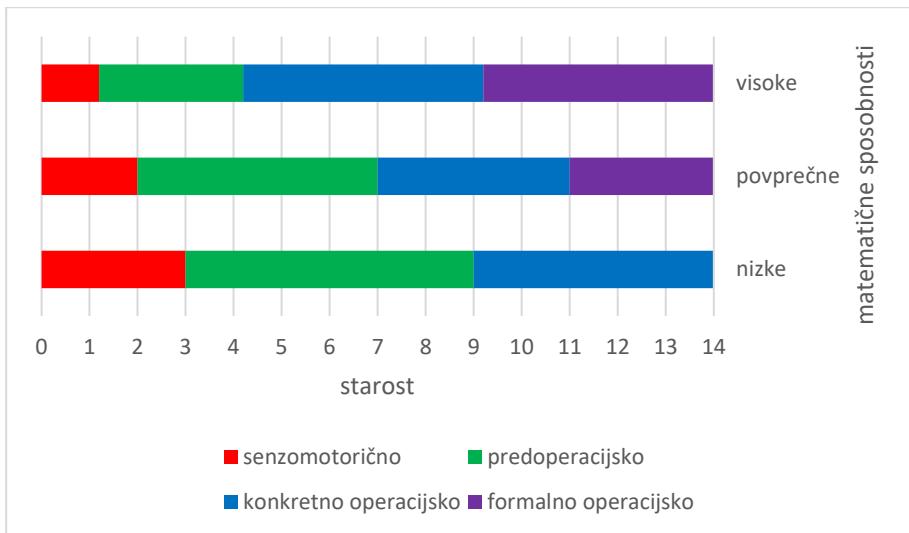
Predoperacijsko obdobje, ko otrok uporablja miselne reprezentacije objektov, inteligenco izraža preko uporabe simbolov, a operacije lahko izvaja le nad fizičnimi objekti. Razmišlja še vedno na nelogičen, ireverzibilen način. Po Piagetu ta stopnja traja od 18. meseca do 7. leta. Označuje prelom v mišljenju na področju predstav, simbolov in pojmov. To stopnjo je Piaget opredelil z vidika pomanjkanja sposobnosti, ki se pojavijo v naslednji razvojni fazi. Otroci namreč že začno razvijati pojme, ki pa so še pomanjkljivi. V tem obdobju otroci osvajajo pojma seriacije in klasifikacije. V začetnem delu predoperacijske stopnje je razvoj jezika v hitrem porastu. Govor se vse bolj uporablja pri izražanju konceptualnega znanja.

Konkretno operacijsko obdobje, ko otrok že lahko izvaja miselne operacije nad reprezentacijami konkretnih objektov. Fazo karakterizira razvoj konzervacij (števíla, dolžine, mase, prostornine, teže ...). V tem času se razvija operacionalno razmišljanje (miselna dejavnost, ki je reverzibilna). Po Piagetu ta stopnja traja od 7. do 11. leta. Otrok je zdaj že sposoben logičnega mišljenja v odnosu do fizičnih predmetov, a mišljenje je omejeno na konkretne stvari. Osvoji nove miselne sposobnosti, kot sta reverzibilnost in konzervacija.

Formalno operacijsko obdobje, ko lahko otrok izvaja miselne operacije le nad abstraktnimi pojmi in uporablja simbole, povezane z abstraktnimi koncepti. Po

Piagetu ta stopnja traja od 11. leta dalje (v odraslost). Opredeljena je z obvladanjem popolnega logičnega mišljenja. To obdobje namreč pomeni sposobnost mišljenja izven konkretne stvarnosti (v odsotnosti predmetov). Otrok (najstnik) se začne zavedati svojega lastnega miselnega procesa in je sposoben razmišljati o njem, kakor tudi o odnosih med odnosi in o drugih abstraktnih stvareh, npr. o razmerjih, kar se odraža npr. v razumevanju simbolične abstrakcije v algebri. Te stopnje nekateri ne dosežejo nikoli.

Za predšolsko obdobje sta najznačilnejši prvi dve obdobji, pri čemer pa otroci z višjimi sposobnostmi lahko prehajajo že v tretje obdobje, kar nam prikazuje slika 23.



Slika 23: Piagetova obdobja.

Konzervacija je sposobnost ohranjanja količine, ki se pojavlja v različnih oblikah. Ker se najprej razvije konzervacija števila, lahko prehajanje otrok v tretje obdobje poskušamo določiti na osnovi klasičnega konzervacijskega poskusa, v katerem primerjamo kardinalnost dveh nizov s po osmimi žetoni, pri čemer so v enem izmed nizov žetoni bolj razmaknjeni kot v drugem.

Oglejmo si še, kakšni so odzivi otrok na temeljne matematične koncepte seriacije in klasifikacije v različnih obdobjih po Piagetu. Na predoperacijski stopnji ima otrok še težave pri dojemljanju povezav med skupinami na različnih ravneh v klasifikacijskem sistemu. Razredna inkluzija (primerjanje množice in njene

podmnožice) še ni razvita, zato ne zna naenkrat primerjati podrazreda z razredom in se lahko osredotoči le na posamezne skupine. Otrok zato razvojno npr. ni sposoben dojeti kvadrata kot posebnega primera pravokotnika. Zanj gre za dva različna lika. V fazi konkretnih operacij otroci sicer gradijo hierarhijo in razumejo razredno inkluzijo, a le v prisotnosti konkretnih predmetov. Na vprašanja, vezana na podmnožice, kot npr. "Iz česa lahko naredimo večji šopek, iz vseh rož ali iz vseh marjetic?" brez prisotnosti konkretnih objektov učenci težko odgovarjajo še vse do drugega triletja osnovne šole. Na osnovi Piagetovih poskusov se zdi, da na predoperacijski stopnji otrok primerja le pare, kar pomeni, da je seriacija močno omejena.

Piagetovi preizkusi konzervacije, razredne inkluzije in seriacije so v sedemdesetih letih izzvali številne kritike, predvsem z vidika razumevanja pojma števila. Tako Švicarju npr. očitajo, da konzervacija števila in razredna inkluzija nista relevantni za razumevanje težav, ki jih imajo otroci s šolsko matematiko. Piagetove naloge namreč po mnenju kritikov otroku ne dajo dovolj jasno vedeti, kaj naj naredi. Celo nasprotno od tega – otroka na neki način zavajajo. Za slabše rezultate je torej kriv verbalni nesporazum med izpraševalcem in otrokom. Otrok si napačno razlaga nalogo in jo zato reši drugače od raziskovalčevih pričakovanj.

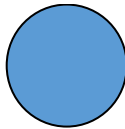

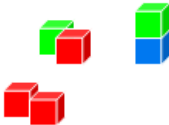
4.2 Brunerjev pogled

Za razliko od Piageta, ki je trdil, da morajo otroci zrasti in se razviti do določenih sposobnosti, da so dojemljivi za neki koncept, je Bruner (1966) trdil, da lahko kogarkoli, ne glede na starost, naučimo karkoli (seveda v smiselnih mejah), če mu vsebino predstavimo na njemu primeren način. Iz tega razmišljanja je izpeljal različne reprezentacije istega pojma. Brunerjeva kognitivna teorija predstavlja tri ravni obdelave informacij, s pomočjo katerih otrok oblikuje modele realnosti: aktivnost, sliko in jezik. Avtor skozi spiralni model razvoja (ki ga aplicira tudi na učenje) izpelje tezo, da otrok določene ideje in koncepte razume najprej na intuitivni ravni in jih šele kasneje pretvori na zahtevnejšo raven. Bruner poudarja, da na pripravljenost otroka ni potrebno čakati, ampak jo lahko spodbudimo, če le izberemo primerno reprezentacijo in s tem pospešimo otrokov razvoj.

Vemo, da matematične pojme lahko ponazarjamo na različne načine. Obstajajo mnoge različne reprezentacije matematičnih idej, kot so npr. situacije iz realnega sveta, slike, govoren jezik, ponazorila ali zapisani simboli. Bruner (1966) loči enaktivno, ikonično in simbolno reprezentacijo pojmov.

Enaktivna reprezentacija je način predstavitve preteklih dogodkov skozi ustrezne motorične odzive. Ikonična reprezentacija povzame dogodke s selektivno organizacijo slik skozi prostorske, časovne in kvalitativne strukture učenčevega zaznavnega polja, kjer slike predstavljajo čutno zaznavne dogodke na smiseln družbeno dogovorjen način. Simbolna reprezentacija predstavlja pojme skozi značilnosti, ki vključujejo abstraktnost in splošnost (Bruner, 1966). Vsaka stopnja reprezentacije temelji na prejšnji in deluje kot podpora za naslednjo. Oglejmo si to na nekaj primerih.

Tabela 1: Brunerjeve reprezentacije

	ENAKTIVNA	IKONIČNA	SIMBOLIČNA
krog	Zarisovanje kroga z vrvico in količkom.		“krog”
seštevanje	Aktivnosti združevanj ali dodajanja.		$3 + 4$
množenje	Aktivnosti tipa »prinesi po«.		$3 \cdot 2$

Oglejmo si še en primer, in sicer s področja kombinatorike. Osnovni izrek kombinatorike govori o tem, da je, če je sestavljeni izbor tak, da izbiramo najprej med m možnostmi, nato pa neodvisno od prvega izbora med n možnostmi, vseh možnosti mn . Izrek je za osnovnošolske otroke nepredstavljen, če pa ga ponazorimo na primeru oblačenja, postane takoj jasno, o čem govorimo. Deklica ima v omari tri majice in dvojce hlač, pa bi se rada oblekla, pri čemer je barvna ali druga usklajenost oblačil ne zanima. S konkretno aktivnostjo hitro ugotovimo, da se lahko obleče na šest različnih načinov.

Zavedati se je potrebno, da matematiko lahko intelektualno pošteno učimo z vsako izmed treh reprezentacij. Da pogosto nista vprašljiva učenčeva zrelost ali predznanje, ampak reprezentacija, ki ne sme biti ne prelahka in ne pretežka. Poglobljeno razumevanje dosežemo, ko lahko tekoče prehajamo med vsemi tipi reprezentacij.

4.3 Pogled Vygotskijega

Tudi Vygotskij (1993) je bil v svoji sociokulturološki teoriji razvoja mišljenja kritičen do Piagetovega pogleda, po katerem je treba čakati, da je otrok pripravljen na posamezno razvojno stopnjo in s tem razvoj prepustiti spontanosti. Vygotskij je namreč mnenja, da je za otrokov razvoj zelo pomembno tudi poučevanje, ki naj bi pospeševalo razvoj, sploh če je zastavljeno tako, da je korak pred otrokovim razvojem. Vygotskij uvaja pojma aktualni razvoj (ki pomeni že doseženo stopnjo razvoja) in potencialni razvoj (ki predstavlja najvišjo stopnjo razvoja, ki bi ga otrok v določenem trenutku lahko dosegel). Vpeljal je tudi izraz območje bližnjega razvoja. Gre za območje spoznavanja (reševanje nalog, problemov, razumevanje besedil ...), ki ga otrok z določeno stopnjo spoznavnega razvoja lahko doseže le s pomočjo odraslega, ne more pa ga doseči sam. Matematične aktivnosti v vrtcu naj bi potekale znotraj (individualno določenega) območja bližnjega razvoja otroka, ne smejo torej biti ne prelahke (znotraj aktualnega razvoja) in ne pretežke (izven potencialnega razvoja).

Učenje posameznika vedno teče v določenem socialnem okolju. V začetku življenja so za otroka pomembni njegovi starši, nato pa pomen vedno bolj pridobivajo njegovi vrstniki. Z njimi je otrok v aktivni socialni interakciji in tako pridobiva nova znanja ter si oblikuje socialne veščine, vrednote. Vygotskij posebej poudarja pomen socialnega učenja, ki poteka med kompetentnimi vrstniki ali odraslimi na eni strani in otrokom na drugi strani. Pri tem pripisuje zelo pomembno vlogo jeziku. Piaget ne bi trdil, da lahko komunikacija spremeni razvojni potek. Nasprotno, trdil bi, da je doseganje neke razvojne stopnje predpogoj za to, da se lahko oseba jasno izraža. Vygotskij pa je trdil, da lahko ima izražanje dejanski vpliv na razvoj. Tudi novejša raziskave kažejo, da sta misel in jezik soodvisna. Otrok lahko deloma usvoji koncept števila tri, še preden se nauči imena za števila.

Sodelovalno učenje matematike se pričinja že v vrtcu. To je učenje oziroma delo v majhnih skupinah, v katerih mora vsak član opraviti svoje delo. Ko to opravi, se mora prepričati, ali so tudi drugi člani skupine opravili svoje delo, in če ne, jim mora pomagati. Pri tem je zelo pomembna interakcija v skupini. Najlažje je začeti z delom v dvojicah in nato skupino širiti v trojice in nazadnje četverice. Pomembno je otrokom jasno pokazati, kaj pomeni aktivno poslušanje, pri katerem sodelujejo ne samo ušesa, ampak tudi oči, ki gledajo govornika, in roke, ki so pri miru. Izdelamo lahko aplikacije ušes, oči in rok, ki nam pomagajo pri začetnem usmerjanju pozornosti. Sodelovalno učenje vključuje tudi spodbujanje prijaznega pogovora, kot je npr. Ali si lahko izposodim tvojo voščenko? ali Končal sem, ali potrebuješ pomoč?

4.4 Matematične sposobnosti otrok

Nekatere komponente matematične sposobnosti so: dobra prostorska predstavljalnost, sposobnost abstrakcije, sposobnost posploševanja, sposobnost analiziranja, kritičnost ... Za strategije reševanja nalog pri matematično sposobnejših otrocih je tipična dejavnostna orientiranost. Tudi pri splošno zastavljenih problemih postopek posploševanja temelji na konkretnih (ali zamišljenih) dejavnostih. Splošna struktura naloge ni preprosto odčitana, ampak je konstruirana skozi dano situacijo smiselne (oz. možne) dejavnosti (konkretne ali zamišljene). Naštajmo nekaj lastnosti matematično obetavnih otrok: nenavadna domišljija, natančnost opazovanja, dober spomin, smisel za humor, odmikanje v samostojno igro, rad rešuje uganke in probleme, sprejema predvsem logične razlage, svoje delo zna razporediti, išče vzorce nalog in problemov se loteva po korakih.

V nadaljevanju bomo spregovorili nekaj besed o specifični motnji v povezavi z matematičnimi sposobnostmi otrok.

Diskalkulija je specifična motnja, ki nastopi pri učenju matematičnih konceptov in je povezana z disfunkcijo centralnega živčnega sistema. Motnja ne zamre brez pomoči. Kaže, da ima 6-7 % populacije specifične učne težave na področju aritmetike (Kavkler, 1993). Otroka z diskalkulijo lahko prepoznamo po naslednjih značilnostih: slabše obvlada prirejanje, klasifikacijo in seriacijo; slabše so tudi prostorske predstave in odnosi: spodaj/zgoraj; levo/desno; blizu/daleč. Tak otrok običajno samostojno ne izbira konstruktorskih igrač, občutek za sliko telesa zaostaja (glavonožci). Slabše razvite ima vizualno-motorične in vizualno-

percepcijske sposobnosti, kot npr. štetje z dotikanjem. Ti otroci težje vidijo skupine objektov. Če skupini dveh in treh elementov združimo, otroci s težavami vedno pričenjajo s štetjem od prvega objekta. Težje dojamejo geometrijske oblike, kvadrat vidijo npr. kot štiri nepovezane črte, kar pomeni, da tudi težje dojamejo simbolne zapise števil. Otroci s težavami včasih povedo, da sta »1 in 4 enaki«, saj »vidijo« le ravno črto. Težavam se večkrat pridružijo še težave s koncepti smeri in časa in slabše sposobnosti memoriranja (težje si npr. zapomnijo vrstni red imen števil). Za delo z otroki s težavami je potrebna timska obravnava, ki razen vzgojitelja ali vzgojiteljice vključuje tudi posebej usposobljene strokovne delavce.

4.5 Razvojno utemeljena priporočila po starostnih mejnikih

V tem razdelku bomo poskušali podati nekatera priporočila za matematične aktivnosti glede na starost otrok. Priporočila so nastala na podlagi pregledanih raziskav in osebnih izkušenj ob delu z otroki. Posebej bi radi poudarili, da je vsak otrok drugačen in da je podajanje priporočil glede na starost nevhvaležno delo. Vzgojitelj_ica otroke najbolje pozna in bo najbolje znal_a oceniti, katere aktivnosti so primerne za katerega otroka.

V prvem letu sta zelo pomembna toplina in prijetno okolje, v katerem se lahko igramo igre razvrščanja, pojemo pesmi ali se igramo igre z deli telesa. Posebej pomembna je glasba.

V drugem letu svojega življenja otrok opazuje razvrščanje po velikosti, grajenje in vstavljanje. Pridruži se pri petju in prireja ob vodstvu. Zelo privlačne so igre z vodo ali igre vlog. Otrokom omogočimo opazovanje vzorcev v tkaninah, pletenju ipd. V tem obdobju otrok med dvema skupinama elementov že določi tisto z manj elementi, če je razlika v številu elementov velika (npr. skupina dveh in skupina petih bonbonov).

Ko dopolnijo dve leti, naj se otroci pričnejo seznanjati s pojmom polno in prazno. Skozi izštevanke konkretno uporabljajo števili dve in tri. V tem številskem obsegu naj tudi prireajo, pri čemer je posebna pozornost namenjena tvorjenju parov. Od otrok počasi pričakujemo, da pri aktivnostih prevzemajo pobudo. Postavljamo jim več zahtev, npr. Prinesi mi dva lončka, in dajemo kompleksnejša navodila, npr. Hodili bomo v parih. To je obdobje, ko pričnemo voditi Matematični dnevnik otroka, da lahko opazujemo individualni napredek in

mu zastavljamo predznanju primerne naloge. Otrok pozna že tudi nekaj besed za števila (običajno ena in dve), števili ena in dve zna predstaviti s prsti. Poskuša šteti z imeni za števila, čeprav imena še niso v pravem vrstnem redu (npr. ena, tri, sedem).

Ko dopolnijo tri leta, se mnogi otroci pričnejo obnašati ciljno in sistematično. V konkretnih položajih učinkovito uporabljajo pojma števila tri in štiri. V tem obdobju se pričanja hitro razvijati razumevanje količine in uporaba matematičnega jezika postane smiselna. Odrasla oseba prične pogosteje postavljati vprašanja z numeričnimi odgovori (koliko?). Otrok običajno ve, da ko od dveh bonbonov odvzamemo enega, eden ostane, in da ko enemu bonbonu dodamo dva, imamo tri bonbone. Lahko se nauči recitirati števila do deset. Večina otrok zna razdeliti do osem igrač med dva otroka po načelu enega meni, enega tebi. Napovedati znajo, da bo kup peska videti večji, če bomo nekaj peska dodali.

V petem letu so otroci pripravljani sprejeti in razumeti ikonične zapise števil na npr. dominah, pri čemer je številski obseg do deset. Pri štetju predmetov vedo, da zadnja izgovorjena beseda pove, koliko predmetov je v skupini. Znajo šteti nazaj od pet. Na konkretni ravni znajo rešiti probleme tipa $1+2$ in $3-2$ ter pravično razdeliti do deset igrač med do pet otrok. Prepoznajo simbol za enomestno število in števila do pet predstavijo s prstki.

Petletni otroci v obsegu do deset razlikujejo kardinalni (koliko) in ordinalni (kateri po vrsti) pomen števila. Z uporabo konkretnega materiala rešujejo probleme seštevanja in odštevanja do pet. Sposobni so šteti s korakom deset (deset, dvajset, trideset ...) in pisati enomestne številke. Pripravljani so na prve ocenitvene dejavnosti in samostojno ustvarjanje zbirk, razvrščenih po enem kriteriju.

Šestletnik običajno ve, katero število sledi številu devet (ali manj), zna šteti nazaj od 20, predstavljati števila do deset s prsti ter subitizirati števila do deset. Uporablja podvojevanje do deset (ena in ena je dve, dve in dve je štiri, tri in tri je šest, štiri in štiri je osem, pet in pet je deset) in razume, da je skupina z osemnajstimi kockami lahko razdeljena na skupino z desetimi kockami in skupino z osmimi kockami. Z dogovorjenimi simboli zapisuje dvomestna števila (nekateri vse do 30). Večina jih prepoznava dele celote (polovica, četrtina,

tretjina). Zbirke zna otrok urejati tudi po dveh kriterijih, če sta kriterija preprosta. Primerjati zna dolžino dveh predmetov z uporabo vrvice.

Ključne besede: *kognitivna shema, razumevanje, instrumentalno razumevanje, relacijsko razumevanje, asimilacija, akomodacija, senzomotorično obdobje, predoperacijsko obdobje, konkretno operacijsko obdobje, formalno operacijsko obdobje, konzervacija, enaktivna reprezentacija, ikonična reprezentacija, simbolna reprezentacija, območje bližnjega razvoja, diskalkulija.*

4.6 Vprašanja za ponavljanje

1. Konstruirajte možno kognitivno shemo pojma število štiri pri petletniku.
2. Opišite reprezentacije (enaktivno, ikonično in simbolno) navedenih pojmov: število pet, za ena več, kocka, množenje, trikotnik, vzorec, dve in pet je sedem, črta, pravično delimo osem bonbonov med štiri otroke.
3. Opišite, kaj je konzervacija, ter navedite in opišite eno matematično aktivnost, ki preverja sposobnost konzervacije.
4. Dopišite obdobja po Piagetu, npr. SM (senzomotorično obdobje), PO (predoperacijsko obdobje), KO (konkretno- operacijsko obdobje) ali FO (formalno operacijsko) obdobje.
 - Otrokova inteligenca se izraža brez uporabe simbolov.
 - Otrok uporablja miselne reprezentacije objektov, operacije lahko izvaja le nad fizičnimi objekti.
 - Otrok z besedami logične misli ne zna izraziti.
 - Fazo karakterizira sedem tipov konzervacije.
 - Otrok lahko izvaja miselne operacije nad reprezentacijami konkretnih objektov.
 - Inteligenco izraža preko uporabe simbolov.
5. Opišite poskus, ki preverja konzervacijo števila.
6. K opisom zapišite ustrezne črke.
7. Označite, ali so navedene trditve pravilne.

Naloga 6

		Črka	Opis
A	Diskalkulija		Razumevanje pojmov in dejstev.
B	Razredna inkluzija		Specifična učna motnja, ki nastopi pri učenju matematičnih konceptov.
C	Predoperacijsko obdobje		Nastajajo skozi opazovanje strukture različnih pojavov in dejavnosti skozi proces relacijske abstrakcije in posploševanja bistvenega odnosa.
D	Konceptualno znanje		Poznavanje in obvladovanje algoritmov in procedur, tj. metod oz. postopkov.
E	Konkretno operacijsko obdobje		Otrokova inteligenca se izraža predvsem preko senzomotoričnega aparata.
F	Proceduralno znanje		Nastajajo ob opazovanju objektov in posploševanja čutno zaznavnih skupnih značilnosti.
G	Klasifikacija		Razvrščanje na osnovi podobnosti.
H	Enaktivna reprezentacija		Otrok uporablja miselne reprezentacije objektov, vendar operacije lahko izvaja le nad fizičnimi objekti.
I	Teoretični pojmi		Omogoča povzemanje dogodkov s selektivno organizacijo in naknadno transformacijo dražljajev/podob.
J	Empirični pojmi		Reprezentacija pretekelega dogodka z namišljenimi ali dejanskimi motoričnimi odzivi.
K	Senzomotorično obdobje		Otrok lahko izvaja miselne operacije nad reprezentacijami konkretnih objektov.
L	Ikonična reprezentacija		Urejanje oziroma odnosi vrstnega reda.
M	Formalno operacijsko obdobje		Otrok lahko izvaja miselne operacije le nad abstraktnimi pojmi.
N	Seriacija		Nesposobnost primerjanja podmnožice z univerzalno množico.

Naloga 7

Otrok naj igra le tiste računalniške igre, ki mu omogočijo spretnosti obvladovanja miške in tipkovnice.	DA	NE
V prvem starostnem obdobju otrok prerisuje polovico slike simetrično na drugo stran simetrale.	DA	NE
V 1. razredu učenec meri dolžino z nestandardnimi enotami.	DA	NE
Že v prvem starostnem obdobju otrok opazuje, kje vse se pojavljajo številke.	DA	NE
Resnično razumevanje matematičnih pojmov dosežemo šele, ko lahko tekoče prehajamo med vsemi tipi reprezentacij.	DA	NE
Otroci so sposobni prenosa strategij reševanja vsakdanjih situacij na reševanje matematičnih problemov le ob vodstvu odrasle osebe.	DA	NE
Pogoj za uspešno (na)učenje matematičnega znanja je izključno otrokova miselna zrelost.	DA	NE
Konzervacija je sposobnost ohranjanja količine, ki se pojavlja v različnih oblikah.	DA	NE
Matematiko lahko učimo intelektualno pošteno le ob uporabi simbolne reprezentacije pojmov.	DA	NE
Euler-vennov diagram uporabimo, kadar želimo izpostaviti natanko dve pojavi obliki dane značilnosti.	DA	NE
Učenje je proces spreminjanja miselnih struktur.	DA	NE
Diskalkulija je splošna učna motnja s področja matematike.	DA	NE
Fluentnost je sposobnost nekonvencionalnega, nekonformističnega in bolj elastičnega razmišljanja.	DA	NE
Matematika je izrazito vezana na pogovor, ki je najučinkovitejši, ko je voden v večji skupini.	DA	NE
Elementom množice z urejanjem določimo mesto, ki ga opredelimo s kardinalnim številkom.	DA	NE
Matematika je za otroka naporna, zato mora ena matematična aktivnosti trajati časovno dlje kot aktivnost z naravoslovnimi vsebinami.	DA	NE
Nedokončana aktivnost lahko v otroku zbudi kognitivni konflikt, ki spodbuja novo učenje.	DA	NE

5 VLOGA IGRE PRI PREDŠOLSKI MATEMATIKI

Prednosti uporabe igre so npr. nezavednost učenja, povečevanje motivacije, primernost za otroke različnih starosti in sposobnosti, čustveni odnos otrok do igre je pozitivnejši, aktivnost otrok je pri igri večja, pri igri z lahkoto dosežemo visoko pozornost, znanje, pridobljeno z igro je trajnejše. Igre hkrati spodbujajo diskusijo in sodelovanje med otroki, pri igranju se učenci manj utrudijo, pri igri se lahko izkažejo tudi otroci, ki se sicer ne znajo izkazati, tisti iz odrinjenega socialnega okolja ali tisti, ki imajo kake druge težave. Igre lahko izhajajo iz različnih kontekstov npr. iz otroške literature (Nunčič, 2018).

Osnovni pogoj za vključevanje matematične igre je ustrezno učno okolje. V igralnici, kjer didaktična pogodba (npr. disciplina) ni jasno določena, igre ne dosegajo ciljev.

V splošnem poznamo igre vlog, konstrukcijske igre in igre s pravili. Matematične igre lahko delimo glede na kurikularna področja na igre za področje aritmetike in algebre, igre za področje geometrije in merjenja, igre za področje drugih vsebin.

V tem poglavju bomo zapisali nekaj značilnosti iger z matematičnimi cilji, ki jih bomo poimenovali matematične igre, in predstavili nekaj dodatnih iger, ki sledijo matematičnim ciljem.

5.1 Matematične igre

Matematična igra je aktivnost, za katero velja, da vsebuje bodisi izziv v obliki naloge ali izziv za nasprotnika bodisi skupno nalogo, s katero se spoprime posameznik v sodelovanju z ostalimi. Je jasno strukturirana z množico pravil, ima jasno določen konec in jasno določene matematične kognitivne cilje. Matematična igra običajno vključuje dva ali več igralcev, ki se v potezah izmenjujejo ter tekmujejo med seboj. Poteze vsebujejo odločitve, ki vplivajo na končno zmago. Matematična igra je strateška abstraktna igra.

Znano je, da strateške igre pozitivno vplivajo na kognitivni razvoj otrok, natančneje, razvijajo njihovo metakognicijo. Uspešnost uporabe matematičnih iger temelji na dejstvu, da je otrokovo zanimanje, njegov umski napor, usmerjen v igro, ne pa na samo nalogo, ki jo je potrebno rešiti, ali na vsebino, ki si jo mora otrok zapomniti. K razmišljanju, pozornosti in namerni zapomnitvi otroka ne prisili zavest, da se mora nečesa naučiti, temveč privlačna oblika, ki smo jo dali igri (Oldfield, 1991).

Primerov iger z matematičnimi cilji je mnogo, izpostavimo le nekatere lastnosti dobre matematične igre (Elias, Garfield, & Gutschera, 2012):

- z njo moramo doseči zadane cilje,
- biti mora mikavna in napeta (vzbuditi mora zanimanje pri otrocih),
- pedagoški prijemi morajo biti otrokom skriti,
- vsebinsko mora biti ustrezna,
- vsebuje naj nagrade in kazni (to povečuje mikavnost igre),
- pravila morajo biti jasna in preprosta,
- število igralcev v skupini naj ne bo preveliko (nevarnost predolgega čakanja - dolgočasje),
- naloge morajo biti ustrezno zahtevne,
- zmage naj ne določa le znanje, ampak hkrati srečna naključje (možnost uspeha tudi za matematično manj uspešne otroke),
- igra mora biti preizkušena (prepričati se moramo o vzgojno-izobraževalnem učinku).

Nevarnosti pri vključevanju iger pa so naslednje:

- Nejasnost ciljev. Iger ne igramo zato, da bi bilo učencem prijetno, ampak zato, da se skozi igranje naučijo.
- Neustrezna lahkost. Težavnost igre mora biti prilagojena skupini otrok, ki ji je igra namenjena glede na njihove sposobnosti in predznanje, in namenu, ki ga želimo z igro doseči.
- Nejasna navodila povzročajo med otroci nemir in nezbranost.
- Neestetsko oblikovana igra otroke odbija.
- Prevelika vloga naključij v igri lahko povzroči element ugibanja.

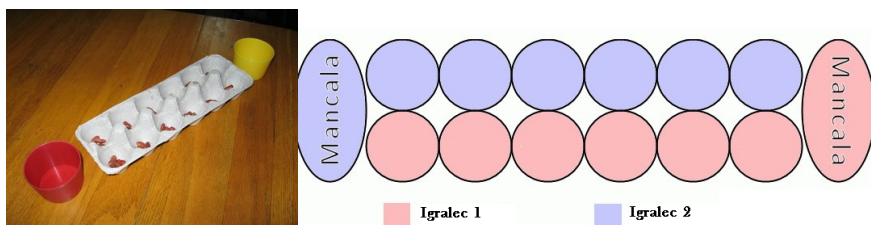
Vse te dejavnike moramo kot učitelji zelo resno upoštevati pri sestavljanju igre.

5.2 Igra kalah

Beseda kalah izhaja iz arabske besede naqala, ki pomeni “premakniti”. Možno je, da je Kalah najstarejša družabna igra na svetu. Kamnite igralne plošče za kalah so bile najdene v Egiptu in izvirajo vsaj iz ok. 1400 pr. n. št. Zlahka jo igramo s poljubnimi materiali, ki jih v tistem trenutku najdemo v okolici. V Afriki jo pogosto igrajo s kamenčki, pri čemer luknjice izkopljejo v zemljo; igra se tudi s školjkami in luknjicami, vkopanimi v pesek, ali pa na posebnih lesenih ploščah z izdelanimi luknjicami, v katere polagamo semena. Gre za matematično igro; kompleksnejše verzije imajo globlje cilje kot šah, čeprav je izvor igre navidezno preprost.

Igro lahko igra poljubno število igralcev, če ustrezno priredimo igralno ploščo. V nadaljevanju se bomo osredotočili na igro za dva igralca, ker je zanjo igralno ploščo najlažje improvizirati. Čeprav kalah običajno igramo z 12 luknjicami, je prav tako učinkovita z desetimi ali osmimi luknjicami, kar nam omogoča večjo izbiro pripomočkov (slika 24). Zelo uporabne so škatle za jajca. Kot semena so priročni kamenčki, uporabimo lahko tudi kocke. Paziti je potrebno, da semena niso premajhna. Luknjice v škatli za jajca namreč niso lepo zaobljene in je zato jemanje semen iz njih za mlajše otroke lahko oteženo.

Že pred prvim srečanjem z igro otroci zbirajo potrebni material (škafce za jajca; kamenčki). Otrokom igro najprej predstavimo. Povemo lahko, da gre za zelo staro igro, da so pravila preprosta, da jo lahko igrajo tudi zelo majhni otroci, da jo bodo morda radi igrali tudi starši.



Slika 24: Igralna plošča za kalah za dva igralca

Najprej igralci položijo določeno število semen v posebej temu namenjene luknjice. Cilj igre je odstraniti vsa semena iz luknjic s sejanjem (polaganje enega po enega semena v zaporedne luknjice v določeni smeri, npr. v nasprotni smeri urinega kazalca). Ob straneh igralne plošče so luknjice-hišice (imenovane tudi mancala ali kalahe), ki seme "ujamejo". Igralca se odločita, katera hišica pripada kateremu igralcu. Igralna plošča se razdeli na dva dela - luknjice, ki so pred igralcem, so njegove. Prav tako igralca določita, čigava je katera kalaha/mancala in v kakšni orientaciji bosta igrala. Zaradi lažje razlage se bomo dogovorili za prikazano delitev in orientacijo v nasprotni smeri urinega kazalca.

Sejanje poteka tudi na nasprotnikovo stran. Prvi igralec najprej izbere poljubno luknjico na svoji strani. Iz nje pobere vsa semena, ki so v dani fazi igre v luknjici. Semena nato seje enega po enega v luknjice in svojo mancalo v nasprotni smeri urinega kazalca. Igralec zaseje seme v svojo hišico/mancalo, toda ne v nasprotnikovo. Igralec 1 torej semen ne seje v modro obarvano polje z napisom mancala (slika 24). Igra sledi trem pravilom:

Pravilo 1: Semena, ki so v hišici/mancali, so »ujeta«. Če je seme »ujeto«, ga v igro ne vključujemo več. Seme se lahko ujame v mancalo med sejanjem ali zaradi upoštevanja pravila 3.

Pravilo 2: Če zadnje seme posejemo v mancalo, imamo še eno potezo. Ko semena sejemo eno po eno, je vedno smiselno razmisliti, kam bomo posejali zadnje seme. Če nam uspe zadnje seme posejati v mancalo, dobimo za nagrado še eno potezo.

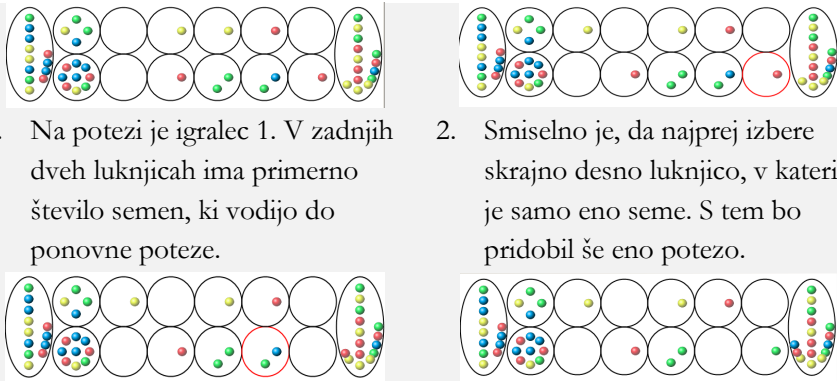
Pravilo 3: Če zadnje seme pristane v prazni luknjici na strani igralca, lahko igralec ujame to seme in vsa semena, ki ležijo v luknjici nasproti nje. To pravilo je najbolj zapleteno in v fazi uvajanja igre v predšolskem obdobju lahko igro igramo najprej le z upoštevanjem prvih dveh pravil. Ko otroci prvi dve pravili učinkovito uporabljajo, uvedemo še tretje pravilo.

Igra je končana, ko eden izmed igralcev počisti vse luknjice (poseje vsa semena). Igralec, ki na svoji strani še ima semena, ta semena ujame, tj. položi jih v svojo hišico/mancalo. Zmaga tisti, ki je ujel več semen.

Otroci bodo po nekaj igrah pričeli prihajati do prvih ugotovitev.

Ugotovitev 1. Postavitev 2–1–kalaha

Postavitev 2–1–kalaha je ena izmed prvih preprostih ugotovitev, do katerih pridejo otroci, ki so dobro seznanjeni s pravili in že razvijajo prve uspešne strategije igranja. Pojasnjuje jo slika 25.



1. Na potezi je igralec 1. V zadnjih dveh luknjicah ima primerno število semen, ki vodijo do ponovne poteze.

2. Smiselno je, da najprej izbere skrajno desno luknjico, v kateri je samo eno seme. S tem bo pridobil še eno potezo.

3. Sedaj ob novi potezi izbere še luknjico, v kateri sta dve semeni.

4. Nazadnje izbere znova skrajno desno luknjico in dobi še eno potezo. Tako dobi tri nove poteze. Če bi najprej izbral luknjico z dvema semenoma, bi dobil le eno prosto potezo.

Slika 25: Strategija 2–1–kalaha.

Kopičenje. Igralec se lahko odloči, da bo v eni izmed luknjic semena kopičil, in se izogiba igranju z njimi. Če mu to uspe do konca igre, se bodo nakopičena semena prenesla v njegovo mancalo in mu dala kar nekaj dodatnih točk.

Stradanje. Stradanje nasprotnika je strategija, kjer se igralec izogiba “pošiljanju” semen na nasprotnikovo stran. Strategija je učinkovita, dokler imamo na svoji strani dovolj semen. Ena od slabosti je v tem, da se na naši strani nakopiči mnogo semen in da se hitreje zmotimo v štetju. V strogi verziji mancale namreč veljajo podobna pravila kot pri šahu - luknjica, ki se je igralec dotakne, mora biti zaigrana. Druga težava se pojavi, če nasprotnik učinkovito uporablja strategijo kopičenja - v tem primeru se nakopičena semena na strani igralca preselijo k nasprotniku v velikem številu.

Hitenje. Strategija je nasprotna stradanju, kajti igralec želi čim prej izprazniti svojo stran. Strategija je smiselna le v kompleksnejši verziji, kjer lahko igralca začetno postavitev semen izbirata sama. To pomeni, da namesto po tri ali štiri semena v vsako luknjico lahko ustrezno število semen razporedita po želji, npr. v prvo luknjico tri, v drugo osem ...

Žrtvovanje. Igralci začetniki običajno poskušajo nasprotniku zablokirati uporabo pravila 3. Večkrat s tem, da na svoji strani namensko ne puščajo mnogo semen v eni luknjici. Spreten igralec pa zna preračunati, ali se mu za dobro potezo izplača žrtvovati in postati žrtev pravila 3.

Igra kalah je bila preizkušena tudi že v Sloveniji (Lipovec, 2011). Ko otroci igrajo tako igro, izbirajo le smiselne poteze. Smiselne za doseg zmage, seveda. Kmalu pričnejo poteze načrtovati vnaprej. Uvajanje igre v igralnico ni preprosto in traja kar nekaj časa. Pravila prikažemo ob demonstraciji, nato jih tudi zapišemo. Za začetek je morda dobro zaigrati vsaj dve demonstracijski igri. Ne pričakujmo, da bodo otroci pravila dojeli takoj, sploh pa ne zgolj po verbalni predstavitvi. Pravila se izgradijo skozi daljše igranje. Nato otroci igro preigravajo v parih.

5.3 Igra požeruh

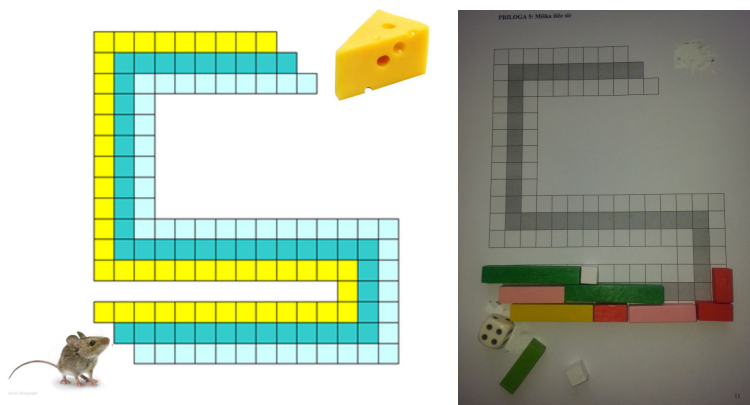
Gre za igro, ki jo igrata dva igralca. Najprej izbereta tistega, ki začne na smiseln način. Ko je igralec na potezi, lahko vzame enega ali dva predmeta, ki sta pred njim. Zmaga tisti, ki pobere zadnji bonbon.

Otroci igro najprej igrajo vodeno z odraslo osebo. Pričnemo s petimi objekti (npr. bonboni). Igro ponavljamo vse, dokler ne postane jasno, da je otrok ugotovil neizhodnost situacije "trije bonboni pred mano". Kasneje otroci igrajo v parih. Pripomočki, s katerimi igrajo, so lahko žetoni (kocke/zamaški). Na začetku naj nastavijo sedem žetonov in igro zaigrajo vsaj petkrat. Ko opazimo ključni trenutek (na mizi so ostali trije žetoni), individualno zastavljamo vprašanja, kot npr. Kaj si ugotovil? Kaj se zgodi, če vzamem en žeton? Kaj se zgodi, če vzamem dva? Torej znaš vedno zmagati, če so pred tabo trije žetoni in si na potezi?

Igro igramo zato, da otroci razvijejo zmagovalne strategije. Igranje s poskušanjem in brez razmisleka zato ni smiselno. Seveda mora odrasla oseba dobro obvladati zmagovalno strategijo, ki pravi, da je potrebno pred nasprotnikom puščati za večkratnik števila tri objektov. Tudi ta igra je že znana v slovenskih šolah, običajno v povezavi z poštevanke (Lipovec, 2016).

5.4 Igra miška išče sir

V igri lahko sodelujeta najmanj dva otroka. Ko je otrok na vrsti, meče kocko. Na pripravljena polja (slika 26) predloge položi tako dolgo Cuisenairovo paličico, kolikor je pik na kocki. Lahko položi tudi dve paličici, vendar mora biti skupna dolžina obeh enaka številu pik na kocki. Zmaga tisti, ki je prvi na cilju. Pomembno je, da ima predloga čim več »ovinkov«, kjer otroci število morajo razdružiti.

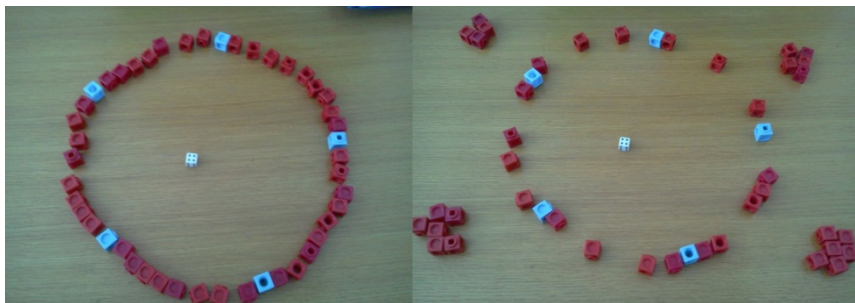


Slika 26: Miška išče sir.

Ponazorimo to na primeru, ki ga prikazuje desna situacija s slika 26. Otrok na spodnji progi je prispel do ovinka. Na kocki je vrgel štiri pike, a je imel le dve polji naravnost pred ovinkom levo. Uporabil je dve rdeči (2) rodki. Tudi otrok na srednji progi je vrgel štiri pike in bi lahko speljal ovinek z dvema rdečima rodkama. Vendar se je odločil, da bo uporabil svetlo zeleno (3) in belo (1) rodko. Otroka sta tako na konkretni ravni prikazala dve razdružitvi števila štiri, in sicer $2+2$ ter $3+1$.

5.5 Igra zamaškanje

Igramo jo v skupini treh ali štirih otrok. Potrebujemo približno 40 drobnih predmetov, ki so si podobni (npr. zamaški, link kock, storži, gumbi). Razporedimo jih enega zraven drugega v obliki krožnice. Vmes vrinemo približno pet drugačnih predmetov (npr. predmetov druge barve ali oblike), ki jih bomo imenovali vsiljivci. Otrok vrže običajno igralno kocko, glasno pove število pik, ki je padlo, in se odloči, kje bo začel šteti. Štetj lahko začne kjerkoli, razen na vsiljivcih. Z dotikanjem šteje predmete. Predmet, pri katerem se štetje ustavi, vzame in ga lahko obdrži, če se pri štetju ni dotaknil vsiljivca. Ta postopek ponavlja, dokler se v štetju ne dotakne vsiljivca. Ko se to zgodi, predmeta ne sme vzeti in na vrsti je naslednji otrok. Zmaga otrok, ki zbere največ predmetov. Po nekaj igrah otroci ugotovijo, da je potrebno štetje vedno začeti na primernem mestu čim daljšega krožnega loka, saj tako morda ne pridemo do vsiljivca. Igra spodbuja konzervacijo števila, saj se med potekom igre spreminja število predmetov v krožnih lokih. Lahko se zgodi, da imamo na isti dolžini manj ali več predmetov (slika 27).

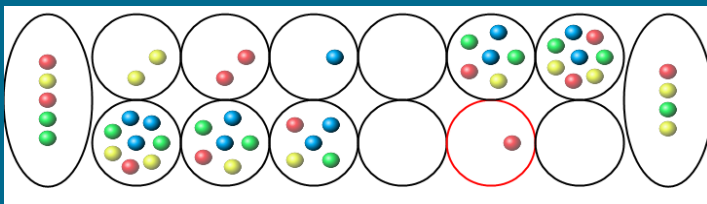


Slika 27: Zamaškanje.

Ključne besede: didaktična igra, matematična igra, kalah.

5.6 Vprašanja za ponavljanje

1. Opredelite pojem didaktična igra.
2. Izberite igro, ki dosegata matematične cilje s področja geometrije, jo opišite, zapišite cilje ter starostno obdobje, za katero je primerna.
3. Navedite primer znane igre (opredelite jo največ s petimi besedami):
 - igre vlog z matematičnimi učnimi cilji s področja merjenja,
 - igre vlog z matematičnimi učnimi cilji s področja aritmetike,
 - igre s pravili z matematičnimi učnimi cilji s področja geometrije,
 - igre s pravili z matematičnimi učnimi cilji s področja aritmetike,
 - konstruktorske igre z matematičnimi učnimi cilji s področja algebre,
 - konstruktorske igre z matematičnimi učnimi cilji s področja geometrije.
4. Kako bi nadaljevali igro kalah, če je pred vami postavitev na spodnji sliki?



5. Igrate igro požeruh, na igralnem polju je sedem predmetov, vi ste na potezi. Kaj boste storili in zakaj?

II. METODIČNI POSTOPKI

6 PREDŠTEVILSKO OBDOBJE

V poglavju bomo opisali značilnosti predštevilskega obdobja in nekatere najznačilnejše aktivnosti (npr. subitizacija), ki naj bi v tem obdobju potekale. Razvoj pojma število poteka skozi naslednja obdobja: predštevilsko obdobje, kardinalni vidik števila, ordinalni vidik števila, relativna velikost števila in nazadnje simbolni vidik. V predštevilskem obdobju rezultat štetja še ni pojem števila, ampak le odnos med množinama konkretnih skupin. Osnovni cilji predštevilskega obdobja so zato: razviti številske pojme, povezane s količino (števno množino stvari), razviti odnose med številskimi pojmi in uzavestiti situacije iz vsakodnevnega življenja. Temeljne dejavnosti so opazovanje, razvrščanje in urejanje.

6.1 Subitizacija

Dojenčki v povprečni starosti 22 tednov so zmožni razlikovati števila ena, dve in tri, ki so predstavljena z razporeditvami pik na kartonu, pri čemer si ne pomagajo s štetjem (Clements, 2001). Zdi se torej, da otroci spontano uporabljajo sposobnost prepoznavanja in ločevanja majhnega števila predmetov. Kljub temu nekateri prvošolčki ne zmorejo takoj poimenovati števila pik, ki je padlo na igralni kocki, in jih želijo prešteti, kar se pripisuje premajhnemu številu izkušenj z igralno kocko. Posebej v sodobnem času igre z igralno kocko ali dominami niso več tako prisotne v družinah, kar posledično omeji zmožnost otrok za subitizacijske sposobnosti.

Sposobnosti neposrednega prepoznavanja kardinalnosti množice brez štetja se imenuje subitizacija. Obstaja prepričanje, da otrok s štetjem ali celo s preštevanjem ne demonstrira nujno razumevanja števil, sposobnost subitizacije pa naj bi po drugi strani nakazovala konceptualno razumevanje števil. Medtem ko je merjenje količin osredotočeno na celoto in štetje na enoto, se subitizacija osredotoči na oboje, na celoto in enote, pri čemer je natančnejša kot štetje in ima večji učinek v abstraktnih situacijah.

Obstajata dva tipa subitizacije, perceptualna in konceptualna. S perceptualno subitizacijo razlagajo sposobnost subitiziranja pri dojenčkih in živalih. Že sposobnost perceptualne subitizacije zahteva zaznavanje enote. Čeprav se zdi ta zmožnost naravna, je 'izrezovanje' koščkov izkušnje (npr. zaznavanje posameznih listov na grmu) osnova sposobnosti štetja. Ko otroci štejejo svoje prste, morajo miselno 'izrezati' en del roke (prstek) od drugega, da ustvarijo enote.

Drug tip subitizacije, ki nas bo v nadaljevanju bolj zanimal, pa je t. i. konceptualna subitizacija, kjer pri takojšnjem uvidu kardinalnosti množice uporabljamo matematične odnose. Predstavljamo si jo lahko na primeru domin. Ljudje npr. preprosto »vedo« število pik na domini s postavitvijo štiri - štiri, ker prepoznajo vzorec pik na podlagi sestavnih delov in celote. Vidijo domino kot sestavni del dveh skupin po štiri, torej kot osem. Konceptualna subitizacija pomaga otrokom razviti pojem števila in z njim povezanih aritmetičnih strategij. Otroci uporabljajo zmožnost perceptualne subitizacije v povezavi z relacijami med delom in delom znotraj celote za razvoj konceptualne subitizacije. Ta naprednejša sposobnost hitrega grupiranja in določevanja števila pomaga pri razvoju občutka za števila in aritmetičnih zmožnosti. Prvošolec, ki vidi razporeditev pik v polju 3×3 , takoj reče "devet" ter pojasni: Ko sem bil star približno štiri leta, sem bil v vrtcu. Vse, kar sem znal, je bilo štetje. In tako sem npr. štel: 1, 2, ... , 9, kar sem znal. Tako sem počel tudi, ko sem bil star pet let. Potem pa sem naenkrat poznal devet na pamet in bilo je točno takšno (pokaže na razporeditev 3×3).«

Večje kot je število, učinkovitejše pomagalo je konceptualna subitizacija. Če pri manjših številih lahko računamo na perceptualno subitizacijo, pri večjih nujno potrebujemo moč matematike. Razen števila pik na zahtevnost subitizacijske naloge vpliva tudi njihova prostorska razvrstitev. Otroci so uspešnejši s pravokotnimi razvrstitvami kot z linearnimi, krožnimi in naključnimi ureditvami.

Manj napak delajo v prepoznavanju desetih pik v domini pet - pet kot v domini za osem pik s postavitvijo pet - tri. Za predšolske otroke seveda nobena od teh razvrstitev ni enostavna. Učenci se v šolskih letih lahko naučijo subitizirati konceptualno, čeprav je omejitev za subitizacijo pri prvošolčkih, kar se tiče naključnih razvrstitev, do sedem.

Gradiva za otroke včasih predstavljajo razvrstitve, ki ovirajo subitizacijo. Ne slikah, ki predstavljajo število predmetov, je veliko ovirajočih dejavnikov. Namesto pik so npr. predstavljeni raznoliki predmeti, razporeditve so naključne, včasih celo nesimetrične. Takšna zapletenost ovira konceptualno subitizacijo, povečuje napake in spodbuja štetje 'ena po ena'. Skupine elementov za subitiziranje bi morale ustrezati naslednjim napotkom:

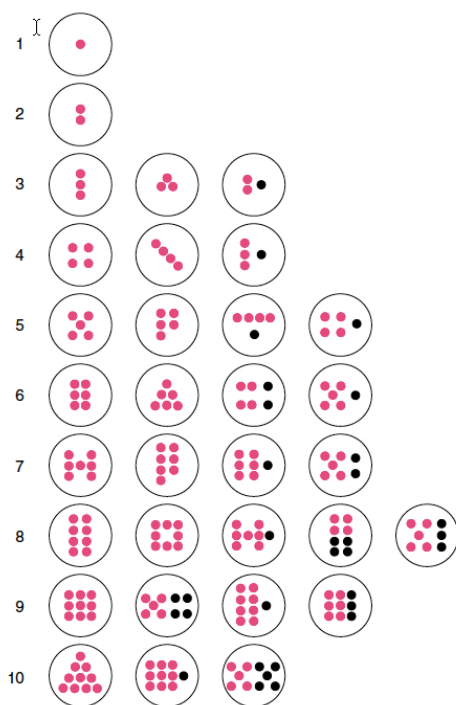
- a) Skupine ne smejo biti vstavljene v slikovni kontekst.
- b) Preproste oblike, kot so skupine krogov ali kvadratov, so boljše kot zapletenejše oblike (npr. zvezdice).
- c) Poudarjene naj bodo pravilne razvrstitve, večina naj vsebuje simetrijo.
- d) Uporabimo primeren kontrast.

Obstajajo različne aktivnosti, ki lahko pospešijo konceptualno subitizacijo. Lipovec in Antolin Drešar (2013a) opišeta več aktivnosti, mi navajamo le nekatere.

AKTIVNOST 19: HITRE SLIKE

Še posebej bogata dejavnost je igra 'hitre slike'. Potrebujemo zbirko krožnikov s pikami. Naredimo jih iz običajnih okroglih papirnatih krožnikov, na katere narišemo pike. Zaradi okrogle oblike je ta pripomoček ustrežnejši od pravokotnih kartic s pikami, saj omogoča, da jih poljubno obračamo. Pri izdelavi »zahtevnejših« krožnikov s pikami uporabimo dve barvi in tako spodbujamo otrokovo razvijanje miselnih operacij, ki so osnova za seštevanje.

Še posebej bogata dejavnost je igra 'hitre slike'. Potrebujemo zbirko krožnikov s pikami. Naredimo jih iz običajnih okroglih papirnatih krožnikov, na katere narišemo pike. Zaradi okrogle oblike je ta pripomoček ustrežnejši od pravokotnih kartic s pikami, saj omogoča, da jih poljubno obračamo. Pri izdelavi »zahtevnejših« krožnikov s pikami uporabimo dve barvi in tako spodbujamo otrokovo razvijanje miselnih operacij, ki so osnova za seštevanje.



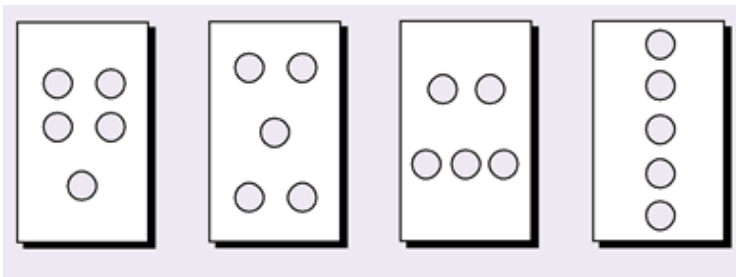
Slika 28: Krožniki s pikami. (vir: Van de Walle in Lovin, 2006)

Otrokom pokažemo krožnik s pikami, počakamo dve do dve sekundi in jih nato pozovemo, naj nam povedo, koliko pik so videli. Odgovor nam lahko povedo, prikažejo s prstki ali predmeti. Ko so otroci večji, se lahko igramo tudi »hitre slike«, ki vključujejo ocenjevanje. Učencem prikažemo razvrstitve, ki so prevelike, da bi jih lahko točno subitizirali. Poudarimo, da je cilj aktivnosti uporaba dobrih strategij in »biti blizu«, ne pa točno število.

AKTIVNOST 20: TRIJE KROŽNIKI

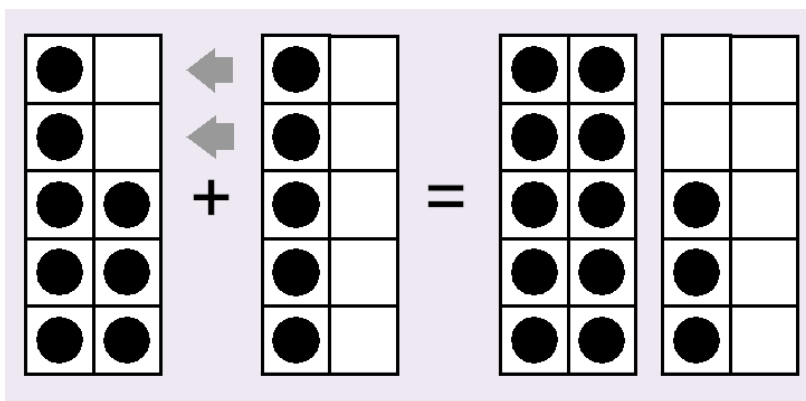
Pri vrtčevskih otrocih lahko na mizo postavimo krožnik s pikami, na vsako stran pa še po en prazen papirnat krožnik. Otrok naj na vsakega izmed krožnikov položi enako število predmetov, kot je število pik na osrednjem krožniku, vendar naj bodo predmeti različni (na en krožnik polaga npr. zamaške, na drugi krožnik pa kocke). Nato primerjamo števili predmetov na obeh krožnikih in število pik. Aktivnost lahko kasneje nadgradimo s prvimi odnosi med števili, tj. z odnosoma za ena več/za ena manj. Otroci naj tokrat na levi krožnik položijo za ena manj predmetov, kot je pik, na desni krožnik pa za ena več predmetov. Obe aktivnosti lahko naknadno izvedemo z uporabo kartic s števili.

Konceptualno subitizacijo lahko učinkovito uporabimo za razvoj sposobnosti seštevanja in odštevanja (Clements, 1999). Različne postavitve pik predstavljajo različne združitve števil. Slika 29 prikazuje različne razdružitve števila pet, in sicer $4+1$, $2+1+2$, $2+3$. Domine ponujajo še drugačne prostorske razporeditve za število 5.



Slika 29: Različne postavitve za konceptualno subitizacijo števila 5. (vir: Clements, 1999)

Otroci lahko uporabljajo desetišni okvir (slika 30) za vizualizacijo strategije dopolnjevanja do desetice, ki jo v slovenskih šolah poučujemo kot vodilno strategijo pri prehodu čez desetico, uporabljamo pa ga tudi v vrtcih (Kojc, 2017). Komercialna verzija desetišnega okvirja je znana pod imenom Numicon (Slavic, 2017). Po zaključenih raznolikih aktivnostih s konkretnim materialom (škafle za jajca, Jakopetka, desetišni okvirji in zamaški, vrvice s po desetimi raznobarnimi biserčki) je čas za konceptualno subitizacijo z uporabo razporeditev, ki simulirajo desetišni okvir. Ob prikazu dveh delno polnih desetičnih okvirjev (slika 30), ki modelirata $8+5$, možgani sami ustvarijo »celoto« in dopolnijo prvi okvir, pri čemer nastane vizualna slika vsote kot $10+3$.

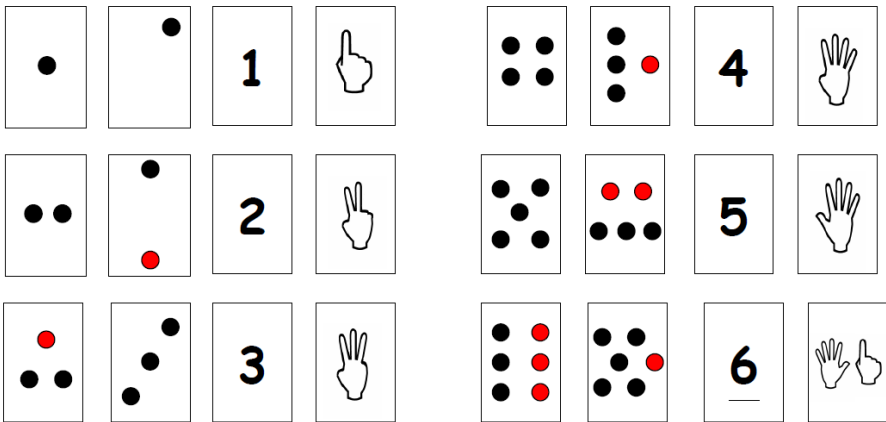


Slika 30: Desetišni okvir, konceptualna subitizacija in seštevanje s prehodom.
(vir: Clements, 1999)

V nadaljevanju navajamo še nekaj aktivnosti, ki razvijajo sposobnosti subitizacije in v našem šolskem prostoru morda še niso dovolj uveljavljene.

AKTIVNOST 21: POIŠČI PAR

Potrebujemo komplet 24 subitizacijskih kart s števili od 1 do 6 (slika 31). Karte položimo na mizo tako, da so obrnjene s hrbtno stranjo navzgor. Vsak igralec obrne dve karti. Če karti predstavljata isto število, sta karti njegovi. V nasprotnem primeru ju položi nazaj in na vrsti je naslednji igralec.



Slika 31: Komplet kart za aktivnost poišči par.

AKTIVNOST 22: OD VSILJIVCA DO KLASIFIKACIJE IN SERIACIJE

Otrokom pripravimo subitizacijske kartice s pikami, ki vse razen ene prikazujejo enako število pik. Otrok mora med ponujenimi karticami odkriti tisto, ki ne sodi zraven. Aktivnost lahko nadgradimo v klasifikacijsko ali seriacijsko aktivnostjo. V prvem primeru otroci dajejo na kupček tiste kartice, ki imajo enako število pik, v drugem primeru pa urejajo kartice tako, da število pik narašča oz. pada.

AKTIVNOST 23: IGRA VOJNA

Igra poteka v dvojicah. Vsak otrok dobi po en nabor kartic s pikami, ki jih zloži v kupček. Oba igralca vzameta po eno kartico z vrha kupčka in prepoznata število pik na svoji kartici. Otrok, ki ima kartico z večjim številom pik, dobi obe kartici. V primeru, da imata karti enaki vrednosti, položita drugi karti zakriti in zasukani za 90 stopinj glede na prvi par kart. Na vrh znova odpreta par kart. Zmaga tisti, ki ima sedaj karto večje vrednosti, in pobere vseh šest kart. Igra se konča, ko enemu izmed soigralcev zmanjka kart. Igro lahko igramo tudi tako, da otrok, ki ima kartico z večjim številom pik, dobi toliko zamaškov, kolikor znaša razlika med njunima številoma. Igre je konec, ko zmanjka zamaškov. Zmaga tisti, ki ima več zamaškov.

AKTIVNOST 24: KOMBINIRANJE KARTIC S PIKAMI

Za aktivnost potrebujemo komplet kartic s pikami. Otroku pokažemo izbrano kartico s pikami. Otrokova naloga je, da najde dve kartici, katerih skupno število pik bo enako številu pik na vzgojiteljevi/učiteljevi kartici. Podobno lahko aktivnost izvedemo s številskimi karticami (tako, da pokažemo številsko kartico ali povemo določeno število), otroci pa poiščejo dve kartici, katerih skupno število pik bo enako danemu številu. Aktivnost lahko tudi nadgradimo, in sicer tako, da otroke spodbujamo, da najdejo več možnih parov oz. kombinacij.

V aktivnost subitizacije tako kot v druge aktivnosti vključujemo tudi otroke s posebnimi potrebami. Le nekaj več kot polovica sedemletnih otrok s posebnimi potrebami lahko brez pomoči subitizira postavitve treh ali štirih predmetov. Učenci s posebnimi potrebami potrebujejo zato posebno pozornost. Posebej oni naj bodo čim večkrat izpostavljeni pravilnim postavitvam pik ob igranju iger s kockami ali dominami. Pomembno je, da pri otrocih s posebnimi potrebami ne jemljemo osnovnih sposobnosti, kot je subitizacija, za same po sebi umevne.

Subitizacija je pomembna matematična veščina, zato iščemo načine, kako jo poučevati znotraj vrtčevskega oz. šolskega okolja in izven njega. Spodbudimo otroke, naj izdelajo lastne subitizacijske karte ali krožnike. Nanje lahko pritrđijo npr. toliko ščipalk, kolikor je pik. Motivirajte jih, da bodo predstavljene igre igrali tudi doma. Pri igrah s kocko, npr. pri človek, ne jezi se, naj otrok vrže kocko ali dve, prepozna število pik, ki je padlo, in poišče kartico z enakim številom pik ter šele nato nadaljuje z igro (premik igralne figure za prikazano število).

6.2 Klasifikacija in seriacija

Razvrščanje ali klasifikacija je proces oblikovanja skupin glede na dano značilnost oziroma značilnosti. Osnovni cilj razvrščanja (klasifikacije) je vzpostavljanje reda med elementi skupine, ki na ta način postanejo števni. V predšolskem obdobju lahko razvrščamo različne predmete (igrače, hrano, oblačila), modele teles (kocke, škatle, žoge ...), modele likov (ploščice, puzzle ...). Razvrščamo lahko glede na material (lesene, plastične, plišaste igrače), barvo, obliko ali namembnost. Navodilo se lahko npr. glasi: Ploščice razvrsti po barvi. Ploščice razvrsti po obliki. Sam poišči tretjo možnost za razvrščanje (velikost). Že klasificirane (lahko tudi grafično ponazorjene) množice opazujemo ter odkrivamo in ubesedimo lastnost razvrščanja. Razvrstitev prikažemo z različnimi prikazi. Barva je mnogokrat prva lastnost, ki jo uporabimo pri razvrščanju. Uporabljamo jo kot pomoč pri oblikovanju zahtevnejšega matematičnega pojma. Rdeče kocke, modre kvadre in zelene krogle otrok zelo hitro razvrsti po barvi, kar pa ne pomeni, da je usvojil razvrščanje po obliki. V ta namen morajo biti oblike raznobarne.

Urejanje ali seriacija je proces ureditve množice predmetov glede na intenzivnost vrednosti določene spremenljivke: od najmanjšega do največjega, od najdebelejšega do najtanjšega ... S tem posameznim elementom dane množice določimo mesto, ki ga opredelimo z vrstilnim številnikom.

Treba je ločevati med razvrščanjem in urejanjem. Skupino objektov (otrok ali predmetov) lahko uredimo (npr. po velikosti od največjega do najmanjšega ali obratno). Lahko pa jih razvrstimo (npr. po velikosti v tri skupine: majhni, srednji, veliki). V prvem primeru gre za seriacijo, pri drugem za klasifikacijo. Otrok ureja in razvršča že zelo zgodaj. Opazuje lastnosti objektov in potem skupino predmetov loči glede na opazovano lastnost. Sprva objekte razdeljuje v dve skupini, kasneje pa že prihaja do razvrščanja na več skupin. Prav tako sprva ureja in razvršča predvsem igrače in druge predmete, ki jih lahko vzame v roke.

Kasneje pa lahko ureja in razvršča tudi že objekte, ki jih ne more prijeti in predstaviti (npr. zgradbe, slike v knjigi). Za matematiko sta urejanje in razvrščanje pomembna, ker razvijata abstraktno mišljenje. Lastnost objekta je namreč abstrakten pojem in iskanje splošnih lastnosti posamičnih predmetov, primerjanje in posploševanje so prav tisti miselni procesi, na katerih matematika temelji. Pri razvrščanju in urejanju vzpostavimo med elementi različnih skupin nekakšen odnos ali relacijo. V predšolskem obdobju se omejimo na relacije med dvema skupinama. Če imamo skupino domačih živali in skupino različnih vrst hrane, lahko med elementi obeh skupin vzpostavimo relacijo 'se hrani s/z'. Odnos lahko prikažemo s črtami ali puščicami, s katerimi povezujemo objekte.

6.3 Vprašanja za ponavljanje

1. Opišite razliko med perceptualno in konceptualno subitizacijo.
2. Narišite čim več subitizacijskih postavitev števila 7.
3. Opišite aktivnost hitre slike.
4. Pojasnite razliko med klasifikacijo in seriacijo.

7 ŠTEVILO

Številске predstave so intuitiven občutek o številih in odnosih med njimi. Oglejmo si naslednji primer. Mama čaka na avtobusni postaji s štiriletnim fantičem. “Ojej, to je že četrta trojka v zadnjih petih minutah. Četudi šestka pride v tem trenutku, bova zamudila vsaj nekaj minut. A, je že prišla. Ali imaš svoja dva kovanca po deset centov?”

V tej situaciji so števila nastopala v zelo različnih vlogah. Števila lahko označujejo (šestka), urejajo (četrta), štejejo (dva) ali merijo (deset). Iz tega je razvidno, da je proces pridobivanja računske pismenosti zaradi kompleksnosti izjemno dolg. Potrebni so mnogi raznoliki aktivnosti, ki jih najdemo v različnih virih (Lipovec & Antolin Drešar, 2012).

V tem poglavju bomo predstavili nekatere vidike razvoja pojma število, kot so npr. različni konteksti nastopanja. Govorili bomo o principih štetja. Med števila, s katerimi se srečujemo že v predšolskem obdobju, uvrščamo tudi racionalna števila, ki jih odrasli včasih poimenujemo ulomki. Govorili bomo o preprostih primerih (polovica, tretjina) delov celot in o načinih, kako jih predstaviti predšolskemu otroku.

7.1 Konteksti števila

Za otroke je dobro, da srečujejo števila v čim več različnih kontekstih. Naštejmo nekatere možnosti.

1. Kontekst zaporedja števil, ki je sestavljeno v običajnem vrstnem redu brez želje po preštevanju predmetov. Primer: En, dve, tri, pa povej število tudi ti. Zapri oči in šteji do deset.
2. Kontekst štetja oz. preštevanja. Števila uporabi na objektih tako, da se jih prešteje s kazanjem ali z dotikanjem predmetov. Primer: en kamen, dva kamna, trije kamni.
3. Kardinalni kontekst. Števila predstavljajo "velikost" oz. številčnost kake skupine predmetov. Primer: sedem palčkov, trije medvedki in ena Zlatolaska.
4. Kontekst merjenja število uporabi kot mersko število z neko vnaprej izbrano mersko enoto. Primer: Od mene do tebe je milijon korakov.
5. Ordinalni kontekst številu priredi vrstilno vrednost oz. relativno pozicijo v skupini objektov. Primer: Tretji avtobus je odpeljal mimo, druga najvišja deklica v skupini, četrti otrok v družini.
6. Neštevilski kontekst uporabi besedo za število kot preprosto ime.

Primer: avtobus šestka, fotokopirnica v sedmici (številka bloka), telefonska številka nič-štiri-ena-tri-šest-štiri-sedem-osem-ena.

Piaget je menil, da je pogoj za razvoj pojma število logično mišljenje in se zato koncept števila razvija skozi procese razvrščanja, urejanja, relacij in vzorcev. Novejše raziskave kažejo, da se otrok uči šteti tudi skozi dejavnost preštevanja. Pojem števila je za predšolskega otroka sicer kompleksen, a ga je zmožen usvojiti (Strelec, 2013).

7.2 Štetje

Majhen otrok praviloma poskuša šteti sam od sebe, tako da ponavlja za odraslimi, da poskuša dojeti pojem števila, ko se v vsakdanjem življenju igra igre s pravili, se giblje, pripravlja mizo, razdeljuje bonbone. Pri tem naleti na zahteve po razumevanju pojma najprej majhnih, kasneje pa tudi vse večjih števil. Če otrok zna prinesiti štiri stvari, to ne pomeni, da pozna zapis enke, dvojke, trojke in štirice

ali pa da vedno pravilno prešteje do štiri. Ko že zna uporabiti določeno število predmetov, ga po navadi začne zanimati zapisovanje in sestavljanje števk v število.

Kadar govorimo o štetju, imamo po navadi v mislih točno določen postopek, ki opredeljuje štetje odraslih. Kolar Manfreda (2006) na podlagi tujih raziskav ugotavlja, da je možno šteti tudi brez uporabe standardnih števnikov. Zato pri otrocih ne smemo zahtevati uporabe dogovorjenih števnikov v dogovorjenem vrstnem redu. Edino, kar je pomembno, je, da uporabljajo enotne oznake v določenem vrstnem redu, pri čemer morajo imeti le-te poljuben pomen.

Otrok naj šteje najprej predmete, ki jih lahko premika, nato predmete, ki se jih lahko samo dotika, ne more pa jih premakniti. Kasneje prešteva tudi predmete, ki se jih ne more dotakniti, a jih vidi, in predmete, ki si jih mora samo predstavljati.

Štetje zaznamuje več principov, ki jih mora otrok dojeti, preden lahko trdimo, da šteje. Principi so naslednji: princip prirejanja, ki omogoči otroku, da priredi besedo za štetje objektu, ki ga trenutno prešteva; princip trdne ureditve, ki omogoča otroku mehanično navajanje besed za števila v običajnem vrstnem redu, in princip irelevantnosti vrstnega reda, ki omogoči otroku pričetek štetja pri kateremkoli predmetu.

Otroci najprej uporabljajo števila brez prirejanja besede in objekta. Štejejo: ena, dve, pet, deset. Nato število priredijo objektu, čemur rečemo, da preštevajo. Na koncu ugotovijo tudi, da zadnja beseda v števnem nizu pomeni številčnost množice. Kasneje s pomočjo štetja primerjajo dve skupini in nazadnje za preštevavanje uporabljajo aritmetične strategije.

Raziskovalci so identificirali različne strategije, ki jih otroci uporabljajo pri štetju (Kavkler, Tancig, & Magajna, 2004). Naštejmo le nekatere.

Serijsko štetje, otrok niza imena števil v nediferencirane vrste.

Neprekinjen besedni seznam, saj otrok recitira imena števil. Pri tej obliki štetja mora otrok vedno začeti od ena, vendar je s to obliko štetja sposoben določiti, koliko elementov je v množici (manjše število elementov) in združiti in razdružiti dve množici ter ugotoviti rezultat s pomočjo štetja. Otrok uporablja za reševanje aritmetičnega problema strategijo – preštevavanje vsega.

Prekinjena vrsta, saj je otrok že sposoben šteti od določenega števila naprej in zato pri združevanju dveh množic objektov šteje od prvega števila naprej (npr. $5+3$, otrok pove tri besede za števila od pet naprej: šest, sedem, osem). Pri odštevanju pa šteje od manjšega števila do večjega, da ugotovi, koliko besed je uporabil (npr. $6-3$, šteje od tri naprej, štiri, pet, šest, in odgovori, da je rezultat tri, ker je izgovoril tri besede in pri tem odprl tri prste; lahko pa šteje nazaj od šest do tri in spet ugotovi, koliko besed je izgovoril oz. koliko prstov je odprl).

Številska vrsta. Besede že dobijo abstraktnejši pomen, postanejo enote v numeričnem pomenu množice besed in lahko same po sebi predstavljajo numerične situacije, zato jih lahko štejemo, primerjamo, seštevamo in odštevamo. Na tej stopnji lahko otrok rešuje aritmetične probleme z uporabo razvojno zrelejših strategij verbalnega štetja brez materialnih opor.

Dvosmerno štetje, ki omogoča štetje v zaporedju in fleksibilno štetje naprej in nazaj. (Kavkler, Tancig in Magajna, 2004).

7.3 Deli celote

Deli celote so v vrtcu običajno zanemarjeni, čeprav raziskave kažejo, da so jih otroci sposobni dojemati (Huntig & Sharpley, 1988).

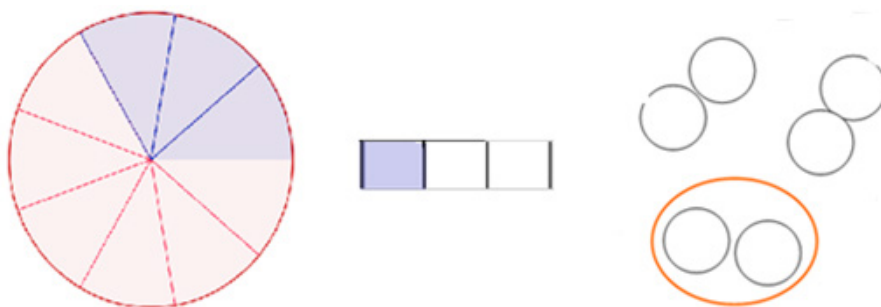
Temeljne ideje, ki ulomke povezujejo z vsakdanjim življenjem, so naslednje:

1. Del celote nastane, ko celoto razdelimo na enake dele. Celota oz. enota je lahko objekt ali zbirka stvari.
2. Deli celote imajo posebna imena, ki povedo, koliko delov je potrebnih za nastanek enote. Potrebujemo dve polovici ali štiri četrtine pice za celo pico.
3. Če iz celote naredimo več delov, so le-ti manjši. Četrtine so manjše od polovic (če je celota podana).

O zgodnjem razvoju koncepta delov celot, ki velja za enega izmed težjih matematičnih pojmov, je bilo v preteklosti narejenih kar nekaj raziskav. Otrokovo razumevanje ulomkov je preučeval že Piaget, ki je z otroki, starimi med štiri in sedem let, razdeljeval torto med različno število punčk. V devetdesetih letih je skupina raziskovalcev ugotovila, da otroke pri učenju ulomkov pogosto

moti ideja o celem, kar se kaže tudi kasneje, najočitneje ob primeru seštevjanja ulomkov, kjer se napačna analogija s celimi števili pokaže tako, da oseba meni, da ulomke seštevamo tako, da posebej seštejemo števca in imenovalca ulomkov. Nekateri menijo, da se ideja celega števila tako močno usidra v kognitivne sheme, ker se spoznavanje z deli celote in ulomki predolgo odlaga, ter predlagajo zgodnejše seznanjanje s temi koncepti, seveda na otrokom primeren način. Pri prvošolcih je količinska predstava polovice razvojno že dobro razvita. Temeljna ideja, ki jo lahko razvijamo že zelo zgodaj, je odnos med delom in celoto. Uporabimo lahko zvezne (pica, kruh ...) ali diskretne količine (bombonjera). Naloge razdeljevanja so običajno sestavljene v obliki kontekstualizirane zgodbe tipa »Imamo tri kvadratne kolačke, ki jih je treba razdeliti med dva prijatelja tako, da vsak dobi popolnoma enak del. Koliko dobi vsak?« Težavnost problema se spreminja s številom vpletenih oseb, vrsto stvari, ki jih delimo (kolački, deli žvečilnega gumija, tablice čokolade), in prisotnostjo modela. Na začetku otroci izvajajo razdeljevanje tako, da razdeljujejo reči eno po eno. Ko se ta postopek konča, ostanejo deli, ki jih ne morejo razdeliti vsakemu po enega, in spoprijeti se morajo z deljenjem celote.

Velika večina otrok mora dolgo uporabljati konkretne modele, da lahko razvije miselno predstavo, ki je potrebna za konceptualno razmišljanje o ulomkih. Miselne predstave, ki jih otroci razvijejo s pomočjo modelov, jim omogočajo razumeti količinsko vrednost ulomka kot števila. Konkretni fizični modeli, s katerimi lahko ravnamo, omogočajo več priložnosti za poskušanje, napake in raziskovanje kot slike. Včasih je potrebno, da vzgojiteljice uporabijo več različnih modelov (npr. razdeljevanje pice na polovico in razdeljevanje torte na polovico) za isto aktivnost, saj bo otrok te aktivnosti pogosto dojemal kot različne. Na področju ulomkov uporabljamo tri tipe modelov: območja oziroma geometrijske modele, trakove oziroma merljive modele in množice oziroma aritmetične modele.



Slika 32: Modeli ene tretjine.

Geometrijski modeli so primerni za začetek uvajanja delov celote, predvsem pri nalogah razdeljevanja. Gre za modele, ki se lahko razrežejo na manjše dele. Okrogli tortni modeli so med najpogostejše uporabljenimi geometrijskimi modeli. Glavna prednost tortnega modela je v tem, da poudari količino, ki ostane pri sestavi celote. Ostali geometrijski modeli v predšolskem obdobju so še pravokotni modeli (npr. list papirja, pravokotna pica) in ploščice za vzorčke. Pri merljivih modelih je v ospredju primerjava dolžin. Za predšolsko obdobje so primerni konkretni materiali z izraženo lastnostjo dolžine, npr. trakovi, vrvice ... Primeri merljivih modelov so npr. Cuisenairove paličice ali preloženi trakovi papirja. Pri aritmetičnih modelih celoto razumemo kot množico predmetov, npr. skupino link kock. Podmnožice pa predstavljajo dele celote. Trije predmeti denimo predstavljajo polovico šestih predmetov. V tem primeru množica šestih predmetov predstavlja celoto. Prav zaradi ideje, da množica predmetov predstavlja celoto, so aritmetični modeli nekoliko težji. Kljub temu prav ti modeli pomagajo vzpostaviti pomembno povezavo z mnogimi vsakdanjimi primeri uporabe ulomkov.

V predšolskem izobraževanju predlagamo naslednje poudarke na področju zgodnjega razvoja konceptov delov celote: razvijanje ideje del - celota, vključevanje geometrijskega in merljivega modela in dosledna kontekstualizacija. Pričnemo z nalogami razpolavljanja, najprej nastanejo polovice, nato četrtine; sledijo naloge tretjinjenja. Že v predšolskem obdobju bodo otroci na konkretnem primeru zaznali pojem ekvivalentnih ulomkov, tj. npr. dve četrtini sta enako mnogo kot ena polovica. Odrasla oseba naj bo pozorna na raznolikost situacij predvsem s strukturnega vidika tipa modela, saj sta otrokom v vrtcu bližja geometrijski in merljivi model. Pozorni smo tudi na razvoj količinske predstave

ene polovice v primerjavi z eno tretjino, pri čemer najprej razvijamo aktivnosti razpolavljanja in šele kasneje aktivnosti tretjinjenja.

AKTIVNOST 25: PICA

Otroka naj pico razdelita najprej na pol, nato na četrtnine, nato pa pico »raziskujeta« na osnovi vprašanj odrasle osebe. Navajamo nekatera izmed vprašanj, ki se nanašajo na celoto, polovico in četrtnino. Koliko delov pice imamo na krožniku? Pico razdeli na pol. Koliko polovic imaš na krožniku? Če polovici razdeliš še enkrat na pol, kaj dobimo? Na koliko četrtnin je razdeljena pica? Če odvzameš eno četrtnino, koliko četrtnin ti ostane na krožniku? Če odvzamem dve četrtnini, koliko četrtnin ostane na krožniku? Sedaj polovici pice dodaj eno četrtnino. Koliko četrtnin imaš na krožniku? Če polovici odvzamemo eno četrtnino, koliko četrtnin ostane na mizi? Iz četrtnin, ki jih imaš na krožniku, sestavi polovico. Vse četrtnine sestavi. Kaj dobiš?

AKTIVNOST 26: PUNČKE IN VRVICA

Potrebujemo punčko in vrvico, in sicer v začetni situaciji eno kolebnico za eno punčko. Nato dodamo še eno punčko. Otrok naj bi sedaj vrvico razdelil na dva enaka dela, tako da bo vsaka punčka imela svojo kolebnico. Če mu je uspelo, mu ponudimo še tretjo punčko ter novo vrvico, tako da mora vrvico razdeliti na tri enake dele, da bi imela vsaka punčka enako dolgo kolebnico. Verjetno vrtčevskim otrokom ne bo uspelo narediti treh enakih delov. Namesto vrvice lahko uporabimo glineno klobaso.



Slika 33: Rezanje kolebnice za punčke. (vir: Vaupotič, 2011)

7.4 Vprašanja za ponavljanje

1. Pojasnite princip trdne ureditve pri štetju.
2. Zapišite ustrezno črko, če je A - kardinalni kontekst , B - kontekst merjenja, C -kontekst zaporedja števil , D - ordinalni kontekst , E - kontekst štetja in F -neštevilski kontekst. ____ »Na mizi je šest skodelic ____ »Mojca tehta 12kg.«____ »Mitja je pritekel zadnji.«____ »En, dve, tri, pa povej število tudi ti.«____ »Imamo dva, štiri, šest bonbončkov.«____»Fotokopirnica je v sedmici.«
3. Navedite konkretne primere različnih kontekstov, v katerih otrok lahko na prehodu sreča število 4.
4. Kako lahko ponudimo otrokom v vrtcu razširjanje matematičnega znanja in matematičnih spretnosti ob bivanju zunaj (v poletnem času)? Naštete po eno dejavnost, ki dosega navedene cilje:
5. prepozna osnovne geometrijske oblike in jih opiše,
6. oceni in primerja količine,
7. loči med kardinalnim in ordinalnim pomenom števila.
8. Katere dele celote lahko učinkovito razvijamo v predšolskem obdobju?

8 RAČUNSKÉ OPERACIJE

Če želimo, da otroci razumejo računске operacije, npr. seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje, jim moramo zgodaj, npr. v obdobju od tretjega do petega leta, omogočiti dejavnosti na konkretni ravni in nato v obdobju med šestim in osmim letom spodbujati razvoj različnih strategij (npr. štetje od danega števila, združevanje števil). Otrok mora torej najprej poznati pomen operacije v konkretnih situacijah, šele nato bo znal izvajati računsko operacijo in razumel njene lastnosti (npr. zakon o zamenjavi).

V nadaljevanju predstavljamo različne situacije ali strukture za posamične temeljne računске operacije (seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje). Kot pojem števila tudi pojem seštevanja nastane skozi mnoge raznolike situacije, ki pa so si lahko strukturno podobne. Ker je v predšolskem obdobju najbolj izpostavljano razvijanje pojmov operacij seštevanja in odštevanja (seveda na konkretni ravni), bomo opisali tudi nekaj primernih aktivnosti.

8.1 Seštevanje in odštevanje

Seštevanje je prva izmed štirih osnovnih aritmetičnih operacij, ki se prične razvijati pri otrocih. Seštevanje in odštevanje sta povezani operaciji in nastopata v različnih strukturah, kot npr. v strukturi del – del – celota ali strukturi primerjanja. Situacije so lahko statične, kot denimo struktura del – del – celota, ali dinamične, kot je npr. struktura dodajanja oz. odzemanja. Otroci naj bi

pridobivali izkušnje, ki so čim bolj raznolike, tudi na tem področju. Situacije poskušamo torej oblikovati tako, da nastopajo vse strukture. Na pomembnost predstavljanja raznolikih struktur računskih operacij pri zgodnjem razvoju pojmov so leta 1996 pokazali angleški raziskovalci (Carpenter, Fennema, & Franke, 1996). Seštevanja in odštevanja ne predstavljamo ločeno, saj sta v življenjskih situacijah vedno povezana, kar kaže tudi tabela 2.

Tabela 2: Strukture seštevanja in odštevanja.

Struktura	Primeri
Del – del -celota	Tine ima tri modre avtomobilčke in dva rdeča. Koliko avtomobilčkov ima? Tine ima pet avtomobilčkov. Dva sta rdeča. Koliko avtomobilčkov ni rdečih?
Sprememba	Tine ima tri avtomobilčke, dobi dva. Koliko jih ima sedaj? Tine ima tri avtomobilčke, izgubi dva. Koliko jih ima sedaj?
Primerjanje	Tine ima pet avtomobilčkov, Mojca ima tri avtomobilčke. Koliko več avtomobilčkov ima Tine kot Mojca? Koliko manj avtomobilčkov ima Mojca kot Tine?

AKTIVNOST 27: KOLIKO MANJKA?

Izberemo število, za katerega verjamemo, da ga je otrok že dobro osvojil (npr. tri). Učenec naj v vašo dlan našteje ustrezno število predmetov. Dlan zapremo in tako skrijemo predmete. Še enkrat preverimo, ali ve, koliko predmetov je naštel. Potem naskrivaj odvezamemo nekaj predmetov iz dlani. Dlan odpremo in vprašamo otroka, koliko predmetov je skritih. To ponavljamo z različnimi števili predmetov. Če se otrok odziva hitro in očitno predmetov ne prešteva, potem to pomeni, da odnose med števili do tri obvlada. Ko obvlada eno število, lahko nadaljujemo z naslednikom. Ob zaključku vrtčevskega obdobja bodo otroci večinoma obvladali števila do pet, nekateri celo do osem.

AKTIVNOST 28: DVOBARVNI ŽETONI

Za aktivnost potrebujemo določeno število žetonov (npr. pet), ki jih predhodno na eni strani pobarvamo z modro, na drugi strani pa z rdečo. Žetone damo v lonček, otrok lonček z žetoni pretrese, nato pa vsebino lončka strese na mizo. Opazujemo, kaj smo dobili: koliko žetonov je rdečih in koliko modrih. Otrok naj nato z modro in rdečo barvico situacijo nariše. Če so npr. padli trije žetoni z rdeče pobarvano zgornjo stranjo in dva žetona, ki sta zgoraj morda, otrok na list papirja nariše tri rdeče krogce in dva modra. Otrok ponavlja to aktivnost tako dolgo, dokler ni mnenja, da je odkril vse možne načine.



Slika 34: Ena izmed možnih situacij pri aktivnosti dvobarvni žetoni

AKTIVNOST 29: KOZARČEK

Igra za dva otroka vsebuje: karte s pikami oz. številkami od 1 do 7, kocko, plastični kozarec in nekaj žetonov. Prvi otrok izvleče eno karto in da v kozarec toliko žetonov, kolikor je označeno na karti. Karto postavi zraven kozarca, da ne pozabi, koliko jih je notri. Drugi otrok vrže kocko in postavi poleg kozarca toliko žetonov, kolikor je vrgel. Skupaj določita, koliko je vseh žetonov. Lahko izdelamo list, kamor vpisujemo rezultate.

Opazujte otroke pri tej nalogi, kako štejejo, koliko je vseh žetonov. Otroci, ki še ne znajo pravilno šteti naprej, bodo izpraznili kozarček in skupaj prešteli žetone. Drugi bodo šteli od tiste številke, ki je v kozarcu, naprej. Otrokom pustite obe možnosti.

8.2 Množenje in deljenje

Množenje vključuje ugotavljanje skupnega števila predmetov, ki so razporejeni v skupine z enako mnogo predmeti. Tudi množenje in deljenje nastopata v različnih strukturah. Pri množenju v predšolskem obdobju razvijamo predvsem strukturo, ki izhaja iz enako močnih skupin, ki je povezana s seštevanjem enakih seštevancev. Gre torej za situacijo, v kateri otrok več skupin, ki imajo enako mnogo elementov, zaznava in opisuje kot »x-skupin s po n-elementi«. Opisuje torej mizo, na kateri vidi trikrat po dve jabolki ali štiri krožnike s po tremi bomboni. V tem primeru število skupin in število elementov v eni skupini nosi različen pomen, kar podpira slovensko poimenovanje števil v računu množenja (množenec, množitelj, zmnožek).

V predšolskem obdobju je otrokom iz izkušenj jasno, da situacija, kjer imamo dva krožnika in na vsakem tri jabolka, ni enaka kot situacija, kjer imamo tri krožnike in na vsakem po dve jabolki, čeprav v obeh situacijah nastopa šest jabolok. Razen takšnih situacij lahko prikažemo tudi situacije pravokotnega modela, v katerem otrok opazuje stolpce ali vrstice kot skupine. Opiše lahko torej tri vrste piškotov, pri čemer je v vsaki vrsti po pet piškotov, ali dva stolpca kock, pri čemer so v vsakem stolpcu tri kocke.

Deljenje ima na predšolski ravni dve strukturi: partitivno (deljenje med) in kvocientno (deljenje po). V prvi situaciji razdelimo 15 bombonov med pet prijateljev, v drugi pa razdelimo 15 bombonov tako, da vsak izmed prijateljev dobi po pet bombonov. Očitno gre za različni dejanji - v prvem primeru se otrok običajno zateče k strategiji »enega meni - enega tebi«, v drugem pa k zaporednemu odvzemanju. Kljub zapletenosti strukture deljenja so predšolski otroci in otroci v 1. razredu dokaj uspešni pri reševanju multiplikativnih nalog (celo z ostankom), zdi pa se, da postane kasneje primarna struktura deljenja partitivna (Lipovec & Lutovac, 2008).

8.3 Vprašanja za ponavljanje

1. Katere računske operacije pričnemo razvijati v predšolskem obdobju?
2. Pojasnite strukture pri seštevanju in odštevanju. Opišite jih na kontekstu nakupovanja sadežev s števili 3, 5 in 8.
3. Zapišite po tri situacije, ki ponazarjajo tri različne strukture operacije seštevanja in odštevanja.
4. Opišite razliko med partitivnim in kvocientnim deljenjem.

9 MERJENJE

Merjenje vključuje primerjanje intenzivnosti neke lastnosti predmeta ali situacije z enoto, ki ima enako lastnost. Preden karkoli merimo, je nujno razumevanje lastnosti, ki jo merimo. Smiselnost merjenja in ocenjevanja je odvisna od seznanjenosti z enoto, ki jo uporabljamo. Ocenjevanje in razvoj mejnikov za večkrat uporabljane enote lahko spodbudi razvoj razumevanja enot. Strategije in spretnosti merjenja, kaj je namen merjenja in kako rezultat preberemo z merskega instrumenta, se otrok nauči, če koga opazuje in za njim ponavlja.

Primerna aktivnost za predšolsko obdobje je naloga izmeri kozarec. Ta je namenoma oblikovana odprto, da sproži pogovor o tem, kaj vse bi kozarcu lahko izmerili. Pomembno je, da se otroci v tej fazi zavedajo, da lahko enemu predmetu izmerijo več lastnosti in da je potrebno za vsako lastnost izbrati primerno enoto in včasih tudi merilni instrument. Izpeljane aktivnosti, kot npr. izmerimo ravnateljico, vrtec, rožo, ..., ponujajo obilo zabave in izhodišče za mnoge matematično obarvane aktivnosti.

Če se odločimo za merjenje mase kozarca, bomo za enoto izbrali predmete, ki raztegnejo dinamometer ali jih lahko položimo na drugo stran tehtnice na ravnovesje, npr. uteži. Vprašali pa se bomo: Koliko enot bo raztegnilo vzmet tako daleč kot kozarec? Ali Koliko enot moramo položiti na tehtnico, da bo uravnovesila kozarec? Če se odločimo za merjenje višine kozarca, bomo izbrali za enoto zobotrebce ali morda link kocke, v primeru obsega kozarca pa bomo

okrog kozarca napeljali vrstico in jo nato izmerili z izbranimi enotami. Vprašali pa se bomo: Koliko enot je enako visokih kot kozarec? Ali Koliko enot je potrebnih, da prekrijejo dolžino vrstice, ki smo jo napeljali okrog kozarca? Izmerili bi lahko tudi prostornino kozarca, pri čemer bi za enoto izbrali predmete, ki napolnijo kozarec (npr. majhne kozarčke ali žlice vode), in se vprašali: Koliko enot potrebujemo, da napolnimo kozarec?

9.1 Metodični koraki

Metodični postopek merjenja bi lahko opisali na naslednji način:

1. Odloči se za lastnost, ki jo boš meril.
2. Izberi enoto, ki ima to lastnost.
3. Primerjaj enoto s polnjenjem, prekrivanjem, polaganjem ali kakšno drugo metodo, z lastnostjo objekta, ki ga meriš.
 - a. Aktivnosti ocenjevanja (predmeritvena stopnja); tu gre za ocenjevanje lastnosti enega predmeta npr. dolga palica, veliko igrišče, težka žoga ... Uporabljamo jezik ocenjevanja.
 - b. Aktivnosti primerjanja (predmeritvena stopnja); tu gre za primerjanje dveh neenakih predmetov, npr. prva palica je daljša od druge, nogometno igrišče je večje od košarkarskega, teniška žogica je lažja od odbojarske žoge. Uporabljamo lahko tudi aproksimativni jezik, npr. torba je skoraj tako težka kot voziček, predstava je trajala nekaj manj kot ves popoldan ...
 - c. Merjenje z relativno nestandardno enoto, npr. enota je del telesa: korak za dolžino, za ploščino dlan, za prostornino pest.
 - d. Merjenje s konstantno nestandardno enoto, npr. frnikole kot enota za maso, ploski rok kot enota za čas ...
 - e. Uporaba instrumenta za merjenje.
 - f. Merjenje s standardno enoto.
 - g. Uporaba instrumenta za merjenje.

Aktivnosti ocenjevanja in primerjanja na predšolski ravni potekajo na verbalnem nivoju, kot prikazuje tabela 3.

Tabela 3: Ocenjevanje in primerjanje.

Količina	Jezik ocenjevanja	Jezik primerjanja
dolžina	kratko, dolgo	krajše kot, daljše kot
ploščina	veliko, majhno	večje kot, manjše kot
prostornina	poln, prazen, velik, majhen	bolj poln kot, več kot
čas	dolgo, kratko	traja dlje, traja manj časa
masa	težko, lahko	težje kot, lažje kot
temperatura	vroče, mrzlo; visoka temperatura, nizka temperatura	topleje, hladneje; višja temperatura, nižja temperatura
denar	drago, poceni	dražje, ceneje

Uporaba nestandardnih merskih enot ima nekatere prednosti. Pri njej se otrok lažje osredotoči na lastnost, ki jo meri. Pri merjenju ploščin nepravilne oblike denimo uporabimo kvadratne ali trikotne ploščice. Vsaka izmed teh enot pokrije delček celotne površine in vsaka izmed izbranih enot poda drugačen rezultat. Tema pogovora je, kaj pomeni izmeriti ploščino. Enote izberemo pazljivo in velikost naj ne bo prevelika. Uporabljajo naj se enote, ki ne presežejo merskega števila 20, tudi pri merjenju velikih razdalj (prim. tabela 4).

Tabela 4: Nestandardne enote in instrumenti za merjenje

Količina	Relativna nestandardna Enota	Konstantna nestandardna enota	Instrument
dolžina	koraki, pedi, čevlji ...	spenke za papir, link kocke, vrvice, zobotrebeci ...	izdelan meter z izbrano konstantno nestandardno enoto
ploščina	dlani	različni liki	
prostornina	peščice	menzure, kozarčki, žlice, riž (votle mere), kocke, frnikole, stiroporne kroglice (kubične mere)	izdelana menzura z izbrano konstantno nestandardno enoto
čas		čas med dvema ploskoma, počepoma, kapljicama vode, nihajema metronoma, izrečenima številoma pri štetju, trajanje risanke	sončna ura, peščena ura, obe umerjeni s konstantno nestandardno enoto
masa		frnikole, link kocke ...	gugalnica
temperatura		razmik na doma umerjenem termometru	
denar		blagovna menjava	

Pri merjenju se neprisiljeno pojavi tudi aproksimativni jezik, torej jezik, s katerim izražamo približno vrednost. Miza je dolga približno tri palice. Stol je visok nekaj manj kot štiri slamice. Uporaba jezika približkov je zelo uporabna pri mlajših otrocih, ker pri mnogih meritvah mersko število ni celo število. Starejši otroci bodo začeli iskati manjše enote ali pa bodo uporabili delne enote (npr. tri polovične slamice), da bodo dobili natančno vrednost. Tukaj imamo priložnost razviti idejo, da vse meritve vsebujejo napake. Vsaka manjša enota ali podenota pripomore k večji natančnosti.

Otroci naj izdelajo svoje merilne instrumente (ravnila, tehtnice). Pri izdelavi ravnila v vrtcu si lahko pomagamo z barvnimi lističi, ki jih prilepijo enega poleg drugega, ali z gumbi, ki jih postavimo v vrsto ter prilepimo na kartonski trak. Otroci bodo tako prešteli, kolikokrat se merska enota (listič, gumb) pojavi. Ob merjenju dolžine voščenske bi tako podali odgovor: "Voščenska je dolga štiri lističe«, "Barvica je dolga šest gumbov". Z izdelavo lastnih instrumentov za merjenje bodo otroci bolje razumeli delovanje postopke merjenja tudi ob uporabi standardnih enot in delovanje različnih instrumentov za merjenje (tabela 5).

Tabela 1: Standardne enote in instrumenti

Količina	Standardna enota	Instrument
Dolžina	m	meter (šiviljski, zidarski ...)
Ploščina	m^2	meter
prostornina (kubične mere)	m^3	meter
prostornina (votle mere)	l	menzura
Čas	s	ura (analogna, digitalna)
Masa	kg	tehtnica (na ravnovesje, vzmetna, osebna, pisemska)
Temperatura	$^{\circ}C$	termometer
Denar	€	

Oglejmo si aktivnost seriacije na primeru prostornine.

AKTIVNOST 30: UREJANJE POSOD

Priskrbimo pet ali šest označenih posod, ki se razlikujejo po prostornini in obliki. Urediti jih je treba od tiste, ki drži najmanj, do tiste, ki drži največ. Ko prehajamo na enote, potrebujemo posode, ki jih napolnimo in prelivamo/presipljemo v posodo, ki jo merimo. Uporabljamo nestandardne enote, kot so plastični kozarčki, skodelice, platenke ali tudi medicinski kozarčki za zdravila za majhne prostornine. S pomočjo takih enot izdelamo instrument. Vzemimo večjo posodo in jo polnimo z enoto, vsakič označimo, do kod smo napolnili. Če je enota majhna, bomo morda naredili črtico le za vsakih pet enot. Števil ne napišemo nujno ob vsako črtico. Sedaj otroci uporabijo svoje merilo in ga primerjajo s količino vode, ki so jo nalili neposredno z enoto, tj. v večjo posodo nalijejo nekaj, denimo 15 enot. Označijo. Izpraznijo. V merilnik nalijejo do oznake za 15 enot. Prelijejo v večjo posodo. Primerjajo. Razpravljamo o napakah, ki nastanejo zaradi nenatančnih merilnih instrumentov.

9.2 Dolžina

Dolžina je običajno ena izmed prvih lastnosti, ki jo otroci osvojijo. Vendar je proces osvajanja pri mlajših otrocih počasnejši. Otroci bi morali začeti z neposredno primerjavo dveh ali več dolžin že v vrtcu. Dolžino predmeta najprej ocenimo s prostim očesom, nato pa izmerimo.

V nadaljevanju podajamo nekaj primerov smiselnih nestandardnih enot.

- Velikanski odtisi nog: iz plakata izrežite približno 20 kopij velikih odtisov nog, dolgih od 50-60 cm.
- Vrvi za merjenje: razrežite bombažna oblačila na dolžino enega metra. Te se lahko uporabijo za merjenje krivin in obsegov večjih predmetov, kot je učiteljeva miza.
- Plastične slamice: slamice za pitje so poceni in zagotavljajo velike količine uporabnih enot. Slamice je zelo enostavno razrezati na manjše enote, lahko pa jih med seboj tudi povežemo z dolgo vrvico. Skupek slamic je lahko odlično ravnilo ali merilni trak.

- Kratke enote: zobotrebc, lego kocke, lesene kocke in sponke za papir so uporabne enote za merjenje krajših dolžin.
- Cuisenaireve paličice so eden najboljših pripomočkov za dolžino, saj imajo deset različnih dolžin, enostavno jih je tudi položiti eno za drugo in lahko jih med seboj tudi povežemo.
- Sponke za papir lahko povežemo v verige, prav tako plastične obročke.

Mlajši otroci običajno zlagajo enote v obliki kače (ne merijo ravno) ali pa jih prekrivajo (merske enote se prekrivajo). Namesto eksplicitnega popravljanja te nepravilne tehnike že od začetka to priložnost raje izkoristimo za razpravo o tem, zakaj se rezultati pri uporabi teh tehnik merjenja med seboj razlikujejo. Posledično je polaganje enot eno za drugo v ravni liniji brez prekrivanja otrokom lažje razumljivo, kot pa če jim razložimo zadevo kot še eno pravilo, ki ga je potrebno upoštevati.

AKTIVNOST 31: DALJŠI, KRAJŠI, ENAK

Za razvrščanje po dolžinah naj bo v igralnici določen prostor, kjer otroci razvrščajo predmete na daljše, krajše ali približno enake kot je določen referenčni predmet, ki ga običajno imenujemo tarča. V igralnici je preprosto narediti nekaj takih postaj. Referenčni predmet občasno menjamo. Podobna naloga je tudi ta, da morajo otroci postaviti predmete po vrsti od najkrajšega do najdaljšega.

AKTIVNOST 32: ZAVITE STEZE

Na tleh z lepilnim trakom oblikujte vijugaste steze. Otroci morajo v paru ugotoviti, katera steza je najdaljša. Vsakemu paru damo dolg kos vrvi in več krajših.

AKTIVNOST 33: PIKAPOLONICE

V zgodbi pikapolonica potuje na različne lokacije, kot so iz listov do vrat hiše, iz škropilnice na kamne. Ravne linije, narisane med pari lokacij, predstavljajo del pikapolonične poti. Najprej narišemo dve različni pikapolonični poti (črti). Ena linija naj bo približno 6 cm dolga (od lista do vrat hiše), druga naj bo približno 20 cm dolga (prav tako od lista do vrat hiše). Otroci naj izberejo pot, po kateri bi pikapolonica potovala dlje. Nato z izrezanimi pikapolonicami (dolgimi približno 5 cm) prekrijemo obe poti, pri čemer naj otroci najprej ocenijo, koliko pikapolonic je potrebnih, da prekrijejo poti od začetka do konca, da se torej ujemajo z dolžino obeh poti. Krajša linija naj bo nekoliko daljša od ene pikapolonične enote. Ko bodo otroci podali svoje ocene, bodo smiselne tiste, ki bodo predvidele tri ali štiri pikapolonice. Za daljšo pot bo večina otrok napovedala neprimerno večje število. Otroci, ki bodo napovedali, da bo za ujemanje z dolžino proge potrebno veliko število pikapolonic, bodo verjetno videli pot kot "zelo" dolgo. Za večino predšolskih otrok 100 ni samo veliko število, ampak zelo veliko število. Morda bodo otroci izražali pomisleke v zvezi z usmeritvijo: Morajo biti pikapolonice obrnjene v enako smer? Morajo biti ena zraven druge? Predstavljena aktivnost je način, kako otroke seznaniti s procesom merjenja dolžine. Dejavnost jim nudi možnost uporabe nestandardnih enot za določanje dolžin različnih predmetov. Kot enoto bi lahko uporabili tudi fižol, gumbe, plastične zamaške, otroci bi lahko sami izdelali manjše pikapolonice iz lupin pistacij.

AKTIVNOST 34: SPREMINJANJE ENOT

Aktivnost je primerna za starejše predšolske otroke. Otroci naj izmerijo neko dolžino z določeno enoto (npr. lego gradnikom); potem to enoto spremenimo in opazujemo, ali bodo znali napovedati izmero z drugačno enoto (npr. s slamico). Nato to dolžino dejansko izmerijo. Pogovor o predvidevanjih in razlagah je pomemben del te aktivnosti. V začetku njenega izvajanja naj bo večja enota preprost večkratnik manjše enote (npr. dvakratnik). Za merjenje mize lahko npr. uporabimo rdeče (2) in vijolične (4) rodke. Naloga otrok bi bila najprej, da ocenijo, koliko rdečih rodk potrebujemo, da izmerimo mizo do konca. Otroci bi podali svoje ocene, nato bi to preverili s polaganjem rdečih rodk na mizo. Potem bi napovedali, koliko vijoličnih rodk potrebujemo, in napoved preverili. Med procesom merjenja smo torej menjali enoto.

9.3 Ploščina

Eden od namenov aktivnosti zgodnje primerjave ploščin je pomagati otrokom razlikovati med velikostjo (ali ploščino) oblike in obliko, dolžino ter drugimi dimenzijami oblike. Dolg, tanek pravokotnik ima morda manjšo ploščino kot trikotnik s krajšimi stranicami. To je še posebno težko razumljivo mlajšim otrokom. Piagetovi eksperimenti kažejo, da veliko osem- ali devetletnikov ne razume, da s preurejanjem enot za ploščino v drugo obliko ne vplivamo na velikost ploščine. Dve ploščini je težko primerjati, razen ko imata kakšno skupno dimenzijo ali lastnost. Dva pravokotnika z enako širino lahko na primer primerjamo neposredno.

Sledi nekaj predlogov za enote ploščine, ki jih je enostavno najti ali narediti v velikih količinah:

- Iz kartona izrežite kvadrate ali trikotnike (diagonale kvadratov). Veliki kvadrati ali trikotniki (stranica 20 cm) so zelo primerni za velike ploščine. Manjše enote naj imajo stranico dolgo 5-10 cm.
- Listi časopisnega papirja so odlična enota za velike ploščine.
- Ploščice za vzorce nudijo šest različnih enot.
- A4 listi ali poslovne vizitke so uporabni za srednje velike enote.

Pri merjenju ploščine je veliko enot, ki se le delno prilegajo. Morda je bolje začeti z oblikami, ki se prilegajo v celoti. Sestavite obliko iz enot in jo očrtajte. Na začetku je vaš cilj razviti idejo, da je ploščina mera za prekrivanje (polnjenje). Naj otroci sami zapolnijo oblike in preštejejo enote. Ne pozabite vključiti predvidevanja/ocenjevanja, preden začnete z merjenjem (to je veliko težje kot merjenje dolžine). Ocenjevanje ploščine se izkaže za bistveno težje od ocenjevanja dolžine (Lipovec & Ferme, 2017).

AKTIVNOST 35: OD MANJŠEGA DO VEČJEGA

Predstavite skupino različnih oblik z majhnimi odstopanji v ploščini. Otroci najprej napovedo velikosti oblik od najmanjše do največje. Njihova naloga je določiti pravilni vrstni red.

9.4 Prostornina

Prostornina ali volumen sta izraza za merjenje "velikosti" tridimenzionalnih teles. Standardne enote za prostornino se izražajo z dolžinskimi enotami, kot so npr. kubični centimetri. Večino trdih teles in posod je potrebno posredno primerjati. Najlažja primerjava je med posodami za tekočino, ki jo lahko prelijemo v drugo posodo. Majhni otroci imajo veliko izkušenj s primerjanjem prostornin različnih posod. Zberite veliko pločevink, majhnih škatel in plastičnih posod. Naj bodo kar se da različne oblike. Prav tako pripravite nekaj plastičnih zajemalk. Prepolovite dvolitrsko plastenko in jo uporabite za lijak. Mivka in pesek sta dobra izbira za polnilo, primernejša sta za zunanjo uporabo ali v notranjem peskovniku.

Za merjenje prostornine uporabljamo dve vrsti enot, polne in votle merske enote. Trdne enote so lahko lesene kocke ali stare teniške žogice, s katerimi lahko zapolnimo posodo, ki jo merimo. Drugi tip enote je majhna posoda, ki jo polnimo in potem sproti izlivamo v večjo posodo.

Primeri enot so:

- Plastični pokrovi in lončki za tekoča zdravila so primerni za zelo majhne enote.
- Plastični vrči in posode v skoraj vseh velikostih lahko služijo kot enota.
- Lesene kocke različnih oblik lahko prav tako služijo kot enote, če jih imamo veliko, ki so enake velikosti.
- Kroglice iz stiropora so tudi uporabne. Čeprav niso ravno idealna izbira, zadostujejo za koncept merjenja prostornine.

9.5 Masa

Teža je sila, s katero Zemlja zaradi težnosti privlači telo. Masa pove množino snovi tega telesa. V tej razpravi bosta izraza teža in masa uporabljena izmenično. Prvi način primerjanja teže dveh majhnih predmetov je ta, da ju držimo vsakega v svoji roki, iztegnemo roki in občutimo relativni poteg navzdol – tako tudi učinkovito povemo majhnemu otroku, kaj pomeni "težje" ali "ima večjo težo". To osebno izkušnjo lahko potem prenesemo na enega od dveh osnovnih tipov tehtnice (tehtnice z utežmi in vzmetne tehtnice). Otroci naj najprej uporabijo roke, da ugotovijo, kateri predmet je težji. Ko potem predmeta položijo v dve posodi tehtnice, je v tisti posodi, ki je nižja, predmet težji. Celo relativno enostavna tehtnica bo zaznala majhne razlike v teži. Če položimo na vzmetno tehtnico vsak predmet posebej, bo težji predmet bolj raztegnil vzmet kot lažji. Obe tehtnici imata v igralnici realno vrednost. Z vsako tehtnico je mogoče izvesti serijske naloge. Katera koli skupina enotnih predmetov z enako maso lahko služi kot enota za težo. Za zelo lahke predmete so primerne lesene ali plastične kocke. Za tehtanje predmetov, ki imajo en kilogram ali več, se boste morali zanesti na standardne uteži. Na tehtnico z utežmi položite predmet v eno posodo, v drugo pa polagajte uteži tako dolgo, da bosta posodi v ravnovesju.

Večina tehtnic, ki jih uporabljamo v vsakdanjem življenju, nam kot rezultat prikaže številke, ko nanje položimo predmete. Ni nobenih vidnih enot mase. Z izdelavo tehtnice, ki prikaže številčni rezultat brez uporabe enot, lahko otroci vidijo, kako tehtnica deluje. Lahko uporabljajo neformalne enote za težo in kalibrirajo enostavno tehtnico z gumico. Namestite vzmetno tehtnico z listom papirja na steno v ozadju ter v posodo namestite uteži. Za vsako peto utežjo

zabeležite na papirju nivo. Zabeležene oznake so enake oznakam na standardni tehtnici. Namen te aktivnosti je videti, kako so tehtnice narejene.

9.6 Vprašanja za ponavljanje

1. Katere količine pričnemo razvijati v predšolskem obdobju?
2. Navedite po dve nestandardni enoti in standardno enoto za vsako izmed količin.
3. Katere prednosti lahko ugotovimo pri aktivnostih, ki vključujejo nestandardno enoto?
4. Dopolnite tabelo.
5. Kakšne aktivnosti ocenjevanja in primerjanja lahko izvajamo v vrtcu za količini dolžina in masa?

Naloga 4

	<i>jezik</i> (<i>aktivnost</i>) <i>ocenjevanja</i>	<i>jezik</i> (<i>aktivnost</i>) <i>primerjanja</i>	<i>dve različni</i> <i>nestandardni enoti</i>	<i>standardna</i> <i>enota</i>
<i>masa</i>				
<i>tekočina</i>				
<i>denar</i>				

10 GEOMETRIJA

Različni ljudje o geometrijskih konceptih razmišljajo različno. Raziskave kažejo, da imajo najpomembnejši vpliv na razvoj geometrijskih konceptov izkušnje s tega področja in ne starost. Raziskovanje pomaga pri oblikovanju odnosov. Bolj, kot se “igramo”, več idej dobimo. Najboljše geometrijske aktivnosti vključujejo ponazorila.

Med geometrijskimi oblikami lahko razlikujemo telesa, like, črte in točke. Z njimi lahko izvajamo različne transformacije (translacija, rotacija, skladnost, simetrija). Podobnost in različnost geometrijskih oblik lahko določamo na zelo različne načine. Like lahko opisujemo s pomočjo njihovega položaja v ravnini ali prostoru. Like lahko po ravnini ali prostoru premikamo. Oblike lahko opazujemo iz različnih perspektiv.

Prostorska predstava je intuitiven občutek o oblikah in odnosih med njimi. Vključuje sposobnost miselne vizualizacije objektov in transformacij z njimi. Prostorske predstave niso genetsko pogojene, so pa nekoliko spolno opredeljene.

Geometrijsko znanje se razvija skozi Van Hielejeve stopnje (Van Hiele, 1984). Zanimala nas bo le prva - vizualizacija. V tej stopnji so objekt misli oblike in opis tega, “kako so videti”. Rezultat pa so razredi oblik, ki so si podobne. Otroci na tej stopnji prepoznajo in poimenujejo razrede oblik, ki temeljijo na vizualni karakteristiki. Zmožni so govoriti le o zunanjih lastnostih oblik. Kvadrat je

kvadrat, ker »je videti kot kvadrat«, zunanost na tej stopnji je torej dominantna, prevlada lahko nad lastnostmi oblike. Kvadrat, ki smo ga zavrtili tako, da so vse stranice pod kotom 45° na vertikalo, lahko za otroka »ni več kvadrat«. Otroci razvrščajo oblike na podlagi njihove zunanosti in so sposobni videti, kako so si oblike podobne oz. kako se razlikujejo. Na tej stopnji so učenci zmožni ustvariti in začeti razumeti klasifikacijo oblik.

Osnovne aktivnosti so klasifikacija, sestavljanje in razstavljanje oblik, orientacija v prostoru in transformacije oblik. Pri klasifikaciji morajo biti zbirke dovolj velike, da nepomembni vidiki ne postanejo pomembni. Pomembno se je tudi zavedati, da mora klasifikacijski kriterij odrasla oseba oblikovati skupaj z otroki.

Pri orientaciji v prostoru razvijamo pozicijski jezik (levo, desno, nad, pod, ..). Primerne aktivnosti so labirinti, kjer otrok (običajno v računalniškem okolju) poda navodila objektu za premik iz ene točke v drugo. Podobno vlogo igra potapljanje ladjic.

Transformacije, primerne za vrtec, so skladnost, simetrija in rotacija. Lika sta skladna, če se lahko prekrijeta. Lik je simetričen, če ga lahko preložimo tako, da ena njegova polovica natanko prekrije drugo. Kot ostale pojme poskušamo geometrijske uvajati skozi igro. Konkretno primere opiše Hojs (2015).

AKTIVNOST 36:

OPISOVANJE, PRIMERJANJE, PRAVILO IN SKRITO PRAVILO

Vsak otrok naključno izbere črto, lik ali telo, odvisno, za kateri tip oblik smo se vnaprej odločili. Ostali izmenjaje povedo podatek ali dva vsak o obliki. Ni pravih in nepravilnih odgovorov. Vsak otrok izbere dve obliki. Poišče nekaj, kar jima je skupno, in nekaj, v čemer se razlikujeta. Oblike morajo otroci izbrati, preden zastavimo nalogo. Skupina izbere naključno obliko. Iščejo vse ostale oblike, ki so podobne izbrani obliki, toda vsi po enakem pravilu. Če otrok reče "tale je podoben, ker je na eni strani enak in na drugi strani zviti", morajo ostali iskati po tem pravilu. Skupina poroča. Celoten razred nariše še eno obliko po pravilu in pove, zakaj so narisali tako obliko. Otrok oblikuje skupino oblik, a ne pove pravila. Ostali ugibajo pravilo.

AKTIVNOST 37: SESTAVLJANJE IN RAZSTAVLJANJE OBLIK

Vsak otrok naključno izbere črto, lik ali telo, odvisno, za kateri tip oblik smo se vnaprej odločili. Ostali izmenjaje povedo podatek ali dva vsak o obliki. Ni pravih in nepravilnih odgovorov. Vsak otrok izbere dve obliki. Poišče nekaj, kar jima je skupno, in nekaj, v čemer se razlikujeta. Oblike morajo otroci izbrati, preden zastavimo nalogo. Skupina izbere naključno obliko. Iščejo vse ostale oblike, ki so podobne izbrani obliki, toda vsi po enakem pravilu. Če otrok reče "tale je podoben, ker je na eni strani enak in na drugi strani zvit", morajo ostali iskati po tem pravilu. Skupina poroča. Celoten razred nariše še eno obliko po pravilu in pove, zakaj so narisali tako obliko. Otrok oblikuje skupino oblik, a ne pove pravila. Ostali ugibajo pravilo.

10.1 Od telesa k točki

Pri razvoju geometrijskih predstav prehajamo od višjedimenzionalnih oblik k nižjedimenzionalnim. Otroci se tako najprej seznanijo s telesi. Nato jih odtisnejo in spoznavajo like. Nadaljujejo s črtami in čisto nazadnje v šoli spoznajo točko, ki je kot element brez dimenzije najabstraktnejša geometrijska oblika. Telesa in liki so splošne oblike, s katerimi opisujemo vsakdanje reči. Otrok se jih uči tako, da vzame v roko, opazuje in uporablja veliko različnih predmetov posamezne oblike. Zato je potrebno, da se z različnimi telesi in liki igra toliko časa, da so mu povsem domači. Ob razvrščanju predmetov po obliki, njihovem opisovanju in spoznavanju njihovih lastnosti otrok potrebuje ime za posamezno skupino predmetov, ime za lastnosti, besede za primerjanje. Takrat se je tudi pripravljen naučiti poimenovanj.

Čeprav objekti nastajajo s pomočjo dejavnosti iz višjedimenzionalnih objektov, ne smemo pozabiti, da gre za samostojne elemente (tj. liki niso le na telesu, točke ne le na presečiščih črt). Izkustva okolja klasificiramo s pomočjo formalnejših geometrijskih opisov, pri čemer je delo močno vezano na konkreten prostor. Ustrezna ponazorila pogosto pripravlja odrasla oseba skupaj z otroki. Pozorni smo na to, da tudi empirične zaznave ustvarjajo objekte (ploskev - ravna roka, rob - vlečemo s prstom, točka - dotaknemo se s prstom).

10.2 Telesa

Prvo otroško spoznanje je, da telo zavzema prostor (na istem prostoru ne moreta stati dve različni telesi, v votlo posodo lahko nekaj shranimo, nalijemo ...). Modeli, ki jih uporabljamo v predšolskem obdobju, naj bodo zato neprozorni, razmeroma težki, ne pa žičnati ali prozorni. Z otroki izdelujemo telesa iz gline, pri čemer smo pozorni na to, da teles raje ne poimenujemo, kot da jih poimenujemo napačno. Otrok namreč verjetno ne bo imel dovolj ročnih spretnosti, da bi izdelal kocko z ravnimi ploskvami. Opazujemo in opisujemo različna telesa (tudi prizme, piramide, elipsoide ...) Pedagogika montessori za sklop teles, ki jih predstavimo predšolskemu otroku, predlaga deset geometrijskih teles: krogla, elipsoid, ovoid (jajčasto telo), stožec, tristrana piramida, štiristrana piramida, valj, kvader, kocka in tristrana prizma.

Bistvena lastnost geometrijskih teles, ki jo odkrivajo predšolski otroci, je, da so nekatera telesa okrogla, nekatera pa oglata. Otrok pridobiva to izkušnjo tako, da kotali telesa po klancu, piha vanje in jih skuša pognati v gibanje, opazuje njihove sledi, posluša, kako ropotajo ...

Koncept telesa se razvija skozi naslednje faze ali metodične korake:

1. korak: prepoznavanje oblik. Iščemo podobne oblike v okolici.
2. korak: predstavitev modelov teles in iskanje predmetov v okolici, ki imajo podobno obliko, kot model (imamo npr. model valja in iščemo predmete). Model lahko poimenujemo, ampak to ni naš cilj.
3. korak: opazovanje lastnosti. Opazujemo lahko oblike ali modele predmetov v okolici, iščemo lastnosti, kot npr. se kotali, je visok ...
4. korak: prehod na ploskve. Izdelovanje modelov teles iz različnih materialov (glina, plastelin – sam otrok si izbere model in ga izdelava, lahko

tudi vsaka skupina neko obliko, nato modele združimo in izdelamo figuro).

5. korak: odtiskovanje teles in prepoznavanje oblik, naredimo prehod od teles k likom.

10.3 Simetrija

Simetrijo v vrtcu lažje prikažemo skozi zrcala kot skozi prerinovanje ene polovice risbe na drugo stran. Otroci imajo radi simetrijo, saj znajo pri predmetu, ki je simetričen in ima na simetralo nastavljeno zrcalo, ugotoviti, kakšen je tisti del predmeta, ki ga trenutno ne vidijo, a se odslikava v zrcalu. Bistvo učenja simetrije v vrtcu ni v tem, da zna otrok poiskati simetralo simetričnemu predmetu, ampak da uporablja posledice simetrije. Pri razvijanju pojma simetrije pri otroku moramo izhajati iz tega, da najprej spoznava simetrijo v okolju, ki ga obdaja. Šele kasneje mu ponudimo aktivnosti izdelovanja simetričnih oblik iz papirja in na papirju. Izpostavimo tri tipe simetrije: rotacijsko simetrijo, ki vodi v središčno somernost, zaporedno simetrijo, ki jo zaznamo kot vzporedni premik, in linearno simetrijo, ki vodi v osno somernost. Osredotočili se bomo na linearno simetrijo. Primer linearne simetrije je črka A. Če narišemo vertikalno simetralo, prerežemo črko A na dva dela. Če ogledalo postavimo na simetralo, se del črke, viden v ogledalu, popolnoma ujema z vidno polovico črke A. Test z ogledalom temelji na tem, da držimo ogledalo na simetrali, da dokažemo, kako se vzorec lahko deli na dva dela. En del je del slike v ogledalu. V katerem koli vzorcu, v katerem je linearna simetrija, je polovica vzorca v ogledalu slika druge polovice. To je razlog, da linearno simetrijo imenujejo tudi zrcalna simetrija. Z ogledalom je zanimivo testirati tudi nekatere nesimetrične vzorce.

Oсно simetrične vzorce lahko prepognemo vzdolž simetrale. Tako preizkusimo simetričnost. Pri tem govorimo o »pregibnem testu« za linearno simetrijo V predšolskem obdobju najpogosteje uporabljamo prav linearno simetrijo, največkrat barvno linearno simetrijo ter izrezovanje simetričnih oblik ob pregibu papirja. Za otroke je horizontalna linearna simetrija težja kot vertikalna.

Otroka ni potrebno posebej učiti, kako nadaljevati nedokončano risbo na drugi strani, da bo simetrična. Ta spoznanja usvoji že precej zgodaj, vendar ni vedno motorično dovolj spreten za oblikovanje zares simetrične risbe ali slike. Igre s simetrijo, ki jih navaja Šebjan (2009), so lahko dober začetek za uvajanje transformacij v vrtcu.

10.4 Različne perspektive in rotacija

Otrok se razvija tudi v dojemanju perspektive. Najprej misli, da vsi vidijo tako kot on in si ne zna zamisliti, kaj vidi prijatelj na vrhu tobogana. Zato je pomembno, da otroku ponudimo opazovanje z različnih položajev, npr. opazovanje z drevesa, tobogana, terase. Aktivnosti naj vsebujejo razumevanje oblik, gledanih iz različnih perspektiv. Mlajši otroci lahko po slikovni predlogi polagajo figure. Nato sliko opisujejo in primerjajo z realno situacijo. Ob tem uporabljajo jezik prostorske orientacije, npr. Pred hišami je ograda. V ogradi sta konj in prašič. Ob ogradah so drevesa.

Ena od možnih rotacijskih aktivnosti so tudi četverčki, ki so natančneje predstavljeni v poglavju o link kockah.

10.5 Vprašanja za ponavljanje

1. Katere geometrijske oblike spoznavamo v vrtcu?
2. Navedite tri klasifikacijske aktivnosti z liki.
3. Pojasnite načelo od telesa k točki.
4. Zapišite metodične korake za razvoj pojma »valj«
5. Opišite aktivnost četverčki.
6. Kako se otrok razvija v dojemanju perspektive in kako lahko k razvoju pripomoremo?

11 ALGEBRA

Na področju algebre prevladuje v predšolskem obdobju vsebina vzorci, ki jo v nadaljevanju podrobneje opišemo.

11.1 Vzorci

Vzorci so matematična vsebina, ki se pogosto pojavlja tudi v predšolskem obdobju, običajno z navodilom nadaljaj. Vzorec je niz objektov, ki mu lahko poiščemo pravilo, s pomočjo katerega niz nadaljujemo. Vzorec je lahko sestavljen iz različnih pojavnih oblik istega elementa (npr. različne barve kvadratkov) ali iz različnih elementov (npr. keks, bonbon). Glede na objekte v vzorcu ločimo vzorce iz konkretnih predmetov, grafične vzorce (lahko uporabljamo tudi šampiljke) ter vzorce iz simbolnih elementov. Poleg teh pa poznamo še gibalne vzorce, ritmične vzorce, glasovne vzorce ... Preplet gibalnih in glasovnih vzorcev je posebej zanimiv (Golob, 2007).

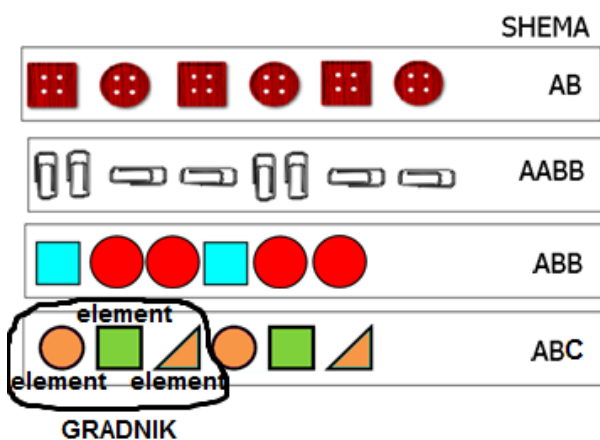
Vzorci se redno pojavljajo v matematiki, ki jo včasih imenujemo tudi »znanost vzorcev in reda«. Vzorce najdemo v konkretnih fizičnih ali geometrijskih situacijah, pa tudi v aritmetiki. V okolju lahko isti vzorec najdemo v različnih pojavnih oblikah. Izmenjavanje dneva in noči je matematično gledano enako kot izmenjavanje rdeče in bele barve na železniški zapornici. Vključevanje vzorcev v predšolsko matematiko je v zadnjem času pridobilo zagon, dovolj je tudi strokovne literature na to temo (Lipovec & Antolin Drešar, 2013b).

11.2 Ponavljajoči se vzorci

Razvoj razumevanja algebrskih struktur postopoma vpeljujemo z oblikovanjem in prepoznavanjem pravil v vzorcih (geometrijski vzorci) in z oblikovanjem številskih zaporedij (prepoznavanje in oblikovanje pravil v številskih zaporedjih, ki jih obravnavamo pri sklopu naravna števila). Ponavljajoče se vzorce otroci pričnejo preiskovati že v vrtcu.

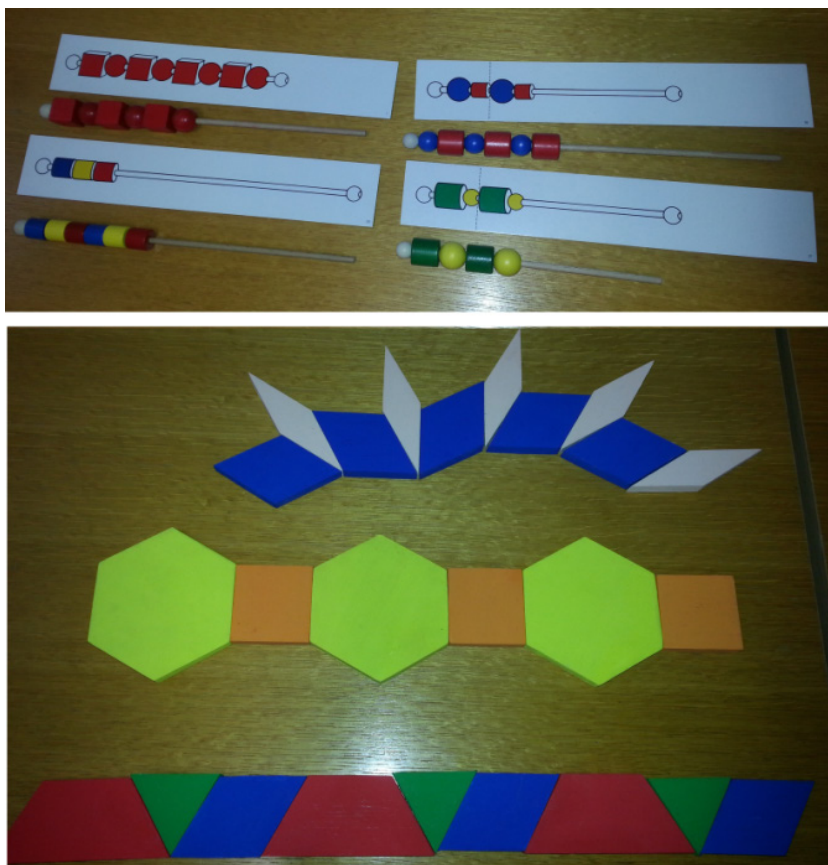
Gradnik ponavljajočega vzorca je tisti del vzorca, ki se ponavlja. Sestavljen je iz najmanj dveh elementov. Primer: krog – kvadrat – trikotnik (gradnik), krog – kvadrat – trikotnik (gradnik), krog (element) – kvadrat (element) – trikotnik (element). Vsak gradnik se ponovi v celoti vsaj dvakrat, pri čemer se niz ne prelomi na sredi gradnika. Kot material uporabimo gumbе, ploščice za vzorce, sponke ...

Za lažje in hitrejšе branje vzorcev elemente lahko nadomestimo s črkami. Tako bi zgoraj navedeni primer zapisali takole: ABC, ABC, ABC ... Zapis ABC bomo imenovali shema vzorca. Izrazov gradnik, element in shema vzorca ne uporabljamo pred otroki in jih od otrok ne zahtevamo. Namesto gradnik bomo rekli nekaj, kar se ponavlja, ali del, ki se ponavlja, namesto element pa bomo poimenovali konkretni predmet, zvok, gib, sliko, simbol ...; shemo poimenujemo npr. zapis s črkami (slika 35).



Slika 35: Shema in gradnik vzorca.

Kadar je le možno, naj aktivnosti z vzorci vključujejo konkretni material, kajti s tem otrokom omogočamo varno okolje za nadaljevanje vzorca in eksperimentiranje. Materiali imajo običajno tudi predloge, ki učiteljem pomagajo pri oblikovanju aktivnosti.



Slika 36: Biserčki in ploščice za vzorčke.

Za izdelovanje vzorcev lahko uporabimo tudi material, ki ga najdemo v vsaki igralnici ali učilnici in je običajno namenjen klasifikacijskim aktivnostim. Pozorni moramo biti na to, da imamo dovolj enakih elementov, da je otrokom omogočeno večkratno ponavljanje gradnika.

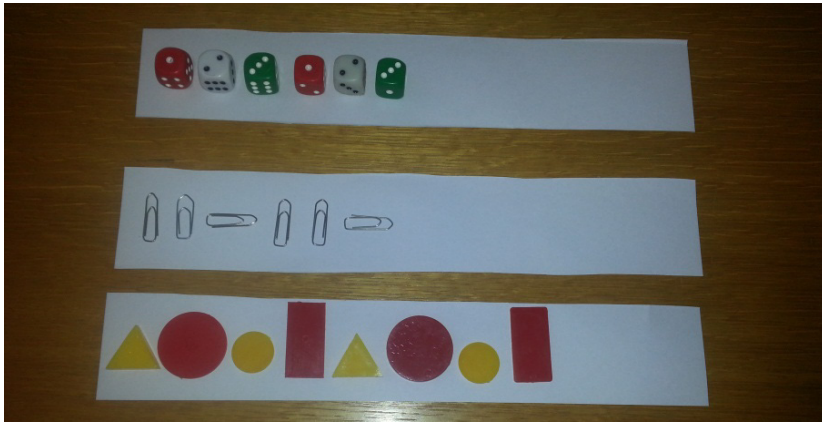


Slika 37: Vzorci, izdelani iz klasifikacijskega materiala.

Nekatera gradiva za vrtec ali nižje razrede osnovne šole ponujajo slikovne ponazoritve vzorcev, kot npr. niz pobarvanih krožcev. Naloga običajno zahteva, da otrok nadaljuje z barvanjem. Obstajata dve bistveni razliki med tako podano nalogo in aktivnostjo, ki vključuje konkretni material (npr. nizanje barvnih biserčkov). Prva in najpomembnejša razlika je v tem, da pri slikovni predstavitvi aktivnost v ozadju skriva idejo „prav“ in „napak“. Če otrok barva „napačno“, je sprememba barve (radiranje) dokaj težavna in lahko pri otroku vzbudi občutke nesposobnosti. Konkretni material po drugi strani otroku omogoča metodo poskusa in napake. Druga slabost slikovne predloge je omejenost s prostorom, kajti otroci vzorca ne morejo nadaljevati preko vnaprej predvidenega prostora. Večina otrok uživa v uporabi konkretnih materialov, kot so npr. barvice, gumbi ali ploščice. Večkrat jih tako lahko opazujemo, kako nizanje nadaljujejo zelo dolgo, pri čemer nastanejo vzorci, ki se raztezajo čez cele učilnice.

Koncept ponavljajočih se vzorcev predstavimo na več različnih načinov. Vzorce lahko oblikujemo vnaprej (npr. razne simbole pritrdimo v niz na steni, na vrvico obesimo predmete, ki oblikujejo vzorec ...). Glasbeni vzorci, kot npr. „do-mi-mi; do-mi-mi“, so namenjeni temu, da se celoten razred pridruži nadaljevanju. Gibalni vzorci, kot npr. gor-dol v igri dan in noč ali gibanje treh elementov pri gibanju rok v nizu „gor – stran – stran – dol, gor – stran – stran – dol“, so lahko

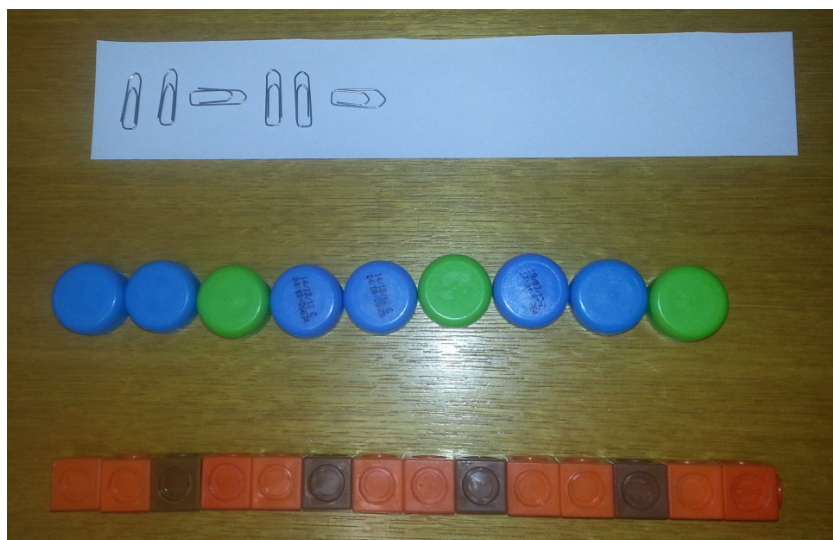
dobrodošel uvod. Ko je osnovna ideja ponavljajočega se vzorca jasna, otroci pričnejo z delom v manjših skupinah, ki bo osnova za učinkovitejše učenje koncepta. V skupinah naj nadaljujejo vzorce, oblikovane iz preprostih materialov. Za vsako skupino materialov odrasla oseba na papirnati trak (ok. 5 cm x 30 cm) nariše nekaj ponovitev gradnika. Otroci morajo uporabiti konkretni material, ponoviti že narisani niz in ga nadaljevati. Za vsako skupino materialov potrebujemo 10 do 15 predlog; za celoten razred zadošča 6 do 8 takih skupin oz. materialov. Na predloge lahko nastavimo konkreten material ali pa pripravimo slikovne predloge. Že pripravljene predloge najdemo v Zvonar (2013).



Slika 38: Predloge za nadaljevanje vzorca

Začetni cilj učenja ponavljajočih se vzorcev je prepoznati gradnik, ki se ponavlja. Gradnik, včasih imenovan tudi jedro, je najkrajši niz elementov, ki se ponavlja. Ponovno opozorimo na to, da je v nižjih razredih pomembno, da se gradnik ponovi v celoti in da se prikazani niz ne prelomi sredi gradnika. Če je npr. gradnik $-oo$, lahko na traku prikažemo npr. $-oo-oo$ (dve ponovitvi gradnika), da se izognemo dvoumnemu podajanju naloge, pa raje ne narišemo $-oo-oo-$ ali $-oo-$. Ko otroci dosežejo stopnjo prepoznavanja gradnika, lahko sestavljajo tudi svoje vzorce. Verjetno se bo potrebno pogovoriti o tem, ali je sestavljena struktura sploh "vzorec", kajti beseda ima v naravnem jeziku drugačen pomen. Če otrok na paličico naniza kvader, kocko in stožec ter trdi, da je zgradil vzoreček, mu je potrebno pojasniti, da ni naredil ponavljajočega se matematičnega vzorca (ker pač ni ničesar, kar se ponavlja). Otroci radi sami določajo pravila, medtem ko oblikujejo gradnik, še posebej takrat, ko se to igro igrajo z vrstnikom, ki mora odkriti pravilo, po katerem je vzorec sestavljen.

Pomemben korak v razvoju koncepta je, da otroci zaznajo, da predstavljata dva vzorca, ki sta zgrajena iz različnega materiala, pravzaprav isti vzorec. Otroci naj bi zaznali neodvisnost strukture od uporabljenega materiala. V ta namen jim lahko damo trak, ki npr. prikazuje vzorec s sponkami, ter drug material (npr. gumbe).



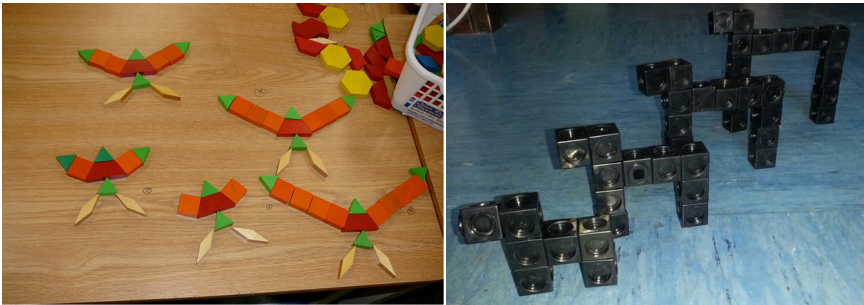
Slika 39: Predloga s sponkami za vzorec AAB ter predstavitev vzorca z zamaški in link kockami.

Lahko izvedemo tudi klasifikacijsko aktivnost, kjer učenci iščejo trakove, ki prikazujejo vzorce z enako strukturo, a različnim materialom. Kot preverjanje, ali so klasificirali pravilno, lahko uporabimo branje vzorca s črkami. Otroci naj bi torej ugotovili, da je vzorec „modra–rdeča–rdeča, modra–rdeča–rdeča“ enak kot vzorec „sedi–stoj–stoj, sedi–stoj– stoj“. S tem pridobimo osnovo za ugotovitev, da lahko imajo zelo različne situacije podobne matematične lastnosti. Otrokom lahko pri teh ugotovitvah pomagamo z vpeljevanjem shem oz. simbolnih zapisov vzorcev, denimo s črkami (seveda bi lahko uporabili katerekoli druge dogovorjene simbole, npr. številke).

Opisane dejavnosti vodijo otroka med drugim tudi do oblikovanja pojma števila. Raziskave, ki jih je opravil Piaget s sodelavci, kažejo, da je pogoj za štetje logično mišljenje, ki pa ga otrok razvija skozi procese razvrščanja, urejanja ter oblikovanja relacij med elementi poljubnih množic. Novejše raziskave pa kažejo, da se otrok uči šteti tudi z dejavnostmi preštevanja.

11.3 Rastoči vzorci

Pri predšolskih otrocih lahko pričenemo vključevati tudi rastoče vzorce. Rastoči vzorec je vzorec, v katerem se število objektov v vsakem koraku poveča po nekem pravilu. Pozornost otrok usmerimo na število objektov, ki nastopajo v vsakem koraku. Odrasla oseba zagotovi, da otroci vedo, katere objekte opazujemo. Na začetku je nujno, da vse vrste vzorcev ponazarjamo s konkretnim materialom. Slikovne ponazoritve je smiselno vključevati šele, ko so otroci pridobili dovolj izkušenj s konkretnim materialom. Začetni cilj raziskovanja je iskanje rekurzivnega pravila, tj. pravila, ki opiše, kako se vsak naslednji korak v nizu razlikuje od prejšnjega. Uporabimo pa lahko seveda tudi drug material. Na sliki lahko opazujemo metuljčke iz ploščic za vzorčke in psičke, ki so sestavljeni iz link kock (slika 40). Ko učenci opazujejo metuljčke, opazijo, da se jim krila, za katera potrebujejo kvadratke, v vsakem koraku podaljšajo in zato potrebujejo vsakič dva kvadratka več. Opazijo tudi, da en metuljček ne sledi temu pravilu in zato ni del vzorca. Vsak naslednji psiček ima za eno kocko daljši trup in za po eno kocko daljše noge. V vsakem naslednjem koraku potrebujem torej tri kocke več.

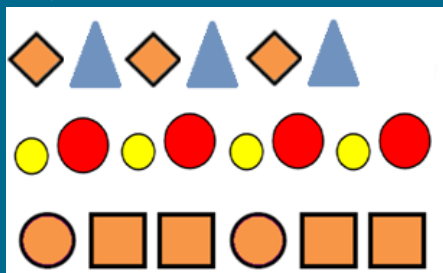


Slika 40: Rastoči vzorci - metuljčki in psički

Opis, ki napove potrebno število objektov z uporabo znanega števila objektov v prejšnjih korakih, imenujemo rekurzivni opis ali rekurzivno pravilo. Rekurzivni opis vzorca nam pove, kako konstruiramo naslednji korak, če poznamo predhodnega. Učenci bodo ugotovili (podobno, kot so počeli pri ponavljajočih se vzorcih), kateri vzorci imajo enaka pravila. In so si torej strukturno podobni, čeprav je njihova konkretna ponazoritev različna. Tovrstno odmišljanje konkretnih značilnosti matematičnega koncepta predstavlja dober uvod v algebro.

11.4 Vprašanja za ponavljanje

1. Opišite uporabo didaktičnega ponazorila »Ploščice za vzorčke« za razvoj predalgebraičnega razmišljanja preko vzorcev.
2. Napišite (narišite) primer slikovnega vzorca, geometrijskega vzorca, številskega vzorca, simbolnega vzorca in številskega zaporedja.
3. Naštejte tri ponavljajoče se vzorce iz narave. Opišite jih s shemo.
4. Zapišite tri vsebinsko različna vprašanja o vzorcih, ki bi jih zastavili otrokom ob spodnji sliki.



5. Navedite primer vzorca s shemo AABAAB na enaktivni ravni.
6. Na konkretnem primeru opišite razliko med ponavljajočim in rastočim vzorcem.
7. Skicirajte primer rastočega vzorca s Cuisenairovimi paličicami.

12 DRUGE VSEBINE

S področja Druge vsebine se bomo podrobneje posvetili podatkom in grafičnim prikazom le-teh.

12.1 Podatki

Podatki, tudi v obliki različnih grafičnih prikazov, igrajo pomembno vlogo med informacijami, ki jih vsakodnevno sprejemamo. Zato je jasno, da morajo tudi otroci osvojiti razumevanje grafičnih prikazov in tega, kako le-ti prikazujejo podatke. Otroci predvsem potrebujejo pogoste priložnosti, da sami zbirajo podatke. Prav tako naj čim večkrat sami odločajo o najučinkovitejših načinih predstavitve podatkov in naj samostojno interpretirajo in analizirajo rezultate. Neformalno primerjanje, razvrščanje in aktivnosti štetja predstavljajo matematične začetke pri otrokovem razumevanju podatkov. Že v predšolskem obdobju naj otroci začnejo postavljati vprašanja z namenom, da bi raziskovali, organizirali odgovore in izdelovali prikaze podatkov. Glavni namen zbiranja podatkov je, da odgovorimo na vprašanja, kjer odgovori niso na prvi pogled očitni. Organiziranje podatkov v kategorije naj bi se začelo z neformalnimi aktivnostmi razvrščanja, kot je na primer pomoč pri pospravljanju nakupa (živil).

Postopek zbiranja podatkov lahko poteka po naslednjih korakih:

1. Izberemo si problem/vprašanje (določi ga vzgojitelj_ica sama ali skupaj z otroki).
2. Otroci iščejo odgovor(e) na zastavljeni problem/vprašanje.
3. Otroci se z medsebojnim komuniciranjem odločijo o metodi zbiranja podatkov.
4. Ko so podatki zbrani, se otroci odločijo o primernem načinu predstavitve podatkov.
5. Sledi izdelava grafičnega prikaza.
6. Ko so podatki prikazani, jih lahko otroci skupaj z vzgojitelj_ico analizirajo.

Prikaz lahko izdelamo precej hitreje, če:

1. Predlogo z grafom postavimo na vidno mesto (npr. na tla, na mizo, steno ali tablo).
2. Oblikujemo dve do šest različnih kategorij in se odločimo, kakšno skupino podatkov bo predstavljala posamezna kategorija.
3. Vsak otrok naj pripravi svoj prispevek h grafu, preden začnemo z aktivnostjo (npr. za realistične ali slikovne grafične prikaze pripravimo predmet ali risbo).
4. Prav tako moramo v zadostni količini pripraviti material za pritrjevanje, kadar je to potrebno (npr. risalni žeblički, lepilni trak, sponke ipd.);
5. Otroke razdelimo v manjše skupine, da se hitreje razvrstijo pri označevanju na grafičnem prikazu.

Pri vseh prikazih na predšolski stopnji posamezne značilnosti, po katerih razvrščamo, predstavljamo s slikopisom, ki je predšolskemu otroku edini razumljiv. Zato moramo dobro razmisliti, kako določeno značilnost kar najbolje slikovno predstaviti, da bo otrokom jasna. Pri odločanju upoštevamo tudi predloge otrok.

12.2 Grafični prikazi

Grafične prikaze torej lahko razvrstimo v tri skupine, glede na reprezentacije (po Brunerju), ki jih vsebujejo:

- Realistični grafični prikaz, kjer razvrščamo in postavljamo v grafični prikaz dejanske objekte (osebe ali predmete); otroci se npr. postavijo v kolone glede na število otrok v družini ali pa razporedijo pare čevljev v vrste glede na barve.
- Ikonični (slikovni) grafični prikaz, kjer razvrščamo in postavljamo v grafični prikaz slikovne prikaze (reprezentacije) objektov. Otroci se lahko narišejo in se razvrstijo med dečke ali deklice, narišejo lahko svoje oko in ga razporedijo pod ustrezno bravo; narišejo lahko svoj najljubši sadež ...
- Simbolni grafični prikaz, kjer razvrščamo in postavljamo v grafični prikaz simbole, ki predstavljajo objekte. Če se otroci odločajo, kakšne barve bo nova preproga v igralnici, lahko v pripravljene posode mečejo kroglice izbrane barve; število žepov na svoji obleki lahko ponazorijo tako, da pripnejo sponke za papir na vnaprej pripravljeno podlago ...

Mnoge konkretne primere grafičnih prikazov za predšolsko obdobje najdemo v Rozman (2009).

Prikaze ločimo tudi glede na to, ali služijo zbiranju podatkov (kot npr. preglednica ali črtni prikaz) ali interpretaciji podatkov (kot npr. carollov, euler-vennov, drevesni, puščični, stolpčni).

Stolpčni prikazi so med prvimi načini razvrščanja in predstavitve podatkov in so še posebej koristni v predšolskem obdobju in v prvih treh razredih osnovne šole. Na zgodnji stopnji izdelujemo stolpčne prikaze tako, da vsak stolpec vsebuje števne dele. Številaska skala ni potrebna. Ti grafični prikazi so preprosti in zelo hitro izdelani. Lahko jih obrnemo tudi vodoravno. V tem primeru govorimo o vrstičnih prikazih oz. o vodoravnih stolpčnih prikazih.

Oblika prikaza je tabela, razdeljena na dva stolpca (ali dve vrstici). Na vrhu vsakega stolpca je slikopis - dva enaka simbola, eden je prečrtan. Simbol namreč ponazarja izbrano značilnost (npr. simbol medvedka za igrače, ki so medvedki), drug (prečrtan) simbol pa zanikanje te lastnosti (npr. prečrtan medvedek za

igrače, ki niso medvedki). Objekte razvrščamo v prikaz tako, da jih polagamo na tisto stran (v tisti stolpec), kamor spadajo glede na določeno značilnost (kakor določa slikopis). Poznamo tudi vodoravni carrollov prikaz, kjer razvrščamo v vrstice. In težjo različico carrollovega prikaza, kjer razvrščamo predmete po dveh lastnostih (vodoravno in navpično) in tako dobimo štiri skupine predmetov. Znotraj vsake oblike pa lahko najdemo razporeditev glede na reprezentacije. Carrollov prikaz je torej lahko realističen, slikoven ali simbolen.

Euler-vennov prikaz uporabljamo, ko želimo izpostaviti več pojavnih oblik dane značilnosti. Zbirka euler-vennovih grafičnih prikazov z različnimi razvrstitvami (za isto množico predmetov) bo otrokom tudi predočila več možnih razvrstitev istih objektov. Na predšolski stopnji izbiramo lastnosti tako, da se izogibamo preseku.

Drevesni prikazi so vrsta grafične organizacije informacij, ki prikazujejo, kako so objekti povezani drug z drugim. Deblo drevesnega prikaza predstavlja glavno temo, veje pa predstavljajo pomembna dejstva, dejavnike, vplive, značilnosti, ljudi ali izide. Običajno z drevesnim prikazom prikazujemo razvrščanje objektov v skupine in podskupine. Drevesni prikaz lahko služi tudi prikazovanju kombinatoričnega razmišljanja.

Pušični prikaz prikazuje relacije. Povezuje predmete dveh množic glede na kako skupno značilnost in vzpostavlja med elementi dveh skupin odnos. Elemente obeh skupin običajno narišemo. Določiti moramo tudi nalogo oz. kriterij povezovanja. Povezujemo z risanjem črt, lahko tudi s kredo na tabli ali na betonskih tleh igrišča. Lahko pa objekte (otroke ali dejanske predmete) povežemo tudi z vrstico ali z volno.

Tortni prikazi sicer spadajo med zahtevnejše prikaze, ker gre za prikaz deležev. Vendar preproste tortne prikaze lahko izdelamo že s predšolskimi otroci. Tortni prikaz nam pokaže podatke, ki niso tako zlahka razvidni iz ostalih prikazov. Predočijo nam dele celote in razmerja med njimi na način, ki je primeren že za predšolske otroke. Tortni prikazi so primerni tudi za različne primerjave, npr. znotraj skupine, med našo skupino in drugo skupino v vrtcu ali z vsemi ostalimi skupinami. Poznamo nekaj različnih tehnik za izdelavo tortnih prikazov s predšolskimi otroci: človeški tortni prikaz, kjer se otroci postavijo v krog in z

vrvicami oblikujemo deleže, tortni prikaz iz stolpčnega prikaza in tortni prikaz z barvanjem posameznih deležev.

S pomočjo preglednic si otroci zapisujejo rezultate svojega opazovanja, denimo, katere sladice imajo radi. Pozor: pri tem ne gre za stolpčni prikaz. Lahko pa na podlagi podatkov, zbranih v preglednici, kasneje izdelamo stolpčni prikaz (ali kakšne druge vrste prikaz).

Pri črtičnem prikazu gre za preglednico, v kateri število objektov ponazorimo s črticami (in s številskimi simboli). Ta oblika grafičnega prikaza je zato primerna za starejše otroke, ki obvladajo štetje in ki že znajo zapisovati številске simbole.

12.3 Vprašanja za ponavljanje

1. Izberite si deset pravljič/dešet sadežev/dešet živali/dešet slovenskih mest/dešet športnih aktivnosti. Razvrstite jih po dveh lastnostih v euler-vennov/carrollov prikaz. Prikaz naj v vsakem bistvenem področju vsebuje vsaj eno pravljičico/sadež/žival/mesto/športno aktivnost.
2. Skicirajte euler-vennov in carrollov diagram po dveh lastnostih, če imate naslednje podatke o rojstnem kraju otrok: Jasna (MB), Urška (LJ), Matevž (LJ), Sanja (KP), Žan (LJ), Lea (MB), Miha (MB), Luka (KP), Jana (MB), Rosa (LJ), Nina (MB), Lana (KP).
3. V modri igralnici so zbirali podatke o tem, ali doma gledajo televizijo med tem, ko jedo.

Da	<i>Ana, Tina, Mojca, Petra, Helena, Andrej, Miha, Bernard, Emanuela, Janja, Tine</i>
Ne	<i>Natalija, Mihaela, Maksimiljan, Ivo, Marija, Sabina</i>

Narišite carrollov in euler-vennov prikaz za lastnosti »deček/deklica« in »gleda/ne gleda«.

4. Otroci so podali naslednje odgovore o svojih domačih živalih:

MATEJ	pes, mačka	ANDREJ	kanarček	MIHA	konj, pes, morski prašiček
TINE	pes, mačka, zlata ribica, zajček	MARKO	mačka s štirimi mladički	VITJA	dva psa
VESNA	ribica, konj, papiga	MOJCA	brček, mačka	ANA	/
JASNA	/	URŠKA	kača	ZORAN	/

Narišite tortni diagram, ob katerem otroci najlaže odgovarjajo na vprašanje »Katere domače živali so najpogostejše v naši igralnici?«

III. KURIKULARNE PODLAGE

V nadaljevanju je z različnimi oblikami črk ponazorjeno prepletanje različnih obdobij, in sicer:

poševno: samo 1.- 3. leto,

navadno: 1.- 3. in 3. - 6. leto,

podčrtano: samo 3. - 6. leto

odebeljeno: 1. razred

Nadaljevanje služi uzaveščanju vertikale razvoja pojma, saj je pomembno, da se zavedamo, kam se razvijajo pojmi, ki jih pričnemo predstavljati v vrtcu.

Tema: GEOMETRIJA IN MERJENJE

SKLOP: ORIENTACIJA

Otrok:

- spoznava prostor, njegove meje, zunanost, notranost;
- uporablja izraze za opisovanje položaja predmetov (na, v, pred, pod, za, spredaj, zadaj, zgoraj, spodaj, levo, desno ...) in se nauči orientacije v prostoru);
- raziskuje svojo igralnico in vso stavbo vrtca, vrt vrtca in ograjo, škatle, v katere lahko zleze, podhode, predore, luknje in se pogovarja o tem, kje je kaj opazil;
- se postavlja v različne položaje in opazuje okolje z visokega tobogana, z vzpetine, s hriba, ko visi z glavo navzdol na plezalih, ko leži pod posteljo ali omaro in riše, kar je videl, ima na razpolago veliko ogledalo, kjer se vidi v celoti, pleše v škatli in na odprtem, hodi po označeni poti, po labirintu v snegu;
- opazuje, kaj je zunaj in kaj znotraj, daje stvari noter in ven iz škatel s pokrovi, skriva stvari in jih išče, primerja reči po zunanjem videzu in po vsebini, enake lončke z različnimi vsebinami (različne barve v enakih lončkih, različni bonboni v enakih vrečkah) in različne zunanosti z enako vsebino (več oblik škatel enakega mleka);
- *ob vsakdanjem gibanju po vrtcu se uči pojma levo in desno in enostavne orientacije v prostoru;*
- *na svojem telesu se uči pojme levo in desno, spodaj, zgoraj, spredaj, zadaj;*

- opazuje, kje ležijo druge stavbe glede na vrtec, riše načrte po svoji zamisli, po predlogah in po spominu, izdeluje makete stavb in okolice, se igra z zemljevidi;
- se igra igre navodil, kjer mora vnaprej premisliti, kam bo vrstnika poslal (naprej, levo, za klopjo desno), da bo prišel na zamišljeni cilj; se pogovarja o kriterijih razvrščanja (po videzu ali vsebini);
- **opredeli položaj predmeta glede na sebe oz. glede na druge predmete in se zna pri opisu položajev pravilno izražati (nad/pod, zgoraj/spodaj, desno/levo ...);**
- **premika se po navodilih po prostoru,;**
- **orientira se na ravnini (na listu papirja);**
- **razvija strategije branja in prepoznavanja mrež, poti, labirintov.**

SKLOP: GEOMETRIJSKE OBLIKE IN UPORABA GEOMETRIJSKEGA

Otrok:

- spoznava simetrijo, geometrijska telesa in like;
- rabi izraze za opis geometrijskih in fizikalnih lastnosti in položaja (barve, oblike (npr. okroglo, ravno, špičasto), površine (npr. mehko, mokro), velikosti (npr. veliko, majhno), spodaj, zgoraj, levo, desno itn.);
- se veliko igra s snovmi, kot so pesek, voda, glina, sneg, preliva vodo in pesek v različno velike lončke, preoblikuje glino, polni modele, kanglice;
- izkusi geometrijske lastnosti predmetov z različnimi čuti tudi ob njihovih nasprotjih;
- shranjuje igrače v zabojе, škatle, vreče, košare (zaboj za lego kocke, škatla za lesene kocke, košara za punčke, polica za avtomobile itn.);
- se igra z dvodimenzionalnimi (ploščice) in tridimenzionalnimi predmeti različnih barv, geometrijskih oblik, z votlimi in polnimi predmeti;
- rabi izraze za geometrijske pojme, kot so nagnjeno, poševno na, krivo, rob, vogal, imena teles, ki jih uporabljamo v vsakdanjem pogovoru;
- se igra z geometrijskimi telesi in liki (kocka, krogla, piramida, trikotnik, kvadrat, krog, črta, pika itn.), išče oblike v naravi, jih imenuje, izdeluje in riše s pripomočki in prosto;

- prepozna, poimenuje in opiše osnovne geometrijske oblike v življenjskih situacijah (predmeti) in matematičnih okoliščinah (modeli);
- izdelava modele teles in likov ter jih opiše;
- riše prostoročno črte in like;
- uporablja geometrijsko orodje (šablono) pri risanju ravnih črt in likov.

SKLOP: TRANSFORMACIJE

Otrok:

- opazuje simetrijo pri predmetih, v naravi, izdeluje simetrične slike, s prepogibanjem še mokre slike odtisne simetrično sliko na drugo polovico papirja, prerisuje polovico slike simetrično na drugo stran simetrale, opazuje, kaj se zgodi s predmeti pri sukanju, vrtenju, če jih pogledamo v zrcalu.

SKLOP: MERJENJE

Otrok:

- se seznanja s strategijami merjenja dolžine, površine in prostornine z merili in enotami;
- rabi izraze za primerjanje objektov po geometrijskih lastnostih (veliko, malo, več manj, enako, mnogo, večji, manjši, enako veliko, težji ipd.);
- *se igra s tehtnicami, menzurami, vrvjo, ima na razpolago različne pripomočke za merjenje (lopat, žlice, šiviljske metre, različne tehtnice, različno velike lončke, prozorne posode ipd.);*
- *polni lončke in s pomočjo šteje, koliko lopat gre v en lonec, primerja, koliko vode ima v kozarcu glede na kozarec drugega otroka;*
- meri s priročnimi sredstvi (koraki, dlanmi, ščepci, palicami, lončki, žlicami) in se igra z merili (od tehtnic, termometrov do ravnil);
- Izbira enoto in meri z njo s pomočjo različnih tehtnic, različno velikih lončkov, prozornih posod, ravnil, šiviljskih metrov itn;
- se igra trgovino, tržnico, kuha po receptih, se igra zemljo krast, se igra z denarjem;

- meri čim več različnih večjih objektov s priročnimi merili (koraki, palicami, skoki, prsti, pedmi) in primerja dobljene meritve z meritvami vrstnikov;
- opazuje datum in dan na koledarju, se igra s koledarjem;
- **oceni in primerja količine za dolžino, maso in prostornino (najkrajši, najdaljši, najtežji, najlažji, največja, najmanjša prostornina ...);**
- **meri dolžino, maso in prostornino z nestandardnimi enotami (z relativnimi in konstantnimi).**

Tema: ARITMETIKA IN ALGEBRA

SKLOP: NARAVNA ŠTEVILA IN ŠTEVILO 0

Otrok:

- imenuje predmete v neurejeni skupini s poljubnimi, vendar različnimi imeni, (ob pomoči odraslega) kaže posamezne predmete v množici in jih imenuje (žaba, riba, kocka, še ena kocka,..);
- klasificira in razvršča;
- razporeja predmete v malo in veliko skupino glede na različne lastnosti (npr. po barvi, snovi, iz katere so reči narejene, po obliki listov rastlin);
- sestavlja skupine in zbira reči v zbirke; opazuje skupine predmetov in ob tem opazi, da so skupine po razvrščanju različno “velike” ali pa enake;
- se pogovarja z vrstniki o svojih zbirkah ter o tem, koliko predmetov že imajo, koliko več ali manj jih ima vrstnik;
- *šteje kar tako, iz veselja, ko izgovarja enadvetisti ali enatrisedem kot eno besedo; šteje, ko skače, ko poje pesmico;*
- spoznava razlike med merjenjem in štetjem ter različne in skupne lastnosti snovi in objektov, ki jih merimo, in posameznih objektov, ki jih štejemo;
- imenuje in prelaga en po en predmet v množici, šteje podobne objekte na prehodu (drevesa, klopi v parku, liste na cvetu), šteje stvari, ki jih je malo, in stvari, ki jih je veliko;
- šteje nazaj, šteje zaporedoma dve ali tri števila zelo na glas, dve ali tri števila po tihem, se uči izštevank;
- šteje več stvari ali reči, ki jih ne more prijati, in pri tem uporablja še druge pripomočke (npr., ko šteje okna na sosednji hiši, zloga na kup male kocke, kamenčke);

- šteje urejene reči (korake, deske v ograji, stopnice, ko hodi po njih) in neurejene objekte (oblake, kaplje vode, cvetove na travniku, predmete in osebe na umetniških slikah), s pomočjo odraslega kaže in šteje predmete, ki jih ne more prijeto (na slikah, na nedosegljivih mestih, na hišah, na ljudeh);
- posnema štetje s prsti pri odraslih in drugih otrocih in se igra s sencami prstov; šteje s prsti na svoj način, se igra družabne igre, ki vsebujejo štetje (človek, ne jezi se; domino, kače in lestve, igre, kjer meče kocko in se premika po poljih naprej in nazaj glede na navodila na poljih);
- od poimenovanja posamičnih predmetov postopoma preide na štetje in razlikovanje med številom in števnikom;
- čim večkrat razvršča splošno in po pravilu eden z enim, odkriva, da je urejenost eden z enim tudi potrebna in ni vedno sama sebi namen (razdeljevanje igrač otrokom, pripravljanje mize za kosilo, lepljenje simbolov na obešalnike vsakega otroka);
- opazuje, kje vse se pojavljajo številke (na igračah, hišne številke,..), se igra s telefonom;
- uporablja imena za števila;
- se igra s kalkulatorjem in drugimi objekti, ki prikazujejo številke (telefon, digitalne tehtnice, digitalni termometri, blagajne za igro “trgovina”), odkriva številke na zaslonu, jih imenuje;
- izbira neki (npr. tretji, peti ...) predmet in nekaj (npr. tri, pet) predmetov in primerja rezultata teh dveh dejanj;
- pridobiva izkušnje s pomenom in zapisom števila 0;
- *se igra z odraslimi igre ena meni ena tebi*;
- **šteje, zapiše in bere števila do 20 vključno s številom 0**;
- **oceni število predmetov v množici**;
- **uredi po velikosti množico naravnih števil do 20**;
- **določi predhodnik in naslednik danega števila**;
- **prepozna, nadaljuje in oblikuje zaporedja števil**;
- **primerja števila po velikosti**.

Sklop: RAČUNSKE OPERACIJE IN NJIHOVE LASTNOSTI

Otrok:

- zaznava prirejanje 1-1 in prireja 1-1;
- razvija miselne operacije, ki so osnova za seštevanje in odštevanje;
- šteje predmete v skupinah, potem ko je večjo skupino razdelil, posebej šteje manjše skupine v večji skupini (3 smreke med 9 drevesi, vrtnice v šopku cvetja);
- prišteva in odšteva (določi en prst za začetno število in s postopnim kazanjem dodatnih prstov prišteje drugo število);
- šteje predmete in ljudi po odvzemanju in dodajanju; ima priložnost, da si zapomni število objektov v eni skupini in nadaljuje štetje v drugi skupini (v prvi škatli tri kocke, otrok si zapomni tri in šteje v drugi škatli naprej štiri, pet), pri tem si pomaga s prsti;
- sešteva in odšteva, ko odgovarja na enostavna vprašanja vsakdanjih opravkov; otrok se pogovarja z odraslim o tem, koliko reči še manjka (npr. štirje krožniki na mizi, koliko jih še manjka, da bomo vsi lahko jedli);
- razdeljuje skupino objektov na dve ali več enako velikih skupin in pri tem opazuje, kako velike so nastale skupine in kaj ostane;
- razvršča stvari v vrste eno za drugo, v parih, v trojicah ipd., iz ene dolge vrste reči naredi vrsto parov;
- sam deli skupine predmetov in snovi (tudi vodo, glino, pesek) in sestavlja snovi in predmete skupaj (testo za kekse) ter se igra z igračami, ki omogočajo razstavljanje in ponovno sestavljanje;
- sešteva in odšteva v množici naravnih števil do 20 vključno s številom 0 (prehod: ob konkretnih pripomočkih s štetjem čez desetico);
- na konkretnem nivoju pojasni zakon o zamenjavi pri seštevanju;
- na konkretnem nivoju pojasni, da sta seštevanje in odštevanje nasprotni operaciji;
- spozna, da je število 0 razlika dveh enakih števil;
- uporabi računske operacije pri reševanju problemov.

Tema: DRUGE VSEBINE*Sklop LOGIKA IN JEZIK*

Otrok:

- si izbere simbol zase in za svoje reči (simbol na omarici, polički z lastno igračo za spanje);
- opazuje rabo simbolov in sodeluje v pogovorih o pomenu simbolov (npr. prometni znaki, oznake v vrtcu, na oblačilih, na embalaži);
- s simboli označi vrstni red otrok za igranje s posebej priljubljeno igračo idr.;
- sodeluje v sestavljanju prizorov (npr. tako, da sam nalepi simbol na pravo mesto);
- napoveduje rezultat (ali je dovolj žlic na mizi za vse ali bomo na sprehodu opazili kakšno lužo, ker je ponoči deževalo, ali bo voda v mlaki mrzla ali ne, *odgovarja na vprašanja in napoveduje, kaj se zgodi potem*);
- pridobiva izkušnje o tem, kaj je v danih okoliščinah res in kaj ne in kaj je vedno res (Voda je mokra. Ti imaš prav); poskuša zanikati trditve;
- se pogovarja o tem, kaj se je zgodilo večkrat, kaj je verjetno, da se bo zgodilo naslednji dan glede na opazovanja, napoveduje razplete zgodb, opazovanega dogodka (npr. ogled gradbenih del na cesti);
- *je spodbujan, da si sam piše primeren pripomoček, da opravi tisto, kar želi (npr. dovolj dolg predmet, da spravi stvari izpod omare);*
- *Iz posameznih delov sestavi celoto, se igra z igračkami, ki zahtevajo vstavljanje predmetov v odprtine, in sestavljančkami, primernimi svojemu razvoju;*
- iz posameznih delov sestavi celoto (sestavljanke, puzzle);
- *pridobi izkušnje o zaporednem ponavljanju manjših nalog zato, da lahko opravi celotno nalogo (npr. zaporedje oblačil pri oblačenju za sprehod: pulover, plašč, nogavice, čevlje; poiskati vse koščke sestavljanke in jih obrniti na pravo stran, preden prične sestavljati sliko);*
- ima priložnost opaziti, da je včasih več možnih rešitev za isti problem; opazi, da lahko na več načinov pride okoli ovir do cilja; opazi, da lahko v različnih zaporedjih majhnih opravkov opravi celotno nalogo (najprej razreže, nato zapogne ali obratno);
- načrtuje zeleno aktivnost (premisli zaporedje dogodkov), jo izpelje in premisli o tem, kaj vse je opravil;

- razloži drugim svoj načrt, potek dela, rezultat;
- razmišlja o smiselnosti rezultatov (občutek o velikosti in enoti) in se navadi premisliti vnaprej, kakšen rezultat pričakuje;
- *opazuje in izkusi zaporedje dogodkov, se pogovarja o njihovi medsebojni povezanosti in spoznava izraze za pojme najprej, potem, pred, preden, za tem, nazadnje;*
- **razporeja predmete, telesa, like, števila glede na izbrano eno lastnost in s tem oblikuje množice in podmnožice (množica je rezultat procesa razporejanja);**
- **odkrije in ubesedi lastnost, po kateri so bili predmeti, telesa, liki, števila razporejeni;**
- **ponazori razporeditev predmetov z različnimi prikazi (euler-vennov, carrollov in drevesni prikaz);**
- **pravilno uporablja izraze večji, manjši, daljši, krajši, prej, potem ...;**
- **zapiše odnos med elementi/pojmi s puščičnim prikazom;**
- **uredi elemente po različnih kriterijih (npr. od najdaljšega do najkrajšega, od večjega do manjšega ...);**
- **odkriva in ubesedi kriterij, po katerih so bili elementi urejeni.**

SKLOP: PRIKAZI

Otrok:

- si beleži vmesne rešitve pri izpeljavi projekta za lastne potrebe; ko šteje npr. avtomobile, si označi, koliko je rdečih; se navadi, da napoveduje rezultat, preden stvar izračuna, izmeri ali prešteje;
- si s simboli na sprehodu označuje, koliko avtov in koliko koles je srečal, kateri njegovi prijatelji so tisti dan v vrtcu, koliko jih ima kratke in koliko dolge hlače itn.;
- opazuje dogodek in s simboli označuje opazovanja ter izdelano razpredelnico ali drugače zapisane rezultate predstavi drugim (npr. vreme, zmage v družabni igri);
- beleži meritve z grafičnimi prikazi (npr. šteje, čez koliko talnih ploščic lahko skoči in za vsakega otroka rezultat nariše na plakat).
- **predstavi podatke z dano preglednico in s figurnim prikazom (vrstičnim ali stolpčnim);**
- **prebere preglednico, prikaz z vrsticami oz. stolpci in figurni prikaz.**

SKLOP: MATEMATIČNI PROBLEMI IN PROBLEMI Z ŽIVLJENSKIMI SITUACIJAMI

Otrok:

- se pogovarja in pojasnjuje, kaj se je zgodilo najprej kot vzrok in kaj je nastalo kot posledica;
- se z odraslimi igra igre odgovarjanja na vprašanja, ki se začnejo z *Zakaj*;
- *ima priložnost v govoru odraslega slišati uporabo besed nikoli, skoraj, mogoče, verjetno, ipd.*;
- v vsakdanjih situacijah pridobiva izkušnje o uporabi besed nikoli, skoraj, mogoče, verjetno itn.;
- opazuje in izkusi zaporedje dogodkov, se pogovarja o njihovi medsebojni povezanosti in uporablja izraze za pojme najprej, potem, pred, preden, za zatem, nazadnje;
- predmete (npr. žlice, žetone, žogice, gumbe) *razporeja v vzorve*, razvršča po padajoči ali naraščajoči lastnosti (npr. po velikosti);
- opazuje vzorce na oblačilih, igračah, vsakdanjih predmetih, slikah, fotografijah arhitekturnih znamenitosti (arabsko okrasje, stavbna gotika, zidno okrasje, mozaiki, labirinti, grški vzorci, ograje na trdnjavah), v govoru, v glasbi, gibanju, pri živalih, rastlinah in neživi naravi, jih prerisuje, jih oblikuje in ponavlja;
- se igra in izdeluje ritmične instrumente; igra se igre, v katerih zazna ritem in ga ponovi z enakim številom udarcev na boben ali z enakim številom kakšnega drugega dejanja (gibov, poskokov), kot je udaril vodja igre.
- **predstavi problemsko situacijo z različnimi didaktičnimi ponazorili;**
- **besedno in grafično rešuje probleme, ki so predstavljeni na različnih ravneh: konkretni, grafični;**
- **spozna sestavo (besedilnega) problema in loči (besedilo), podatke, vprašanje;**
- **obnovi problem s svojimi besedami;**
- **spozna različne strategije reševanja problemov in jih uporablja pri reševanju podobnih problemov;**
- **oblikuje slikovne in geometrijske vzorce;**
- **prepozna pravilo v slikovnem in geometrijskem vzorcu ter vzorec nadaljuje.**

IV. SLOVARČEK

A

Algebra je matematična disciplina, ki se ukvarja s simboli in pravili za manipuliranje z njimi.

Akomodacija je proces spremembe obstoječih poti in pogledov na ideje, ki so kontradiktorne in ne ustrezajo obstoječim shemam.

Aritmetika je matematična disciplina, ki se ukvarja s števili in računanjem z njimi.

Asimilacija pomeni uporabo obstoječih shem pri pripisovanju novega pomena.

C

Cuisenairove paličice (oz. rodke) so skupina kvadrov z enako osnovno ploskvijo in različno višino. Vsi kvadri določene višine imajo enako barvo.

D

Diskalkulija je specifična motnja, ki nastopi pri učenju matematičnih konceptov in je povezana z disfunkcijo centralnega živčnega sistema.

E

Element v vzorcu je posamičen predmet/objekt, ki nastopa v vzorcu.

Enaktivna reprezentacija je način predstavitve preteklih dogodkov skozi ustrezne motorične odzive.

F

Formalno-operacijsko obdobje je obdobje, ko lahko otrok izvaja miselne operacije le nad abstraktnimi pojmi in uporablja simbole, povezane z abstraktnimi koncepti.

G

Geometrija je matematična disciplina, ki se ukvarja z oblikami v prostoru.

Gradnik vzorca je tisti del ponavljajočega se vzorca, ki se ponavlja.

I

Ikonična reprezentacija je reprezentacija, ki dogodke povzame na selektiven način in jih predstavi s sliko.

Instrumentalno razumevanje je razumevanje, ki nam omogoči speljati neki postopek in je povezano s proceduralnim tipom znanja.

K

Kognitivna shema je graf, ki jo sestavljajo vozlišča (pojmi) in povezave (odnosi) med njimi.

Konceptualna subitizacija je subitizacija, ki vključuje matematične operacije.

Konceptualno znanje matematike je tip matematičnega znanja, za katerega je značilno bogastvo povezav v kognitivni shemi.

Klasifikacija ali razvrščanje je proces oblikovanja skupin glede na dano značilnost oziroma značilnosti.

Konkretno-operacijsko obdobje je obdobje, ko otrok že lahko izvaja miselne operacije nad reprezentacijami konkretnih objektov.

Konzervacija je sposobnost ohranjanja količine, ki se pojavlja v različnih oblikah.

L

Link kocke so barvne plastične kocke, ki jih lahko staknemo po poljubnih ploskvah.

M

Matematika je znanost vzorcev in reda.

Matematična igra je strateška abstraktna didaktična igra.

Matematična pismenost je sposobnost posameznika, da učinkovito prepozna, oblikuje, razume in uporablja matematično komponento v vsakdanjih situacijah zato, da sprejema pomembne odločitve o življenju, delu in družbi.

Matematični pojmi so objekti, okoliščine ali lastnosti, ki se odlikujejo s skupno matematično značilnostjo in so v dani kulturi označeni z dogovorjenim znakom ali simbolom.

Matematični procesi so znanja, ki niso ozko predmetno in situacijsko specifična in so zato visoko prenosljiva.

Matematično okolje je okolje, v katerem se otroci aktivno ukvarjajo z matematiko.

Merjenje je primerjanje intenzivnosti neke lastnosti predmeta ali situacije z enoto, ki ima enako lastnost.

O

Območje bližnjega razvoja je predvidena težavnost zmožnosti otrokovega spoznavanja ob pomoči odrasle osebe (ali bolj razvitega vrstnika).

P

Perceptualna subitizacija je subitizacija brez vključevanja kognicije.

Ploščice za vzorčke sestavljajo modeli likov, katerih razmerja omogočajo prikazovanje ulomkov.

Ponavljajoči se vzorec je vzorec, v katerem se določena podskupina elementov ponavlja.

Ponazorila so fizični objekti, ki jih z didaktično uporabo otrokom predstavimo tako, da predstavljajo realen fizičen približek matematičnega pojma.

Predoperacijsko obdobje je obdobje, ko otrok uporablja miselne reprezentacije objektov in inteligenco izraža preko uporabe simbolov, a operacije lahko izvaja le nad fizičnimi objekti.

Predštevilsko obdobje je razvojno obdobje, kjer rezultat štetja še ne vodi v pojem števila, ampak le v odnos med množinama konkretnih stvari.

Proceduralno znanje matematike je tip matematičnega znanja, ki poudarja poznavanje pravil in postopkov, ki jih uporabljamo pri izvajanju rutinskih matematičnih nalog in tudi simbolov, ki se uporabljajo pri predstavljanju matematike.

R

Rastoči vzorec je vzorec, v katerem se število objektov v vsakem koraku poveča po nekem pravilu.

Razumevanje je mera za kvaliteto in kvantiteto povezav, ki jih ima pojem z že obstoječimi pojmi v kognitivni shemi.

Rekurzivni opis vzorca nam pove, kako konstruiramo naslednji korak vzorca, če poznamo predhodnega.

Relacija je vzpostavitev odnosa med elementi različnih skupin.

Relacijsko razumevanje je razumevanje, kjer pojme v kognitivni shemi povežemo med seboj in je povezano s konceptualnim tipom znanja.

S

Seriacija ali urejanje je proces ureditve množice predmetov glede na intenzivnost vrednosti določene spremenljivke.

Simbolna reprezentacija je reprezentacija, ki predstavlja pojme skozi značilnosti, ki vključujejo abstraktnost in splošnost.

Senzomotorično obdobje je razvojno obdobje, znotraj katerega otrok z besedami logične misli ne zna izraziti in se otrokova inteligenca izraža predvsem preko senzomotoričnega aparata brez uporabe simbolov.

Shema vzorca je opis gradnika vzorca s simboli (npr. s črkami).

Subitizacija je sposobnosti neposrednega takojšnjega prepoznavanja kardinalnosti množice.

T

Tip matematičnega znanja je prevladujoč način razmišljanja o matematični vsebini. Ločimo konceptualno znanje matematike in proceduralno znanje matematike.

U

Učenje je proces spreminjanja miselnih struktur.

V

Vzorec je niz objektov, ki mu lahko poiščemo pravilo, s pomočjo katerega niz nadaljujemo.

LITERATURA IN VIRI

- Antolin Drešar, D., & Lipovec, A. (2017). Mathematical experiences and parental involvement of parents who are and who are not mathematicians. *Irish Educational Studies*, 36(3), 357-374. doi: doi.org/10.1080/03323315.2017.1333445
- Bahovec, E. D., Bregar, K. G., Čas, M., Domicelj, M., Saje - Hribar, N., Japelj Pavešič, B., . . . Vrščaj, D. (1999). *Kurikulum za vrtnice*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.
- Barwell, R. (2004). What is Numeracy? *For the Learning of Mathematics*, 24(1), 20-22.
- Bever, T. G., Mehler, J., & Epstein, J. & Beilin, H. (1968). What children do in spite of what they know. *Science*, 162(3856), 921-924.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*, Cambridge, Mass.: Belkapp Press.
- Bukovec, M. (2013). *Aktivnosti s ploščicami za vzorčke : diplomsko delo*. Maribor: [M. Bukovec].
- Carpenter, T. P., Fennema, E., & Franke, M. L. (1996). Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, 97(1), 3-20.
- Clements, D. H. (1999). Subitizing: What is it? Why Teach it? *Teaching Children Mathematics*, 5(7), 400-405.
- Clements, D. H. (2001). Mathematics in the preschool. *Teaching children mathematics*, 7(5), 270-275.
- Cotič, M., & Hodnik Čadež, T. (1993). *Igrajmo se matematiko. Prvo srečanje z verjetnostnim računom in statistiko: Metodični priročnik*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo in šport.
- Čuk, A., Drakulič, D., Flogje, A., Jelen, S., Kaučič, B., Lipovec, A., . . . Wasserman, A. (2014). *Slovenski i-učbeniki*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- Devlin, K. (1996). *Mathematics: the science of patterns: the search for order in life, mind and the universe*. New York: Henry Holt and Co.
- Elias, G. S., Garfield, R., & Gutschera, K. R. (2012). *Characteristics of games*. Cambridge: MIT Press.
- Golob, A. (2007). *Celostni pristop pri matematiki - vzorci skozi glasbo*. Maribor: [A. Golob].
- Gomišnek, K. (2018). *Razvijanje matematičnih sposobnosti v predšolskem obdobju s pomočjo tipanke : diplomsko delo*. Maribor: [K. Gomišnek].
- Hodnik Čadež, T. (2004). *Cicibanova matematika: priročnik za vzgojitelja*. Ljubljana: DZS.
- Hojs, M. (2015). *Razvoj geometrijskih konceptov z igro pri predšolskem otroku : diplomsko delo*. Maribor: [M. Hojs].
- Huntig, P., & Sharpley, C. (1988). Fraction Knowledge in Preschool Children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(2), 175-180.
- Kavkler, M. (1993). *Pomoč otroku pri matematiki*. Ljubljana: Svetovalni center za otroke, mladostnike in starše.
- Kavkler, M., Tancig, S., & Magajna, L. (2004). Razvoj štetja pri prvošolcih devetletne osnovne šole. *Matematika v šoli*, 11(3/4), 130-141.
- Kmetec, S. (2017). *Uporaba ploščic za vzorčke na področju aritmetike in delov celot : diplomsko delo*. Maribor: [S. Kmetec].
- Kmetec, T. (2017). *Uporaba ploščic za vzorčke na področju geometrije in algebre : zaključno delo*. Maribor: [T. Kmetec]Kojc, T. (2017). *Nekateri konteksti in aktivnosti za 10 okvir v predšolskem obdobju : diplomsko delo*. Maribor: [T. Kojc].
- Kokol Voljč, V. (1995). Razvoj matematičnih pojmov - empirično ali teoretično? *Educa*, 5(1/2), 21-28.
- Kroflič, R., Marjanovič Umek, L., Videmšek, M., Kovač, M., Kranjc, S., Saksida, I., . . . Japelj Pavešič, B. (2010). *Otrok v vrtcu : priročnik b Kurikulu za vrtnice*. Maribor: Obzorja.

- Labinowicz, E. (1989). *Izvirni Piaget : misljenje - učenje - poučevanje*. Ljubljana: Državna založba Slovenije.
- Lipovec, A. (2011). How do children play Kalah? V M. Duh & R. Seebauer (ur.), *Beiträge zum "Internationalen Jahr der Jugend"* (str. 118-124). Dunaj, Berlin: Lit.
- Lipovec, A. (2016). Nekaj iger za utrjevanje poštevanke. *Razredni pouk*, 18(2/3), 115-119.
- Lipovec, A., & Antolin Drešar, D. (2012). Nekateri aktivnosti za zgodnji razvoj števil v predšolskem obdobju. *Vzgojiteljica*, 14(6), 22-23.
- Lipovec, A., & Antolin Drešar, D. (2013a). Subitizacija. *Didakta*, 22(162), 54-56.
- Lipovec, A., & Antolin Drešar, D. (2013b). Vzorci. *Razredni pouk*, 15(1), 5-10.
- Lipovec, A., & Antolin Drešar, D. (2014). Cuisenaireve paličice (rodke) - znan, neznan pripomoček v predšolski matematiki. *Vzgojiteljica*, 16(2), 6-8.
- Lipovec, A., & Ferme, J. (2017). The use of the reference point strategy for measurement estimation. V J. Novotna, & H. Moraova (ur.), *Equity and diversity in elementary mathematics education : proceedings, International Symposium Elementary Math teaching* (str. 311-318). Praga: Karlova Univerza, Pedagoška fakulteta.
- Lipovec, A., & Lutovac, S. (2008). Primarnost struktur deljenja. *Matematika v šoli*, 14(1/2), 2-16.
- Manfreda Kolar, V. (2006). *Razvoj pojma število pri predšolskem otroku*. Ljubljana: Pedagoška fakulteta.
- Math Shelf (b. d.). Pridobljeno 15.2.2018, iz <https://mathshelf.com/>.
- Meglič, P. (2018). *Raziskovanje razumevanja merskih količin pri predšolskih otrocih skozi risbo : diplomsko delo*. Maribor: [P. Meglič].
- NCTM. (2000). *Principles and Standards of School Mathematics*. Reston: NCTM.
- Nudl, A., Brezočnik, D., Lipovec, A., & Antolin Drešar, D. (2012). Struktura zastopanosti matematičnih dejavnosti v slovenskih vrtcih. *Matematika v šoli*, 18(1/2), 5-14.
- Nunčič, T. (2018). *Namizne matematične igre, zasnovane na podlagi otroške literature : diplomsko delo*. Maribor: [T. Nunčič].
- Oldfield, B. J. (1991). Games in the learning of mathematics. 1: a classification. *Mathematics in School*, 20(1), 41-43.
- Perat, Z. (1998). *Od telesa do točke*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Rozman, J. (2009). *Grafični prikazi podatkov v vrtcu : diplomsko delo*. Maribor: [J. Rozman].
- Schacter, J., & Jo, B. (2017). Improving preschoolers' mathematics achievement with tablets: a randomized controlled trial. *Mathematics Education Research Journal*, 29(3), 313-327. doi:10.1007/s13394-017-0203-9
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), 20-26.
- Slavic, A. (2017). *Numicon pri matematiki v vrtcu : diplomsko delo*. Maribor: [A. Slavic].
- Strelec, S. (2013). *Prostorske predstavitve števil pri otrocih v predšolskem obdobju : diplomsko delo*. Maribor: [S. Strelec].
- Šavora, S. (1996). Gradimo s kockami. V S. Kmetič (ur.), *Prispevki k poučevanju matematike* (str. 101-106). Maribor: Rotis.
- Šebjan, V. (2009). *Igra s simetrijo v vrtcu : diplomsko delo*. Maribor: Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta.
- Šepul, R. (2009). *Cuisenaireve paličice v vrtcu : diplomsko delo*. Maribor: [R. Šepul].
- Štukl, M. (2008). *Uporaba tangrama na razredni stopnji : diplomsko delo*. Maribor: [M. Štukl].

- The *Number Catcher* (b. d.). Pridobljeno 10.1.2018, iz <http://www.thenumbercatcher.com/nc/home.php>.
- The *Number Race* (b. d.). Pridobljeno 10.1.2018, iz <http://www.thenumberrace.com/nr/home.php>.
- Van de Walle, J. A., & Lovin, L. H. (2006). *Teaching Student-centred Mathematics Grades K-3*. Boston: Pearson.
- Van Hiele, P. M. (1984). Summary of Pierre van Hiele's dissertation entitled: The problem of insight in connection with school children's insight into the subject-matter of geometry. In D. Fuys, D. Geddes, & R. Tischler (ur.), *English translation of selected writings of Dina van Hiele Geldof and Pierre M. van Hiele* (str. 237-241). Brooklyn: City university of New York, Brooklyn College.
- Vaupotič, A. (2011). *Ulomki v vrtcu* : diplomsko delo. Maribor: [A. Vaupotič].
- Vygotskij, L. S. (1993). *The collected works of L. S. Vygotsky. Vol. 1, Problems of general psychology : including the volume Thinking and speech*. New York; London: Plenum.
- Zvonar, N. (2013). *Ponavljajoči se vzorci v predšolskem obdobju* : diplomsko delo. Maribor: [N. Zvonar].
- Žakelj, A., Prinčič Röhler, A., Perat, Z., Lipovec, A., Vršič, V., Repovž, B., . . . Bregar Umek, Z. (2011). *Učni načrt, Program osnovna šola, Matematika*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport; Zavod RS za šolstvo.

