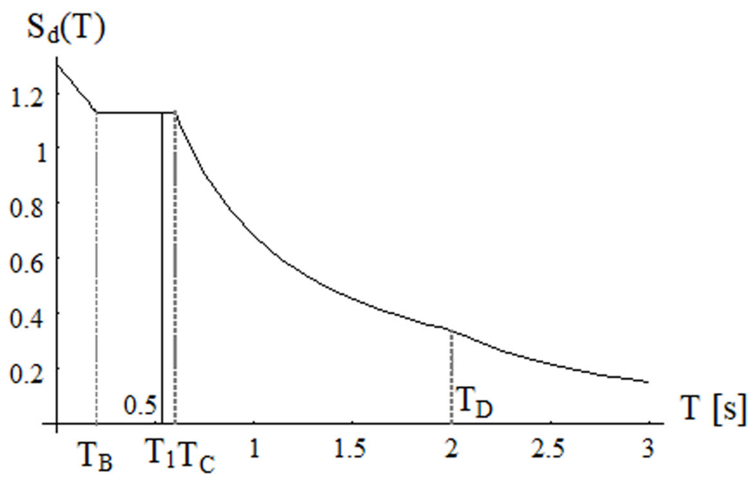
POTRESNO INŽENIRSTVO

Zbirka rešenih zgledov

Matjaž Skrinar

Denis Imamović



Univerzitetna založba
Univerze v Mariboru

Univerza v Mariboru

Fakulteta za gradbeništvo,
prometno inženirstvo in arhitekturo

POTRESNO INŽENIRSTVO

Zbirka rešenih zgledov

Avtorja
Matjaž Skrinar
Denis Imamović

September 2020

Naslov **Potresno inženirstvo**
Title *Earthquake Engineering*

Podnaslov **Zbirka rešenih zgledov**
Subtitle *Collection of Solved Examples*

Avtorja Matjaž Skrinar
Authors (Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo)

Denis Imamović
(Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo)

Recenzija Alen Harapin
Review (Univerza v Splitu, Fakulteta za gradbeništvo, arhitekturo in geodezijo)

Iztok Peruš
(Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo)

Mojmir Uranjek
(Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo)

Tehnični urednik Jan Perša
Technical editor (Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)

Oblikovanje ovitka Jan Perša
Cover designer (Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)

Grafike na ovitku *Cover graphics* Lava avtorja Arcturian-a iz Pixabay.com.

Grafične priloge *Graphic material* Avtorja

Založnik/*Published by*
Univerza v Mariboru
Univerzitetna založba
Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija
https://press.um.si, zalozba@um.si

Izdajatelj/*Co-published by*
Univerza v Mariboru
Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo
Smetanova ulica 17, 2000 Maribor, Slovenija
https://www.fgpa.um.si, fgpa@um.si

Izdaja *Edition* Prva izdaja

Izdano *Published at* Maribor, september 2020

Vrsta publikacije *Publication type* E-knjiga

Dostopno na *Available at* https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/495

```
CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Univerzitetna knjižnica Maribor

550.34(0.034.1)

SKRINAR, Matjaž
    Potresno inženirstvo [Elektronski vir] :
zbirka rešenih zgledov / avtorja Matjaž Skrinar,
Denis Imamović. - 1. izd. - E-knjiga. - Maribor :
Univerzitetna založba Univerze, 2020

Način dostopa (URL):
https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/495
ISBN 978-961-286-375-3
doi: doi.org/10.18690/978-961-286-375-3
1. Drugi var. nasl. 2. Imamović, Denis
COBISS.SI-ID 26857475
```


ISBN 978-961-286-375-3 (pdf)

DOI https://doi.org/10.18690/978-961-286-375-3

Cena *Price* Brezplačni izvod

Odgovorna oseba založnika *For publisher* prof. dr. Zdravko Kačič, rektor Univerze v Mariboru

POTRESNO INŽENIRSTVO: ZBIRKA REŠENIH ZGLEDOV

MATJAŽ SKRINAR IN DENIS IMAMOVIĆ
Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo, Maribor, Slovenija. E-pošta: matjaz.skrinar@um.si, denis.imamovic@um.si

Povzetek Potresno inženirstvo je - kljub temu, da gre za relativno mlado področje - področje, ki se zelo intenzivno razvija, hkrati pa je to tudi zelo obsežno področje. Zato so v delu obravnavane samo analize konstrukcij stavb, s poudarkom na določitvi velikosti in porazdelitve potresnega vpliva ter osnovne kontrole, vezane na potresno inženirstvo, brez detajlnih kontrol, vezanih na konstruiranje posameznih materialov. Zavestni razlog za takšno namerno omejitev gradivo je dejstvo, da je to delo namenjeno študentom, ki se s temi problemi srečajo prvič. Zato so postopki reševanja nalog prikazani na t.i. »peš« način, brez uporabe avtomatizirane programske opreme (izjema so le računi lastnih frekvenc in lastnih vektorjev), saj je bilo osnovno vodilo priprave tega gradiva želja »prisiliti« študente v dobro poznavanje postopkov, ne pa precej površna uporaba računalniške programske opreme za analizo teh problemov. Tako to delo v 10 zgledih, ki predstavljajo dejanske izpitne naloge (nekatere tudi nekoliko razširjene), pokriva osnovni spekter vsebine omenjenega predmeta.

Ključne besede: potresno inženirstvo, potresni vpliv, določitev vodoravne sile, ravninske linijske konstrukcije, porazdelitev potresnega vpliva, analiza etažnih pomikov.

Univerzitetna založba Univerze v Mariboru

DOI https://doi.org/10.18690/978-961-286-375-3

ISBN 978-961-286-375-3

EARTHQUAKE ENGINEERING: COLLECTION OF SOLVED EXAMPLES

MATJAŽ SKRINAR & DENIS IMAMOVIĆ
University of Maribor, Faculty of Civil Engineering, Transportation Engineering and Architecture, Maribor, Slovenia. E-mail: matjaz.skrinar@um.si, denis.imamovic@um.si

Abstract Earthquake engineering - despite being a relatively young field - is an intensively developing field and is also a very broad area. Therefore, only structural analyzes of buildings are considered in this work, with emphasis on determining the magnitude and distribution of earthquake impact. Just prime controls related exclusively to earthquake engineering are performed, where the detailed controls related to the design of individual materials are omitted. The main reason for such deliberate restriction of the material is the fact that this work is intended for students who meet with these problems for the first time. Therefore, the procedures for solving problems are executed on manual basis i.e. without the use of automated software (except for the calculations of eigenfrequencies and eigenvectors), since the genuine guideline for the preparation of this material was the desire to "persuade" students into a good understanding of the procedures, not just a rather superficial use of computer software for analysis of these problems. This work thus covers the basic content spectrum of the mentioned subject through 10 solved examples, which represent the actual examinations (where some of them also slightly expanded).

Keywords: earthquake engineering, seismic impact, determination of horizontal force, plane line structures, distribution of seismic force, analysis of storeys' displacements.

DOI https://doi.org/10.18690/978-961-286-375-3 ISBN 978-961-286-375-3

University of Maribor Press

Kazalo

Predgovor

Pričujoče delo z naslovom *Potresno inženirstvo, zbirka rešenih zgledov* je namenjeno predvsem študentom magistrskega programa Gradbeništvo Fakultete za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo v Mariboru kot študijsko gradivo za izpit pri predmetu *Potresno inženirstvo* na modulu Gradbene konstrukcije in operativa.

Delo v 10 zgledih, ki predstavljajo dejanske izpitne naloge (nekatere tudi nekoliko razširjene), pokriva osnovni spekter vsebine omenjenega predmeta. Potresno inženirstvo je namreč, kljub temu, da gre za relativno mlado področje, tudi zelo obsežno področje. Zato so v delu obravnavane samo analize konstrukcij stavb, s poudarkom na določitvi velikosti in porazdelitve potresnega vpliva ter osnovnimi kontrolami, vezanimi na potresno inženirstvo, brez detajlnih kontrol, vezanih na konstruiranje posameznih materialov. Postopki reševanja nalog so prikazani na t.i. »peš« način, brez uporabe avtomatizirane programske opreme (izjema so le računi lastnih frekvenc in lastnih vektorjev), saj je bilo osnovno vodilo priprave tega gradiva želja »prisiliti« študente v dobro poznavanje postopkov, ne pa precej površna uporaba računalniške programske opreme za analizo teh problemov.

Pozoren bralec bo opazil, da sta v gradivu prisotna dva načina aplikacije faktorja δ za upoštevanje naključne torzije pri uporabi ravninskega modela konstrukcije. Standard Evrokod 8 oz. s polnim imenom EN 1998-1 (v nadaljevanju EC8), ki je v Republiki Sloveniji trenutno veljaven in tudi v tem gradivu uporabljan standard za protipotresno gradnjo, predpisuje njegovo uporabo na učinkih (posledicah) potresnega vpliva, kar pomeni, da je potrebno dobljene rezultate (pomike in notranje statične količine) po aplikaciji potresnih vplivov (sil) pomnožiti z ustreznim faktorjem δ. Ta postopek je sicer popolnoma v duhu EC8, vendar ne tudi najbolj praktičen. Ker pa potresne vplive apliciramo na linearni elastični model, dobimo identične končne rezultate, če faktor δ apliciramo na potresne vplive (torej sile), vendar je postopek enostavnejši (ne pa tudi popolnoma v duhu zahteve standarda EC8).

Tudi pri izračunu koeficientov občutljivosti za etažne pomike sta uporabljana dva pristopa. V prvem so koeficienti občutljivosti izračunani za najbolj obremenjeni okvir po upoštevanju faktorja δ za upoštevanje naključne torzije. Ta način je dvojno konzervativen. Najprej zato, ker je koeficiente občutljivosti formalno potrebno izračunati za etažo, ne pa za najbolj obremenjeni okvir, kjer so pomiki, še posebej pri uporabi ravninskega modela konstrukcije in faktorja δ, precej večji kot pomik etaže konstrukcije. Drugi razlog konzervativnosti se skriva v samem faktorju δ. Preračuna 3D modelov dveh enoetažnih stavb, ki se nahajata tudi v zbirki vaj, sta namreč pokazala, da oba v 3D modelih konstrukcije mogoča načina vpeljave naključne torzije (premik masnega središča, kot tudi aplikacija potresne sile in dodatnega torzijskega momenta) vodita do opazno manjših pomikov kot uporaba faktorjev δ.

Bralca opozarjava, da so v izračunih vrednosti izpisane z največ tremi decimalnimi mesti (kjer obstajajo), čeprav sva v izračunih dejansko upoštevala več decimalnih mest.

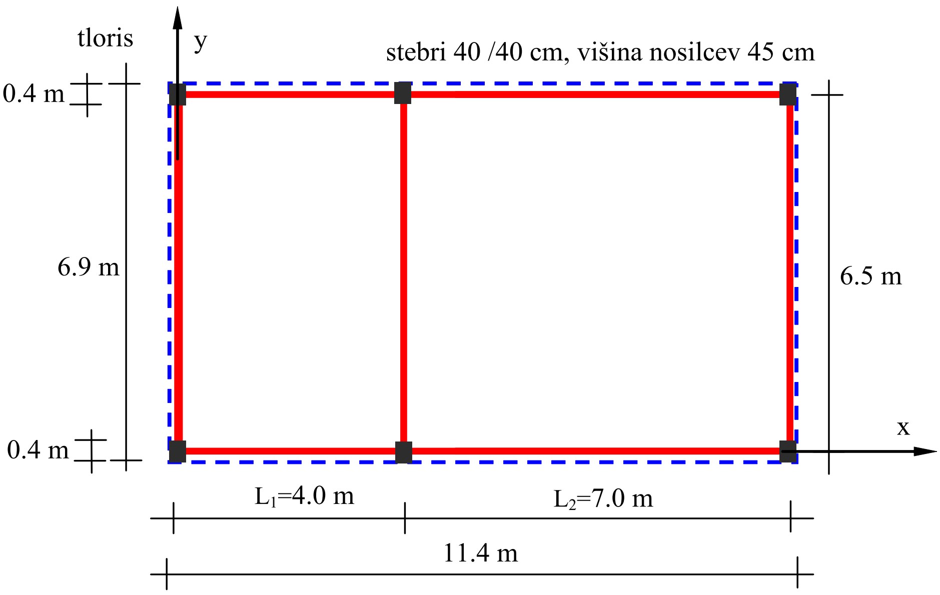
Avtorja upava, da bo to delo našlo pot do študentov in da ga bodo uporabljali predvsem za samostojni študij predmeta pred izpitom in ne zgolj za listanje med opravljanjem izpitov. Delo tvori 10 nalog, v katerih so obravnavana vsa *potrebna* in *zadostna orodja* za reševanje nalog na pisnih izpitih. Kljub skrbnemu pregledu gradiva pa je mogoče, da so v njemu ostale napake ali nedorečeni detajli. Zato bova za vse konstruktivne predloge, ki bodo vodili k izboljšanju kvalitete (in obsega) dela, iskreno hvaležna.

Pričujoče delo so izredno skrbno pregledali prof. dr. sc. Alen Harapin, doc. dr. Iztok Peruš in doc. dr. Mojmir Uranjek, za kar se jim iskreno zahvaljujeva.

Zgled 1

Razširjena izpitna naloga izpita 20. junij 2017

Tloris enoetažne konstrukcije (višina etaže je 3.5 m) je podan na sliki 1. Konstrukcija je iz betona C 30/37, ki ima modul elastičnosti E = 33 GPa. Polnilo zunanjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidni bloki ZB 25, debelina stene 25 cm, volumska masa z upoštevanjem fasade 450 kg/m^3.



Slika 1: Tloris enoetažne konstrukcije

Objekt je skladišče, ki stoji v Jesenicah (nadmorska višina 576 m). Življenjska doba objekta je 100 let, vrednost $S_d(T_1)$ se izračuna z interpolacijo med kartama z ustreznima povratnima dobama.

Za konstrukcijo v prečni (oz. *y*) smeri:

– določi tip tal na osnovi naslednjih podatkov za sloje (globina temeljenja 1.6 m)

sloj	od [m]	do [m]	N_{SPT}
1	0	8.1	56
2	8.1	42.6	62

– izvedi analizo obtežb in izračunaj mase s pomočjo kombinacije lastnih tež (poleg mase same plošče, ki ima debelino 18 cm, upoštevaj še dodatnih 200 kg/m^2 za estrih, toplotno izolacijo in kritino) in po predpisu apliciranih obtež (pri izračunu mase plošče uporabi gabaritne dimenzije plošče),
– za izračun podajnostne/togostne matrike konstrukcije uporabi deformacijsko metodo,
– za analizo nihajnih časov uporabi ustrezni model (glede na tlorisno pravilnost/nepravilnost konstrukcije) in metodo apliciranja potresnega vpliva (glede na pravilnost/nepravilnost po višini),
– določi tudi približek prvega nihajnega časa z uporabo enačbe (4.9) iz EC8,
– izračunaj velikost celotnega potresnega vpliva (upoštevaj razred duktilnosti DCM),
– poišči razporeditev etažnih potresnih vplivov na nosilne sisteme etaže z upoštevanjem naključne torzije ter jih skiciraj na skici,
– izvedi kontrolo omejitve poškodb merodajnega okvirja,
– izvedi izračun brezdimenzijskega koeficienta občutljivosti.

Rešitev

I. kontrola tlorisne pravilnosti

Analiza mas/obtežb

Masa plošče

AB plošča:	debelina 18 cm	$0.18\,\mathrm{m}\cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 450\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Estrih, toplotna izolacija in kritina		$200\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Masa:		$m = 650\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe strešne plošče

Kategorija H (strehe, dostopne le za normalno vzdrževanje in popravila)

$q_{k,\text{koristna}} = 0.4\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo H

Obtežba snega

Kraj Jesenice: Alpska regija (cona) A3, nadmorska višina A = 576 m. Karakteristična obtežba snega s_k *na tleh* se izračuna kot:

$$\text{A3} \quad s_k = 1.935 \cdot \left[1 + \left(\frac{576}{728}\right)^2\right] = 3.146\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$$

(SIST EN 1991-1-3: 2004; nacionalni dodatek, str. 4)

Obtežba snega na ravno streho:

- nagib strehe $0^\circ \le \alpha \le 30^\circ$
- oblikovni koeficient obtežbe snega $\mu_1 = 0.8$; SIST EN 1991-1-3: 2004, preglednica 5.2, str. 15,

- koeficient izpostavljenosti $C_e = 1$,
- toplotni koeficient $C_t = 1$.

Obtežba snega na strehi (SIST EN 1991-1-3: 2004, 5.2 (3)P, enačba 5.1, str. 13):

$$s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 0.8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3.146 \frac{kN}{m^2} = 2.517 \frac{kN}{m^2}$$

Kombiniranje obtežb/mas izvedemo kot:

$$M \cdot g = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \text{ "+" } \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \rightarrow M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{ "+" } \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

kjer koeficient $\psi_{E,i}$ za kombinacijo za spremenljivi vpliv *i* izračunamo po izrazu (4.2.4(2)P, stran 44):

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i},$$

kar vodi do:

$$M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{ "+" } \sum_{i \geq 1} \varphi \cdot \psi_{2i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

Za vrhnje etaže (strehe) velja φ=1.0.

Po preglednici A.1.1, normativen dodatek A1, EN 1990, velja:
za strehe (kategorija H) $\psi_2 = 0$

za kraje v RS z nadmorsko višino pod 1000 m $\psi_2 = 0$

Tako sledi:

$$M = 650 \frac{kg}{m^2} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.4 \frac{kN}{m^2}}{9.81 \frac{m}{s^2}} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{2.517 \frac{kN}{m^2}}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 650 \frac{kg}{m^2} + 0 + 0 = 650 \frac{kg}{m^2}$$

Kontrola tlorisne vitkosti

Kontrola tlorisne vitkosti, definirane kot $\lambda = \dfrac{L_{max}}{L_{min}} = \dfrac{11.4\ \text{m}}{6.9\ \text{m}} = 1.652 < 4$, pokaže, da je pogoj izpolnjen.

1. korak: izračun koordinat centra togosti

Ker so vsi trije okvirji v prečni smeri identični, lahko v izračunu centra togosti uporabimo samo površinske vztrajnostne momente namesto dejanskih togosti.

Vztrajnostni moment posameznega stebra okoli osi *x* in *y* je:

$$I_{x,s} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0.4\ \text{m} \cdot (0.4\ \text{m})^3}{12} = 2.133 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4$$
$$I_{y,s} = \frac{b^3 \cdot h}{12} = \frac{(0.4\ \text{m})^3 \cdot 0.4\ \text{m}}{12} = 2.133 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4$$

Vsota vztrajnostnih momentov vseh stebrov etaže je enaka »translacijski togosti«:

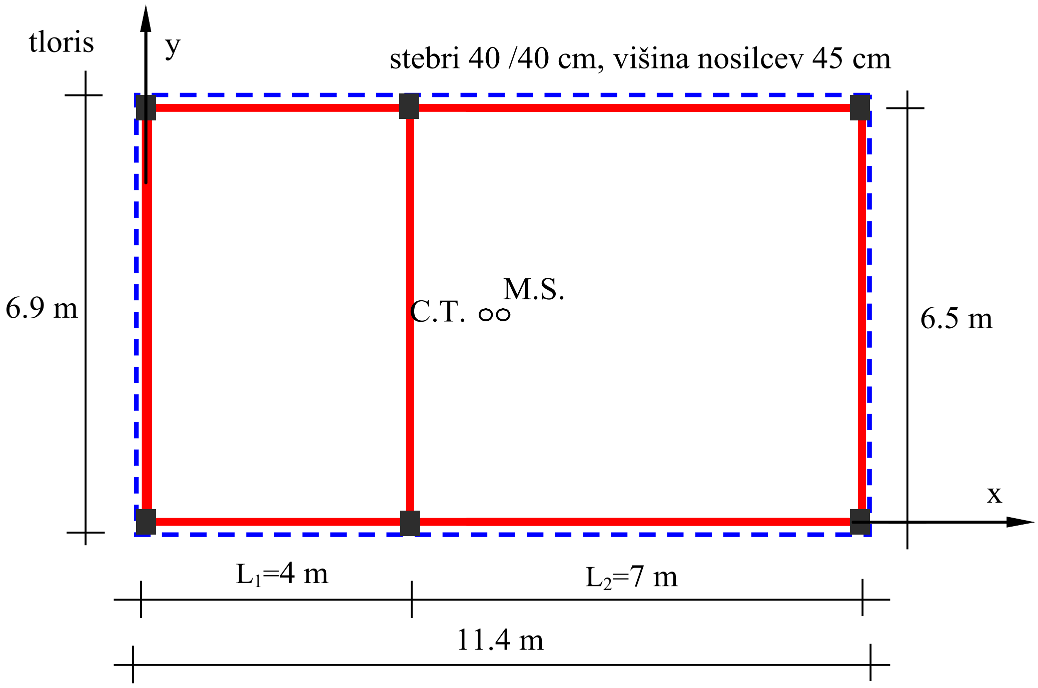
$$I_{x,e} = 6 \cdot I_{x,s} = 6 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^4 = 1.28 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^4$$
$$I_{y,e} = 6 \cdot I_{y,s} = 6 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4 = 1.28 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^4$$

X koordinata centra togosti je tako (glede na os levega spodnjega stebra):

$$x_{ct} = \frac{2 \cdot I_{x,s} \cdot 0\ \text{m} + 2 \cdot I_{x,s} \cdot 4\ \text{m} + 2 \cdot I_{x,s} \cdot 11\ \text{m}}{6 \cdot I_{x,s}}$$
$$= \frac{0 + 2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4 \cdot 4\ \text{m} + 2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4 \cdot 11\ \text{m}}{1.28 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^4} = \frac{0.064\text{m}^5}{1.28 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^4} = 5.0\ \text{m}$$

Y koordinate centra togosti zaradi simetrije konstrukcije ni potrebno računati (slika 2) in znaša (glede na os levega spodnjega stebra):

$$y_{ct} = 3.25\ \text{m}$$



Slika 2: Lokaciji centra togosti in masnega središča

2. korak: izračun torzijskih polmerov

Izračun torzijskih polmerov r_x in r_y se izvede na center togosti. Ker je vsa konstrukcija iz istega materiala, lahko tudi ta izračun namesto s togostmi izvedemo s površinskimi vztrajnostnimi momenti. »Torzijska togost« znaša (glede na center togosti):

$$\sum\left(x^2 \cdot I_x + y^2 \cdot I_y\right) = 2 \cdot (-5.0\ \mathrm{m})^2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4 +$$
$$2 \cdot (-1.0\ \mathrm{m})^2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4 + 2 \cdot (6\ \mathrm{m})^2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4 +$$
$$3 \cdot (-3.25\ \mathrm{m})^2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4 + 3 \cdot (3.25\ \mathrm{m})^2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4 = 0.400\ \mathrm{m}^6$$

Tako sledita torzijska polmera:

$$r_x = \sqrt{\frac{\sum\left(x^2 \cdot I_x + y^2 \cdot I_y\right)}{\sum I_x}} = \sqrt{\frac{0.400\ \mathrm{m}^6}{1.28 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^4}} = 5.588\ \mathrm{m}$$

$$r_y = \sqrt{\frac{\sum\left(x^2 \cdot I_x + y^2 \cdot I_y\right)}{\sum I_y}} = \sqrt{\frac{0.400\ \mathrm{m}^6}{1.28 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^4}} = 5.588\ \mathrm{m}$$

3. korak: izračun vztrajnostnega polmera mase etaže

3.1 Izračun vseh mas etaže

Plošča nad etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{plo} = 11.4\ \text{m} \cdot 6.9\ \text{m} \cdot 650\ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 51129\ \text{kg}$

masa polovice stebrov spodaj:

$$M_{steb,s} = 6 \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot \frac{3.5\ \text{m}}{2} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 6 \cdot 700\ \text{kg} = 4200\ \text{kg}$$

masa gred v smeri Y osi (upoštevamo npr. dolžine med stebri):

$$M_{gred,y} = 3 \cdot 6.1\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.45\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3 \cdot 2745\ \text{kg} = 8235\ \text{kg}$$

masa gred v smeri X osi (upoštevamo dolžine med stebri):

$$M_{gred,x} = 2 \cdot 3.6\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.45\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 2 \cdot 6.6\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.45\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 9180\ \text{kg}$$

Masa etaže je tako:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{plo} + M_{steb,s} + M_{steb,z} + M_{gred,y} + M_{gred,x} \\ &= 51129\ \text{kg kg} + 4200\ \text{kg} + 8235\ \text{kg} + 9180\ \text{kg} = 72744\ \text{kg} \end{aligned}$$

Za stene, ki stojijo na talni plošči (nad kletjo), smatramo, da se gibljejo s talno ploščo (odvisno od povezanosti sten in stebrov).

Masna »matrika« konstrukcije je tako:

$$[M] = [72744]\ \text{kg}$$

3.2 Izračun masnih vztrajnostnih momentov vseh mas etaže

Plošča

Masno središče etaže običajno poenostavljeno vzamemo kar na sredini plošče, torej pri x= 5.5 m (točna vrednost koordinate je 5.422 m).

plošča:

$$J_{plo} = M_{plo} \cdot \frac{(11.4\ \mathrm{m})^2 + (6.9\ \mathrm{m})^2}{12} = 51129\ \mathrm{kg} \cdot 14.608\ \mathrm{m}^2 = 756581.378\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$$

Polovice stebrov spodaj

vrednosti na težišča stebrov:

$$J_{stebrov,t} = 6 \cdot M_{stebra} \cdot \frac{(0.4\ \mathrm{m})^2 + (0.4\ \mathrm{m})^2}{12} = 6 \cdot 700\ \mathrm{kg} \cdot 0.021\ \mathrm{m} = 112\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$$

krajni stebri: $4 \cdot M_{stebra} \cdot \left((5.5\ \mathrm{m})^2 + (3.25\ \mathrm{m})^2\right) = 4 \cdot 700\ \mathrm{kg} \cdot 40.813\ \mathrm{m}^2 = 114275\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$

sredinska stebra: $2 \cdot M_{stebra} \cdot \left((1.5\ \mathrm{m})^2 + (3.25\ \mathrm{m})^2\right) = 2 \cdot 450\ \mathrm{kg} \cdot 12.813\ \mathrm{m}^2 = 17937.5\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$

Skupni prispevek stebrov

$$J_{stebrov} = 56.25\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 + 114275\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 + 17937.5\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 = 132324.5\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \quad \left(132022.284\ \ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2\right)$$

(vrednost v oklepaju predstavlja rezultat, izračunan z upoštevanjem točne lege masnega središča).

Grede v smeri Y osi

$$J_{gred,y} = 3 \cdot 2745\ \mathrm{kg} \cdot \frac{(6.1\ \mathrm{m})^2 + (0.4\ \mathrm{m})^2}{12} + 2 \cdot 2745\ \mathrm{kg} \cdot (5.5\ \mathrm{m})^2 + 2745\ \mathrm{kg} \cdot (1.5\ \mathrm{m})^2$$
$$= 25645.163\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 + 166072.5\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 + 6176.25\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 = 197893.913\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \quad \left(197301.35\ \ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2\right)$$

Grede v smeri X osi

$$J_{gred,x} = 2 \cdot 1620\ \text{kg} \cdot \frac{(3.6\ \text{m})^2 + (0.4\ \text{m})^2}{12} + 2 \cdot 1620\ \text{kg} \cdot \left((3.25\ \text{m})^2 + (3.5\ \text{m})^2\right)$$
$$+ 2 \cdot 2970\ \text{kg} \cdot \frac{(6.6\ \text{m})^2 + (0.4\ \text{m})^2}{12} + 2 \cdot 2970\ \text{kg} \cdot \left((3.25\ \text{m})^2 + (2\ \text{m})^2\right)$$
$$= 77454.9\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 + 108142.65\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 = 185597.55\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad \left(185737.76\ \text{kg} \cdot \text{m}^2\right)$$

Masni vztrajnostni moment vseh mas etaže

$$I_p = J_{etaže} = J_{plo} + J_{stebrov} + J_{gred,y} + J_{gred,x}$$
$$= 756581.377\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 + 132324.5\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 + 197893.913\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 + 185597.55\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$
$$= 1272397.34\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad \left(1271954.224\ \text{kg} \cdot \text{m}^2\right)$$

Vztrajnostni polmer mase etaže je:

$$l_s = \sqrt{\frac{I_p}{M}} = \sqrt{\frac{1272397.34\ \text{kg} \cdot \text{m}^2}{72744\ \text{kg}}} = 4.182\ \text{m} \quad (4.182\ \ \text{m}).$$

(vrednost v oklepaju predstavlja rezultat, izračunan z upoštevanjem točne lege masnega središča, ki pokaže, da je razlika inženirsko nezanimiva).

4. korak: kontrola kriterijev za tlorisno pravilnost

Pogoji se tako zapišejo (enačba (4.1b)):

$$r_x = 5.588\ \text{m} \geq l_s = 4.182\ \text{m}$$
$$r_y = 5.588\ \text{m} \geq l_s = 4.182\ \text{m}$$

ter (enačba (4.1a))

$$e_{ox} = 5.5\ \text{m} - 5\ \text{m} = 0.5\ \text{m} \leq 0.3 \cdot r_x = 0.3 \cdot 5.588\ \text{m} = 1.676\ \text{m}\,,$$
$$e_{oy} = 0 \leq 0.3 \cdot r_y = 0.3 \cdot 5.588\ \text{m} = 1.676\ \text{m}$$

Pogoji za tlorisno pravilnost so tako izpolnjeni in uporaba dveh *ravninskih* modelov je dovoljena.

II. Ravninska analiza potresnega vpliva za prečno smer

1. Izračun členov togostne matrike konstrukcije z deformacijsko metodo

Ker stavbo v smeri *y* tvorijo trije identični okvirji, lahko togostno matriko konstrukcije tvorimo tako, da analiziramo en okvir in dobljeno togostno matriko pomnožimo s 3 (druga možnost je, da analiziramo enovit okvir, katerega širina stebrov je 1.2 m).

Upogibni togosti stebrov in nosilcev (z upoštevano razpokanostjo) sta:

$$EI_s = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0.4\ \text{m} \cdot (0.4\ \text{m})^3}{12} \cdot 33.0\ \text{GPa} \right) = 3.52 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2$$

$$EI_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0.4\ \text{m} \cdot (0.45\ \text{m})^3}{12} \cdot 33.0\ \text{GPa} \right) = 5.012 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2$$

Če za analizo uporabimo *deformacijsko metodo*, sledijo naslednje vrednosti parametrov:

$k = 4$ število togih vozlišč
$g = 0$ število členkastih vozlišč
$s = 3$ število elementov
$t_1 = 2$ število znanih zasukov
$t_2 = 4$ število znanih pomikov

Število neznanih vozliščnih zasukov je tako:

$$b = k - t_1 = 4 - 2 = 2$$

število neznanih premikov (zasukov vertikalnih elementov) pa je:

$$c = 2 \cdot k + 2 \cdot g - t_2 - s = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 0 - 4 - 3 = 1 > 0$$

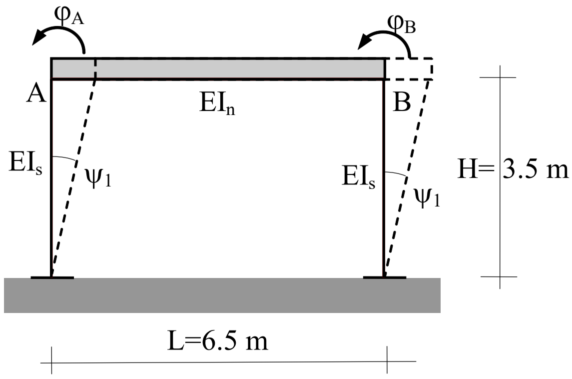
kar pomeni, da gre za pomičen sistem.

Stopnja deformacijske nedoločenosti je tako:

$$n = b + c = 2 + 1 = 3$$

kar pomeni, da moramo rešiti sistem 3 enačb s tremi neznankami.

Kot neznanke vpeljemo zasuka φ_A in φ_B vozlišč A in B ter zasuk ψ_1 stebrov (slika 3), ki je, zaradi osne nedeformabilnosti gred pri *inženirski* metodi pomikov, enak v vseh stebrih, ki imajo enake dolžine.



Slika 3: Prostostne stopnje modela

Ker so upogibne togosti EI nosilcev in stebrov različne, bomo dolžine stebrov, ki jih upoštevamo pri izračunu členov matrike ravnotežnih enačb, modificirali s pomočjo razmerja upogibnih togosti (angl. »flexural stiffness«).

Računske dolžine stebrov so:

$$\frac{EI_s}{H} = \frac{EI_n}{H'} \rightarrow H' = \frac{EI_n}{EI_s} \cdot H$$

$$H' = n \cdot H = \frac{EI_n}{EI_s} \cdot H = \frac{5.012 \cdot 10^7 \text{ Nm}^2}{3.52 \cdot 10^7 \text{ Nm}^2} \cdot 3.5 \text{ m} = 4.983 \text{ m}$$

Nato sledijo predštevila:

$$a_{AA} = \frac{4}{H'} + \frac{4}{L_1} = \frac{4}{4.983 \text{ m}} + \frac{4}{6.5 \text{ m}} = 1.418$$

$$a_{BB} = a_{AA} = 1.418$$

ter

$$a_{AB} = a_{BA} = \frac{2}{L_1} = \frac{2}{6.5} = 0.308$$

Nato izračunamo še:

$$a_{1A} = a_{1B} = a_{1C} = -\frac{6}{H'} = -\frac{6}{4.983\ \mathrm{m}} = -1.204$$

$$a_{11} = \frac{12}{H'} + \frac{12}{H'} = 2 \cdot \frac{12}{4.983\ \mathrm{m}} = 4.816$$

Sistem enačb zaradi delovanja enotske horizontalne sile na vrhu etaže dobi naslednjo obliko:

$$EI_n \cdot \left[\begin{array}{cc:c} a_{AA} & a_{AB} & a_{1A} \\ a_{AB} & a_{BB} & a_{1B} \\ \hdashline a_{1A} & a_{1B} & a_{11} \end{array}\right] \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \\ \psi_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \cdot H \end{Bmatrix}$$

$$EI_n \cdot \begin{bmatrix} 1.418 & 0.308 & -1.204 \\ 0.308 & 1.418 & -1.204 \\ -1.204 & -1.204 & 4.816 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \\ \psi_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \cdot 3.5 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 71070879.121 & 15421153.846 & -60342857.143 \\ 15421153.846 & 71070879.121 & -60342857.143 \\ -60342857.143 & -60342857.143 & 241371428.571 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \\ \psi_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.5 \end{Bmatrix}$$

ki ima rešitve:

$$\begin{Bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \\ \psi_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.554 \cdot 10^{-8} \\ 1.554 \cdot 10^{-8} \\ 2.227 \cdot 10^{-8} \end{Bmatrix}$$

od katerih je za določitev togosti zanimiva zgolj zadnja.

Horizontalni pomik točk A in B zaradi enotske sile, ki predstavlja podajnost okvirja, je tako:

$$d_{okv} = H \cdot \psi_1 = 3.5\ \mathrm{m} \cdot 2.227 \cdot 10^{-8} = 7.794 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}}$$

Togost enega okvirja je:

$$k_{okv} = \frac{1}{d_{okv}} = \frac{1}{7.794 \cdot 10^{-8}\ \frac{m}{N} = d} = 12.830 \cdot 10^{6}\ \frac{N}{m} = 12.830\ \frac{MN}{m}$$

Togost cele konstrukcije je tako:

$$k_{kon} = 3 \cdot k_{okv} = 3 \cdot 12.830\ \frac{MN}{m} = 38.491\ \frac{MN}{m}$$

Lastna krožna frekvenca je sedaj:

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{kon}}{M}} = \sqrt{\frac{38.4913\ \frac{MN}{m}}{72744\ kg}} = 23.003\ \frac{rad}{s}$$

in tako sledi:

$$\nu = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{23.003\ \frac{rad}{s}}{2 \cdot \pi} = 3.661\ Hz$$

$$T_1 = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{3.661\ Hz} = 0.273\ s$$

Če pa želimo za izračun približka prvega nihajnega časa T_1 uporabiti enačbo (4.9) iz predpisa, moramo poiskati pomik (v *m*) na vrhu stavbe zaradi sile teže, aplicirane vodoravno, kar sledi iz:

$$\{u_1\} = [K_{kon}]^{-1} \cdot \{P_1\} = \left[38.491\ \frac{MN}{m}\right]^{-1} \cdot \{72744\ kg\} \cdot 9.81\ \frac{m}{s^2}$$

$$= \{1.854 \cdot 10^{-2}\ m\} \rightarrow d = 1.854 \cdot 10^{-2}\ m$$

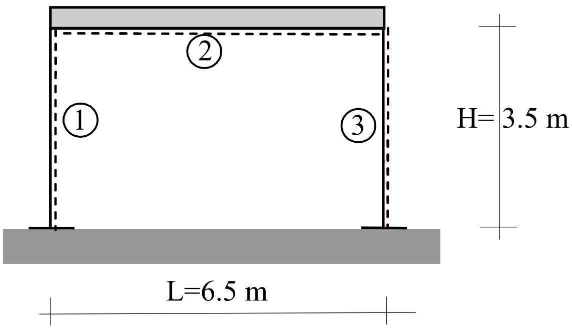
Tako sledi:

$$T_1 = 2 \cdot \sqrt{d} = 2 \cdot \sqrt{1.854 \cdot 10^{-2}} = 0.272\ s$$

Z enačbo (4.9) pridobljeni približek prvega nihajnega časa se tako odlično ujema z vrednostjo, dobljeno dinamično analizo.

Dodatek: Izračun členov togostne matrike konstrukcije z metodo končnih elementov

Ker stavbo v prečni smeri tvorijo trije identični okvirji, lahko togostno matriko konstrukcije tvorimo tako, da analiziramo en okvir in dobljeno togostno matriko pomnožimo s 3. Izbrana je naslednja diskretizacija okvirja s tremi končnimi elementi (slika 4):



Slika 4: Diskretizacija okvirja s tremi končnimi elementi

Togostna matrika obeh stebrov v lokalnem koordinatnem sistemu je:

$$[k_1]=[k_3]=\begin{bmatrix} 754.286 & 0 & 0 & -754.286 & 0 & 0 \\ 0 & 9.852 & 17.241 & 0 & -9.852 & 17.241 \\ 0 & 17.241 & 40.229 & 0 & -17.241 & 20.114 \\ -754.286 & 0 & 0 & 754.286 & 0 & 0 \\ 0 & -9.852 & -17.241 & 0 & 9.852 & -17.241 \\ 0 & 17.241 & 20.114 & 0 & -17.241 & 40.229 \end{bmatrix}\cdot 10^6$$

Togostna matrika stebrov v globalnem koordinatnem sistemu ($\alpha = 90^o$) je:

$$[K_1]=[K_3]=\begin{bmatrix} 9.852 & 0 & -17.241 & -9.852 & 0 & -17.241 \\ 0 & 754.286 & 0 & 0 & -754.286 & 0 \\ -17.241 & 0 & 40.229 & 17.241 & 0 & 20.114 \\ -9.852 & 0 & 17.241 & 9.852 & 0 & 17.241 \\ 0 & -754.286 & 0 & 0 & 754.286 & 0 \\ -17.241 & 0 & 20.114 & 17.241 & 0 & 40.229 \end{bmatrix}\cdot 10^6$$

Togostna matrika grede v lokalnem in globalnem koordinatnem sistemu ($\alpha=0^o$) je:

$$[k_2]=[K_2]=\begin{bmatrix} 456.923 & 0 & 0 & -456.923 & 0 & 0 \\ 0 & 2.190 & 7.117 & 0 & -2.190 & 7.117 \\ 0 & 7.117 & 30.842 & 0 & -7.117 & 15.421 \\ -456.923 & 0 & 0 & 456.923 & 0 & 0 \\ 0 & -2.190 & -7.117 & 0 & 2.190 & -7.117 \\ 0 & 7.117 & 15.421 & 0 & -7.117 & 30.842 \end{bmatrix}\cdot 10^6$$

Togostna matrika okvirja je tako:

$$[K_{okv}]=\begin{bmatrix} 466.7750 & 0 & 17.241 & -456.923 & 0 & 0 \\ 0 & 756.476 & 7.117 & 0 & -2.190 & 7.1172 \\ 17.241 & 7.117 & 71.071 & 0 & -7.117 & 15.421 \\ -456.923 & 0 & 0 & 466.775 & 0 & 17.241 \\ 0 & -2.190 & -7.1172 & 0 & 756.476 & -7.117 \\ 0 & 7.117 & 15.421 & 17.241 & -7.117 & 71.071 \end{bmatrix}\cdot 10^6$$

Podajnostna matrika okvirja je:

$$[d_{okv}]=[K_{okv}]^{-1}=\begin{bmatrix} \boxed{78.614} & 0.292 & -15.779 & 77.525 & -0.293 & -15.441 \\ 0.293 & 1.3254 & -0.167 & 0.2934 & 6.866\cdot 10^{-4} & -0.167 \\ -15.779 & -0.167 & 17.957 & -15.441 & 0.167 & -0.117 \\ 77.525 & 0.293 & -15.441 & \boxed{78.614} & -0.293 & 17.241 \\ -0.293 & 6.866\cdot 10^{-4} & 0.1674 & -0.293 & 1.325 & 0.167 \\ -15.441 & -0.167 & -0.117 & -15.779 & 0.167 & 17.957 \end{bmatrix}\cdot 10^{-9}$$

Iskana podajnost okvirja v horizontalni smeri je tako:

$$d = 78.614\cdot 10^{-9}\ \frac{m}{N}$$

pripadajoča togost okvirja pa znaša:

$$k=\frac{1}{d}=\frac{1}{78.614\cdot 10^{-9}\ \frac{m}{N}}=1.272\cdot 10^{7}\ \frac{N}{m}$$

in je zgolj nekoliko manjša od togosti okvirja, dobljene z deformacijsko metodo, kjer pa so bili elementi upoštevani kot osnonedeformabilni. Napaka pri uporabi deformacijske metode znaša zgolj 0.865 %.

Togost cele konstrukcije je tako:

$$k_{kon} = 3 \cdot k_{okv} = 3 \cdot 12.720 \frac{MN}{m} = 38.161 \frac{MN}{m}$$

2. Določitev faktorja obnašanja objekta

Zgornja vrednost faktorja obnašanja *q* je :

$$q = q_0 \cdot k_w \geq 1.5$$

kjer sta:

$q_0 = 3.0 \cdot \alpha_u / \alpha_1 = 3 \cdot 1.1 = 3.3$ (za razred duktilnosti DCM in enoetažne stavbe)
$k_w = 1.0$ za okvirne in okvirom enakovredne mešane konstrukcijske sisteme.
$q = 3.3 \cdot 1 = 3.3$

3. Določitev referenčne vrednosti pospeška objekta

Za povprečno povratno dobo 475 let in obdobje uporabnosti 100 let sledi verjetnost prekoračitve:

$$P_R = 1 - \left(1 - \frac{1}{475}\right)^{100} = 0.190 = 19.002\ \% > 10\ \%$$

Ker se želi zagotoviti 90 % verjetnost, da uporabljena projektna vrednost pospeška tal ne bo presežena v 100 letih, znaša pripadajoča povratna doba:

$$T_R = \frac{-T_L}{\ln(1 - P_R)} = \frac{-100\ \text{let}}{\ln(1 - 0.1)} = 949.122\ \text{let}$$

za katero ne obstaja pripadajoča karta.

Tako se za pridobitev pripadajoče vrednosti projektnega pospeška tal uporabita karti za 475 let in 1000 let (v RS).

Za Jesenice tako sledi:

T_{R1} = 475 let, a_{gR1} = 0.175 g
T_{R2} = 1000 let, a_{gR2} = 0.2 g

ter

$$\log\left(a_{gR}\right) = \log(0.175) + \frac{\log\left(\frac{0.2}{0.175}\right)\cdot\log\left(\frac{949.122}{475}\right)}{\log\left(\frac{1000}{475}\right)} = -0.703$$

Iskana vrednost je tako:

$$a_{gR} = 10^{-0.703} = 0.198\ \mathrm{g}$$

Za kategorijo pomembnosti II velja γ_I = 1.0 in po upoštevanju faktorja pomembnosti sledi:

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} = 1 \cdot 0.198\ \mathrm{g} = 0.198\ \mathrm{g}$$

4. Določitev tipa tal

Za določitev tipa tal uporabimo izraz:

$$N_{SPT,30} = \frac{30}{\sum_{i=1}^{N} \frac{h_i}{N_{SPT,i}}} = \frac{30\ \mathrm{m}}{\frac{8.1\ \mathrm{m}}{56} + \frac{21.9\ \mathrm{m}}{62}} = 60.257 > 50$$

kar ustreza tipu tal B.

5. Določitev velikosti potresnega vpliva

Za tip tal B veljajo naslednje vrednosti parametrov:

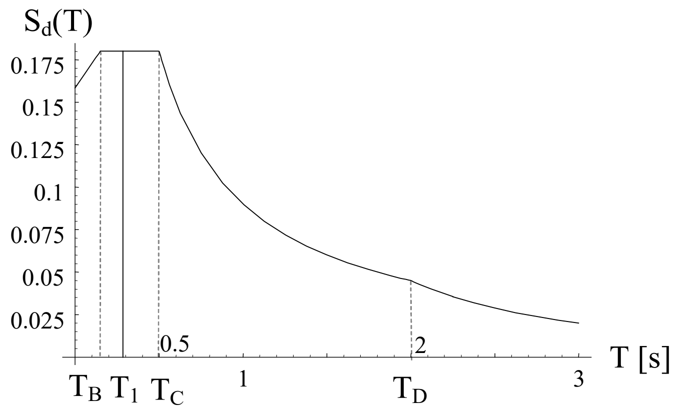
Tip tal	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
B	1.2	0.15	0.5	2.0

kar pomeni, da velja

$$T_B < T_1 = 0.273\,\mathrm{s} < T_C$$

in po enačbi (3.14) sledi (slika 5):

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 0.198\,g \cdot 1.2 \cdot \frac{2.5}{3.3} = 1.767$$



Slika 5: Vrednost S_d v spektru odziva

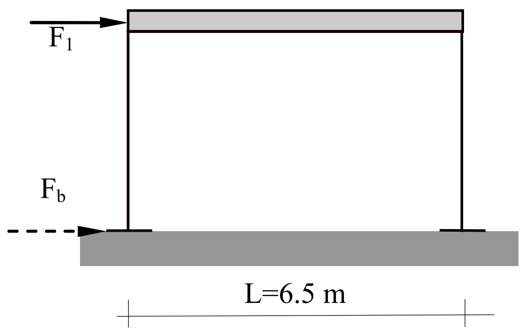
Prečna bazna sila je tako:

$$F_b = \lambda \cdot S_d(T_1) \cdot m$$
$$= 1.00 \cdot 1.767 \cdot 72744\,\mathrm{kg}$$
$$= 128539.241\,\mathrm{N}$$

kjer korekcijski faktor λ znaša 1.00, saj stavba nima več kot dveh etaž.

Ker gre za enoetažno konstrukcijo, velja (slika 6):

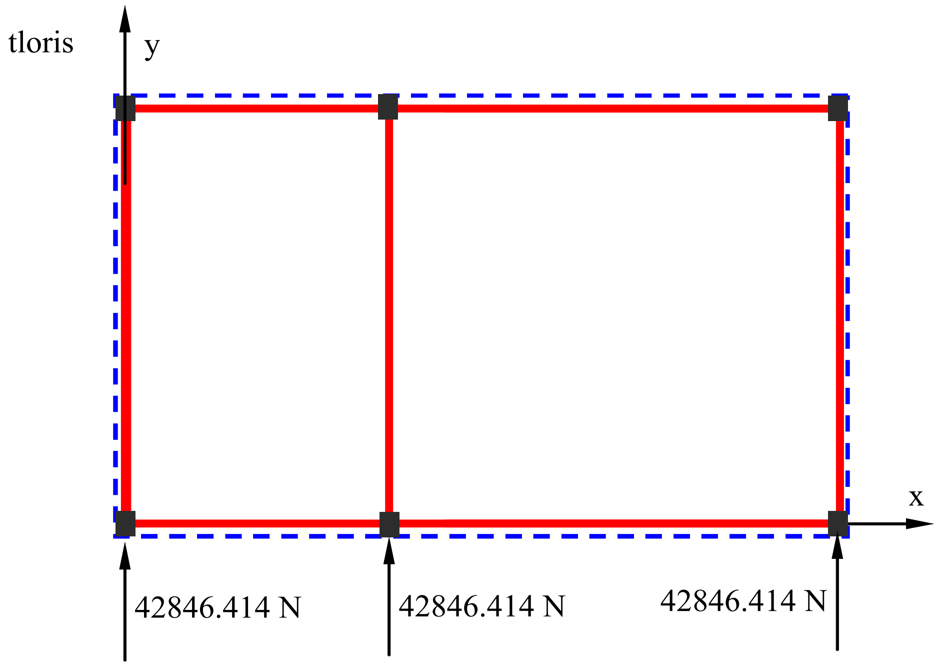
$$F_1 = F_b$$



Slika 6: Etažna sila F_1

Ker konstrukcijo v prečni smeri sestavljajo trije identični okvirji, na vsakega odpade tretjina etažne sile (slika 7):

$F_{11} = 42846.414$ N
$F_{12} = 42846.414$ N
$F_{13} = 42846.414$ N



Slika 7: Sile na okvire v smeri *y*

6. Faktorji δ za upoštevanje naključne torzije

Za okvirje (od leve proti desni) v y smeri tako po enačbi (4.3.3.2.4(1)) sledi (kjer je bilo privzeto, da masno središče etaže leži v geometrijskem središču plošče) za premik masnega središča proti desni za 1.1 m:

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{6.6\ \mathrm{m}}{11\ \mathrm{m}} = 1.72$$
$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{2.6\ \mathrm{m}}{11\ \mathrm{m}} = 1.284$$
$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{4.4\ \mathrm{m}}{11\ \mathrm{m}} = 1.48$$

Za premik masnega središča proti levi za 1.1 m pa sledi:

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{4.4\ \mathrm{m}}{11\ \mathrm{m}} = 1.48$$
$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{0.4\ \mathrm{m}}{11\ \mathrm{m}} = 1.044$$
$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{6.6\ \mathrm{m}}{11\ \mathrm{m}} = 1.72$$

Za krajna okvirja je tako merodajna vrednost 1.72, za vmesni okvir pa vrednost 1.284.

7. Kontrola etažnih pomikov

Elastični pomiki okvirja so tako:

$$d_{okv} = H \cdot \psi_1 = 3.5\ \mathrm{m} \cdot 2.227 \cdot 10^{-8} = 7.794 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}}$$
$$\{d_e\} = [d_{okv}] \cdot \{F_e\} = \left[7.794 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}} \right] \cdot \{42846.414\ \mathrm{N}\} = \{3.339 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}\}$$

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\{d_s\} = q_d \cdot \{d_e\} = 3.3 \cdot \{3.339 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}\} = \{11.020 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}\}$$

Zaradi upoštevanja vpliva naključne torzije za zunanja okvirja upoštevamo faktor δ=1.72 in tako sledijo pomiki:

$$1.72 \cdot \{d_s\} = \{18.955 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}\}$$

Relativni pomik etaže zunanjega okvirja je tako:

$$d = 18.955 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} - 0 = 18.955 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Tako sledi (redukcijski faktor za kategoriji pomembnosti I in II po predpisu znaša ν = 0.5):

$$18.955 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot \nu = 18.955 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 0.5 = 9.477 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Ker gre za skladišče in nimamo informacij o tem, kako so nekonstrukcijski elementi pritrjeni na konstrukcijo, preverimo (najstrožji) pogoj v obliki:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.005 \cdot h$$

kar vodi do:

$$9.477 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \leq 0.005 \cdot h = 0.005 \cdot 3.5\ \mathrm{m} = 1.75 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m},$$

ki pokaže, da je omejitev pomikov izpolnjena tudi za najstrožji kriterij.

8. Kontrola vpliva teorije drugega reda (P-Δ efekta).

Brezdimenzijski koeficient občutljivosti za etažne pomike (4.4.2.2(2)) poda informacijo o tem, ali je vpliv teorije drugega reda potrebno upoštevati. Vrednost koeficienta θ za etažo je tako:

$$\theta = \frac{P_{tot} \cdot d_r}{V_{tot} \cdot h} = \frac{72744\ \mathrm{kg} \cdot 9.81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 11.020 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}{128539.241\ \mathrm{N} \cdot 3.5\ \mathrm{m}} = 1.748 \cdot 10^{-2} < 0.1$$

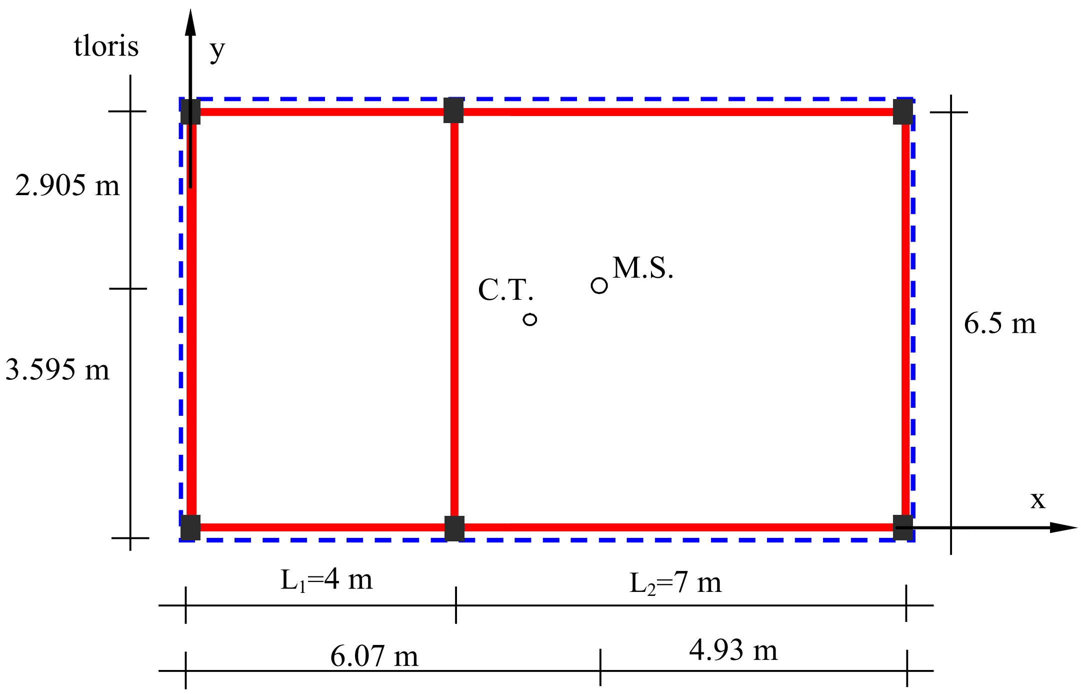
Ker velja θ < 0.1, vpliva teorije drugega reda tako ni potrebno upoštevati.

III. Prostorska analiza potresnega vpliva (naključna torzija je modelirana s premikom masnega središča)

1. Izračun masne matrike

Dejansko je konstrukcija prostorska, kar pomeni, da bo poleg nihanja v posamezni smeri nastopilo tudi vrtenje konstrukcije okoli centra togosti. Ker ploščo smatramo kot togo šipo (v svoji ravnini se ne deformira), lahko konstrukcijo smatramo kot togo telo, katerega gibanje se najlažje opiše s pomočjo translacije težišča in rotacije okoli težišča.

Ker bomo uporabili prostorski model, bomo masno središče premaknili (v skladu s členom 4.3.2(1)P) zgolj za 5 % (npr. v pozitivnih smereh osi x in y), torej za vrednosti 0.57 m v smeri osi X ter 0.345 m v smeri osi Y (slika 8). Zaradi tega se mase etaže ne spremenijo, spremenijo pa se masni vztrajnostni momenti.



Slika 8: Lokaciji centra togosti in masnega središča

Plošča

Masno središče etaže običajno poenostavljeno vzamemo kar na sredini plošče, torej pri x= 5.5 m (točna vrednost koordinate je 5.422 m).

plošča:

$$J_{plo} = J_{plo,t} + M_{plo} \cdot \left((0.57\ \mathrm{m})^2 + (0.345\ \mathrm{m})^2\right) = 756581.378\ \mathrm{kg \cdot m^2} + 51129\ \mathrm{kg} \cdot 0.444\ \mathrm{m^2}$$
$$= 779278.819\ \mathrm{kg \cdot m^4} \qquad \left(775041.099\ \mathrm{kg \cdot m^4}\right)$$

(vrednost v oklepaju predstavlja rezultat, izračunan z upoštevanjem točne nazivne lege masnega središča).

Polovice stebrov spodaj

vrednosti na težišča stebrov:

$$J_{stebrov} = J_{stebrov,t} + M_{stebra} \cdot \left((-6.07\ \mathrm{m})^2 + (-3.595\ \mathrm{m})^2\right) + M_{stebra} \cdot \left((-2.07\ \mathrm{m})^2 + (-3.595\ \mathrm{m})^2\right)$$
$$+ M_{stebra} \cdot \left((4.93\ \mathrm{m})^2 + (-3.595\ \mathrm{m})^2\right) + M_{stebra} \cdot \left((-6.07\ \mathrm{m})^2 + (2.905\ \mathrm{m})^2\right)$$
$$+ M_{stebra} \cdot \left((-2.07\ \mathrm{m})^2 + (2.905\ \mathrm{m})^2\right) + M_{stebra} \cdot \left((4.93\ \mathrm{m})^2 + (2.905\ \mathrm{m})^2\right)$$
$$= 112\ \mathrm{kg \cdot m^2} + 700\ \mathrm{kg} \cdot 49.769\ \mathrm{m^2} + 700\ \mathrm{kg} \cdot 17.209\ \mathrm{m^2} + 700\ \mathrm{kg} \cdot 37.229\ \mathrm{m^2}$$
$$+ 700\ \mathrm{kg} \cdot 45.284\ \mathrm{m^2} + 700\ \mathrm{kg} \cdot 12.724\ \mathrm{m^2} + 700\ \mathrm{kg} \cdot 32.744\ \mathrm{m^2}$$
$$= 136582.985\ \mathrm{kg \cdot m^2} \qquad \left(135907.077\ \mathrm{kg \cdot m^2}\right)$$

Grede v smeri Y osi

$$J_{gred,y} = J_{gred,t,y} + 2745\ \mathrm{kg} \cdot \left((-6.07\ \mathrm{m})^2 + (-0.345\ \mathrm{m})^2\right) + 2745\ \mathrm{kg} \cdot \left((-2.07\ \mathrm{m})^2 + (-0.345\ \mathrm{m})^2\right)$$
$$+ 2745\ \mathrm{kg} \cdot \left((4.93\ \mathrm{m})^2 + (-0.345\ \mathrm{m})^2\right) =$$
$$= 25645.163\ \mathrm{kg \cdot m^2} + 2745\ \mathrm{kg} \cdot 36.964\ \mathrm{m^2} + 2745\ \mathrm{kg} \cdot 4.404\ \mathrm{m^2} + 2745\ \mathrm{kg} \cdot 24.424\ \mathrm{m^2}$$
$$= 206243.585\ \mathrm{kg \cdot m^2} \quad \left(204918.322\ \mathrm{kg \cdot m^2}\right)$$

Grede v smeri X osi

$$J_{gred,x} = J_{gred,t,x} + 1620\ \mathrm{kg} \cdot \left((-4.07\ \mathrm{m})^2 + (-3.595\ \mathrm{m})^2\right) + 1620\ \mathrm{kg} \cdot \left((-4.07\ \mathrm{m})^2 + (2.905\ \mathrm{m})^2\right)$$
$$+ 2970\ \mathrm{kg} \cdot \left((1.43\ \mathrm{m})^2 + (-3.595\ \mathrm{m})^2\right) + 2970\ \mathrm{kg} \cdot \left((1.43\ \mathrm{m})^2 + (2.905\ \mathrm{m})^2\right)$$
$$= 77454.9\ \mathrm{kg \cdot m^2} + 1620\ \mathrm{kg} \cdot 29.489\ \mathrm{m^2} + 1620\ \mathrm{kg} \cdot 25.004\ \mathrm{m^2}$$
$$+ 2970\ \mathrm{kg} \cdot 4.404\ \mathrm{m^2} + 2970\ \mathrm{kg} \cdot 10.484\ \mathrm{m^2} = 189057.182\ \mathrm{kg \cdot m^2} \quad \left(188380.608\ \mathrm{kg \cdot m^2}\right)$$

Masni vztrajnostni moment vseh mas etaže

$$I_p = J_{etaže} = J_{plo} + J_{stebrov} + J_{gred,y} + J_{gred,x}$$
$$= 779278.819\ \mathrm{kg \cdot m^4} + 136582.985\ \mathrm{kg \cdot m^2} + 206243.585\ \mathrm{kg \cdot m^2} + 189057.182\ \mathrm{kg \cdot m^2}$$
$$= 1311162.570\ \mathrm{kg \cdot m^2} \quad \left(1304247.105\ \mathrm{kg \cdot m^2}\right)$$

Opomba: če s Steinerjevim izrekom izvedemo (poenostavljeno) korekcijo vztrajnostnega momenta etaže kot celote, sledi primerljiva, a nekoliko manj natančna vrednost:
$$J_{etaže} = J_{etaže,t} + M_{etaže} \cdot \left((0.57\ \mathrm{m})^2 + (0.345\ \mathrm{m})^2\right) = 1272397.34\ \mathrm{kg \cdot m^2} + 72744\ \mathrm{kg} \cdot 0.444\ \mathrm{m^2}$$
$$= 1304690.222\ \mathrm{kg \cdot m^4}$$

Masna matrika je tako:

$$[M] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 72744\ \mathrm{kg} & 0 & 0 \\ 0 & 72744\ \mathrm{kg} & 0 \\ 0 & 0 & 1311162.570\ \mathrm{kg \cdot m^2} \end{bmatrix}$$

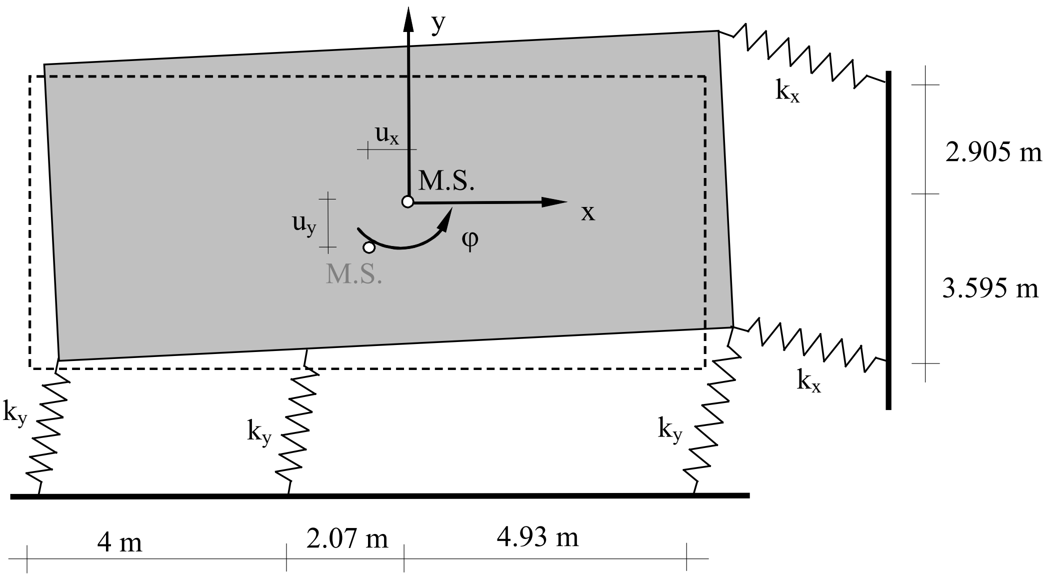
2. Izračun togostne matrike

V stebrih, ki jih modeliramo kot elastične vzmeti, se pojavijo sile, ki so proporcionalne pomikom (skrčkom oz. raztezkom vzmeti). Deformacija (raztezek ali skrček) posamezne vzmeti je sestavljen iz premika težišča (v smereh koordinatnih osi) in (protiurnega) zasuka plošče okoli masnega središča (slika 9). Pomika stebrov vzdolžnih okvirjev (vzporednih smeri osi *x*) sta:

$$u_1 = u_x + 3.595\ \mathrm{m} \cdot \varphi$$
$$u_2 = u_x - 2.905\ \mathrm{m} \cdot \varphi$$

Pomiki stebrov prečnih okvirjev (vzporednih smeri osi *y*) so:

$$v_1 = u_y - 6.07\ \mathrm{m} \cdot \varphi$$
$$v_2 = u_y - 2.07\ \mathrm{m} \cdot \varphi$$
$$v_3 = u_y + 4.93\ \mathrm{m} \cdot \varphi$$



Slika 9: Skica premaknjene etaže

Potencialna energija sistema je:

$$E_p = \frac{k_x \cdot u_1^2}{2} + \frac{k_x \cdot u_2^2}{2} + \frac{k_y \cdot v_1^2}{2} + \frac{k_y \cdot v_2^2}{2} + \frac{k_y \cdot v_3^2}{2}$$

Za njen izračun potrebujemo še togost posameznega okvirja v vzdolžni smeri. Deformacijska metoda (izračun ni prikazan) vodi do vrednosti k_x= 21227420.306 N/m (model ekvivalentne konzole pa vodi do vrednosti 22061251.394 N/m). Togost konstrukcije v *x* smeri je tako 42454840.613 N/m in podobna togosti konstrukcije v *y* smeri (opomba: če bi za obe smeri uporabili osnovni strižni model, bi bili togosti zaradi kvadratnih prerezov stebrov za obe smeri enaki).

Tako sledi:

$$E_p = \frac{21227420.31 \cdot (u_x + 3.595 \cdot \varphi)^2}{2} + \frac{21227420.31 \cdot (u_x - 2.905\,\mathrm{m} \cdot \varphi)^2}{2}$$
$$+ \frac{12830422.97 \cdot (u_y - 6.07\,\mathrm{m} \cdot \varphi)^2}{2} + \frac{12830422.97 \cdot (u_y - 2.07\,\mathrm{m} \cdot \varphi)^2}{2}$$
$$+ \frac{12830422.97 \cdot (u_y + 4.93\,\mathrm{m} \cdot \varphi)^2}{2} = 6.465 \cdot 10^8 \cdot \varphi^2 + 1.465 \cdot 10^7 \cdot \varphi \cdot u_x + 2.123 \cdot 10^7 \cdot u_x^2$$
$$- 4.119 \cdot 10^7 \cdot \varphi \cdot u_y + 1.925 \cdot 10^7 \cdot u_y^2$$

Posamezne člene togostne matrike sedaj dobimo s pomočjo mešanih odvodov po posameznih prostostnih stopnjah kot:

$$k_{i,j} = \frac{\partial}{\partial q_j}\left(\frac{\partial E_p}{\partial q_i}\right) \qquad i = 1,2,3 \quad \& \quad j = 1,2,3$$

pri čemer so:

$$q_1 = u_x$$
$$q_2 = u_y$$
$$q_3 = \varphi$$

Tako sledijo členi prve vrstice (in tudi stolpca) togostne matrike kot:

$$\frac{\partial E_p}{\partial q_1} = \frac{\partial E_p}{\partial u_x} = 4.245\cdot 10^7 \cdot u_x + 1.465\cdot 10^7 \cdot \varphi$$
$$k_{11} = \frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{\partial E_p}{\partial q_1}\right) = \frac{\partial}{\partial u_x}\left(\frac{\partial E_p}{\partial u_x}\right) = 4.245\cdot 10^7$$
$$k_{12} = \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{\partial E_p}{\partial q_1}\right) = \frac{\partial}{\partial u_y}\left(\frac{\partial E_p}{\partial u_x}\right) = 0$$
$$k_{13} = \frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{\partial E_p}{\partial q_1}\right) = \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{\partial E_p}{\partial u_x}\right) = 1.465\cdot 10^7$$

Celotna togostna matrika je tako:

$$[K] = \begin{bmatrix} 4.245 & 0 & 1.465 \\ 0 & 3.849 & -4.119 \\ 1.465 & -4.119 & 129.304 \end{bmatrix} \cdot 10^7$$

Sistem vezanih diferencialnih enačb lastnega nihanja ima tako obliko:

$$[M]\cdot\begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + [K]\cdot\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 72744\ \text{kg} & 0 & 0 \\ 0 & 72744\ \text{kg} & 0 \\ 0 & 0 & 1311162.570\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 \end{bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 4.245 & 0 & 1.465 \\ 0 & 3.849 & -4.119 \\ 1.465 & -4.119 & 129.304 \end{bmatrix}\cdot 10^7 \cdot\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

3. Izračun nihajnih časov in lastnih vektorjev

Konstrukcija ima tri lastne frekvence in nihajne čase:

$$\omega_1 = 22.166\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \nu_1 = 3.528\ \text{Hz} \rightarrow \text{T}_1 = 0.283\ \text{s}$$
$$\omega_2 = 24.096\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \nu_2 = 3.835\ \text{Hz} \rightarrow \text{T}_2 = 0.261\ \text{s}$$
$$\omega_3 = 32.046\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \nu_3 = 5.100\ \text{Hz} \rightarrow \text{T}_3 = 0.196\ \text{s}$$

Ugotoviti je še potrebno, kateremu načinu nihanja pripada posamezna lastna frekvenca oz. nihajni čas. Čeprav je iz podobnosti dobljenih lastnih frekvenc z vrednostima za ravninski nihanji mogoče približno soditi o tem, kateremu načinu nihanja pripada posamezna lastna frekvenca, dejanski odgovor sledi iz lastnih vektorjev (nihajnih oblik).

Ti vektorji so (zapisani so v obliki, normirani na masno matriko):

$$\{\hat{\Phi}_1\} = \begin{Bmatrix} -51.459 \\ 353.2619 \\ 23.586 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-5} \quad \{\hat{\Phi}_2\} = \begin{Bmatrix} 365.196 \\ 59.735 \\ -5.433 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-5} \quad \{\hat{\Phi}_3\} = \begin{Bmatrix} 38.108 \\ -95.428 \\ 83.911 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-5}$$

Precej uporabnejša oblika sledi, če te vektorje normiramo na maksimalni člen:

$$\{\Phi_1\} = \begin{Bmatrix} -0.146 \\ 1 \\ 6.677 \cdot 10^{-2} \end{Bmatrix} \quad \{\Phi_2\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.164 \\ -1.488 \cdot 10^{-2} \end{Bmatrix} \quad \{\Phi_3\} = \begin{Bmatrix} 0.399 \\ -1 \\ 0.879 \end{Bmatrix}$$

iz katerih lahko dokaj zanesljivo sklepamo samo, da vzdolžnemu nihanju pripada druga nihajna oblika.

Najkvalitetnejšo oz. najzanesljivejšo informacijo pa dobimo, če izračunamo pripadajoče modalne mase za posamezno smer nihanja.

Za nihanje v vzdolžni smeri tako sledijo naslednji koeficienti (faktorji) participacije in modalne mase:

$$\Gamma_1 = \{\hat{\Phi}_1\}^{\mathrm{T}} \cdot [\mathrm{M}] \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = -37.433 \rightarrow \mathrm{M}_{1,\mathrm{sod}} = \Gamma_1^2 = 1401.228\ \mathrm{kg}$$

$$\Gamma_2 = \{\hat{\Phi}_2\}^{\mathrm{T}} \cdot [\mathrm{M}] \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 265.658 \rightarrow \mathrm{M}_{2,\mathrm{sod}} = \Gamma_2^2 = 70574.298\ \mathrm{kg}$$

$$\Gamma_3 = \{\hat{\Phi}_3\}^{\mathrm{T}} \cdot [\mathrm{M}] \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 27.721 \rightarrow \mathrm{M}_{3,\mathrm{sod}} = \Gamma_3^2 = 768.473\ \mathrm{kg}$$

Vsota modalnih mas je enaka celotni masi konstrukcije (izračun služi samo kot kontrola):
$\mathrm{M}_{1,\mathrm{sod}} + \mathrm{M}_{2,\mathrm{sod}} + \mathrm{M}_{3,\mathrm{sod}} = 72744\ \mathrm{kg}$

Ker se v drugi nihajni obliki aktivira 97.0173 % (> 90%) celotne mase, smemo pri analizi delovanja potresnega vpliva v vzdolžni smeri upoštevati samo drugo nihajno obliko (oz. drugo nihajno obliko klasificiramo kot nihanje pretežno v smeri osi x, kar pa za nadaljevanje analize dejansko sploh ni pomembno oz. odločujoče).

Za nihanje v prečni smeri tako sledijo naslednji koeficienti (faktori) participacije in modalne mase:

$$\Gamma_1 = \{\hat{\Phi}_1\}^{\mathrm{T}} \cdot [\mathrm{M}] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = 256.976 \rightarrow \mathrm{M}_{1,\mathrm{sod}} = \Gamma_1^2 = 66036.889\ \mathrm{kg}$$

$$\Gamma_2 = \{\hat{\Phi}_2\}^{\mathrm{T}} \cdot [\mathrm{M}] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = 43.453 \rightarrow \mathrm{M}_{2,\mathrm{sod}} = \Gamma_2^2 = 1888.202\ \mathrm{kg}$$

$$\Gamma_3 = \{\hat{\Phi}_3\}^{\mathrm{T}} \cdot [\mathrm{M}] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = -69.418 \rightarrow \mathrm{M}_{3,\mathrm{sod}} = \Gamma_3^2 = 4818.909\ \mathrm{kg}$$

Vsota modalnih mas je ponovno enaka celotni masi konstrukcije (izračun služi samo kot kontrola):

$$\mathrm{M}_{1,\mathrm{sod}} + \mathrm{M}_{2,\mathrm{sod}} + \mathrm{M}_{3,\mathrm{sod}} = 72744\ \mathrm{kg}$$

Ker se že v prvi nihajni obliki aktivira 90.780 % (> 90%) celotne mase, smemo pri analizi delovanja potresnega vpliva v prečni smeri upoštevati samo prvo nihajno obliko (oz. prvo nihajno obliko - jasneje kot je to razvidno iz normiranih lastnih vektorjev - klasificiramo kot nihanje pretežno v smeri *y*). Če pa bi želeli izpolniti še drugi pogoj EC8, bi morali upoštevati še tretjo nihajno obliko, saj se v njej aktivira 6.624 % (> 5 %) celotne mase

Za rotacijo pa sledijo naslednji koeficienti (faktorji) participacije in modalne mase:

$$\Gamma_1 = \{\hat{\Phi}_1\}^T \cdot [M] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = 309.249 \rightarrow M_{1,sod} = \Gamma_1^2 = 95635.025$$

$$\Gamma_2 = \{\hat{\Phi}_2\}^T \cdot [M] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = -71.2301 \rightarrow M_{2,sod} = \Gamma_2^2 = 5073.848$$

$$\Gamma_3 = \{\hat{\Phi}_3\}^T \cdot [M] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = 1100.206 \rightarrow M_{3,sod} = \Gamma_3^2 = 1210453.697$$

Vsota modalnih mas je sedaj enaka masnemu vztrajnostnemu momentu konstrukcije (izračun služi samo kot kontrola):

$$M_{1,sod} + M_{2,sod} + M_{3,sod} = 1311162.570$$

Ker se v tretji nihajni obliki aktivira 92.319 % celotne »mase«, tretjo nihajno obliko klasificiramo kot rotacijsko nihajno obliko.

Analizo moramo formalno ponoviti še za tri preostale mogoče pomike masnega središča, vendar je zaradi simetrije konstrukcije zanimiv samo pomik masnega središča levo od nazivne lege (ki seveda vodi do nove vrednosti J_t). Takrat sledijo naslednji nihajni časi:

smer	Nihajni čas	Nihajni čas (prostorski model)	
	(ravninski model)	Pomik m.s. v desno	Pomik m.s. v levo
x	0.260 s	0.261 s	0.261 s
y	0.273 s	0.283 s	0.273 s
φ	--	0.196 s	0.202 s

Iz tabele je razvidno, da ima pri uporabi prostorskega modela večji vpliv na nihajne čase premik masnega središča v desno (stran od centra togosti), kar je, glede na tloris konstrukcije, tudi nekako pričakovano.

4. Določitev velikosti potresnega vpliva v prečni smeri

Ker tudi pri uporabi prostorskega modela velja

$$T_B < T_1 = 0.283\ \mathrm{s} < T_C$$

po enačbi (3.14) ponovno sledi ista vrednost iz spektra odziva:

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 0.198\ g \cdot 1.2 \cdot \frac{2.5}{3.3} = 1.767$$

in posledično enaka prečna bazna sila je tako:

$$F_b = \lambda \cdot S_d(T_1) \cdot m = 1.00 \cdot 1.767 \cdot 72744\ \mathrm{kg} = 128539.241\ \mathrm{N}$$

Pomiki konstrukcije zaradi sile F_b, aplicirane v pozitivni smeri osi y, so tako:

$$[K] \cdot \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_b \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4.245 & 0 & 1.465 \\ 0 & 3.849 & -4.119 \\ 1.465 & -4.119 & 129.304 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \cdot \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 128539.241\ \mathrm{N} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -3.815 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m} \\ 3.458 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 1.106 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix}$$

Izračun pokaže, da zaradi sile v prečni smeri nastopita tudi pomik v vzdolžni smeri ter zasuk. Pomika vzdolžnih okvirjev (vzporednih smeri osi *x*) sta:

$$u_1 = u_x + 3.595\ \mathrm{m} \cdot \varphi = -3.815 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m} + 3.595\ \mathrm{m} \cdot 1.106 \cdot 10^{-4} = 3.593 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}$$

$$u_2 = u_x - 2.905\ \mathrm{m} \cdot \varphi = -3.815 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m} - 2.905\ \mathrm{m} \cdot 1.106 \cdot 10^{-4} = -3.593 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}$$

Iz njiju sledi, da sta sili, ki odpadeta na posamezni okvir v vzdolžni smeri, naslednji:

$$F_{x1} = v_1 \cdot k_{okv,x} = 3.593 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \cdot 21.227\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}} = 7627.974\ \mathrm{N}$$

$$F_{x2} = v_2 \cdot k_{okv,x} = -3.593 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \cdot 21.227\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}} = -7627.974\ \mathrm{N}$$

Pomiki stebrov prečnih okvirjev (vzporednih smeri osi *y*) pa so:

$$v_1 = u_y - 6.07\ \mathrm{m} \cdot \varphi = 3.458 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} - 6.07\ \mathrm{m} \cdot 1.106 \cdot 10^{-4} = 2.787 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

$$v_2 = u_y - 2.07\ \mathrm{m} \cdot \varphi = 3.458 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} - 2.07\ \mathrm{m} \cdot 1.106 \cdot 10^{-4} = 3.229 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

$$v_3 = u_y + 4.93\ \mathrm{m} \cdot \varphi = 3.458 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} + 4.93\ \mathrm{m} \cdot 1.106 \cdot 10^{-4} = 4.003 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Iz njih sledi, da so sile, ki odpadejo na posamezni okvir v prečni smeri, naslednje (slika 10):

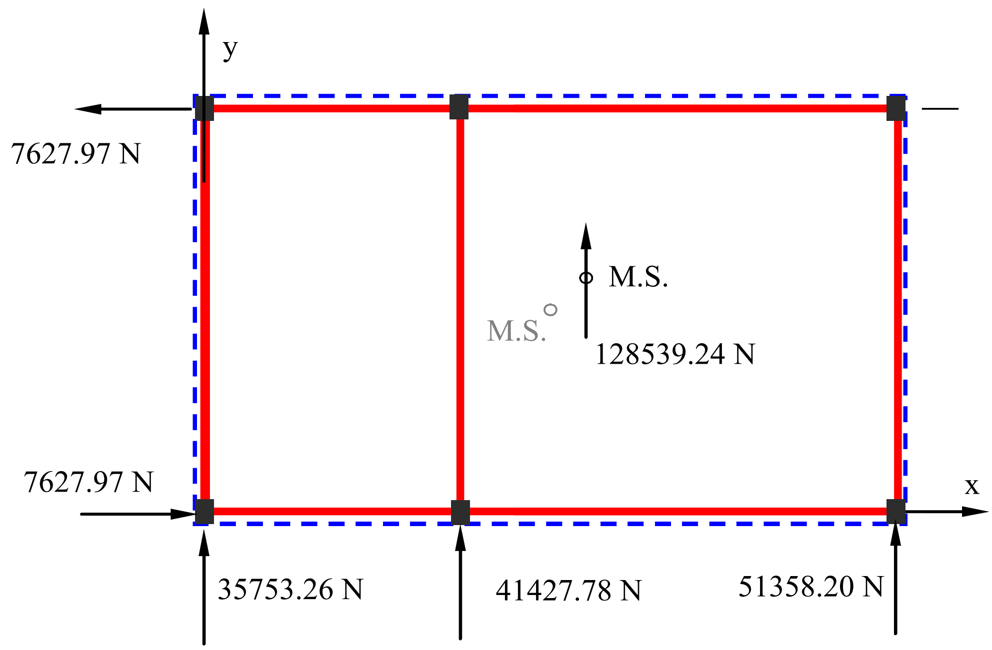
$$F_{y1} = v_1 \cdot k_{okv,y} = 2.787 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 12.830\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}} = 35753.256\ \mathrm{N}$$

$$F_{y2} = v_2 \cdot k_{okv,y} = 3.2294 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 12.830\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}} = 41427.782\ \mathrm{N}$$

$$F_{y3} = v_3 \cdot k_{okv,y} = 4.003 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 12.830\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}} = 51358.203\ \mathrm{N}$$

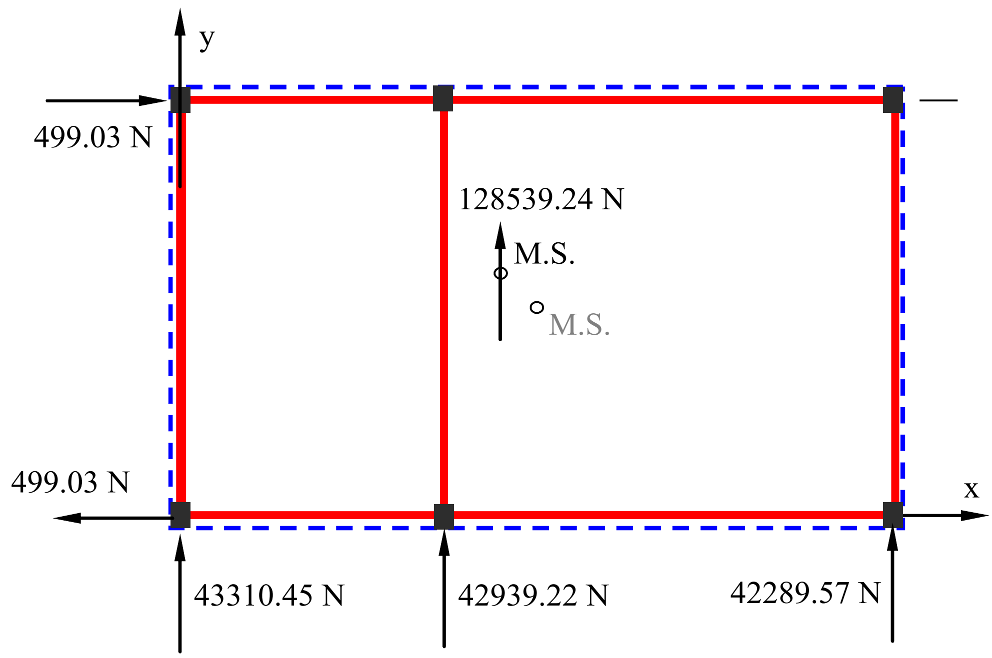
Razlika med maksimalno in minimalno silo je skoraj 44 %. Vsota vseh sil je:

$$F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} = 35753.256\ \mathrm{N} + 41427.782\ \mathrm{N} + 51358.203\ \mathrm{N} = 128539.241\ \mathrm{N}$$



Slika 10: Sile na okvire v smereh *x* in *y*

Če pa masno središče premaknemo v levo (torej bližje centru togosti), sledi naslednja (ugodnejša) razporeditev sila na okvirje (slika 11):



Slika 11: Sile na okvire v smereh *x* in *y*

IV. Prostorska analiza potresnega vpliva (naključna torzija je modelirana s torzijskim momentom)

1. Izračun masne matrike

Za izračun členov masne matrike uporabimo kar vrednosti, že znane iz kontrole tlorisne pravilnosti:

$$[\mathrm{M}] = \begin{bmatrix} \mathrm{M}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{M}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{I}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 72744\ \mathrm{kg} & 0 & 0 \\ 0 & 72744\ \mathrm{kg} & 0 \\ 0 & 0 & 1272397.34\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2 \end{bmatrix}$$

2. Izračun togostne matrike

V stebrih, ki jih modeliramo kot elastične vzmeti, se pojavijo sile, ki so proporcionalne pomikom (skrčkom oz. raztezkom vzmeti). Deformacija (raztezek ali skrček) posamezne vzmeti je sestavljen iz premika težišča (v smereh koordinatnih osi) in (protiurnega) zasuka plošče okoli masnega središča. Pomika stebrov vzdolžnih okvirjev (vzporednih smeri osi *x*) sta:

$$\mathrm{u}_1 = \mathrm{u}_x + 3.25\ \mathrm{m}\cdot\varphi$$
$$\mathrm{u}_2 = \mathrm{u}_x - 3.25\ \mathrm{m}\cdot\varphi$$

Pomiki stebrov prečnih okvirjev (vzporednih smeri osi *y*) so:

$$\mathrm{v}_1 = \mathrm{u}_y - 5.5\ \mathrm{m}\cdot\varphi$$
$$\mathrm{v}_2 = \mathrm{u}_y - 1.5\ \mathrm{m}\cdot\varphi$$
$$\mathrm{v}_3 = \mathrm{u}_y + 5.5\ \mathrm{m}\cdot\varphi$$

Potencialna energija sistema je:

$$\mathrm{E}_p = \frac{\mathrm{k}_x\cdot\mathrm{u}_1^2}{2} + \frac{\mathrm{k}_x\cdot\mathrm{u}_2^2}{2} + \frac{\mathrm{k}_y\cdot\mathrm{v}_1^2}{2} + \frac{\mathrm{k}_y\cdot\mathrm{v}_2^2}{2} + \frac{\mathrm{k}_y\cdot\mathrm{v}_3^2}{2}$$

Tako sledi:

$$E_p = \frac{21227420.31 \cdot (u_x + 3.25 \cdot \varphi)^2}{2} + \frac{21227420.31 \cdot (u_x - 3.25\ \mathrm{m} \cdot \varphi)^2}{2}$$
$$+ \frac{12830422.97 \cdot (u_y - 5.5\ \mathrm{m} \cdot \varphi)^2}{2} + \frac{12830422.97 \cdot (u_y - 1.5\ \mathrm{m} \cdot \varphi)^2}{2}$$
$$+ \frac{12830422.97 \cdot (u_y + 5.5\ \mathrm{m} \cdot \varphi)^2}{2} = 6.268 \cdot 10^8 \cdot \varphi^2 + 0 \cdot 10^7 \cdot \varphi \cdot u_x$$
$$+ 2.123 \cdot 10^7 \cdot u_x{}^2 - 1.925 \cdot 10^7 \cdot \varphi \cdot u_y + 1.925 \cdot 10^7 \cdot u_y{}^2$$

Posamezne člene togostne matrike sedaj dobimo s pomočjo mešanih odvodov po posameznih prostostnih stopnjah kot:

$$k_{i,j} = \frac{\partial}{\partial q_j}\left(\frac{\partial E_p}{\partial q_i}\right) \qquad i = 1,2,3 \quad \& \quad j = 1,2,3$$

pri čemer so:

$$q_1 = u_x$$
$$q_2 = u_y$$
$$q_3 = \varphi$$

Celotna togostna matrika je tako:

$$[K] = \begin{bmatrix} 4.245 & 0 & 0 \\ 0 & 3.849 & -1.925 \\ 0 & -1.925 & 125.354 \end{bmatrix} \cdot 10^7$$

Sistem vezanih diferencialnih enačb lastnega nihanja ima tako obliko:

$$[M] \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + [K] \cdot \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 72744\ \mathrm{kg} & 0 & 0 \\ 0 & 72744\ \mathrm{kg} & 0 \\ 0 & 0 & 1272397.34\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 4.245 & 0 & 0 \\ 0 & 3.849 & -1.925 \\ 0 & -1.925 & 125.354 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \cdot \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

3. Izračun nihajnih časov in lastnih vektorjev

Konstrukcija ima tri lastne frekvence in nihajne čase:

$$\omega_1 = 22.815\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \nu_1 = 3.631\ \text{Hz} \rightarrow \text{T}_1 = 0.275\ \text{s}$$
$$\omega_2 = 24.158\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \nu_2 = 3.845\ \text{Hz} \rightarrow \text{T}_2 = 0.260\ \text{s}$$
$$\omega_3 = 31.524\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \nu_3 = 5.017\ \text{Hz} \rightarrow \text{T}_3 = 0.199\ \text{s}$$

Pripadajoči lastni vektorji so (zapisani so v obliki, normirani na masno matriko):

$$\left\{\hat{\Phi}_1\right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -367.378 \\ -11.959 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-5} \quad \left\{\hat{\Phi}_2\right\} = \begin{Bmatrix} 370.767 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-5} \quad \left\{\hat{\Phi}_3\right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 50.015 \\ -87.842 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-5}$$

iz katerih lahko jasno sklepamo samo, da vzdolžnemu nihanju pripada druga nihajna oblika.

Za nihanje v vzdolžni smeri tako sledijo naslednji koeficienti (faktorji) participacije in modalne mase:

$$\Gamma_1 = \left\{\hat{\Phi}_1\right\}^{\text{T}} \cdot [\text{M}] \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow \text{M}_{1,\text{sod}} = \Gamma_1^{\,2} = 0\ \text{kg}$$
$$\Gamma_2 = \left\{\hat{\Phi}_2\right\}^{\text{T}} \cdot [\text{M}] \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 269.711 \rightarrow \text{M}_{2,\text{sod}} = \Gamma_2^{\,2} = 72744\ \text{kg}$$
$$\Gamma_3 = \left\{\hat{\Phi}_3\right\}^{\text{T}} \cdot [\text{M}] \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow \text{M}_{3,\text{sod}} = \Gamma_3^{\,2} = 0\ \text{kg}$$

Vsota modalnih mas je enaka celotni masi konstrukcije in očitno je, da se v drugi nihajni obliki aktivira 100 % celotne mase, drugo nihajno obliko (ponovno) klasificiramo kot čisto vzdolžno nihanje oz. nihanje v smeri osi x.

Za nihanje v prečni smeri tako sledijo naslednji koeficienti (faktorji) participacije in modalne mase:

$$\Gamma_1 = \{\hat{\Phi}_1\}^T \cdot [M] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = -267.246 \rightarrow M_{1,sod} = \Gamma_1^2 = 71420.266 \text{ kg}$$

$$\Gamma_2 = \{\hat{\Phi}_2\}^T \cdot [M] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow M_{2,sod} = \Gamma_2^2 = 0 \text{ kg}$$

$$\Gamma_3 = \{\hat{\Phi}_3\}^T \cdot [M] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = 36.383 \rightarrow M_{3,sod} = \Gamma_3^2 = 1323.734 \text{ kg}$$

Vsota modalnih mas je ponovno enaka celotni masi konstrukcije (izračun služi samo kot kontrola):

$$M_{1,sod} + M_{2,sod} + M_{3,sod} = 72744 \text{ kg}$$

Ker se v prvi nihajni obliki aktivira 98.180 % celotne mase, prvo nihajno obliko klasificiramo kot pretežno prečno nihanje oz. nihanje v smeri osi *y*.

Za rotacijo pa sledijo naslednji koeficienti (faktorji) participacije in modalne mase:

$$\Gamma_1 = \{\hat{\Phi}_1\}^T \cdot [M] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = -152.164 \rightarrow M_{1,sod} = \Gamma_1^2 = 23154.006$$

$$\Gamma_2 = \{\hat{\Phi}_2\}^T \cdot [M] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow M_{2,sod} = \Gamma_2^2 = 0$$

$$\Gamma_3 = \{\hat{\Phi}_3\}^T \cdot [M] \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = -1117.696 \rightarrow M_{3,sod} = \Gamma_3^2 = 1249243.334$$

Vsota modalnih mas je sedaj enaka masnemu vztrajnostnemu momentu konstrukcije (izračun služi samo kot kontrola):

$$M_{1,sod} + M_{2,sod} + M_{3,sod} = 1311162.570 \cdot 10^6$$

Ker se v tretji nihajni obliki aktivira 98.180 % celotne »mase«, tretjo nihajno obliko klasificiramo kot pretežno rotacijsko nihajno obliko.

4. Določitev velikosti potresnega vpliva v prečni smeri

Ker tudi pri uporabi prostorskega modela velja

$$T_B < T_1 = 0.260\ \mathrm{s} < T_C$$

po enačbi (3.14) ponovno sledi ista vrednost iz spektra odziva:

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 0.198\ g \cdot 1.2 \cdot \frac{2.5}{3.3} = 1.767$$

in posledično enaka prečna bazna sila je tako:

$$F_b = \lambda \cdot S_d(T_1) \cdot m = 1.00 \cdot 1.767 \cdot 72744\ \mathrm{kg} = 128539.241\ \mathrm{N}$$

Pomiki konstrukcije zaradi sile F_b, aplicirane v pozitivni smeri osi y, in premaknjene za 0.57 m desno od masnega središča, so sedaj tako:

$$[K] \cdot \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_b \\ F_b \cdot 0.57\ \mathrm{m} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4.245 & 0 & 1.465 \\ 0 & 3.849 & -4.119 \\ 1.465 & -4.119 & 129.304 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \cdot \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 128539.241\ \mathrm{N} \\ 73267.367\ \mathrm{Nm} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 3.395 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 1.106 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix}$$

Izračun pokaže, da zaradi sile v prečni smeri nastopi tudi zasuk, ne pa tudi vzdolžni pomik masnega središča.

Pomiki stebrov prečnih okvirjev (vzporednih smeri osi *y*) pa so:

$$v_1 = u_y - 5.5\ \mathrm{m} \cdot \varphi = 3.395 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} - 5.5\ \mathrm{m} \cdot 1.106 \cdot 10^{-4} = 2.787 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$
$$v_2 = u_y - 1.5\ \mathrm{m} \cdot \varphi = 3.395 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} - 1.5\ \mathrm{m} \cdot 1.106 \cdot 10^{-4} = 3.229 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$
$$v_3 = u_y + 5.5\ \mathrm{m} \cdot \varphi = 3.395 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} + 5.5\ \mathrm{m} \cdot 1.106 \cdot 10^{-4} = 4.003 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Iz njih sledi, da so sile, ki odpadejo na posamezni okvir v prečni smeri (slika 12), naslednje:

$$F_{y1} = v_1 \cdot k_{okv,y} = 2.787 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 12.830\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}} = 35753.256\ \mathrm{N}$$
$$F_{y2} = v_2 \cdot k_{okv,y} = 3.229 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 12.830\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}} = 41427.782\ \mathrm{N}$$
$$F_{y3} = v_3 \cdot k_{okv,y} = 4.0038 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 12.830\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}} = 51358.203\ \mathrm{N}$$

Razlika med maksimalno in minimalno silo je skoraj 43 %. Vsota vseh sil je:

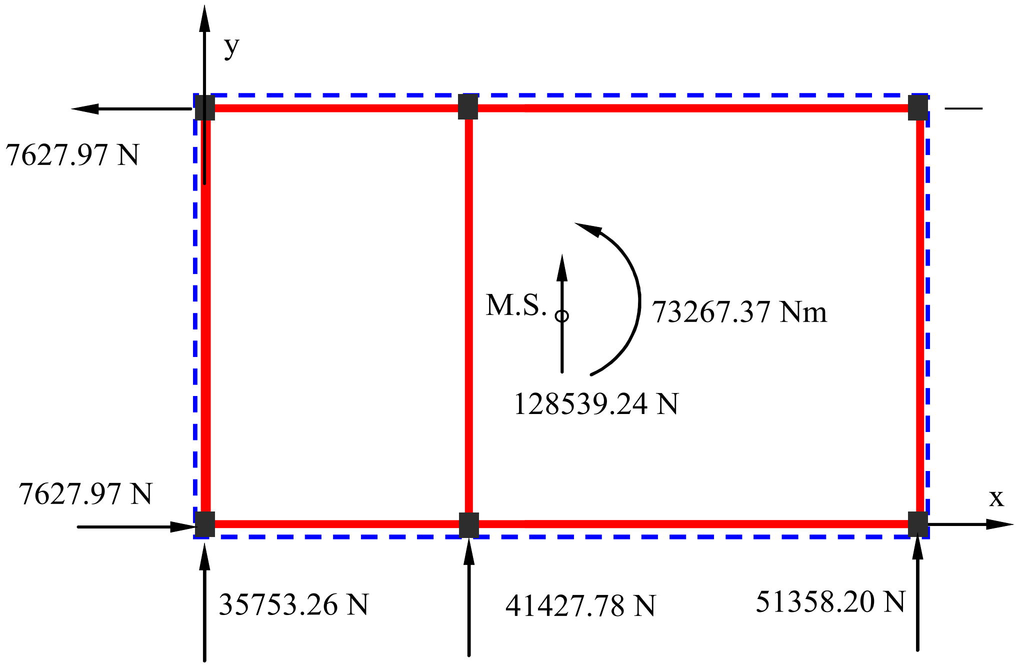
$$F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} = 35753.256\ \mathrm{N} + 41427.782\ \mathrm{N} + 51358.203\ \mathrm{N} = 128539.241\ \mathrm{N}$$

Kljub temu, da se masno središče konstrukcije ne premakne v smeri osi *x*, nastopita pomika vzdolžnih (vzporednih smeri osi *x*) okvirjev:

$$u_1 = 3.25\ \mathrm{m} \cdot \varphi = 3.25\ \mathrm{m} \cdot 1.106 \cdot 10^{-4} = 3.593 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}$$
$$u_2 = -3.25\ \mathrm{m} \cdot \varphi = -3.25\ \mathrm{m} \cdot 1.106 \cdot 10^{-4} = -3.593 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}$$

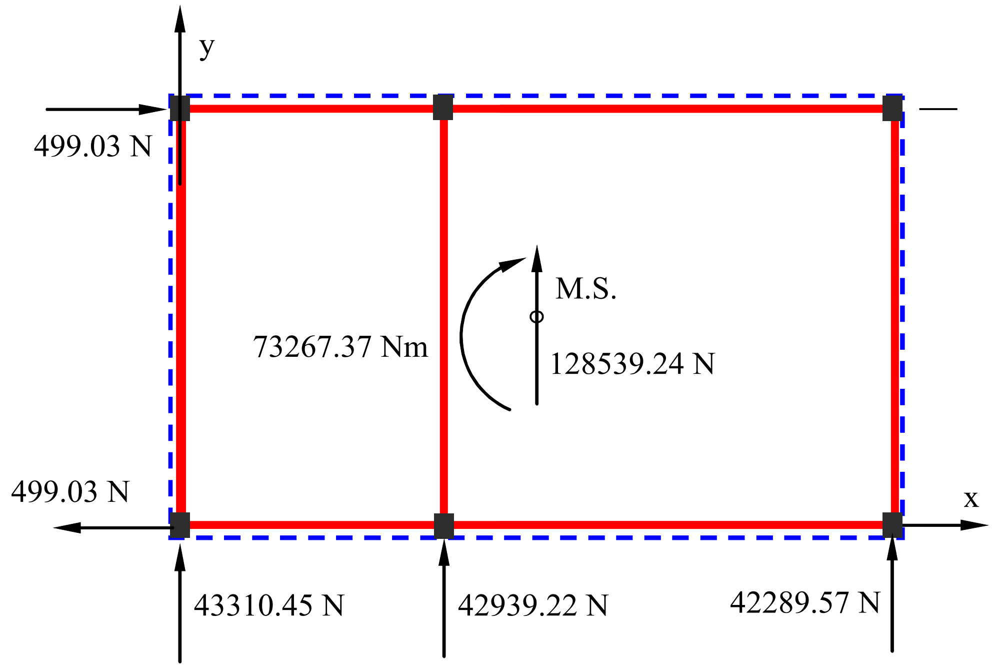
Iz njiju sledi, da sta sili, ki odpadeta na posamezni okvir v vzdolžni smeri, naslednji:

$$F_{x1} = v_1 \cdot k_{okv,x} = 3.593 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \cdot 21.227\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}} = 7627.974\ \mathrm{N}$$
$$F_{x2} = v_2 \cdot k_{okv,x} = -3.593 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \cdot 21.227\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}} = -7627.974\ \mathrm{N}$$



Slika 12: Sile na okvire v smereh *x* in *y*

Če pa obravnavamo stanje, ko je masno središče premaknjeno v levo (bližje centru togosti), sledi naslednja razporeditev sile na okvirje (slika 13):



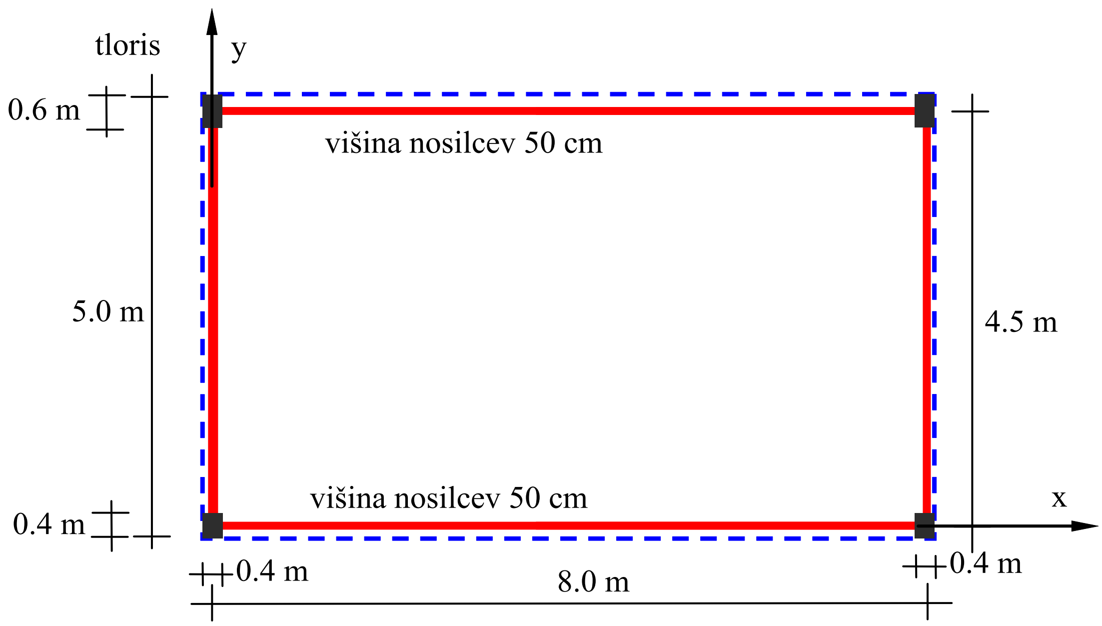
Slika 13: Sile na okvire v smereh *x* in *y*

Za obe delovanji torzijskega momenta so bile dobljene enake sile na nosilne elemente etaže kot pri analizi z dejansko premaknjenim masnim središčem. To je posledica dejstva, da je za obe analizi bila aplicirana enaka prečna sila F_b. V primeru, ko bi zaradi različnih vrednosti prvega nihajnega časa (z vrednostjo izven območja $T_B \leq T_1 \leq T_C$) sledile različne vrednosti prečne sile F_b, bi različna pristopa modeliranja naključne ekscentričnosti vodila tudi do različnih sil na nosilne elemente etaže.

Zgled 2

Naloga izpita 27. junij 2018

Tloris enoetažne konstrukcije (višina etaže je 4.0 m) je podan na sliki 14. Konstrukcija je iz betona C 30/37, ki ima modul elastičnosti E = 33 GPa. Polnilo zunanjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidni bloki ZB 25, debelina stene 25 cm, volumska masa z upoštevanjem fasade 480 kg/m^3.



Slika 14: Tloris enoetažne konstrukcije

Objekt je skladišče, ki stoji v Lendavi (nadmorska višina 161 m). Življenjska doba objekta je 150 let, vrednost $S_d(T_1)$ se izračuna z interpolacijo med kartama z ustreznima povratnima dobama.

Za konstrukcijo v vzdolžni smeri:

- določi tip tal na osnovi naslednjih podatkov za sloje (globina temeljenja 1.60 m)

sloj	od [m]	do [m]	N_{SPT}
1	0	8.5	55
2	8.5	38.6	63

- izvedi kontrolo tlorisne pravilnosti,
- izvedi analizo obtežb in izračunaj mase s pomočjo kombinacije lastnih tež (poleg mase same plošče, ki ima debelino 21 cm, upoštevaj še dodatnih 220 kg/m^2 za estrih, toplotno izolacijo in kritino) in po predpisu apliciranih obtež (pri izračunu mase plošče uporabi gabaritne dimenzije plošče),
- za izračun podajnostne/togostne matrike konstrukcije uporabi strižni model z redukcijskim faktorjem stebrov,
- za analizo nihajnih časov uporabi ustrezni model (glede na tlorisno pravilnost/nepravilnost konstrukcije) in metodo apliciranja potresnega vpliva (glede na pravilnost/nepravilnost po višini),
- določi tudi približek prvega nihajnega časa z uporabo enačbe (4.9) iz EC8,
- izračunaj velikost celotnega potresnega vpliva (upoštevaj razred duktilnosti DCM),
- poišči razporeditev etažnih potresnih vplivov na nosilne sisteme etaže z upoštevanjem naključne torzije ter jih skiciraj na skici,
- izvedi kontrolo omejitve poškodb merodajnega okvirja,
- izvedi izračun brezdimenzijskega koeficienta občutljivosti in komentiraj rezultat.

Rešitev

Analiza mas/obtežb

Masa plošče

AB plošča: debelina 21 cm $0.21\,\mathrm{m}\cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 450\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Estrih, toplotna izolacija in kritina $220\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Masa: $m = 745\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe strešne plošče

Kategorija H (strehe, dostopne le za normalno vzdrževanje in popravila)

$q_{k,koristna} = 0.4\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo H

Obtežba snega

Kraj Lendava: Alpska regija (cona) A1, nadmorska višina A = 161 m. Karakteristična obtežba snega s_k *na tleh* se izračuna kot:

$$\mathrm{A1}\quad s_k = 0.651\cdot\left[1+\left(\frac{A}{728}\right)^2\right] = 0.651\cdot\left[1+\left(\frac{161}{728}\right)^2\right] = 0.683\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$$

(SIST EN 1991-1-3: 2004; nacionalni dodatek, str. 4)

Obtežba snega na ravno streho:

- nagib strehe
- $0^\circ \le \alpha \le 30^\circ$
- - oblikovni koeficient obtežbe snega $\mu_1 = 0.8$; SIST EN 1991-1-3: 2004, preglednica 5.2, str. 15,
- koeficient izpostavljenosti $C_e = 1$,
- toplotni koeficient $C_t = 1$.

Obtežba snega na strehi (SIST EN 1991-1-3: 2004, 5.2 (3)P, enačba 5.1, str. 13):

$$s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 0.8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0.683 \,\frac{kN}{m^2} = 0.546 \,\frac{kN}{m^2}$$

Kombiniranje obtežb/mas izvedemo kot:

$$M \cdot g = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \text{ "+" } \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \rightarrow M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{ "+" } \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

kjer koeficient $\psi_{E,i}$ za kombinacijo za spremenljivi vpliv *i* izračunamo po izrazu (4.2.4(2)P, stran 44):

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i},$$

kar vodi do:

$$M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{ "+" } \sum_{i \geq 1} \varphi \cdot \psi_{2i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

Za vrhnje etaže (strehe) velja φ=1.0.

Po preglednici A.1.1, normativen dodatek A1, EN 1990, velja:

- za strehe (kategorija H) $\psi_2 = 0$
- za kraje v RS z nadmorsko višino pod 1000 m $\psi_2 = 0$

Tako sledi:

$$M = 745 \,\frac{kg}{m^2} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.4 \,\frac{kN}{m^2}}{9.81 \,\frac{m}{s^2}} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.546 \,\frac{kN}{m^2}}{9.81 \,\frac{m}{s^2}} = 745 \,\frac{kg}{m^2} + 0 + 0 = 745 \,\frac{kg}{m^2}$$

Kontrola tlorisne vitkosti

Kontrola tlorisne vitkosti, definirane kot $\lambda = \frac{L_{max}}{L_{min}} = \frac{8.4\ \mathrm{m}}{5.0\ \mathrm{m}} = 1.68 < 4$, pokaže, da je pogoj izpolnjen.

1. korak: izračun koordinat centra togosti

Zaradi simetrije konstrukcije moramo izračunati samo y koordinato centra togosti,

Ker sta oba okvirja v vzdolžni smeri iz istega betona, lahko v izračunu centra togosti uporabimo samo površinske vztrajnostne momente namesto dejanskih togosti.

Vztrajnostna momenta stebrov okoli osi *x* sta:

$$I_{x,s2} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0.4\ \mathrm{m} \cdot (0.6\ \mathrm{m})^3}{12} = 7.2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4$$
$$I_{x,s1} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{(0.4\ \mathrm{m})^3 \cdot 0.4\ \mathrm{m}}{12} = 2.133 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4$$

Vsota vztrajnostnih momentov vseh stebrov etaže v smeri *y* je enaka »translacijski togosti«:

$$I_{x,e} = \sum I_{x,s} = 2 \cdot 7.2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4 + 2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4 = 1.867 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^4$$

Vztrajnostna momenta stebrov okoli osi *y* sta:

$$I_{y,s1} = \frac{b^3 \cdot h}{12} = \frac{(0.4\ \mathrm{m})^3 \cdot 0.4\ \mathrm{m}}{12} = 2.13333333333333 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4$$
$$I_{y,s2} = \frac{b^3 \cdot h}{12} = \frac{(0.4\ \mathrm{m})^3 \cdot 0.6\ \mathrm{m}}{12} = 3.2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4$$

Vsota vztrajnostnih momentov vseh stebrov etaže v smeri *x* je enaka »translacijski togosti«:

$$I_{y,e} = \sum I_{y,s} = 2 \cdot 3.2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4 + 2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4 = 1.067 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^4$$

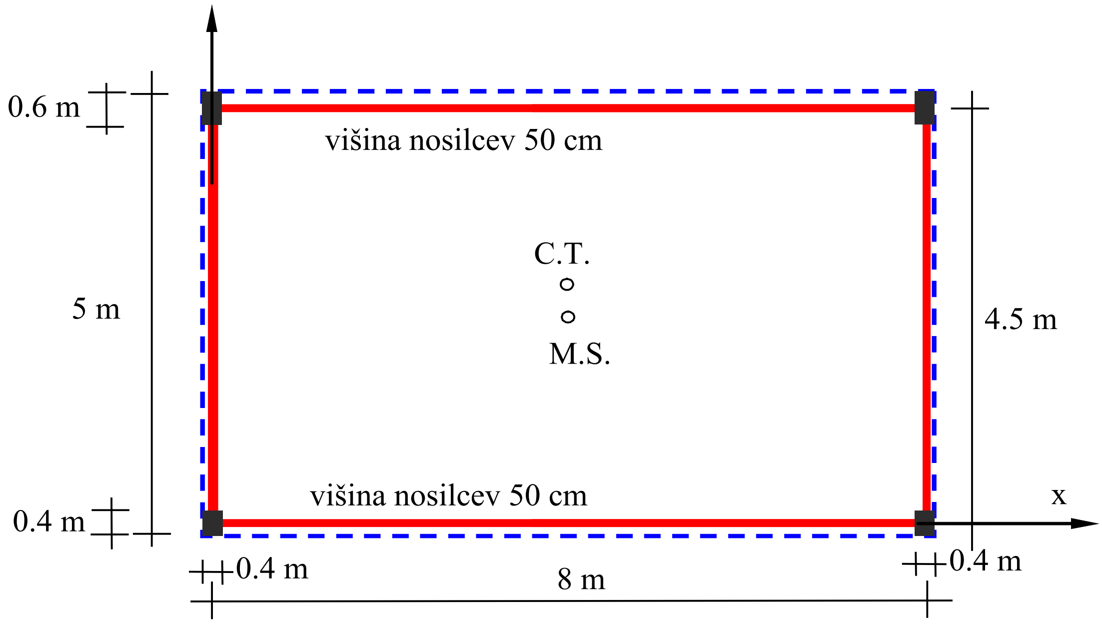
Y koordinata centra togosti je tako (glede na os »spodnjega« ovira):

$$y_{ct} = \frac{2 \cdot I_{y,s1} \cdot 0\,\text{m} + 2 \cdot I_{y,s2} \cdot 4.5\,\text{m}}{6 \cdot I_{x,s}} = \frac{2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4 \cdot 0\,\text{m} + 2 \cdot 3.2 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4 \cdot 4.5\,\text{m}}{1.067 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^4}$$

$$= \frac{2.88 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^5}{1.067 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^4} = 2.7\,\text{m}$$

X koordinate centra togosti zaradi simetrije konstrukcije ni potrebno računati (slika 15) in znaša (glede na os levega spodnjega stebra):

$$x_{ct} = 4.00\,\text{m}$$



Slika 15: Lokaciji centra togosti in masnega središča

2. korak: izračun torzijskih polmerov

Izračun torzijskih polmerov r_x in r_y se izvede na center togosti. Ker je vsa konstrukcija iz istega materiala, lahko tudi ta izračun namesto s togostmi izvedemo s površinskimi vztrajnostnimi momenti. »Torzijska togost« znaša (glede na center togosti):

$$\sum\left(x^2 \cdot I_x + y^2 \cdot I_y\right) = 2 \cdot (4\,\text{m})^2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4 + 2 \cdot (4\,\text{m})^2 \cdot 7.2 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4$$
$$2 \cdot (2.0\,\text{m})^2 \cdot 2.133 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4 + 2 \cdot (1.8\,\text{m})^2 \cdot 3.2 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4 = 0.351\,\text{m}^6$$

Tako sledita torzijska polmera:

$$r_x = \sqrt{\frac{\sum\left(x^2 \cdot I_x + y^2 \cdot I_y\right)}{\sum I_x}} = \sqrt{\frac{0.351\ \mathrm{m}^6}{1.867 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^4}} = 4.333\ \mathrm{m}$$

$$r_y = \sqrt{\frac{\sum\left(x^2 \cdot I_x + y^2 \cdot I_y\right)}{\sum I_y}} = \sqrt{\frac{0.351\ \mathrm{m}^6}{1.067 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^4}} = 5.732\ \mathrm{m}$$

3. korak: izračun vztrajnostnega polmera mase etaže

3.1 Izračun vseh mas etaže

Plošča nad etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{plo} = 8.4\ \mathrm{m} \cdot 5.0\ \mathrm{m} \cdot 745\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2} = 31290\ \mathrm{kg}$

masa polovice stebrov spodaj:

$$M_{steb,s} = 2 \cdot 0.4\ \mathrm{m} \cdot 0.4\ \mathrm{m} \cdot \frac{4\ \mathrm{m}}{2} \cdot 2500\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} + 2 \cdot 0.4\ \mathrm{m} \cdot 0.6\ \mathrm{m} \cdot \frac{4\ \mathrm{m}}{2} \cdot 2500\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$
$$= 1600\ \mathrm{kg} + 2400\ \mathrm{kg} = 4000\ \mathrm{kg}$$

masa gred v smeri *Y* osi (upoštevamo dolžine med stebri):

$$M_{gred,y} = 2 \cdot 4\ \mathrm{m} \cdot 0.4\ \mathrm{m} \cdot 0.5\ \mathrm{m} \cdot 2500\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 2 \cdot 2000\ \mathrm{kg} = 4000\ \mathrm{kg}$$

masa gred v smeri *X* osi (upoštevamo dolžine med stebri):

$$M_{gred,x} = 7.6\ \mathrm{m} \cdot 0.4\ \mathrm{m} \cdot 0.5\ \mathrm{m} \cdot 2500\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} + 7.6\ \mathrm{m} \cdot 0.6\ \mathrm{m} \cdot 0.5\ \mathrm{m} \cdot 2500\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 9500\ \mathrm{kg}$$

Masa etaže je tako (za stene, ki stojijo na talni plošči nad kletjo), smatramo, da se gibljejo s talno ploščo (kar je odvisno od povezanosti sten in stebrov):

$$M_1 = M_{plo} + M_{steb,s} + M_{gred,y} + M_{gred,x}$$
$$= 31290\ \mathrm{kg}\ \mathrm{kg} + 4000\ \mathrm{kg} + 4000\ \mathrm{kg} + 9500\ \mathrm{kg} = 48790\ \mathrm{kg}$$

Masna »matrika« konstrukcije je tako:

$$[M] = [48790]\,kg$$

3.2 Izračun masnih vztrajnostnih momentov vseh mas etaže

Plošča

Masno središče etaže običajno poenostavljeno privzamemo kar na sredini plošče, torej pri y= 2.25 m (točna vrednost koordinate je 2.375 m).

plošča:

$$J_{plo} = M_{plo} \cdot \frac{(8.4\,m)^2 + (5\,m)^2}{12} = 31290\,kg \cdot 7.963\,m^2 = 249172.7\,kg \cdot m^2$$

Polovice stebrov spodaj

vrednosti na težišča stebrov:

$$J_{stebrov,t} = 2 \cdot M_{stebra,1} \cdot \frac{(0.4\,m)^2 + (0.4\,m)^2}{12} + 2 \cdot M_{stebra,2} \cdot \frac{(0.4\,m)^2 + (0.6\,m)^2}{12}$$
$$= 2 \cdot 800\,kg \cdot 2.667 \cdot 10^{-2}\,m + 2 \cdot 1200\,kg \cdot 4.333 \cdot 10^{-2}\,m = 146.667\,kg \cdot m^2$$

spodnja stebra: $2 \cdot M_{stebra,1} \cdot \left((4\,m)^2 + (2.25\,m)^2\right) = 2 \cdot 800\,kg \cdot 21.063\,m^2 = 33700\,kg \cdot m^2$

zgornja stebra: $2 \cdot M_{stebra,2} \cdot \left((4\,m)^2 + (2.25\,m)^2\right) = 2 \cdot 1200\,kg \cdot 21.063\,m^2 = 50550\,kg \cdot m^2$

Skupni prispevek stebrov

$$J_{stebrov} = 146.667\,kg \cdot m^2 + 33700\,kg \cdot m^2 + 50550\,kg \cdot m^2 = 84396.667\;\;kg \cdot m^2\,.$$

Gredi v smeri Y osi

$$J_{gred,y} = 2 \cdot 2000\,kg \cdot \frac{(4\,m)^2 + (0.4\,m)^2}{12} + 2 \cdot 2000\,kg \cdot (4\,m)^2 = 69386.667\,kg \cdot m^2$$

Gredi v smeri X osi

$$J_{\text{gred,x}} = 3800\ \text{kg} \cdot \frac{(7.6\ \text{m})^2 + (0.4\ \text{m})^2}{12} + 3800\ \text{kg} \cdot (2.25\ \text{m})^2$$
$$+ 5700\ \text{kg} \cdot \frac{(7.6\ \text{m})^2 + (0.6\ \text{m})^2}{12} + 5700\ \text{kg} \cdot (2.25\ \text{m})^2$$
$$= 37578.833\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 + 56463.25\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 = 94042.083\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Masni vztrajnostni moment vseh mas etaže

$$I_p = J_{\text{etaže}} = J_{\text{plo}} + J_{\text{stebrov}} + J_{\text{gred,y}} + J_{\text{gred,x}}$$
$$= 249172.7\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 + 84396.667\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 + 69386.667\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 + 94042.083\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$
$$= 496998.117\ \ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Vztrajnostni polmer mase etaže je:

$$l_s = \sqrt{\frac{I_p}{M}} = \sqrt{\frac{496998.117\ \ \text{kg} \cdot \text{m}^2}{48790\ \text{kg}}} = 3.192\ \text{m}\ .$$

4. korak: kontrola kriterijev za tlorisno pravilnost

Pogoji se tako zapišejo (enačba (4.1b)):

$$r_x = 4.333\ \text{m} \geq l_s = 3.192\ \text{m}$$
$$r_y = 5.732\ \text{m} \geq l_s = 3.192\ \text{m}$$

ter (enačba (4.1a))

$$e_{ox} = 0\ \text{m} \leq 0.3 \cdot r_x = 0.3 \cdot 4.333\ \text{m} = 1.300\ \text{m}\,,$$
$$e_{oy} = 2.7\ \text{m} - 2.25\ \text{m} = 0.45\ \text{m} \leq 0.3 \cdot r_y = 0.3 \cdot 5.732\ \text{m} = 1.720\ \text{m}$$

Pogoji za tlorisno pravilnost so tako izpolnjeni in zato je dovoljena uporaba dveh ločenih *ravninskih* modelov.

Izračun členov togostne matrike konstrukcije z redukcijskim faktorjem stebra

Okvir, ki leži na osi x

Zaradi simetrije konstrukcije okoli navpične osi sta redukcijska faktorja za levi in desni enaka (uporabljena je formalna oblika z upogibnimi togostmi):

$$RF_1 = RF_2 = \frac{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}} = \frac{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}}$$

$$= \frac{\frac{\frac{0.4\ \text{m} \cdot (0.4\ \text{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{4.0\ \text{m}}}{\frac{\frac{0.4\ \text{m} \cdot (0.4\ \text{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{4.0\ \text{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{0.4\ \text{m} \cdot (0.5\ \text{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{8.0\ \text{m}}} = \frac{4400000}{4400000 + 8593750}$$

$$= \frac{4400000}{12993750} = 0.661$$

Reducirana togost posameznega stebra je tako:

$$k_{1,1} = RF_1 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.661 \cdot \frac{12}{(4\ \text{m})^3} \cdot \frac{(0.4\ \text{m})^3 \cdot 0.4\ \text{m}}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2} = 4365079.365\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Ker okvir tvorita dva identična stebra, je togost »spodnjega« okvirja enaka:

$$k_{\text{okv},1} = 2 \cdot k_{1,1} = 2 \cdot 4365079.365\ \frac{\text{N}}{\text{m}} = 8730158.730\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Opomba: deformacijska metoda ter model ekvivalentne konzole (izračuna nista prikazana) vodita do primerljive vrednosti $k_{\text{okv},1} = 9183518.225\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

»Zgornji« okvir

Zaradi simetrije konstrukcije okoli navpične osi sta tudi tukaj redukcijska faktorja za levi in desni enaka (uporabljena je formalna oblika z upogibnimi togostmi):

$$RF_1 = RF_2 = \frac{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}} = \frac{\frac{\frac{0.6\,\text{m} \cdot (0.4\,\text{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{4.0\,\text{m}}}{\frac{\frac{0.6\,\text{m} \cdot (0.4\,\text{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{4.0\,\text{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{0.6\,\text{m} \cdot (0.5\,\text{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{8.0\,\text{m}}}$$

$$= \frac{6600000}{6600000 + 12890625} = \frac{6600000}{19490625} = 0.661$$

Opomba: zaradi spremembe širine se redukcijski faktor ni spremenil.

Reducirana togost posameznega stebra je tako:

$$k_{2,1} = RF_1 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.661 \cdot \frac{12}{(4.0\,\text{m})^3} \cdot \frac{(0.4\,\text{m})^3 \cdot 0.6\,\text{m}}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2} = 6547619.0478\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Ker okvir tvorita dva identična stebra, je togost »spodnjega« okvirja enaka:

$$k_{okv,2} = 2 \cdot k_{2,1} = 2 \cdot 6547619.048\,\frac{\text{N}}{\text{m}} = 13095238.095\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Račun pravzaprav ni bil potreben, saj je jasno, da bo 50 % povečanje širine vodilo tudi do 50 % povečanja togosti.

Opomba: deformacijska metoda ter model ekvivalentne konzole (izračuna nista prikazana) vodita do primerljive vrednosti $k_{okv,1} = 13775277.338\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

Togost cele konstrukcije je tako:

$$k_{kon} = k_{okv,1} + k_{okv,2} = 8730158.730\,\frac{\text{N}}{\text{m}} + 13095238.095\,\frac{\text{N}}{\text{m}} = 21.825\,\frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Lastna krožna frekvenca je sedaj:

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{kon}}{M}} = \sqrt{\frac{21.825\,\frac{MN}{m}}{48790\,kg}} = 21.150\,\frac{rad}{s}$$

in tako sledita:

$$\nu = \frac{\omega}{2\cdot\pi} = \frac{21.150\,\frac{rad}{s}}{2\cdot\pi} = 3.366\,Hz$$

$$T_1 = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{3.366} = 0.297\,s$$

Če pa želimo za izračun približka prvega nihajnega časa T_1 uporabiti enačbo (4.9) iz predpisa, moramo poiskati pomik (v *m*) na vrhu stavbe zaradi sile teže, aplicirane vodoravno, kar sledi iz:

$$\{u_1\} = [K_{kon}]^{-1}\cdot\{P_1\} = \left[21.825\,\frac{MN}{m}\right]^{-1}\cdot\{48790\,kg\}\cdot 9.81\,\frac{m}{s^2} = \{2.193\cdot 10^{-2}\,m\}$$

Tako sledi:

$$T_1 = 2\cdot\sqrt{d} = 2\cdot\sqrt{2.193\cdot 10^{-2}} = 0.296\,s$$

Z enačbo (4.9) pridobljeni približek prvega nihajnega časa se tako odlično ujema z vrednostjo, dobljeno z dinamično analizo (čeprav je samo približek).

Določitev faktorja obnašanja objekta

Zgornja vrednost faktorja obnašanja *q* je :

$$q = q_0\cdot k_w \geq 1.5$$

kjer sta:

$q_0 = 3.0\cdot\alpha_u/\alpha_1 = 3\cdot 1.1 = 3.3$ (za razred duktilnosti DCM in enoetažne stavbe)

k_w = 1.0 za okvirne in okvirom enakovredne mešane konstrukcijske sisteme.

$q = 3.3 \cdot 1 = 3.3$

Določitev referenčne vrednosti pospeška objekta

Za povprečno povratno dobo 475 let in obdobje uporabnosti 150 let sledi verjetnost prekoračitve:

$$P_R = 1 - \left(1 - \frac{1}{475}\right)^{150} = 0.271 = 27.103\,\% > 10\,\%$$

Ker se želi zagotoviti 90 % verjetnost, da uporabljena projektna vrednost pospeška tal ne bo presežena v 150 letih, znaša pripadajoča povratna doba:

$$T_R = \frac{-T_L}{\ln(1 - P_R)} = \frac{-150 \text{ let}}{\ln(1 - 0.1)} = 1423.683 \text{ let}$$

za katero ne obstaja pripadajoča karta.

Tako se za pridobitev pripadajoče vrednosti projektnega pospeška tal uporabita karti za 1000 let in 10000 let (v RS). Za Lendavo tako sledi:

T_{R1} = 1000 let, a_{gR1} = 0.125 g

T_{R2} = 10000 let, a_{gR2} = 0.25 g

ter

$$\log(a_{gR}) = \log(0.125) + \frac{\log\left(\frac{0.25}{0.125}\right) \cdot \log\left(\frac{1423.6832371544856}{1000}\right)}{\log\left(\frac{10000}{1000}\right)} = -0.857$$

Iskana vrednost je tako:

$$a_{gR} = 10^{-0.857} = 0.139 \text{ g}$$

Za kategorijo pomembnosti II velja γ_I = 1.0.

Po upoštevanju faktorja pomemnosti sledi:

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} = 1 \cdot 0.139\ g = 0.139\ g = 1.364\ \frac{m}{s^2}$$

Določitev tipa tal

Za določitev tipa tal uporabimo izraz:

$$N_{SPT,30} = \frac{30}{\sum_{i=1}^{N} \frac{h_i}{N_{SPT,i}}} = \frac{30\ m}{\frac{8.5\ m}{55} + \frac{21.5\ m}{63}} = 60.506 > 50$$

kar ustreza tipu tal B.

Določitev potresnega vpliva

Za tip tal B veljajo naslednje vrednosti koeficientov:

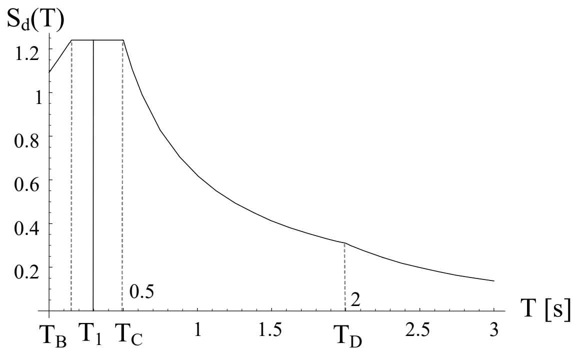
Tip tal	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
B	1.2	0.15	0.5	2.0

kar pomeni, da velja

$$T_B < T_1 = 0.297\ s < T_C$$

in sledi (slika 16):

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 1.364\ \frac{m}{s^2} \cdot 1.2 \cdot \frac{2.5}{3.3} = 1.240$$



Slika 16: Vrednost S_d v spektru odziva

Prečna bazna sila je tako:

$$F_b = \lambda \cdot S_d(T_1) \cdot m = 1 \cdot 1.240 \cdot 48790.\ \text{kg} = 60492.172\ \text{N}$$

kjer korekcijski faktor λ znaša 1.00, saj stavba nima več kot dveh etaž.

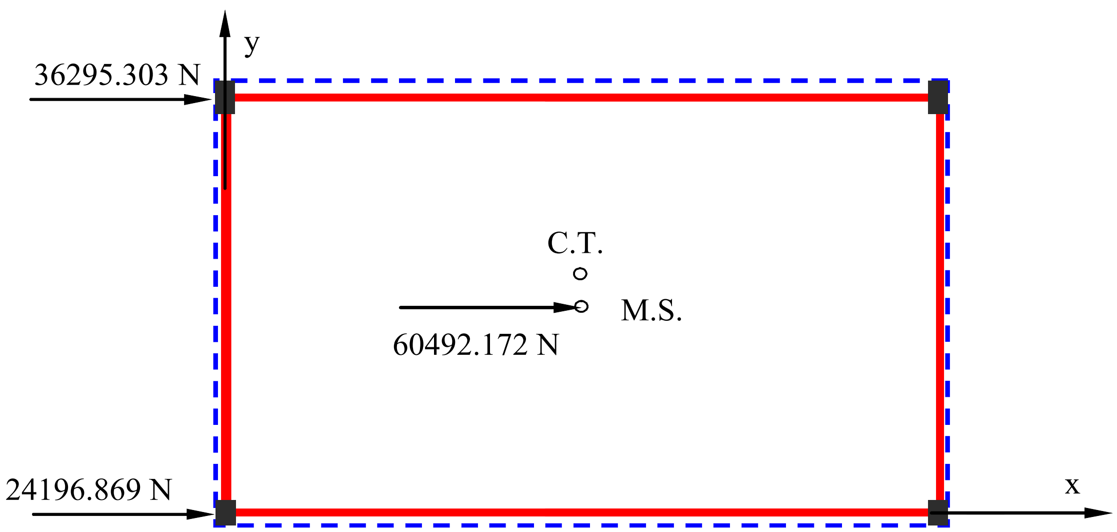
Ker gre za enoetažno konstrukcijo, velja:

$$F_1 = F_b$$

Ker konstrukcijo sestavljata dva različno toga okvirja, na vsakega odpade ustrezni delež etažne sile (slika 17):

$$F_{11} = F_1 \cdot \frac{k_{okv,1}}{k_{kon}} = 60492.172\ \text{N} \cdot \frac{8730158.730\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}{21.825\ \frac{\text{MN}}{\text{m}}} = 24196.869\ \text{N}$$

$$F_{12} = F_1 \cdot \frac{k_{okv,2}}{k_{kon}} = 60492.172\ \text{N} \cdot \frac{13095238.095\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}{21.825\ \frac{\text{MN}}{\text{m}}} = 36295.303\ \text{N}$$



Slika 17: Sile na okvire v smeri *x*

Kontrola vpliva teorije drugega reda (P-Δ efekta).

Elastični pomik kontrukcije je tako:

$$\{d_e\} = [K_{okv}]^{-1} \cdot \{F_1\} = \left[21.825\,\frac{MN}{m}\right]^{-1} \cdot \{60492.172\ N\} = \{2.772 \cdot 10^{-3}\ m\}$$

Pomik zaradi projektnega potresnega vpliva je:

$$\{d_s\} = q_d \cdot \{d_e\} = 3.3 \cdot \{2.772 \cdot 10^{-3}\ m\} = \{9.146 \cdot 10^{-3}\ m\}$$

Relativni pomik prve etaže je tako:

$$d_r = d_s - 0 = 9.146 \cdot 10^{-3}\ m$$

Brezdimenzijski koeficient občutljivosti za etažne pomike (4.4.2.2(2)) poda informacijo o tem, ali je vpliv teorije drugega reda potrebno upoštevati. Vrednost koeficienta θ za etažo je tako:

$$\theta = \frac{P_{tot} \cdot d_r}{V_{tot} \cdot h} = \frac{48790\ kg \cdot 9.81\,\frac{m}{s^2} \cdot 9.146 \cdot 10^{-3}\ m}{60492.172\ N \cdot 4\ m} = 1.809 \cdot 10^{-2} < 0.1$$

Ker velja $\theta < 0.1$, vpliva teorije drugega reda tako ni potrebno upoštevati.

Faktorji δ za upoštevanje naključne torzije

Za okvirja (od leve proti desni) v x smeri tako po enačbi (4.3.3.2.4(1)) sledi (kjer je bilo privzeto, da masno središče etaže leži v geometrijskem središču plošče) za premik masnega središča proti vrhu osi y za 0.5 m:

$$\delta_1 = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{3\ m}{5\ m} = 1.72$$

$$\delta_2 = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{2\ m}{5\ m} = 1.48$$

Za premik masnega središča proti središča proti osi x za 0.5 m:

$$\delta_1 = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{2.0\ m}{5\ m} = 1.48$$

$$\delta_2 = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{3.0\ m}{5\ m} = 1.72$$

Za oba okvirja je tako merodajna vrednost 1.72.

Kontrola etažnih pomikov

Elastični pomik »spodnjega« (šibkejšega) okvirja je:

$$\{d_e\} = [k_{okv,1}]^{-1} \cdot \{F_{11}\} = \left[8730158.730\ \frac{N}{m}\right]^{-1} \cdot \{24196.869\ N\} = \{2.772 \cdot 10^{-3}\ m\}$$

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\{d_s\} = q_d \cdot \{d_e\} = 3.3 \cdot \{2.772 \cdot 10^{-3}\ m\} = \{3.018 \cdot 10^{-2}\ m\}$$

Zaradi upoštevanju naključne torzije upoštevamo faktor δ=1.72 in tako sledijo pomiki:

$$1.72 \cdot \{d_s\} = \{5.192 \cdot 10^{-2}\ m\}$$

Relativni pomik etaže »spodnjega« okvirja je tako:

$$d_r = 5.192 \cdot 10^{-2}\ m - 0 = 5.192 \cdot 10^{-2}\ m$$

Tako sledi (ker gre za skladišče, predpostavimo, da gre za stavbo III kategorije pomembnosti, za katere redukcijski faktor po predpisu znaša $\nu = 0.4$):

$$5.192 \cdot 10^{-2}\ m \cdot \nu = 5.192 \cdot 10^{-2}\ m \cdot 0.4 = 2.077 \cdot 10^{-2}\ m$$

Ker gre za skladišče in nimamo informacij o tem, kako so nekonstrukcijski elementi pritrjeni na konstrukcijo, preverimo (najstrožji) pogoj v obliki:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.005 \cdot h$$

kar vodi do:

$$2.077 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} \overset{?}{\leq} 0.005 \cdot h = 0.005 \cdot 4\ \mathrm{m} = 0.02\ \mathrm{m},$$

ki pokaže, da omejitev pomikov za najstrožji kriterij **ni** izpolnjena.

Če pa predpostavimo, da gre za stavbo z duktilnimi nekonstrukcijskimi elementi, pogoj dobi obliko:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.0075 \cdot h$$

kar vodi do:

$$2.077 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} \leq 0.0075 \cdot h = 0.0075 \cdot 4\ \mathrm{m} = 0.03\ \mathrm{m},$$

ki pa pokaže, da je omejitev pomikov sedaj izpolnjena.

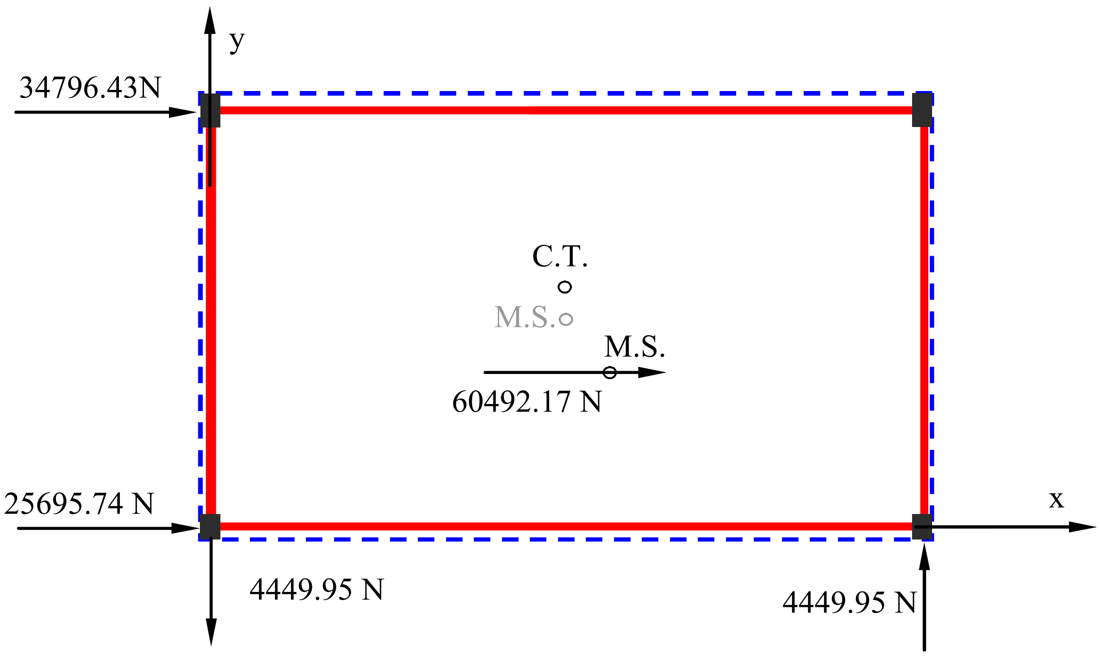
Elastični pomik »zgornjega« (močnejšega) okvirja pa je:

$$\{d_e\} = [k_{okv,1}]^{-1} \cdot \{F_{11}\} = \left[13095238.095\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right]^{-1} \cdot \{36295.303\ \mathrm{N}\} = \{2.077 \cdot 10^{-2}\}$$

in je enak kot elastični pomik »spodnjega« okvirja in posledično zanj veljajo enake ugotovitve.

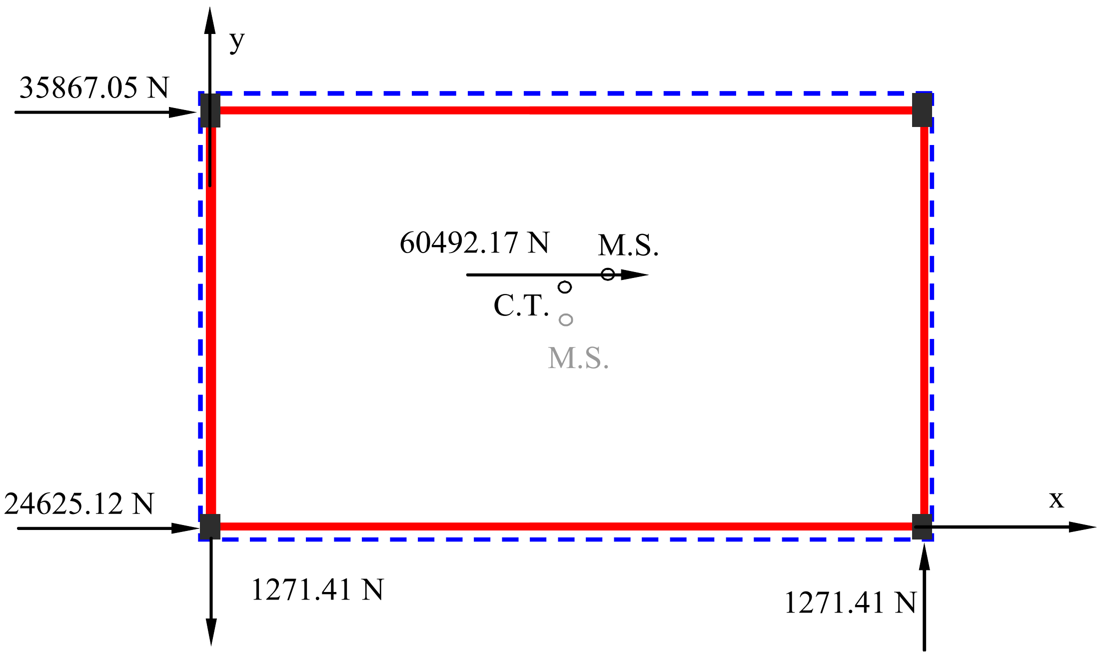
Dodatek

Sile, ki nastanejo pri premiku masnega središča iz masnega središča plošče za 0.42 m v desno in -0.25 m proti osi x (T_1 = 0.301 s), slika 18.



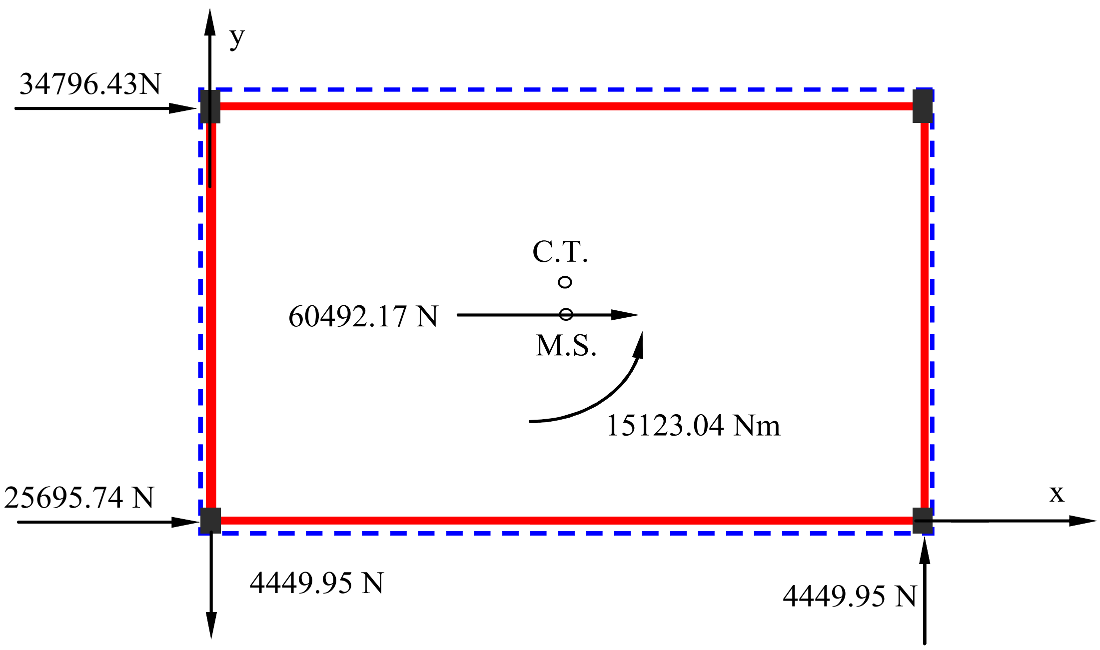
Slika 18: Sile na okvire v smereh *x* in *y*

Sile, ki nastanejo pri premiku masnega središča iz masnega središča plošče za 0.42 m v desno in 0.25 m proti vrhu osi y (T_1 = 0.297 s), slika 19.



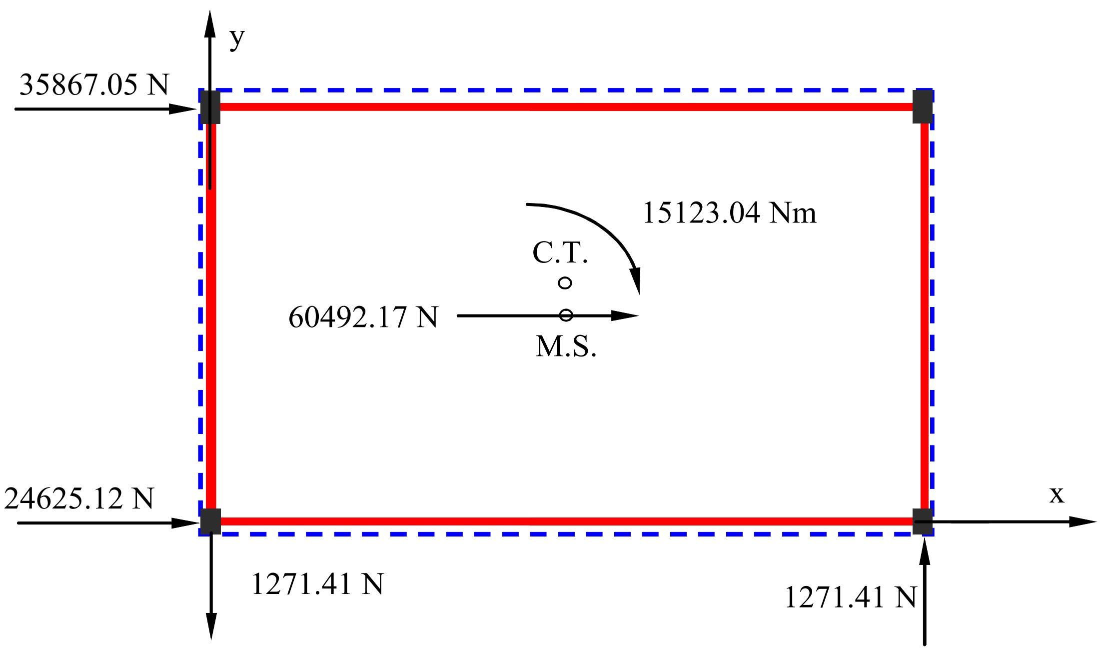
Slika 19: Sile na okvire v smereh *x* in *y*

Sile, ki nastanejo pri modeliranju naključne torzije s protiurnim torzijskim momentom 15123.043 Nm (brez premika masnega središča iz masnega središča plošče) (T_1 = 0.299 s), slika 20.



Slika 20: Sile na okvire v smereh *x* in *y*

Sile, ki nastanejo pri modeliranju naključne torzije s sournim torzijskim momentom 15123.043 Nm (brez premika masnega središča iz masnega središča plošče) (T_1 = 0.299 s), slika 21.



Slika 21: Sile na okvire v smereh *x* in *y*

Za obe delovanji torzijskega momenta so bile dobljene enake sile na nosilne elemente etaže kot pri analizi z dejansko premaknjenim masnim središčem. To je posledica dejstva, da je za obe analizi bila aplicirana enaka prečna sila F_b. V primeru, ko bi zaradi različnih vrednosti prvega nihajnega časa (z vrednostjo izven območja $T_B \leq T_1 \leq T_C$) sledile različne vrednosti prečne sile F_b, bi različna pristopa modeliranja naključne ekscentričnosti vodila tudi do različnih sil na nosilne elemente etaže.

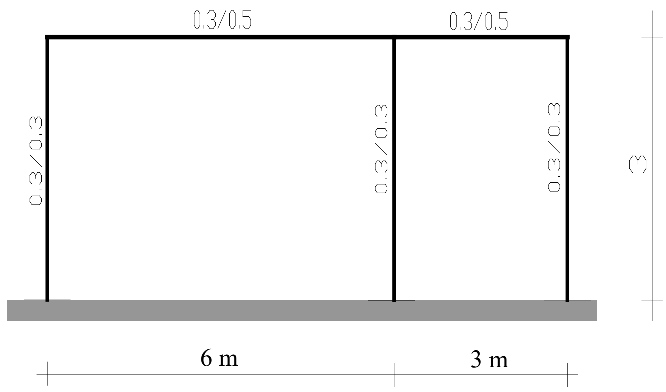
Zgled 3

Izpitna naloga 30. avgust 2016

Konstrukcijo na sliki 22 sestavljajo trije identični okviri, medsebojno oddaljeni 4 m.

Stebri imajo dimenziji b/h = 0.3/0.3 m, nosilci pa b/h = 0.3 m/0.5 m, debelina krovne plošče znaša 30 cm. Material konstrukcije je beton C30/37, ki ima modul elastičnosti E=33 GPa.

Polnilo zunanjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidni bloki ZB 25, debelina stene 25 cm, volumska masa z upoštevanjem fasade 450 kg/m^3.



Slika 22: Prerez konstrukcije v vzdolžni smeri

Polnilo notranjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidne plošče ZB 15, debelina stene 15 cm, volumska masa 450 kg/m^3.

Objekt je stanovanjska stavba, ki stoji v Novem mestu (nadmorska višina 202 m) na tipu tal C, življenjska doba objekta je 90 let, vrednost $S_d(T_1)$ se izračuna z interpolacijo med kartama z ustreznima povratnima dobama.

Za konstrukcijo:

- izvedi analizo obtežb in izračunaj mase s pomočjo kombinacije lastnih tež (poleg mase same plošče upoštevaj še dodatnih 200 kg/m^2 za estrih in toplotno izolacijo) in po predpisu apliciranih obtežb (pri izračunu mase plošče uporabi gabaritne dimenzije plošče),
- izvedi kontrolo tlorisne pravilnosti,
- za izračun togostne/podajnostne matrike konstrukcije v prikazani smeri uporabi strižni model z redukcijskim faktorjem stebra **kot tudi** model ekvivalentne konzole,
- za analizo nihajnih časov uporabi ustrezni (ravninski ali prostorski) model (glede na tlorisno pravilnost/nepravilnost konstrukcije),
- za oba računska modela določi približek nihajnega časa, ter ugotovi, kateri model vodi do večjega potresnega vpliva F_b,
- za računski model, ki vodi do večjega potresnega vpliva, izračunaj velikost celotnega potresnega vpliva (upoštevaj razred duktilnosti DCM),
- poišči razporeditev potresnih vplivov na nosilne sisteme etaže z upoštevanjem naključne torzije ter jih skiciraj na skici,
- izvedi kontrolo omejitve poškodb merodajnega okvirja.

Rešitev

Analiza mas/obtežb

Masa plošče

AB plošča: debelina 30 cm	$0.30\,\mathrm{m}\cdot 2500\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 750\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Estrih, toplotna izolacija in kritina	$200\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Masa:	$m = 950\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe strešne plošče

Kategorija H (strehe, dostopne le za normalno vzdrževanje in popravila)

$q_{k,koristna} = 0.4\,\dfrac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo H

Obtežba snega

Kraj Novo mesto: Alpska regija (cona) A2, nadmorska višina A = 202 m. Karakteristična obtežba snega s_k *na tleh* se izračuna kot:

$$\text{A2} \quad s_k = 1.293\cdot\left[1+\left(\frac{A}{728}\right)^2\right] = 1.393\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$$

(SIST EN 1991-1-3: 2004; nacionalni dodatek, str. 4)

Obtežba snega na ravno streho:

- nagib strehe $0^\circ \le \alpha \le 30^\circ$
- oblikovni koeficient obtežbe snega $\mu_1 = 0.8$; SIST EN 1991-1-3: 2004, preglednica 5.2, str. 15,
- koeficient izpostavljenosti $C_e = 1$,
- toplotni koeficient $C_t = 1$.

Obtežba snega na strehi (SIST EN 1991-1-3: 2004, 5.2 (3)P, enačba 5.1, str. 13):

$$s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 0.8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1.393 \frac{kN}{m^2} = 1.114 \frac{kN}{m^2}$$

Kombiniranje obtežb/mas se izvede kot:

$$M \cdot g = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \text{"+"} \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \rightarrow M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{"+"} \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

kjer se koeficient $\psi_{E,i}$ za kombinacijo za spremenljivi vpliv *i* izračuna po izrazu (4.2.4(2)P, stran 44):

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i},$$

kar vodi do:

$$M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{"+"} \sum_{i \geq 1} \varphi \cdot \psi_{2i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

Za vrhnje etaže (strehe) velja φ=1.

Po preglednici A.1.1, normativen dodatek A1, EN 1990, velja:
za strehe H kategorije $\psi_2 = 0$

za kraje v RS z nadmorsko višino pod 1000 m $\psi_2 = 0$

Tako sledi:

$$M = 950 \frac{kg}{m^2} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.4 \frac{kN}{m^2}}{9.81 \frac{m}{s^2}} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{1.114 \frac{kN}{m^2}}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 950 \frac{kg}{m^2} + 0 + 0 = 950 \frac{kg}{m^2}$$

Izračun členov masne matrike konstrukcije

Plošča nad etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{plo} = 9.3\ \text{m} \cdot 8.3\ \text{m} \cdot 950\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 73330.5\ \text{kg}$

masa polovice stebrov spodaj: $M_{steb,s} = 9 \cdot 0.3\ \text{m} \cdot 0.3\ \text{m} \cdot \frac{3\ \text{m}}{2} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 9 \cdot 337.5\ \text{kg} = 3037.5\ \text{kg}$

masa gred v smeri Y osi: $M_{gred,y} = 2 \cdot 3 \cdot 3.7\ \text{m} \cdot 0.3\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 8325\ \text{kg}$

masa gred v smeri X osi:

$$M_{gred,x} = 3 \cdot 5.7\ \text{m} \cdot 0.3\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 3 \cdot 2.7\ \text{m} \cdot 0.3\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 9450\ \text{kg}$$

Masa etaže je tako:

$$M_1 = M_{plo} + M_{steb,s} + M_{gred,y} + M_{gred,x}$$
$$= 73330.5\ \text{kg} + 3037.5\ \text{kg} + 8325\ \text{kg} + 9450\ \text{kg} = 94143\ \text{kg}$$

Za stene, ki stojijo na talni plošči (nad kletjo), smatramo, da se gibljejo s talno ploščo (odvisno od povezanosti sten in stebrov).

Masna »matrika« konstrukcije je tako:

$$[M] = [94143]\ \text{kg}$$

Kontrola tlorisne pravilnosti

1. korak: izračun koordinat centra togosti

Vztrajnostni moment posameznega stebra okoli osi *x* in *y* je:

$$I_{x,s} = I_{y,s} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0.3\ \text{m} \cdot (0.3\ \text{m})^3}{12} = 0.675 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^4$$

Vsota vztrajnostnih momentov vseh stebrov etaže je enaka »translacijski togosti«:

$$I_{x,e} = I_{y,e} = 9 \cdot I_{x,s} = 9 \cdot 0.675 \cdot 10^{-3} \mathrm{m}^4 = 6.075 \cdot 10^{-3} \mathrm{m}^4$$

X koordinata centra togosti je tako (glede na os levega spodnjega stebra):

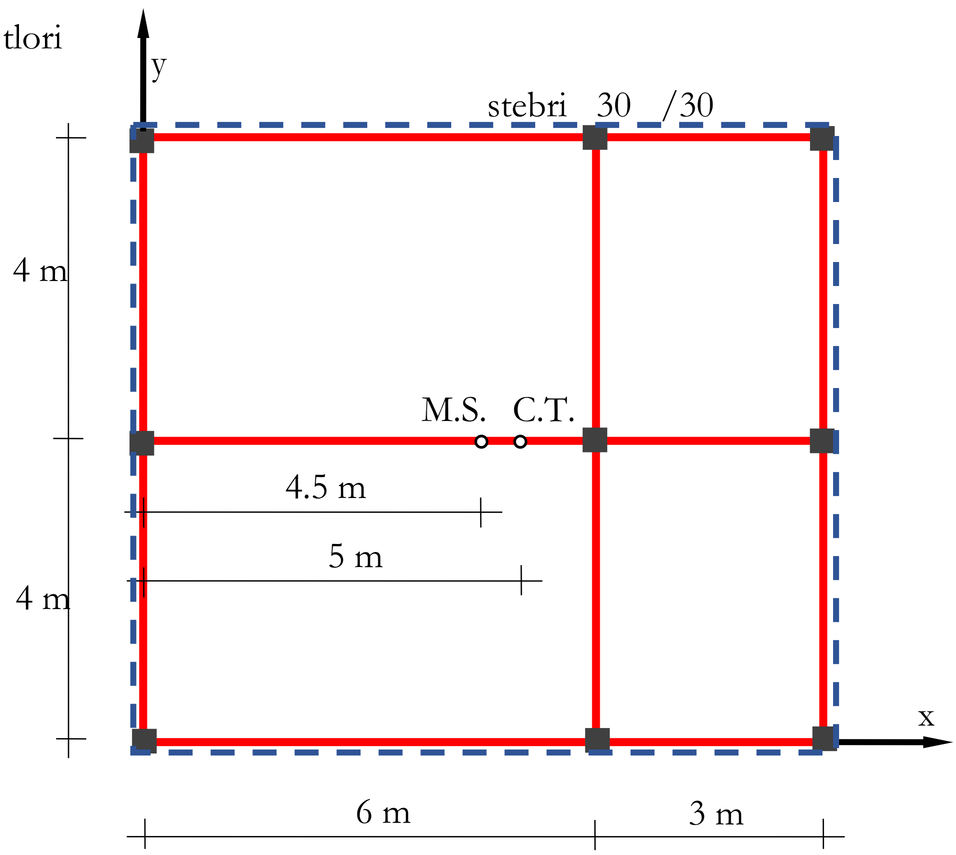
$$x_{ct} = \frac{3 \cdot I_{x,s} \cdot 0 \text{ m} + 3 \cdot I_{x,s} \cdot 6 \text{ m} + 3 \cdot I_{x,s} \cdot 9 \text{ m}}{9 \cdot I_{x,s}}$$

$$= \frac{3 \cdot 0.675 \cdot 10^{-3} \mathrm{m}^4 \cdot 0 \text{ m} + 3 \cdot 0.675 \cdot 10^{-3} \mathrm{m}^4 \cdot 6 \text{ m} + 3 \cdot 0.675 \cdot 10^{-3} \mathrm{m}^4 \cdot 9 \text{ m}}{6.075 \cdot 10^{-3} \mathrm{m}^4}$$

$$= \frac{30.375 \cdot 10^{-3} \mathrm{m}^5}{6.075 \cdot 10^{-3} \mathrm{m}^4} = 5 \text{ m}$$

Y koordinate centra togosti zaradi simetrije konstrukcije ni potrebno računati in znaša (glede na os levega spodnjega stebra, slika 23):

$$y_{ct} = 4 \text{ m}$$



Slika 23: Lokaciji centra togosti in masnega središča

2. korak: izračun torzijskih polmerov

Izračun torzijskih polmerov r_x in r_y se izvede na center togosti. Ker je vsa konstrukcija iz istega materiala, lahko izračun namesto s togostmi izvedemo s površinskimi vztrajnostnimi momenti.

»Torzijska togost« znaša (glede na center togosti):

$$\sum\left(x^2 \cdot I_x + y^2 \cdot I_y\right) = 3\cdot\left(-5\text{ m}\right)^2 \cdot 0.675\cdot 10^{-3}\text{m}^4 + 3\cdot\left(1\text{ m}\right)^2 \cdot 0.675\cdot 10^{-3}\text{ m}^4$$
$$+3\cdot\left(4\text{ m}\right)^2 \cdot 0.675\cdot 10^{-3}\text{ m}^4 + 3\cdot\left(-4\text{ m}\right)^2 \cdot 0.675\cdot 10^{-3}\text{ m}^4 + 3\cdot\left(4\text{ m}\right)^2 \cdot 0.675\cdot 10^{-3}\text{ m}^4$$
$$= 0.15\text{ m}^6$$

Tako sledita torzijska polmera:

$$r_x = \sqrt{\frac{\sum\left(x^2 \cdot I_x + y^2 \cdot I_y\right)}{\sum I_x}} = \sqrt{\frac{0.15\text{ m}^6}{6.075\cdot 10^{-3}\text{m}^4}} = 4.967\text{ m}$$
$$r_y = \sqrt{\frac{\sum\left(x^2 \cdot I_x + y^2 \cdot I_y\right)}{\sum I_y}} = \sqrt{\frac{0.15\text{ m}^6}{6.075\cdot 10^{-3}\text{m}^4}} = 4.967\text{ m}$$

3. korak: izračun vztrajnostnega polmera mase etaže

3.1 Izračun vseh mas etaže

Koncentrirano maso etaže, ki jo potrebujemo za izračun vztrajnostnega polmera mase etaže, smo že izračunali pri izračunu členov masne matrike in je $M_1 = 94143\text{ kg}$.

3.2 Izračun masnih vztrajnostnih momentov vseh mas etaže

Plošča

Masno središče etaže običajno poenostavljeno vzamemo kar na sredini plošče, torej pri x= 4.5 m (točna vrednost koordinate je 4.56 m).

$$J_{plo} = M_{plo} \cdot \frac{\left(9.3\text{ m}\right)^2 + \left(8.3\text{ m}\right)^2}{12} = 73330.5\text{ kg} \cdot 12.948\text{ m}^2 = 949507.758\text{ kg m}^2$$

Polovice stebrov spodaj

$$J_{stebrov} = 9 \cdot M_{stebra} \cdot \frac{(0.3\ m)^2 + (0.3\ m)^2}{12} + 3 \cdot M_{stebra} \cdot \left((-4.5\ m)^2 + (1.5\ m)^2 + (4.5\ m)^2\right)$$
$$+3 \cdot M_{stebra} \cdot \left((-4\ m)^2 + (4\ m)^2\right) = 9 \cdot 337.5\ kg \cdot\ 0.015\ m^2 + 3 \cdot 337.5\ kg \cdot\ 42.75\ m^2$$
$$+3 \cdot 337.5\ kg \cdot 32.0\ m^2 =\ 75729.9375\ kg\,m^2$$

Grede v smeri Y osi

$$J_{gred,y} = 3 \cdot 2775\ kg \cdot \frac{(7.4\ m)^2 + (0.3\ m)^2}{12} + 2775\ kg \cdot \left((-4.5\ m)^2 + (1.5\ m)^2 + (4.5\ m)^2\right)$$
$$= 3 \cdot 2775\ kg \cdot\ 4.570833333333334\,m^2 + 2775\ kg \cdot\ 42.75\ m^2 =\ 156683.438\,kg\,m^2$$

Grede v smeri X osi

$$J_{gred,x} = 3 \cdot 3150\ kg \cdot \frac{(8.4\ m)^2 + (0.3\ m)^2}{12} + 3150\ kg \cdot \left((-4\ m)^2 + (4\ m)^2\right)$$
$$3 \cdot 3150\ kg \cdot\ 5.8875\,m^2 + 3150\ kg \cdot 32\,m^2 =\ 156436.875\ kg \cdot m^2$$

Masni vztrajnostni moment vseh mas etaže

$$I_p = J_{etaže} = J_{plo} + J_{stebrov} + J_{gred,y} + J_{gred,x}$$
$$=\ 949507.758\ kg\,m^2 +\ 75729.938\ kg\,m^2 +\ 156683.438\,kg\,m^2 + 156436.875\ kg\,m^2$$
$$=\ 1338358.008\ kg\,m^2$$

Vztrajnostni polmer mase etaže je:

$$l_s = \sqrt{\frac{I_p}{M_1}} = \sqrt{\frac{1338358.008\ kg \cdot m^2}{94143\ kg}} =\ 3.770\,m\,.$$

4. korak: kontrola kriterijev za tlorisno pravilnost

Pogoji se tako zapišejo (enačba (4.1b)):

$$r_x = 4.967\ m \geq l_s =\ 3.770\,m$$
$$r_y = 4.967\ m \geq l_s =\ 3.770\,m$$

ter (enačba (4.1a))

$$e_{ox} = 4.5\text{ m} - 5\text{ m} = 0.5\text{ m} \le 0.3 \cdot r_x = 0.3 \cdot 4.967\text{ m} = 1.49\text{ m},$$
$$e_{oy} = 0 \le 0.3 \cdot r_y = 0.3 \cdot 4.967\text{ m} = 1.49\text{ m}$$

Pogoji za tlorisno pravilnost so tako izpolnjeni in uporaba dveh *ravninskih* modelov je dovoljena.

Izračun členov togostne matrike konstrukcije

Ker stavbo tvorijo trije identični okviri, lahko togostno matriko konstrukcije tvorimo tako, da analiziramo en okvir in dobljeno togostno matriko pomnožimo s 3. Druga možnost je, da analiziramo okvir, katerega širina stebrov je 0.9 m.

Upogibni togosti stebrov in nosilcev (z upoštevano razpokanostjo) sta:

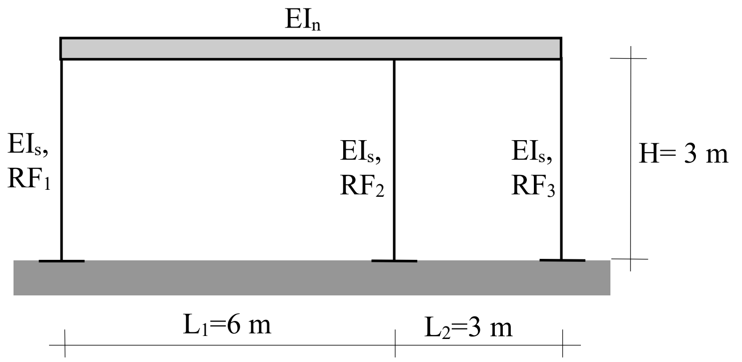
$$EI_s = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0.3\text{ m} \cdot (0.3\text{ m})^3}{12} \cdot 33\text{ GPa} \right) = 1.114 \cdot 10^7\text{ Nm}^2$$
$$EI_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0.3\text{ m} \cdot (0.5\text{ m})^3}{12} \cdot 33\text{ GPa} \right) = 5.156 \cdot 10^7\text{ Nm}^2$$

Togost vseh treh stebrov je enaka in je:

$$k_{st} = \frac{12 \cdot EI_s}{H^3} = \frac{12 \cdot 1.114 \cdot 10^7\text{ Nm}^2{}_s}{(3\text{m})^3} = 4.95 \cdot 10^6\ \frac{\text{N}}{\text{m}} = 4.95\,\frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Strižni model z redukcijskim faktorjem stebra:

Če za analizo uporabimo *strižni model z redukcijskim faktorjem stebra*, sledijo naslednje vrednosti redukcijskih faktorjev (slika 24):



Slika 24: Označitev redukcijskih faktorjev stebrov

$$RF_1 = \frac{\frac{EI_n}{L_1}}{\frac{EI_n}{L_1} + \frac{1}{2}\cdot\frac{EI_s}{H}} = \frac{\frac{5.156\cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{6\,\text{m}}}{\frac{5.156\cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{6\,\text{m}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1.114\cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{3\,\text{m}}}$$

$$= \frac{8.594\cdot 10^6\ \text{Nm}}{8.594\cdot 10^6\ \text{Nm} + 1.856\cdot 10^6\ \text{Nm}} = 0.822$$

$$RF_2 = \frac{EI_n\cdot\left(\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}\right)}{EI_n\cdot\left(\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}\right) + \frac{1}{2}\cdot\frac{EI_s}{H}} = \frac{5.156\cdot 10^7\ \text{Nm}^2\cdot\left(\frac{1}{6\,\text{m}}+\frac{1}{3\,\text{m}}\right)}{5.156\cdot 10^7\ \text{Nm}^2\cdot\left(\frac{1}{6\,\text{m}}+\frac{1}{3\,\text{m}}\right) + \frac{1}{2}\cdot\frac{1.114\cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{3\,\text{m}}}$$

$$= \frac{2.578\cdot 10^6\ \text{Nm}}{2.578\cdot 10^6\ \text{Nm} + 1.856\cdot 10^6\ \text{Nm}} = 0.933$$

$$RF_3 = \frac{\frac{EI_n}{L_2}}{\frac{EI_n}{L_2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{EI_s}{H}} = \frac{\frac{5.156\cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{3\,\text{m}}}{\frac{5.156\cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{3\,\text{m}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1.114\cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{3\,\text{m}}}$$

$$= \frac{1.719\cdot 10^7\ \text{Nm}}{1.719\cdot 10^7\ \text{Nm} + 1.856\cdot 10^6\ \text{Nm}} = 0.903$$

Togost enega okvira je z upoštevanjem redukcijskih faktorjev sedaj:

$$k_{okv,rs} = k_{st}\cdot\left(RF_1 + RF_2 + RF_3\right) = 4.95\,\frac{\text{MN}}{\text{m}}\cdot\left(0.822 + 0.933 + 0.903\right) = 13.156\,\frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Togost cele konstrukcije je tako:

$$k_{kon,rs} = 3 \cdot k_{okv,rs} = 3 \cdot 13.156 \frac{MN}{m} = 39.467 \frac{MN}{m}$$

Model ekvivalentne konzole:

Če za analizo uporabimo *model ekvivalentne konzole*, sledijo naslednje vrednosti členov:

$$b = 3 \cdot k_{st} = 14.85 \frac{MN}{m}$$

$$c = 3 \cdot \frac{6 \cdot EI_s}{H^2} = 3 \cdot \frac{6 \cdot 1.114 \cdot 10^7 \ Nm^2}{(3m)^2} = 2.228 \cdot 10^7 \frac{N}{m} = 22.275 \frac{MN}{m}$$

$$d = 3 \cdot \frac{4 \cdot EI_s}{H} = 3 \cdot \frac{4 \cdot 1.114 \cdot 10^7 \ Nm^2}{3m} = 4.455 \cdot 10^7 \frac{N}{m} = 44.55 \frac{MN}{m}$$

$$k_\phi = 12 \cdot EI_n \cdot \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) = 12 \cdot 5.156 \cdot 10^7 \ Nm^2 \cdot \left(\frac{1}{6m} + \frac{1}{3m} \right) = 30.938 \cdot 10^7 \frac{N}{m} = 309.375 \frac{MN}{m}$$

Togost enega enoetažnega okvira je sedaj:

$$k_{okv,ek} = \frac{b \cdot (d + k_\phi) - c^2}{d + k_\phi} = \frac{14.85 \frac{MN}{m} \cdot \left(44.55 \frac{MN}{m} + 309.375 \frac{MN}{m} \right) - \left(22.275 \frac{MN}{m} \right)^2}{44.55 \frac{MN}{m} + 309.375 \frac{MN}{m}}$$

$$= \frac{14.85 \frac{MN}{m} \cdot 353.925 \frac{MN}{m} - 496.176 \frac{MN^2}{m^2}}{353.925 \frac{MN}{m}} = 13.448 \frac{MN}{m}$$

Togost cele konstrukcije je tako:

$$k_{kon,ek} = 3 \cdot k_{okv,ek} = 3 \cdot 13.448 \frac{MN}{m} = 40.344 \frac{MN}{m}$$

Togost cele konstrukcije pridobljene z modelom ekvivalentne konstrukcije se dobro ujema z vrednostjo togosti, dobljene s strižnim modelom z redukcijskim faktorjem etaže.

Lastna krožna frekvenca obeh modelov je sedaj:

$$\omega_{1,rs} = \sqrt{\frac{k_{kon,rs}}{M_1}} = \sqrt{\frac{39.467\ \frac{MN}{m}}{94143\ kg}} = 20.475\ \frac{rad}{s}$$

$$\omega_{1,ek} = \sqrt{\frac{k_{kon,ek}}{M_1}} = \sqrt{\frac{40.344\ \frac{MN}{m}}{94143\ kg}} = 20.701\ \frac{rad}{s}$$

in tako sledi:

$$\nu_{1,rs} = \frac{\omega_{1,rs}}{2\cdot\pi} = \frac{20.475\ \frac{rad}{s}}{2\cdot\pi} = 3.259\ Hz$$

$$\nu_{1,ek} = \frac{\omega_{1,ek}}{2\cdot\pi} = \frac{20.701\ \frac{rad}{s}}{2\cdot\pi} = 3.295\ Hz$$

$$T_{1,rs} = \frac{1}{\nu_{1,rs}} = \frac{1}{3.259\ Hz} = 0.307\ s$$

$$T_{1,ek} = \frac{1}{\nu_{1,ek}} = \frac{1}{3.295} = 0.304\ s$$

Posledično se tudi nihajna časa obeh modelov dobro ujemata med seboj.

Vrednosti nihajnih časov T_1 obeh modelov padeta za tip tal C v območje platoja elastičnega spektra (T_B=0.2 s<T_1<T_C=0.6 s), kar posledično pomeni, da bo za oba modela potresna sila enaka.

Določitev faktorja obnašanja objekta

Zgornja vrednost faktorja obnašanja *q* je (5.2.2.2.) :

$$q = q_0 \cdot k_w \geq 1.5$$

kjer sta:

$q_0 = 3\cdot\alpha_u/\alpha_1 = 3\cdot1.1 = 3.3$ (za razred duktilnosti DCM in enoetažne stavbe)
$k_w = 1$ za okvirne in okvirom enakovredne mešane konstrukcijske sisteme.

$q = 3.3 \cdot 1 = 3.3$

Določitev referenčne vrednosti pospeška objekta

Za povprečno povratno dobo 475 let in obdobje uporabnosti 90 let sledi:

$$P_R = 1 - \left(1 - \frac{1}{475}\right)^{90} = 0.173 = 17.3\,\% > 10\,\%$$

Ker se želi zagotoviti 90 % verjetnost, da uporabljena projektna vrednost pospeška tal ne bo presežena v 90 letih, znaša pripadajoča povratna doba:

$$T_R = \frac{-T_L}{\ln(1 - P_R)} = \frac{-90\ \text{let}}{\ln(1 - 0.1)} = 854.21\ \text{let}$$

za katero ne obstaja pripadajoča karta.

Tako se za pridobitev pripadajoče vrednosti projektnega pospeška tal uporabita karti za 475 let in 1000 let (v RS). Za Novo mesto tako sledi:

T_{R1} = 475 let, a_{gR1} = 0.175 g
T_{R2} = 1000 let, a_{gR2} = 0.225 g

ter

$$\log(a_{gR}) = \log(0.175) + \frac{\log\left(\frac{0.225}{0.175}\right) \cdot \log\left(\frac{854.21}{475}\right)}{\log\left(\frac{1000}{475}\right)} = -0.671$$

Iskana vrednost je tako:

$$a_{gR} = 10^{-0.671} = 0.213\ \text{g}$$

Za stanovanjski objekt, ki spada v kategorijo pomembnosti II, velja $\gamma_I = 1$.

Po upoštevanju faktorja pomemnosti sledi:

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} = 1 \cdot 0.213\ g = 0.213\ g$$

Določitev potresnega vpliva

Čeprav oba modela vodita do iste potresne sile, smo pri nadaljnjem izračunu upoštevali model ekvivalentne konzole.

Za tip tal C velja:

Tip tal	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
C	1.15	0.2	0.6	2.0

kar pomeni, da velja

$$T_B < T_{1,ek} = 0.304\ s < T_C$$

in sledi:

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 0.213 \cdot g \cdot 1.15 \cdot \frac{2.5}{3.3} = 1.823 \frac{m}{s^2}$$

Prečna sila je tako:

$$F_b = \lambda \cdot S_d(T_1) \cdot m = 1 \cdot 1.823 \frac{m}{s^2} \cdot 94143\ kg = 171656.591\ N$$

kjer korekcijski faktor λ znaša 1, saj stavba nima več kot dveh etaž.

Ker gre za enoetažno konstrukcijo, velja:

$$F_1 = F_b$$

Ker konstrukcijo sestavljajo trije identični okviri, na vsakega odpade tretjina etažne sile:

$$F_{11} = F_{12} = F_{13} = 57218.864\ N$$

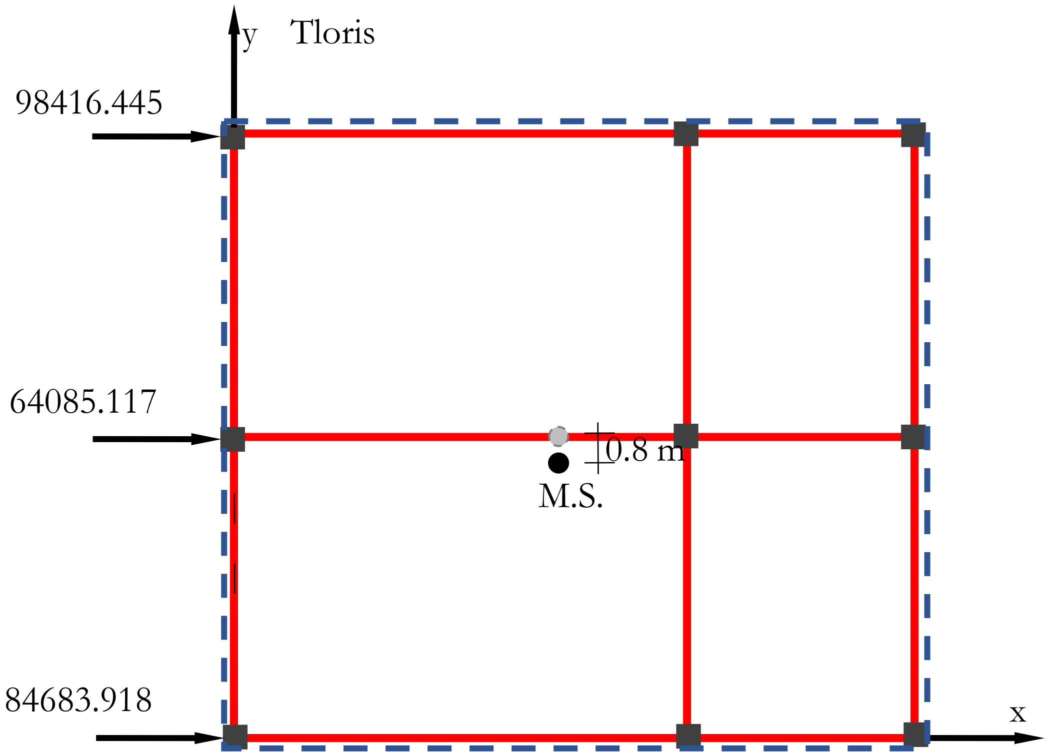
Faktorji δ za upoštevanje naključne torzije

Za okvirje v y smeri tako po enačbi (4.3.3.2.4(1)) (kjer je bilo privzeto, da masno središče etaže leži v geometrijskem središču plošče) za premik masnega središča proti x osi za 0.8 m sledi:

$$\delta_1 = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{3.2\ \text{m}}{8\ \text{m}} = 1.48$$
$$\delta_2 = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{0.8\ \text{m}}{8\ \text{m}} = 1.12$$
$$\delta_3 = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{4.8\ \text{m}}{8\ \text{m}} = 1.72$$

Razporeditev potresnih sil na okvirje je z upoštevanjem naključne torzije tako (slika 25):

$$F_{11} \cdot 1.48 = \quad 84683.918\ \text{N}$$
$$F_{12} \cdot 1.12 = \quad 64085.127\ \text{N}$$
$$F_{13} \cdot 1.72 = \quad 98416.445\ \text{N}$$



Slika 25: Razporeditev potresnih sil po etaži za pomik mase proti x osi

Za premik masnega središča od x osi za 0.8 m ni potreben izračun potresnih sil, saj so vrednosti zaradi simetrije konstrukcije zrcalno enake! Za krajna okvirja je tako merodajna vrednost 1.72, za vmesni okvir pa vrednost 1.12.

Kontrola etažnih pomikov

Elastični pomiki okvira so tako:

$$d_{okv,ek} = k_{okv,ek}{}^{-1} = \left(13.448 \cdot 10^{6}\ \frac{N}{m}\right)^{-1} = 7.436 \cdot 10^{-8}\ \frac{m}{N}$$

$$\{d_e\} = \left[d_{okv,ek}\right] \cdot \{F_e\} = \left[7.436 \cdot 10^{-8}\ \frac{m}{N}\right] \cdot \{\ 57218.864\ N\} =$$

$$= \{\ 4.255 \cdot 10^{-3}\ m\}$$

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\{d_s\} = q_d \cdot \{d_e\} = 3.3 \cdot \{4.255 \cdot 10^{-3}\ m\} = \{\ 14.041 \cdot 10^{-3}\ m\}$$

Zaradi upoštevanja naključne torzije za zunanja okvira upoštevamo faktor δ=1.72 in tako sledijo pomiki:

$$1.72 \cdot \{d_s\} = \{24.15 \cdot 10^{-3}\ m\}$$

Relativni pomiki etaž zunanjega okvira so tako:

$$d = \ 24.15 \cdot 10^{-3}\ m - 0 = \ 24.15 \cdot 10^{-3}\ m\,m$$

Tako sledi (redukcijski faktor za kategoriji pomembnosti I in II po predpisu znaša ν = 0.5):

$$24.15 \cdot 10^{-3}\ m \cdot \nu = 24.15 \cdot 10^{-3}\ m \cdot 0.5 = 12.075 \cdot 10^{-3}\ m$$

Ker gre za stanovanjski objekt in nimamo informacij o tem, kako so nekonstrukcijski elementi pritrjeni na konstrukcijo, preverimo kar (najstrožji) pogoj v obliki:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.005 \cdot h$$

kar vodi do:

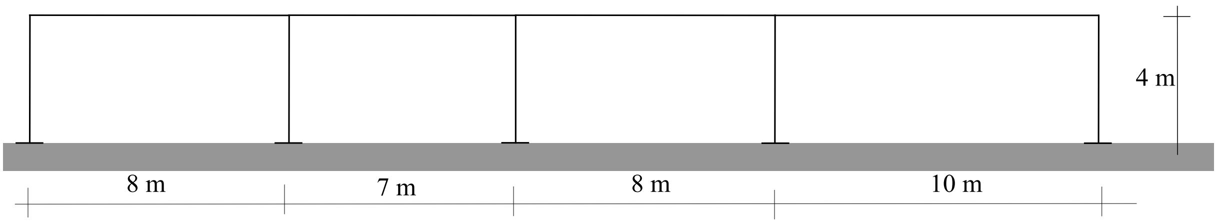
$$12.075 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \leq 0.005 \cdot \text{h} = 0.005 \cdot 3.0\ \text{m} = 0.015\ \text{m}$$

ki pokaže, da je omejitev pomikov izpolnjena tudi za najstrožji kriterij.

Zgled 4

Izpitna naloga 03. julij 2017

Konstrukcijo na sliki 26 sestavljata dva identična okvira, medsebojno oddaljena 8 m.



Slika 26: Prerez konstrukcije v vzdolžni smeri

Stebri imajo dimenziji b/h = 0.3/0.3 m, nosilci pa b/h = 0.3 m/0.6 m, debelina krovne plošče znaša 30 cm. Material konstrukcije je beton C30/37, ki ima modul elastičnosti E=33 GPa.

Polnilo zunanjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidni bloki ZB 25, debelina stene 25 cm, volumska masa z upoštevanjem fasade 450 kg/m^3.

Polnilo notranjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidne plošče ZB 15, debelina stene 15 cm, volumska masa 450 kg/m^3.

Objekt, ki bo uporabljan kot delavnica & skladišče, stoji v Kranju (nadmorska višina 386 m). Življenjska doba objekta je 90 let, vrednost $S_d(T_1)$ se izračuna z interpolacijo med kartama z ustreznima povratnima dobama.

Za konstrukcijo v prikazani smeri:

- določi tip tal na osnovi naslednjih podatkov za sloje (globina temeljenja 1.60 m)

sloj	od [m]	do [m]	N_{SPT}
1	0	8.1	52
2	8.1	22.6	60
3	22.6	41.7	48

- izvedi analizo obtežb in izračunaj mase s pomočjo kombinacije lastnih tež (poleg mase same plošče upoštevaj še dodatnih 220 kg/m2 za estrih, toplotno izolacijo in kritino plošče) in po predpisu apliciranih obtežb (pri izračunu mase plošče uporabi gabaritne dimenzije plošče),
- za izračun togostne/podajnostne matrike konstrukcije v prikazani smeri uporabi strižni model z redukcijskim faktorjem stebra kot tudi model ekvivalentne konzole,
- za analizo nihajnih časov uporabi ustrezni (ravninski ali prostorski) model (glede na tlorisno pravilnost/nepravilnost konstrukcije),
- za oba računska modela določi približek nihajnega časa, ter ugotovi, kateri model vodi do večjega potresnega vpliva Fb,
- za oba računska modela določi tudi približek prvega nihajnega časa z uporabo enačbe (4.9) iz EC8,
- za računski model, ki vodi do večjega potresnega vpliva, izračunaj velikost celotnega potresnega vpliva (upoštevaj razred duktilnosti DCM),
- poišči razporeditev potresnih vplivov na nosilne sisteme etaže z upoštevanjem naključne torzije ter jih skiciraj (na skici),
- izvedi kontrolo omejitve poškodb merodajnega okvirja,
- izvedi izračun brezdimenzijskega koeficienta občutljivosti in komentiraj rezultat.

Rešitev

Analiza mas/obtežb

Masa plošče

AB plošča: debelina 30 cm	$0.3\,\mathrm{m}\cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 750\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Estrih, toplotna izolacija in kritina	$220\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Masa:	$\mathrm{m} = 970\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe strešne plošče

Kategorija H (strehe, dostopne le za normalno vzdrževanje in popravila)

$q_{k,koristna} = 0.4\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo H

Obtežba snega

Kraj Kranj: Alpska regija (cona) A3, nadmorska višina A = 386 m. Karakteristična obtežba snega s_k *na tleh* se izračuna kot:

$$\text{A3} \quad s_k = 1.935\cdot\left[1+\left(\frac{386}{728}\right)^2\right] = 2.479\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$$

(SIST EN 1991-1-3: 2004; nacionalni dodatek, str. 4)

Obtežba snega na ravno streho:

- nagib strehe $0^\circ \le \alpha \le 30^\circ$
- oblikovni koeficient obtežbe snega $\mu_1 = 0.8$; SIST EN 1991-1-3: 2004, preglednica 5.2, str. 15,
- koeficient izpostavljenosti $C_e = 1$,
- toplotni koeficient $C_t = 1$.

Obtežba snega na strehi (SIST EN 1991-1-3: 2004, 5.2 (3)P, enačba 5.1, str. 13):

$$s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 0.8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2.479 \frac{kN}{m^2} = 1.983 \frac{kN}{m^2}$$

Kombiniranje obtežb/mas se izvede kot:

$$M \cdot g = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \text{"+"} \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \rightarrow M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{"+"} \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

kjer se koeficient $\psi_{E,i}$ za kombinacijo za spremenljivi vpliv *i* izračuna po izrazu (4.2.4(2)P, stran 44):

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i},$$

kar vodi do:

$$M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{"+"} \sum_{i \geq 1} \varphi \cdot \psi_{2i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

Za vrhnje etaže (strehe) velja φ=1.

Po preglednici A.1.1, normativen dodatek A1, EN 1990, velja:

- za strehe H kategorije $\psi_2 = 0$
- za kraje v RS z nadmorsko višino pod 1000 m $\psi_2 = 0$

Tako sledi:

$$M = 970 \frac{kg}{m^2} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.4 \frac{kN}{m^2}}{9.81 \frac{m}{s^2}} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{1.983 \frac{kN}{m^2}}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 970 \frac{kg}{m^2} + 0 + 0 = 970 \frac{kg}{m^2}$$

Izračun členov masne matrike konstrukcije

Plošča nad etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{plo} = 33.3\text{ m} \cdot 8.3\text{ m} \cdot 970\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 268098.3\text{ kg}$

masa polovice stebrov spodaj: $M_{steb,s} = 10 \cdot 0.3\text{ m} \cdot 0.3\text{ m} \cdot \frac{4\text{ m}}{2} \cdot 2500\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10 \cdot 450\text{ kg} = 4500\text{ kg}$

masa gred v smeri Y osi: $M_{gred,y} = 5 \cdot 7.7\text{ m} \cdot 0.3\text{ m} \cdot 0.6\text{ m} \cdot 2500\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 5 \cdot 3465\text{ kg} = 17325\text{ kg}$

masa gred v smeri X osi:

$$M_{gred,x} = 2 \cdot (7.7\text{ m} + 6.7\text{ m} + 7.7\text{ m} + 9.7\text{ m}) \cdot 0.3\text{ m} \cdot 0.6\text{ m} \cdot 2500\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 28620\text{ kg}$$

Masa etaže je tako:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{plo} + M_{steb,s} + M_{gred,y} + M_{gred,x} \\ &= 268098.3\text{ kg} + 4500\text{ kg} + 17325\text{ kg} + 28620\text{ kg} = 318543.3\text{ kg} \end{aligned}$$

Za stene, ki stojijo na talni plošči (nad kletjo), smatramo, da se gibljejo s talno ploščo (odvisno od povezanosti sten in stebrov).

Masna »matrika« konstrukcije je tako:

$$[M] = [\,318543.3\,]\text{ kg}$$

Določitev tipa tal

Za določitev tipa tal uporabimo izraz:

$$N_{SPT,30} = \frac{30}{\sum_{i=1}^{N} \frac{h_i}{N_{SPT,i}}} = \frac{30\text{ m}}{\frac{8.1\text{ m}}{52} + \frac{14.5\text{ m}}{60} + \frac{7.4\text{ m}}{48}} = 54.387 > 50$$

kar ustreza tipu tal B.

Izračun členov togostne matrike konstrukcije

Ker stavbo tvorita dva identična okvirja, lahko togostno matriko konstrukcije tvorimo tako, da analiziramo en okvir in dobljeno togostno matriko pomnožimo s 2. Druga možnost je, da analiziramo okvir, katerega širina stebrov je 0.6 m.

Upogibni togosti stebrov in nosilcev (z upoštevano razpokanostjo) sta:

$$EI_s = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0.3\,\mathrm{m} \cdot (0.3\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot 33.0\,\mathrm{GPa} \right) = 1.114 \cdot 10^7\ \mathrm{Nm}^2$$

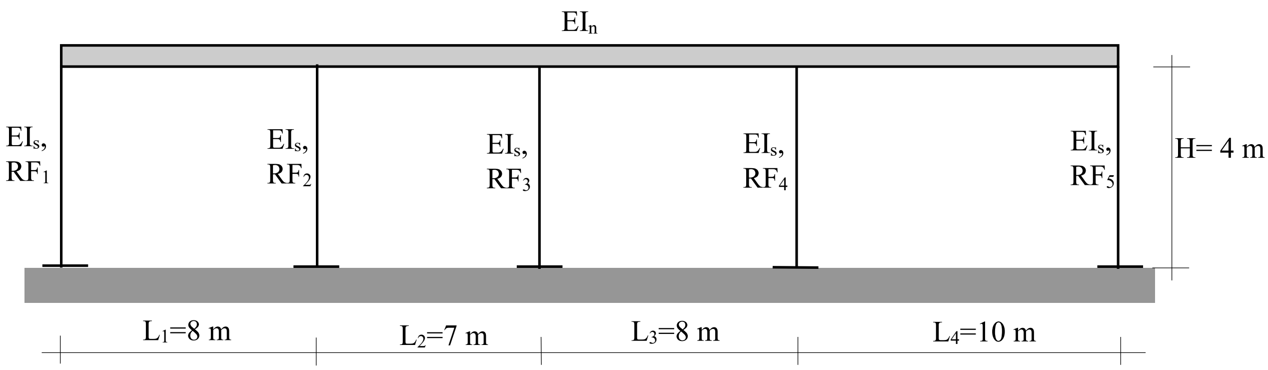
$$EI_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0.3\,\mathrm{m} \cdot (0.6\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot 33.0\,\mathrm{GPa} \right) = 8.91 \cdot 10^7\ \mathrm{Nm}^2$$

Togost vsakega izmed stebrov je enaka in je:

$$k_{st} = \frac{12 \cdot EI_s}{H^3} = \frac{12 \cdot 1.114 \cdot 10^7\ \mathrm{Nm}^2{}_s}{(4\,\mathrm{m})^3} = 2.088 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 2.088\,\frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}}$$

Strižni model z redukcijskim faktorjem stebra:

Če za analizo uporabimo strižni model z redukcijskim faktorjem stebra, sledijo naslednje vrednosti redukcijskih faktorjev (slika 27):



Slika 27: Označitev redukcijskih faktorjev stebrov

$$RF_1 = \frac{\frac{EI_n}{L_1}}{\frac{EI_n}{L_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{EI_s}{H}} = \frac{\frac{8.91 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{8.0\,\text{m}}}{\frac{8.91 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{8.0\,\text{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1.114 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{4\,\text{m}}}$$

$$= \frac{11.138 \cdot 10^6\ \text{Nm}}{11.138 \cdot 10^6 \cdot 10^6\ \text{Nm} + \ 1.392 \cdot 10^6\ \text{Nm}} = \ 0.889$$

$$RF_2 = \frac{EI_n \cdot \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)}{EI_n \cdot \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{EI_s}{H}} = \frac{8.91 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2 \cdot \left(\frac{1}{8\,\text{m}} + \frac{1}{7\,\text{m}} \right)}{8.91 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2 \cdot \left(\frac{1}{8\,\text{m}} + \frac{1}{7\,\text{m}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1.114 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{4\,\text{m}}}$$

$$= \frac{23.866 \cdot 10^6\ \text{Nm}}{23.866 \cdot 10^6\ \text{Nm} + \ 1.392 \cdot 10^6\ \text{Nm}} = \ 0.945$$

$$RF_3 = \frac{EI_n \cdot \left(\frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \right)}{EI_n \cdot \left(\frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{EI_s}{H}} = \frac{8.91 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2 \cdot \left(\frac{1}{7\,\text{m}} + \frac{1}{8\,\text{m}} \right)}{8.91 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2 \cdot \left(\frac{1}{7\,\text{m}} + \frac{1}{8\,\text{m}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1.114 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{4\,\text{m}}}$$

$$= \frac{23.866 \cdot 10^6\ \text{Nm}}{23.866 \cdot 10^6\ \text{Nm} + \ 1.392 \cdot 10^6\ \text{Nm}} = \ 0.945$$

$$RF_4 = \frac{EI_n \cdot \left(\frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_4} \right)}{EI_n \cdot \left(\frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_4} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{EI_s}{H}} = \frac{8.91 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2 \cdot \left(\frac{1}{8\,\text{m}} + \frac{1}{10\,\text{m}} \right)}{8.91 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2 \cdot \left(\frac{1}{8\,\text{m}} + \frac{1}{10\,\text{m}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1.114 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{4\,\text{m}}}$$

$$= \frac{20.048 \cdot 10^6\ \text{Nm}}{20.048 \cdot 10^6\ \text{Nm} + \ 1.392 \cdot 10^6\ \text{Nm}} = \ 0.935$$

$$RF_5 = \frac{\frac{EI_n}{L_4}}{\frac{EI_n}{L_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{EI_s}{H}} = \frac{\frac{8.91 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{10.0\,\text{m}}}{\frac{8.91 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{10.0\,\text{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1.114 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{4\,\text{m}}}$$

$$= \frac{8.91 \cdot 10^6\ \text{Nm}}{8.91 \cdot 10^6 \cdot 10^6\ \text{Nm} + \ 1.392 \cdot 10^6\ \text{Nm}} = \ 0.865$$

Togost enega okvira je z upoštevanjem redukcijskih faktorjev sedaj:

$$k_{okv,rs} = k_{st} \cdot \left(RF_1 + RF_2 + RF_3 + RF_4 + RF_5 \right)$$
$$= 2.088\,\frac{\text{MN}}{\text{m}} \cdot (0.889 + 0.945 + 0.945 + 0.935 + 0.865) = \ 9.561\,\frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Togost cele konstrukcije je tako:

$$k_{kon,rs} = 2 \cdot k_{okv,rs} = 2 \cdot 9.561 \frac{MN}{m} = 19.123 \frac{MN}{m}$$

Model ekvivalentne konzole:

Če za analizo uporabimo *model ekvivalentne konzole*, sledijo naslednje vrednosti členov:

$$b = 5 \cdot k_{st} = 5 \cdot 2.088 \frac{MN}{m} = 10.441 \frac{MN}{m}$$

$$c = 5 \cdot \frac{6 \cdot EI_s}{H^2} = 5 \cdot \frac{6 \cdot 1.114 \cdot 10^7 \ Nm^2}{(4\,m)^2} = 2.088 \cdot 10^7 \frac{N}{m} = 20.88 \frac{MN}{m}$$

$$d = 5 \cdot \frac{4 \cdot EI_s}{H} = 5 \cdot \frac{4 \cdot 1.11375 \cdot 10^7 \ Nm^2}{4\,m} = 5.569 \cdot 10^7 \frac{N}{m} = 55.69 \frac{MN}{m}$$

$$k_\phi = 12 \cdot EI_n \cdot \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_4} \right) = 12 \cdot 8.91 \cdot 10^7 \ Nm^2 \cdot \left(\frac{1}{8\,m} + \frac{1}{7\,m} + \frac{1}{8\,m} + \frac{1}{10\,m} \right)$$

$$= 52.696 \cdot 10^7 \frac{N}{m} = 526.96 \frac{MN}{m}$$

Togost enega enoetažnega okvira je sedaj:

$$k_{okv,ek} = \frac{b \cdot (d + k_\phi) - c^2}{d + k_\phi}$$

$$= \frac{10.441 \frac{MN}{m} \cdot \left(55.688 \frac{MN}{m} + 526.963 \frac{MN}{m} \right) - \left(20.883 \frac{MN}{m} \right)^2}{55.688 \frac{MN}{m} + 526.963 \frac{MN}{m}}$$

$$= \frac{14.85 \frac{MN}{m} \cdot 582.65 \frac{MN}{m} - 436.092 \frac{MN^2}{m^2}}{582.65 \frac{MN}{m}} = 9.693 \frac{MN}{m}$$

Togost cele konstrukcije je tako:

$$k_{kon,ek} = 2 \cdot k_{okv,ek} = 2 \cdot 9.693 \frac{MN}{m} = 19.386 \frac{MN}{m}$$

Togost cele konstrukcije pridobljena s strižnim modelom redukcijskega faktorja etaže se dobro ujema z vrednostjo togosti, dobljeno z modelom ekvivalentne konzole.

Dodatek

Togost okvira, izračunana z deformacijsko metodo: 9526049.268 N/m

Togost okvira, izračunana z redukcijskim faktorjem etaže: 9012754.105 N/m

Lastna krožna frekvenca obeh modelov je sedaj:

$$\omega_{1,rs} = \sqrt{\frac{k_{kon,rs}}{M_1}} = \sqrt{\frac{19.123\,\frac{MN}{m}}{318543.3\ \mathrm{kg}}} = 7.748\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$\omega_{1,ek} = \sqrt{\frac{k_{kon,ek}}{M_1}} = \sqrt{\frac{19.386\,\frac{MN}{m}}{318543.3\ \mathrm{kg}}} = 7.801\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

in tako sledi:

$$\nu_{1,\mathrm{rs}} = \frac{\omega_{1,\mathrm{rs}}}{2\cdot\pi} = \frac{7.748\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}}{2\cdot\pi} = 1.233\ \mathrm{Hz}$$

$$\nu_{1,\mathrm{ek}} = \frac{\omega_{1,\mathrm{ek}}}{2\cdot\pi} = \frac{7.801\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}}{2\cdot\pi} = 1.242\ \mathrm{Hz}$$

$$\mathrm{T}_{1,\mathrm{rs}} = \frac{1}{\nu_{1,\mathrm{rs}}} = \frac{1}{1.233\ \mathrm{Hz}} = 0.811\ \mathrm{s}$$

$$\mathrm{T}_{1,\mathrm{ek}} = \frac{1}{\nu_{1,\mathrm{ek}}} = \frac{1}{1.242} = 0.805\ \mathrm{s}$$

Ker vrednosti nihajnih časov T_1 obeh modelov padeta za tip tal B v območje desno od platoja elastičnega spektra (T_C=0.5 s<T_1<T_D=2 s), dobimo večji potresni vpliv za tisti model, s katerim dobimo manjši nihajni čas in to je model ekvivalentne konzole.

Če pa želimo za izračun približka prvega nihajnega časa T_1 uporabiti enačbo (4.9) iz predpisa, moramo poiskati pomik (v *m*) na vrhu stavbe zaradi sile teže, aplicirane vodoravno (uporabljena je npr. togost modela ekvivalentne konzole), kar sledi iz:

$$\{\mathrm{u}_1\} = [\mathrm{K}_{\mathrm{kon}}]^{-1}\cdot\{\mathrm{P}_1\} =$$

$$\left[19.386\cdot10^{6}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right]^{-1}\cdot\{\,318543.3\ \mathrm{kg}\}\cdot 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \{\,0.161\ \mathrm{m}\}$$

Tako sledi:

$$T_1 = 2 \cdot \sqrt{d} = 2 \cdot \sqrt{0.161} = \quad 0.803\,s$$

Z enačbo (4.9) pridobljeni približek prvega nihajnega časa se tako odlično ujema z vrednostjo, dobljeno z dinamično analizo.

Določitev faktorja obnašanja objekta

Zgornja vrednost faktorja obnašanja *q* (5.2.2.2) je:

$$q = q_0 \cdot k_w \geq 1.5$$

kjer sta:

$q_0 = 3 \cdot \alpha_u / \alpha_1 = 3 \cdot 1.1 = 3.3$ (za razred duktilnosti DCM in enoetažne stavbe)
$k_w = 1$ za okvirne in okvirom enakovredne mešane konstrukcijske sisteme.
$q = 3.3 \cdot 1 = 3.3$

Določitev referenčne vrednosti pospeška objekta

Za povprečno povratno dobo 475 let in obdobje uporabnosti 90 let sledi:

$$P_R = 1 - \left(1 - \frac{1}{475}\right)^{90} = \quad 0.173 = \; 17.3\,\% > 10\,\%$$

Ker se želi zagotoviti 90 % verjetnost, da uporabljena projektna vrednost pospeška tal ne bo presežena v 90 letih, znaša pripadajoča povratna doba:

$$T_R = \frac{-T_L}{\ln\left(1 - P_R\right)} = \frac{-90 \text{ let}}{\ln\left(1 - 0.1\right)} = \; 854.21 \text{ let}$$

za katero ne obstaja pripadajoča karta.

Tako se za pridobitev pripadajoče vrednosti projektnega pospeška tal uporabita karti za 475 let in 1000 let (v RS). Za Kranj tako sledi:

T_{R1} = 475 let, a_{gR1} = 0.225 g
T_{R2} = 1000 let, a_{gR2} = 0.275 g

ter

$$\log\left(a_{gR}\right) = \log\left(0.225\right) + \frac{\log\left(\frac{0.275}{0.225}\right) \cdot \log\left(\frac{854.21}{475}\right)}{\log\left(\frac{1000}{475}\right)} = -0.579$$

Iskana vrednost je tako:

$$a_{gR} = 10^{-0.579} = 0.264 \text{ g}$$

Za objekt skladišče, ki spada v kategorijo pomembnosti II, velja $\gamma_I = 1$.

Po upoštevanju faktorja pomembnosti sledi:

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} = 1 \cdot 0.264 \text{ g} = 0.264 \text{ g}$$

Določitev potresnega vpliva

Pri nadaljnjem izračunu smo upoštevali model ekvivalentne konzole.

Za tip tal B velja:

Tip tal	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
B	1.2	0.15	0.5	2.0

kar pomeni, da velja

$$T_C < T_{1,ek} = 0.805 \text{ s} < T_D$$

in sledi:

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T}\right] = 0.264\,g \cdot 1.2 \cdot \frac{2.5}{3.3} \cdot \left[\frac{0.5\,s}{0.805}\right] = 1.459\,\frac{m}{s^2}$$

Prečna sila je tako:

$$F_b = \lambda \cdot S_d(T_1) \cdot m = 1 \cdot 1.459\,\frac{m}{s^2} \cdot 318543.3\,kg = 464813.634\,N$$

kjer korekcijski faktor λ znaša 1, saj stavba nima več kot dveh etaž.

Ker gre za enoetažno konstrukcijo, velja:

$$F_1 = F_b$$

Konstrukcija je sicer formalno tlorisno nepravilna, saj po enačbi iz člena (4.2.3.2 (5)) velja:

$$\lambda = \frac{L_{max}}{L_{min}} = \frac{33.3\,m}{8.3\,m} = 4.012 > 4$$

vendar upoštevamo člen (4.3.3.1 (8)), kjer so vse točke izpolnjene.

Ker konstrukcijo sestavljata dva identična okvirja, na vsakega odpade polovica etažne sile:

$$F_{11} = 232406.817\,N$$
$$F_{12} = 232406.817\,N$$

Faktorji δ za upoštevanje naključne torzije

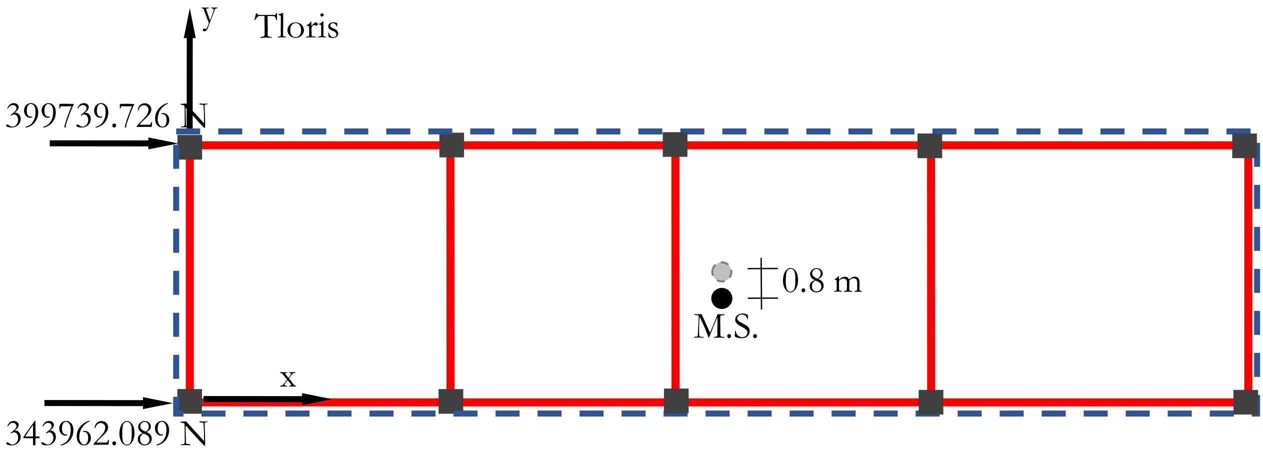
Za okvirje v *x* smeri po enačbi (4.3.3.2.4(1)), (kjer je bilo privzeto, da masno središče etaže leži v geometrijskem središču plošče) za premik masnega središča proti *x* osi za 0.8 m sledi:

$$\delta_1 = 1 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{3.2\,m}{8\,m} = 1.48$$

$$\delta_2 = 1 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{4.8\,m}{8\,m} = 1.72$$

Potresni sili z upoštevanjem faktorja δ sta (slika 28):

$$F_{11} \cdot 1.48 = 343962.089 \text{ N}$$
$$F_{12} \cdot 1.72 = 399739.726 \text{ N}$$



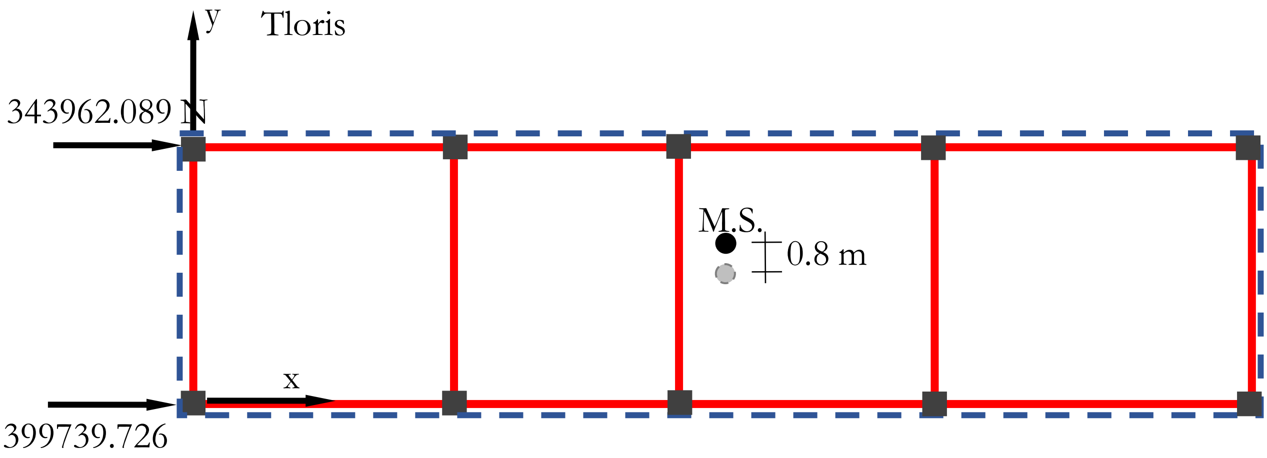
Slika 28: Razporeditev potresnih sil po etaži za pomik mase proti x osi

Za premik masnega središča od osi x za 0.8 m pa sledi:

$$\delta_1 = 1 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{4.8 \text{ m}}{8 \text{ m}} = 1.72$$
$$\delta_2 = 1 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{3.2 \text{ m}}{8 \text{ m}} = 1.48$$

Potresni sili z upoštevanjem faktorja δ sta (slika 29):

$$F_{11} \cdot 1.72 = 399739.726 \text{ N}$$
$$F_{12} \cdot 1.48 = 343962.089 \text{ N}$$



Slika 29: Razporeditev potresnih sil po etaži za pomik mase od x osi

Kontrola etažnih pomikov

Elastični pomiki okvira z upoštevanjem naključne torzije so tako:

$$d_{okv,ek} = k_{okv,ek}^{-1} = \left(9.693 \cdot 10^{6}\ \frac{N}{m}\right)^{-1} = 1.032 \cdot 10^{-7}\ \frac{m}{N}$$

$$\{d_e\} = \left[d_{okv,ek}\right] \cdot \{F_e\} \cdot 1.72 = \left[\ 1.032 \cdot 10^{-7}\ \frac{m}{N}\right] \cdot \{232406.817\ N\} \cdot 1.72 == \{\ 0.0412\,m\}$$

Informativni dodatek:

Elastični pomik etaže v smeri X, izračunan s 3D togostno matriko na center plošče, zaradi sile F_b in torzijskega momenta zaradi premika M.S. iz središča plošče za 10 %:

d_e=0.024 m

in je enak kot pri 2D analizi brez torzijskega vpliva, čeprav pri prevzemanju momenta sodelujejo tudi okviri v smeri y.

Sili na okvira v smeri x pa sta 237812.88 N in 227000.755 N.

Če pa masno središče premaknemo samo za 5 %, sledi zopet enak pomik etaže:

d_e=0.02398 m ter nekoliko manjši sili 235109.848 N in 229703.786 N.

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\{d_s\} = q_d \cdot \{d_e\} = 3.3 \cdot \{0.0412\,\text{m}\} = \{\ 0.136\,\text{m}\}$$

Relativni pomik prve etaže zunanjega okvira je tako:

$$d_r = \ 0.136 - 0 = \ 0.136\,\text{m}$$

Tako sledi (redukcijski faktor za kategoriji pomembnosti I in II po predpisu znaša ν = 0.5):

$$0.136\,\text{m} \cdot \nu = \ 0.136\,\text{m} \cdot 0.5 = \ 0.068\,\text{m}$$

Ker gre za skladišče in nimamo informacij o tem, kako so nekonstrukcijski elementi pritrjeni na konstrukcijo, preverimo (najstrožji) pogoj (4.33) v obliki:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.005 \cdot h$$

kar vodi do:

$$0.068\,\text{m} \nleq 0.005 \cdot h = 0.005 \cdot 4\,\text{m} = 0.02\,\text{m}$$

ki pokaže, da omejitev pomikov **ni** izpolnjena za najstrožji kriterij.

Zato nadalje preverimo pogoj (4.32) v obliki:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.0075 \cdot h$$

kar vodi do:

$$0.068\,\text{m} \nleq 0.0075 \cdot h = 0.0075 \cdot 4\,\text{m} = 0.03\,\text{m}$$

in prav tako omejitev pomikov še vedno **ni** izpolnjena za srednji kriterij.

Na koncu preverimo še zadnji najblažji pogoj (4.31) v obliki:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.01 \cdot h$$

kar vodi do:

$$0.068\ \mathrm{m} \nleq 0.010 \cdot h = 0.01 \cdot 4\ \mathrm{m} = 0.04\ \mathrm{m}$$

in izkaže se, da omejitev pomikov ni izpolnjena tudi za najblažji kriterij.

Kontrola vpliva teorije drugega reda (P-Δ efekta)

Brezdimenzijski koeficient občutljivosti za etažne pomike (4.4.2.2(2)) poda informacijo o temu, ali je vpliv teorije drugega reda potrebno upoštevati. Vrednost koeficienta θ za okvir je tako:

$$\theta = \frac{P_{tot} \cdot d_r}{V_{tot} \cdot h} = \frac{464813.634\ \mathrm{N} \cdot 0.024\,\mathrm{m} \cdot 3.3}{318543.3\ \mathrm{kg} \cdot 9.81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4\ \mathrm{m}} = 0.133 > 0.1$$

Ker velja $\theta > 0.1$, je potrebno upoštevati vpliv teorije drugega reda.

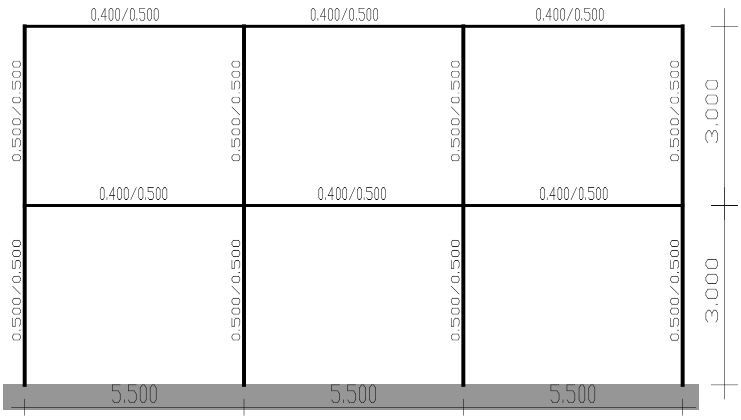
Zgled 5

Izpitna naloga 04. julij 2016

Konstrukcijo na sliki 30 sestavljajo štirje identični okviri, medsebojno oddaljeni 5.5 m.

Stebri imajo dimenziji b/h = 0.5/0.5 m, nosilci pa b/h = 0.4 m/0.50 m, debelina plošče znaša 25 cm. Material konstrukcije je beton C30/37, ki ima modul elastičnosti E=33 GPa.

Polnilo zunanjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidni bloki ZB 25, debelina stene 25 cm, volumska masa z upoštevanjem fasade 450 kg/m^3.



Slika 30: Prerez konstrukcije v vzdolžni smeri

Polnilo notranjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidne plošče ZB 15, debelina stene 15 cm, volumska masa 450 kg/m^3.

Objekt je poslovna stavba, ki stoji v Murski Soboti (nadmorska višina 190 m) na tipu tal B, življenjska doba objekta je 80 let, vrednost $S_d(T_1)$ se izračuna z interpolacijo med kartama s povratnima dobama 475 in 1000 let.

Za konstrukcijo:

- izvedi analizo obtežb in izračunaj mase s pomočjo kombinacije lastnih tež (poleg mase same plošče upoštevaj še dodatnih 180 kg/m^2 za estrih in toplotno izolacijo) in po predpisu apliciranih obtežb (pri izračunu mase plošče uporabi gabaritne dimenzije plošče),
- za izračun podajnostne/togostne matrike konstrukcije uporabi strižni model z redukcijskim faktorjem stebra **kot tudi** strižni model z redukcijskim faktorjem etaže,
- za analizo nihajnih časov uporabi ustrezni model (glede na tlorisno pravilnost/nepravilnost konstrukcije) in metodo apliciranja potresnega vpliva (glede na pravilnost/nepravilnost po višini),
- za oba računska modela določi približek prvega nihajnega časa z uporabo enačbe (4.9) iz EC8, ter ugotovi, kateri model vodi do večjega potresnega vpliva,
- za računski model, ki vodi do večjega potresnega vpliva izvedi modalno analizo (poišči samo prvo nihajno obliko, lastni vektor in modalno maso),
- izračunaj velikost celotnega potresnega vpliva (upoštevaj razred duktilnosti DCM) ter poišči njegovo razporeditev po etažah z uporabo enačbe (4.10),
- poišči razporeditev etažnih potresnih vplivov na nosilne sisteme etaže z upoštevanjem naključne torzije ter jih skiciraj (na skici),
- izvedi kontrolo omejitve poškodb merodajnega okvirja.

Rešitev

Analiza mas/obtežb

Masa plošče

AB plošča:	debelina 25 cm	$0.25\ \text{m} \cdot 2500\ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 625\ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^2}$
Estrih, toplotna izolacija in kritina		$180\ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^2}$
Masa:		$\text{m} = 805\ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^2}$

Obtežbe plošče prve etaže

Kategorija B (pisarne)

$q_{k,koristna} = 3\ \dfrac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo B

Obtežbe strešne plošče

Kategorija H (strehe, dostopne le za normalno vzdrževanje in popravila)

$q_{k,koristna} = 0.4\ \dfrac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo H

Obtežba snega

Kraj Murska Sobota: Alpska regija (cona) A1, nadmorska višina A = 190 m. Karakteristična obtežba snega s_k *na tleh* se izračuna kot:

$$\text{A1} \quad s_k = 0.651 \cdot \left[1 + \left(\frac{190}{728}\right)^2\right] = 0.695\ \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Za alpsko regijo A1 se namesto $0.695\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ (SIST EN 1991-1-3: 2004; nacionalni dodatek, str. 4) upošteva najmanj $1.2\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$.

Obtežba snega na ravno streho:

- \- nagib strehe $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$
- oblikovni koeficient obtežbe snega $\mu_1 = 0.8$; SIST EN 1991-1-3: 2004, preglednica 5.2, str. 15,
- koeficient izpostavljenosti $C_e = 1$,
- toplotni koeficient $C_t = 1$.

Obtežba snega na strehi (SIST EN 1991-1-3: 2004, 5.2 (3)P, enačba 5.1, str. 13): $s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 0.8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot\ 0.695\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2} =\ 0.556\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$

Kombiniranje obtežb/mas se izvede kot:

$$M \cdot g = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \,\text{"+"} \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \rightarrow M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \,\text{"+"} \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

kjer se koeficient $\psi_{E,i}$ za kombinacijo za spremenljivi vpliv *i* izračuna po izrazu (4.2.4(2)P, stran 44):

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i},$$

kar vodi do:

$$M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \,\text{"+"} \sum_{i \geq 1} \varphi \cdot \psi_{2i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

Za etaže, katerih zasedba je povezana velja φ=0.8.

Za vrhnje etaže (strehe) velja φ=1.

Po preglednici A.1.1, normativen dodatek A1, EN 1990, velja:

- za poslovni objekt B kategorije $\psi_2 = 0.3$
- za strehe H kategorije $\psi_2 = 0$
- za kraje v RS z nadmorsko višino pod 1000 m $\psi_2 = 0$

Tako za prvo etažo sledi:

$$M_{1.\text{etaža}} = 805\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} + 0.8 \cdot 0.3 \cdot \frac{3\,\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 878.394\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

in za streho:

$$M_{\text{streha}} = 805\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.4\,\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.556\,\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 805\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} + 0 + 0 = 805\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Izračun členov masne matrike konstrukcije

masa plošče nad pritličjem (gabaritne dimenzije):

$$M_{\text{plo},1} = 17\text{ m} \cdot 17\text{ m} \cdot 878.394\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 253856.009\text{ kg}$$

masa strešne plošče (gabaritne dimenzije): $M_{\text{plo},2} = 17\text{ m} \cdot 17\text{ m} \cdot 805\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 232645\text{ kg}$

masa notranjih sten v smeri Y in X osi posebej:

$$M_{\text{nsten},y} = M_{\text{nsten},x} = 2 \cdot 3 \cdot 5\text{ m} \cdot 0.15\text{ m} \cdot 2.5\text{ m} \cdot 450\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 4 \cdot 3 \cdot 843.75\text{kg} = 5062.5\text{ kg}$$

masa zunanjih sten v smeri Y in X osi posebej:

$$M_{\text{zsten},y} = M_{\text{zsten},x} = 2 \cdot 3 \cdot 5\text{ m} \cdot 0.25\text{ m} \cdot 2.5\text{ m} \cdot 450\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2 \cdot 3 \cdot 1406.25\text{kg} = 8437.5\text{ kg}$$

masa polovice stebrov spodaj:

$$M_{steb,s} = 16 \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot \frac{3\ \text{m}}{2} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10 \cdot 450\ \text{kg} = 15000\ \text{kg}$$

masa gred v smeri Y in X osi:

$$M_{gred,y} = M_{gred,x} = 4 \cdot 3 \cdot 5\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 4 \cdot 3 \cdot\ 2500\,\text{kg} =\ 30000\ \text{kg}$$

Masa 1. etaže je tako:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{plo,1} + M_{nsten,y} + M_{nsten,x} + M_{zsten,y} + M_{zsten,x} + 2 \cdot M_{steb,s} + M_{gred,y} + M_{gred,x} \\ &= 253856.009\ \text{kg} + 2 \cdot 5062.5\ \text{kg} + 2 \cdot\ 8437.5\ \text{kg} + 2 \cdot 15000\ \text{kg} + 2 \cdot\ 30000\ \text{kg} \\ &= 370856.009\ \text{kg} \end{aligned}$$

Masa 2. etaže (strehe) je tako:

$$\begin{aligned} M_2 &= M_{plo,2} + M_{steb,s} + M_{gred,y} + M_{gred,x} \\ &= 232645\ \text{kg} + 15000\,\text{kg} + 2 \cdot\ 30000\ \text{kg} \\ &= 307645\ \text{kg} \end{aligned}$$

Za stene, ki stojijo na talni plošči (nad kletjo), smatramo, da se gibljejo s talno ploščo (odvisno od povezanosti sten in stebrov).

Masna »matrika« konstrukcije je tako:

$$[M] = \begin{bmatrix} 370856.009 & 0 \\ 0 & 307645 \end{bmatrix} \text{kg}$$

Izračun členov togostne matrike konstrukcije

Ker stavbo štirje identični okvirji, lahko togostno matriko konstrukcije tvorimo tako, da analiziramo en okvir in dobljeno togostno matriko pomnožimo s 4. Druga možnost bi bila, da bi analizirali okvir, katerega širina stebrov bi bila 2 m.

Upogibni togosti stebrov in nosilcev (z upoštevano razpokanostjo) sta:

$$EI_s = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0.5\,\text{m} \cdot (0.5\,\text{m})^3}{12} \cdot 33\,\text{GPa} \right) = 8.594 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2$$

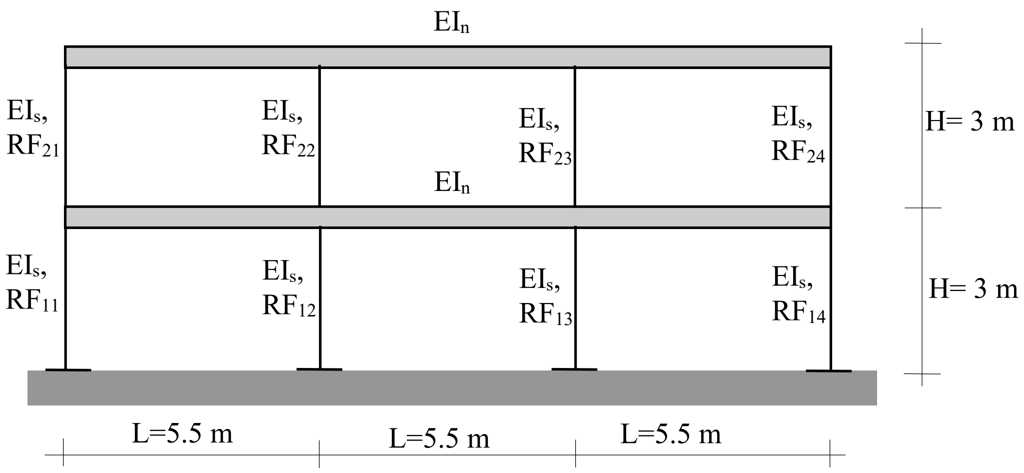
$$EI_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0.4\,\text{m} \cdot (0.5\,\text{m})^3}{12} \cdot 33\,\text{GPa} \right) = 6.875 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2$$

Togost vsakega izmed stebrov je enaka in je:

$$k_{st} = \frac{12 \cdot EI_s}{H^3} = \frac{12 \cdot 8.594 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{(3\,\text{m})^3} = 3.819 \cdot 10^7\ \frac{\text{N}}{\text{m}} = 38.194\ \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Strižni model z redukcijskim faktorjem stebra:

Če za analizo uporabimo *strižni model z redukcijskim faktorjem stebra*, sledijo naslednje vrednosti redukcijskih faktorjev (slika 31):



Slika 31: Označitev redukcijskih faktorjev stebrov

$$RF_{11} = RF_{14} = RF_{21} = RF_{24} = \frac{\frac{EI_n}{L}}{\frac{EI_n}{L} + \frac{1}{2} \cdot \frac{EI_s}{H}} = \frac{\frac{6.875 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{5.5\,\text{m}}}{\frac{6.875 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{5.5\,\text{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8.594 \cdot 10^7\ \text{Nm}^2}{3\,\text{m}}}$$

$$= \frac{1.25 \cdot 10^7\ \text{Nm}}{1.25 \cdot 10^7\ \text{Nm} + 1.432 \cdot 10^7\ \text{Nm}} = 0.466$$

$$RF_{12} = RF_{13} = RF_{22} = RF_{23} = \frac{\frac{2 \cdot EI_n}{L}}{\frac{2 \cdot EI_n}{L} + \frac{1}{2} \cdot \frac{EI_s}{H}} = \frac{\frac{2 \cdot 6.875 \cdot 10^7\ Nm^2}{5.5\,m}}{\frac{2 \cdot 6.875 \cdot 10^7\ Nm^2}{5.5\,m} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8.594 \cdot 10^7\ Nm^2}{3\,m}}$$

$$= \frac{2.5 \cdot 10^7\ Nm}{2.5 \cdot 10^7\ Nm + \ 1.432 \cdot 10^7\ Nm} = 0.636$$

Togost enega okvira prve in druge etaže je z upoštevanjem redukcijskih faktorjev sedaj:

$$k_{1,okv,rs} = k_{st} \cdot \left(RF_{11} + RF_{12} + RF_{13} + RF_{14}\right) = 38.194\,\frac{MN}{m} \cdot \left(2 \cdot 0.466 + 2 \cdot 0.636\right) = 84.164\,\frac{MN}{m}$$

$$k_{2,okv,rs} = k_{st} \cdot \left(RF_{21} + RF_{22} + RF_{23} + RF_{24}\right) = 38.194\,\frac{MN}{m} \cdot \left(2 \cdot 0.466 + 2 \cdot 0.636\right) = 84.164\,\frac{MN}{m}$$

Togostna matrika okvirja je tako:

$$\left[K_{okv,rs}\right] = \begin{bmatrix} k_{1,okv,rs} + k_{2,okv,rs} & -k_{1,okv,rs} \\ -k_{1,okv,rs} & k_{2,okv,rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 168.328 & -84.164 \\ -84.164 & 84.164 \end{bmatrix} \frac{MN}{m}$$

Togostna matrika konstrukcije pa je:

$$\left[K_{kon,rs}\right] = 4 \cdot \left[K_{okv,rs}\right] = 4 \cdot \begin{bmatrix} 168.328 & -84.164 \\ -84.164 & 84.164 \end{bmatrix} \frac{MN}{m} = \begin{bmatrix} 673.311 & -336.655 \\ -336.655 & 336.655 \end{bmatrix} \frac{MN}{m}$$

Strižni model z redukcijskim faktorjem etaže:

$$RF_1 = RF_2 = \frac{\frac{3 \cdot EI_n}{L}}{\frac{3 \cdot EI_n}{L} + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{EI_s}{H}} = \frac{\frac{3 \cdot 6.875 \cdot 10^7\ Nm^2}{5.5\,m}}{\frac{3 \cdot 6.875 \cdot 10^7\ Nm^2}{5.5\,m} + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{8.594 \cdot 10^7\ Nm^2}{3\,m}}$$

$$= \frac{3.75 \cdot 10^7\ Nm}{3.75 \cdot 10^7\ Nm + \ 5.729 \cdot 10^7\ Nm} = \ 0.396$$

Togost enega okvira prve in druge etaže je z upoštevanjem redukcijskih faktorjev sedaj:

$$k_{1,okv,re} = k_{2,okv,re} = 4 \cdot k_{st} \cdot RF_1 = 4 \cdot 38.194\,\frac{MN}{m} \cdot 0.396 = \ 60.44\,\frac{MN}{m}$$

Togostna matrika okvirja je tako:

$$\left[K_{okv,re}\right]=\begin{bmatrix} k_{1,okv,re} & -k_{1,okv,re} \\ -k_{1,okv,re} & k_{2,okv,re} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 120.879 & -60.44 \\ -60.44 & 60.44 \end{bmatrix}\frac{MN}{m}$$

Togostna matrika konstrukcije pa je:

$$\left[K_{kon,re}\right]=4\cdot\left[K_{okv,re}\right]=4\cdot\begin{bmatrix} 120.879 & -60.44 \\ -60.44 & 60.44 \end{bmatrix}\frac{MN}{m}$$
$$=\begin{bmatrix} 483.516 & -\ 241.758 \\ -\ 241.758 & 241.758 \end{bmatrix}\frac{MN}{m}$$

Izračun nihajnih časov konstrukcije:

Za izračun približka prvega nihajnega časa T_1 uporabimo enačbo (4.9) iz predpisa in poiščemo pomik (v *m*) na vrhu stavbe zaradi sile teže, aplicirane vodoravno, kar sledi iz: $\{u_1\}=[K_{kon}]^{-1}\cdot\{P_1\}$

Za strižni model z redukcijskim faktorjem stebra:

$$\begin{bmatrix} 6.733 & -\ 3.367 \\ -\ 3.367 & 3.367 \end{bmatrix}^{-1}\cdot 10^{-8}\,\frac{m}{N}\cdot\begin{Bmatrix} 370856.009 \\ 307645 \end{Bmatrix}kg\cdot 9.81\,\frac{m}{s^2}$$
$$=\begin{Bmatrix} 0.0198 \\ 0.0287 \end{Bmatrix}m$$

sledi:

$$T_{1,rs}=2\cdot\sqrt{d}=2\cdot\sqrt{0.0287}=\ 0.339\,s$$

Za strižni model z redukcijskim faktorjem etaže:

$$\begin{bmatrix} 4.835 & -\ 2.418 \\ -\ 2.418 & 2.418 \end{bmatrix}^{-1}\cdot 10^{-8}\,\frac{m}{N}\cdot\begin{Bmatrix} 370856.009 \\ 307645 \end{Bmatrix}kg\cdot 9.81\,\frac{m}{s^2}=\begin{Bmatrix} 0.0275 \\ 0.04 \end{Bmatrix}m$$

sledi:

$$T_{1,re} = 2 \cdot \sqrt{d} = 2 \cdot \sqrt{0.04} = 0.4 \text{ s}$$

Ker vrednosti nihajnih časov T_1 obeh modelov padeta za tip tal B v območje platoja elastičnega spektra (T_B=0.15 s<T_1<T_C=0.5 s), dobimo za oba računska modela enako potresno silo.

Določitev prve nihajne oblike in modalne mase z modalno analizo

Strižni model z redukcijskim faktorjem stebra:

Dinamična matrika je:

$$\left[DM_{kon,rs}\right] = \left[K_{kon,rs}\right]^{-1} \cdot [M]$$
$$= \begin{bmatrix} 6.733 & -3.367 \\ -3.367 & 3.367 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8} \frac{m}{N} \cdot \begin{bmatrix} 370856.009 & 0 \\ 0 & 307645 \end{bmatrix} kg = \begin{bmatrix} 1.102 & 0.914 \\ 1.102 & 1.828 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \text{ s}^2$$

Lastne vrednosti dinamične matrike [DM], ki so recipročne vrednosti kvadratov krožnih frekvenc, izračunamo iz karakterističnega polinoma:

$$\det\left(\left[DM_{kon,rs}\right] - [I] \cdot \lambda\right) = \det\left(\begin{bmatrix} 1.102\text{-}\lambda & 0.914 \\ 1.102 & 1.828\text{-}\lambda \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \text{ s}^2\right) = 0$$

Lastni vrednosti od večje proti manjši znašajo:

$$\lambda_{1,rs} = 2.532 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2$$
$$\lambda_{2,rs} = 0.398 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2$$

Lastni krožni frekvenci sta:

$$\omega_{1,rs} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{1,rs}}} = \sqrt{\frac{1}{2.532 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2}} = 19.875 \frac{1}{s}$$
$$\omega_{1,rs} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{2,rs}}} = \sqrt{\frac{1}{0.398 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2}} = 50.148 \frac{1}{s}$$

Lastni frekvenci sta:

$$\nu_{1,\mathrm{rs}} = \frac{\omega_{1,\mathrm{rs}}}{2\cdot\pi} = 3.163\frac{1}{\mathrm{s}}$$
$$\nu_{2,\mathrm{rs}} = \frac{\omega_{2,\mathrm{rs}}}{2\cdot\pi} = 7.981\frac{1}{\mathrm{s}}$$

Nihajna časa sta:

$$\mathrm{T}_{1,\mathrm{rs}} = \frac{1}{\nu_{1,\mathrm{rs}}} = 0.316\,\mathrm{s}$$
$$\mathrm{T}_{2,\mathrm{rs}} = \frac{1}{\nu_{2,\mathrm{rs}}} = 0.125\,\mathrm{s}$$

Opazimo lahko, da je prvi nihajni čas konstrukcije za strižni model z redukcijskim faktorjem stebra, ki smo ga dobili z modalno analizo, primerljiv s približkom nihajnega časa, dobljenega z enačbo (4.9).

Nihajno obliko, ki pripada prvemu nihajnemu času, izračunamo iz karakteristične enačbe:

$$\left(\left[\mathrm{DM}_{\mathrm{kon,rs}}\right]-\left[\mathrm{I}\right]\cdot\lambda_{1,\mathrm{rs}}\right)\cdot\left\{\varphi_{1,\mathrm{rs}}\right\}=\left\{0\right\}$$
$$\begin{bmatrix} -1.430 & 0.914 \\ 1.102 & -0.704 \end{bmatrix}\cdot 10^{-3}\cdot\begin{Bmatrix}\varphi_{11}\\ \varphi_{12}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\end{Bmatrix}$$

Za ϕ_{12} lahko izberemo, da je 1 (izberemo lahko katero koli od nič različno število) in s pomočjo katerekoli od dveh enačb določimo ϕ_{11}.

Izberemo drugo od enačb:

$$1.102\cdot 10^{-3}\cdot\varphi_{11} - 0.704\cdot 10^{-3}\cdot 1 = 0$$

in dobimo:

$$\varphi_{11} = \frac{0.704\cdot 10^{-3}}{1.102\cdot 10^{-3}} = 0.639$$

Prva nihajna oblika je tako:

$$\{\varphi_{1,\mathrm{rs}}\} = \begin{Bmatrix} 0.639 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Za izračun modalne mase, bomo določili še prvo nihajno obliko normirano na masno matriko, ki je:

$$\{\hat{\phi}_{1,rs}\} = \frac{\{\phi_{1,rs}\}}{\sqrt{\{\phi_{1,rs}\}^T \cdot [M] \cdot \{\phi_{1,rs}\}}} = \frac{\begin{Bmatrix} 0.639 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\sqrt{\begin{Bmatrix} 0.639 \\ 1 \end{Bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 370856.009 & 0 \\ 0 & 307645 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0.639 \\ 1 \end{Bmatrix}}}$$

$$\frac{1}{677.561} \cdot \begin{Bmatrix} 0.639 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.943 \\ 1.476 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

Sodelujočo maso v prvi nihajni obliki predstavlja kvadrat participacijskega faktorja, ki je:

$$\Gamma = \begin{Bmatrix} 0.943 \\ 1.476 \end{Bmatrix}^T \cdot 10^{-3} \cdot \begin{bmatrix} 370856.009 & 0 \\ 0 & 307645 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 803.816\sqrt{kg}$$

Sodelujoča masa je sedaj:

$$\Gamma^2 = \left(803.816\sqrt{\mathrm{kg}}\right)^2 = 646119.682\,\mathrm{kg}$$

kar predstavlja 95.228% celotne mase.

Strižni model z redukcijskim faktorjem etaže:

Dinamična matrika je:

$$[\mathrm{DM}_{\mathrm{kon,re}}] = [\mathrm{K}_{\mathrm{kon,re}}]^{-1} \cdot [\mathrm{M}]$$

$$= \begin{bmatrix} 4.835 & -2.418 \\ -2.418 & 2.418 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}} \cdot \begin{bmatrix} 370856.009 & 0 \\ 0 & 307645 \end{bmatrix} \mathrm{kg} = \begin{bmatrix} 1.534 & 1.273 \\ 1.534 & 2.545 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}^2$$

Lastne vrednosti dinamične matrike [DM], ki so recipročne vrednosti kvadratov krožnih frekvenc, izračunamo iz karakterističnega polinoma:

$$\det\left(\left[\mathrm{DM}_{\mathrm{kon,re}}\right]-\left[\mathrm{I}\right]\cdot\lambda\right)=\det\left(\begin{bmatrix}1.534\text{-}\lambda & 1.273\\ 1.534 & 2.545\text{-}\lambda\end{bmatrix}\cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}^2\right)=0$$

Lastni vrednosti od večje proti manjši znašajo:

$$\lambda_{1,\mathrm{re}} = 3.525\cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}^2$$
$$\lambda_{2,\mathrm{re}} = 0.554\cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}^2$$

Lastni krožni frekvenci sta:

$$\omega_{1,\mathrm{re}} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{1,\mathrm{re}}}} = \sqrt{\frac{1}{3.525\cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}^2}} = 16.842\ \frac{1}{\mathrm{s}}$$
$$\omega_{1,\mathrm{re}} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{2,\mathrm{re}}}} = \sqrt{\frac{1}{0.554\cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}^2}} = 42.497\frac{1}{\mathrm{s}}$$

Lastni frekvenci sta:

$$\nu_{1,\mathrm{re}} = \frac{\omega_{1,\mathrm{re}}}{2\cdot\pi} = 2.681\ \frac{1}{\mathrm{s}}$$
$$\nu_{2,\mathrm{re}} = \frac{\omega_{2,\mathrm{re}}}{2\cdot\pi} = 6.764\ \frac{1}{\mathrm{s}}$$

Nihajna časa sta:

$$\mathrm{T}_{1,\mathrm{re}} = \frac{1}{\nu_{1,\mathrm{re}}} = 0.373\,\mathrm{s}$$
$$\mathrm{T}_{2,\mathrm{re}} = \frac{1}{\nu_{2,\mathrm{re}}} = 0.148\,\mathrm{s}$$

Opazimo lahko, da je prvi nihajni čas konstrukcije za strižni model z redukcijskim faktorjem etaže, ki smo ga dobili z modalno analizo, tudi primerljiv s približkom nihajnega časa, dobljenega z enačbo (4.9).

Nihajno obliko, ki pripada prvemu nihajnemu času, izračunamo iz karakteristične enačbe:

$$\left(\left[\mathrm{DM}_{\mathrm{kon,re}}\right]-[\mathrm{I}]\cdot\lambda_{1,\mathrm{re}}\right)\cdot\left\{\varphi_{1,\mathrm{re}}\right\}=\{0\}$$

$$\begin{bmatrix} -1.991 & 1.273 \\ 1.534 & -0.98 \end{bmatrix}\cdot 10^{-3}\cdot\begin{Bmatrix}\varphi_{11}\\ \varphi_{12}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\end{Bmatrix}$$

Za ϕ_{12} lahko izberemo, da je 1 (izberemo lahko katero koli od nič različno število) in s pomočjo katerekoli od dveh enačb določimo ϕ_{11}.

Izberemo drugo od enačb:

$$1.534\cdot 10^{-3}\cdot\varphi_{11}-\ 0.98\cdot 10^{-3}\cdot 1=0$$

in dobimo:

$$\varphi_{11}=\frac{0.98\cdot 10^{-3}}{1.534\cdot 10^{-3}}=\ 0.639$$

Vektor prve nihajne oblike je tako:

$$\left\{\varphi_{1,\mathrm{re}}\right\}=\begin{Bmatrix}0.639\\ 1\end{Bmatrix}$$

Opazimo lahko, da dobimo identično enako prvo nihajno obliko kot pri strižnem modelu z redukcijskim faktorjem stebra, kar pomeni, da je posledično enaka tudi pripadajoča modalna masa.

Razumljivo je, da smo za oba modela dobili isto nihajno obliko, saj so v obravnavanem primeru vsi členi togostne matrike konstrukcije strižnega modela z redukcijskim faktorjem stebra za faktor 1.392 večji od členov togostne matrike konstrukcije strižnega modela z redukcijskim faktorjem etaže.

Določitev faktorja obnašanja objekta

Zgornja vrednost faktorja obnašanja *q* je (5.2.2.2):

$$q = q_0 \cdot k_w \geq 1.5$$

kjer sta:

$q_0 = 3 \cdot \alpha_u / \alpha_1 = 3 \cdot 1.3 = 3.9$ (za razred duktilnosti DCM in enoetažne stavbe)
$k_w = 1$ za okvirne in okvirom enakovredne mešane konstrukcijske sisteme.
$q = 3.9 \cdot 1 = 3.9$

Določitev referenčne vrednosti pospeška objekta

Za povprečno povratno dobo 475 let in obdobje uporabnosti 80 let sledi:

$$P_R = 1 - \left(1 - \frac{1}{475}\right)^{80} = 0.155 = 15.5\,\% > 10\,\%$$

Ker se želi zagotoviti 90 % verjetnost, da uporabljena projektna vrednost pospeška tal ne bo presežena v 90 letih, znaša pripadajoča povratna doba:

$$T_R = \frac{-T_L}{\ln(1 - P_R)} = \frac{-80 \text{ let}}{\ln(1 - 0.1)} = 759.298 \text{ let}$$

za katero ne obstaja pripadajoča karta.

Tako se za pridobitev pripadajoče vrednosti projektnega pospeška tal uporabita karti za 475 let in 1000 let (v RS). Za Mursko Soboto tako sledi:

T_{R1} = 475 let, a_{gR1} = 0.1 g
T_{R2} = 1000 let, a_{gR2} = 0.1 g

Glede na to, da sta vrednosti projektnega pospeška tal za 475 let in 1000 let enaki, nam ni potrebno interpolirati vrednosti in je iskana vrednost tako:

$$a_{gR} = 0.1\,\text{g}$$

Za poslovni objekt, ki spada v kategorijo pomembnosti II, velja $\gamma_I = 1$.

Po upoštevanju faktorja pomembnosti sledi:

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} = 1 \cdot 0.1\,g = 0.1\,g$$

Določitev potresnega vpliva

Pri nadaljnjem izračunu smo upoštevali strižni model z redukcijskim faktorjem etaže.

Za tip tal B velja:

Tip tal	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
B	1.2	0.15	0.5	2.0

kar pomeni, da velja

$$T_B < T_{1,re} = 0.373\,s < T_C$$

in sledi:

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 0.1\,g \cdot 1.2 \cdot \frac{2.5}{3.9}$$
$$= 0.755\,\frac{m}{s^2}$$

Vodoravna sila je tako:

$$F_b = \lambda \cdot S_d(T_1) \cdot m = 1 \cdot 0.755\,\frac{m}{s^2} \cdot 678501.009\,kg = 512007.3\,N$$

kjer korekcijski faktor λ znaša 1, saj stavba nima več kot dveh etaž.

Razporeditev bazne potresne sile po etažah z uporabo enačbe (4.10) je:

$$F_1 = F_b \cdot \frac{\phi_{11} \cdot M_1}{\phi_{11} \cdot M_1 + \phi_{12} \cdot M_2} = \frac{512007.3\,N \cdot 0.639 \cdot 370856.009\,kg}{0.639 \cdot 370856.009\,kg + 1 \cdot 307645\,kg} = 222792.032\,N$$

$$F_2 = F_b \cdot \frac{\phi_{12} \cdot M_2}{\phi_{11} \cdot M_1 + \phi_{12} \cdot M_2} = \frac{512007.3\ \mathrm{N} \cdot 1 \cdot 307645\,\mathrm{kg}}{0.639 \cdot\ 370856.009\,\mathrm{kg} + 1 \cdot 307645\,\mathrm{kg}} = 289215.268\,\mathrm{N}$$

Ker konstrukcijo sestavljajo štirje identični okviri, na vsakega odpade četrtina etažne sile:

Za prvo etažo: $F_{11} = F_{12} = F_{13} = F_{14} = 55698.008\ \mathrm{N}$

Za drugo etažo: $F_{21} = F_{22} = F_{23} = F_{24} = 72303.817\ \mathrm{N}$

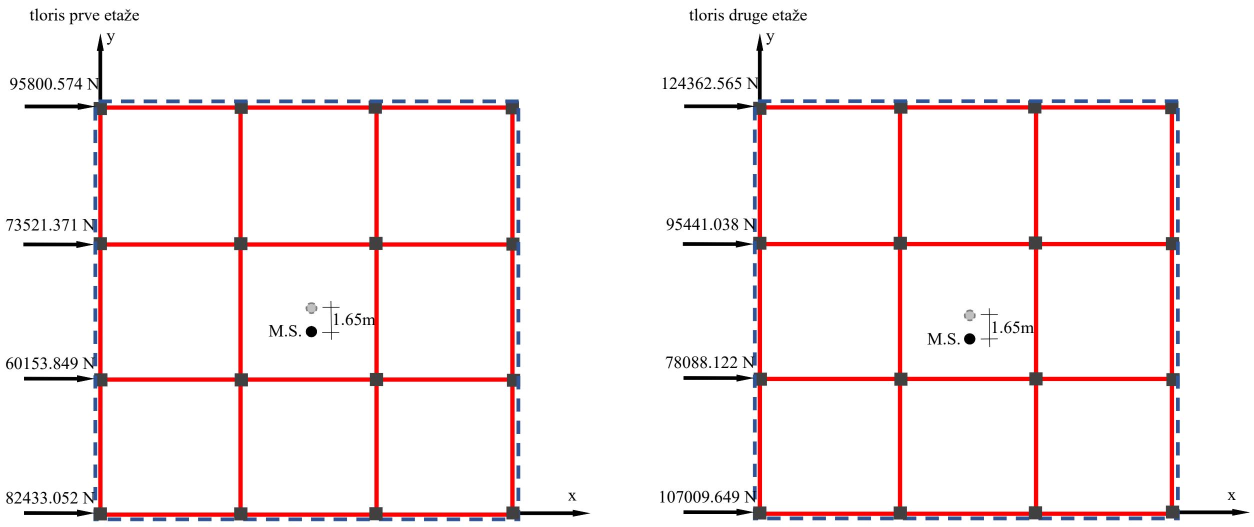
Faktorji δ za upoštevanje naključne torzije

Za okvirje (od leve proti desni) v y smeri tako po enačbi (4.3.3.2.4(1)), (kjer je bilo privzeto, da masno središče etaže leži v geometrijskem središču plošče) za premik masnega središča proti x osi za 1.65 m sledi:

$$\delta_1 = 1 + 1.2 \cdot \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{L_e}} = 1 + 1.2 \cdot \frac{6.6\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{m}} = 1.48$$
$$\delta_2 = 1 + 1.2 \cdot \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{L_e}} = 1 + 1.2 \cdot \frac{1.1\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{m}} = 1.08$$
$$\delta_3 = 1 + 1.2 \cdot \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{L_e}} = 1 + 1.2 \cdot \frac{4.4\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{m}} = 1.32$$
$$\delta_4 = 1 + 1.2 \cdot \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{L_e}} = 1 + 1.2 \cdot \frac{9.9\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{m}} = 1.72$$

Za oba zunanja okvirja je tako merodajna vrednost 1.72, za notranja pa 1.32. Razporeditev potresnih sil na oba okvirja je z upoštevanjem naključne torzije tako za obe etaži (slika 32):

$F_{11} \cdot 1.48 = 82433.052\ \mathrm{N}$ $F_{21} \cdot 1.48 = 107009.649\ \mathrm{N}$
$F_{12} \cdot 1.08 = 60153.849\ \mathrm{N}$ $F_{22} \cdot 1.08 = 78088.122\ \mathrm{N}$
$F_{13} \cdot 1.32 = 73521.371\ \mathrm{N}$ $F_{23} \cdot 1.32 = 95441.038\ \mathrm{N}$
$F_{14} \cdot 1.72 = 95800.574\ \mathrm{N}$ $F_{24} \cdot 1.72 = 124362.565\ \mathrm{N}$



Slika 32: Razporeditev potresnih sil po prvi etaži (skica levo) in po drugi etaži (skica desno) za pomik mase proti x osi

Za premik masnega središča od x osi za 1.65 m ni potreben izračun potresnih sil, saj so vrednosti zaradi simetrije konstrukcije zrcalno enake!

Kontrola etažnih pomikov

Elastični pomiki okvira z upoštevanjem torzijskega učinka so tako:

$$\left[d_{okv,re}\right]=\left[k_{okv,re}\right]^{-1}=\left(\begin{bmatrix}12.088 & -6.044\\ -6.044 & 6.044\end{bmatrix}\cdot 10^{7}\,\frac{N}{m}\right)^{-1}=\begin{bmatrix}0.414 & 0.414\\ 0.414 & 0.827\end{bmatrix}\cdot 10^{-6}\,\frac{m}{N}$$

$$\{d_e\}=\left[d_{okv,re}\right]\cdot\{F_e\}\cdot 1.72=$$

$$\begin{bmatrix}0.414 & 0.414\\ 0.414 & 0.827\end{bmatrix}\cdot 10^{-6}\,\frac{m}{N}\cdot\begin{Bmatrix}55698.008\\ 72303.817\end{Bmatrix}N\cdot 1.72=\begin{Bmatrix}3.643\\ 5.7\end{Bmatrix}\cdot 10^{-3}\text{ m}$$

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\{d_s\}=q_d\cdot\{d_e\}=3.9\cdot\begin{Bmatrix}3.643\\ 5.7\end{Bmatrix}\cdot 10^{-3}\text{m}=\begin{Bmatrix}14.207\\ 22.231\end{Bmatrix}\cdot 10^{-3}\text{ m}$$

Relativni pomik zunanjega okvira za prvo etažo je:

$$d_{r,1}=\;14.207\cdot 10^{-3}-0=14.207\cdot 10^{-3}\text{ m}$$

Relativni pomik zunanjega okvira za drugo etažo je:

$$d_{r,2} = 22.231 \cdot 10^{-3} \text{-} 14.207 \cdot 10^{-3} = 8.025 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Tako sledi (redukcijski faktor za kategoriji pomembnosti I in II po predpisu znaša ν = 0.5):

$$14.207 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \nu = 14.207 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 0.5 = 7.285 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$
$$8.025 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \nu = 8.025 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 0.5 = 4.012 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Ker nimamo informacij o tem, kako so nekonstrukcijski elementi pritrjeni na konstrukcijo, preverimo (najstrožji) pogoj (4.33) v obliki:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.005 \cdot h$$

kar vodi do:

Za prvo etažo: $7.285 \cdot 10^{-3} \text{ m} \leq 0.005 \cdot h = 0.005 \cdot 3.0 \text{ m} = 0.015 \text{ m}$

Za drugo etažo: $4.012 \cdot 10^{-3} \text{ m} \leq 0.005 \cdot h = 0.005 \cdot 3.0 \text{ m} = 0.015 \text{ m}$

ki pokaže, da je omejitev pomikov za obe etaži izpolnjena tudi za najstrožji kriterij.

Zgled 6

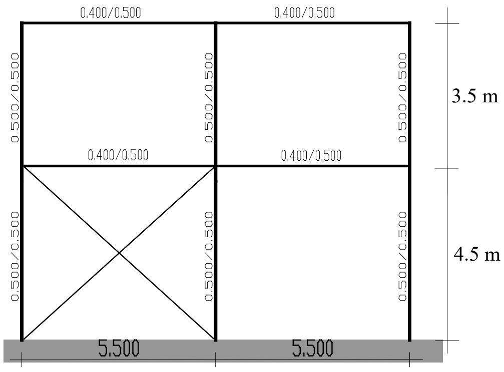
Izpitna naloga 10. julij 2018

Konstrukcijo na sliki 33 sestavljajo trije identični okviri, medsebojno oddaljeni 6.5 m.

Stebri imajo dimenziji b/h = 0.5/0.5 m, nosilci pa b/h = 0.4 m/0.5 m, debelina plošče znaša 25 cm. Material konstrukcije je beton C30/37, ki ima modul elastičnosti E=33 GPa.

V levem polju pritličja nastopa centrično povezje, ki ga tvorita jekleni diagonali UPN 30 (A = 5.4 cm^2, E = 210 GPa (http://www.b2bmetal.eu/u-sections-unp-specification)).

Polnilo zunanjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidni bloki ZB 25, debelina stene 25 cm, volumska masa z upoštevanjem fasade 500 kg/m^3.



Slika 33: Prerez konstrukcije v vzdolžni smeri

Polnilo notranjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidne plošče ZB 15, debelina stene 15 cm, volumska masa 450 kg/m^3.

Objekt je skladišče, ki stoji v Vrhniki (nadmorska višina 293 m), življenjska doba objekta je 75 let, vrednost $S_d(T_1)$ se izračuna z interpolacijo med kartama z ustreznima povratnima dobama.

Za konstrukcijo:

- določi tip tal na osnovi naslednjih podatkov za sloje (globina temeljenja 1.60 m)

sloj	od [m]	do [m]	N_{SPT}
1	0	10	25
2	10	21.9	56
3	21.9	35.6	61

- izvedi analizo obtežb in izračunaj mase s pomočjo kombinacije lastnih tež (poleg mase same plošče upoštevaj še dodatnih 200 kg/m^2 za estrih in toplotno izolacijo) in po predpisu apliciranih obtež (pri izračunu mase plošče uporabi gabaritne dimenzije plošče),
- s pomočjo togosti etaž iz strižnega modela z redukcijskim faktorjem stebra oceni, ali nastopi mehka etaža po *ameriškem* standardu ASCE 7-10, in nato glede na ugotovljeno pravilnost oz. nepravilnost konstrukcije po višini izberi ustrezno vrsto analize potresnega vpliva,
- za izračun podajnostne/togostne matrike konstrukcije uporabi strižni model z redukcijskim faktorjem stebra,
- določi približek prvega nihajnega časa tudi z uporabo enačbe (4.9) iz EC8,
- izračunaj velikosti celotnih potresnih vplivov (upoštevaj razred duktilnosti DCM) ter poišči njihove razporeditve po etažah z uporabo ustrezne enačbe,
- poišči razporeditev etažnih potresnih vplivov na nosilne sisteme etaže z upoštevanjem naključne torzije ter jih skiciraj (na skici),
- izvedi kontrolo omejitve poškodb merodajnega okvirja.

Rešitev

Analiza mas/obtežb

Masa plošče

AB plošča:	debelina 25 cm	$0.25\ \mathrm{m} \cdot 2500\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 625\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Estrih, toplotna izolacija in kritina		$200\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Masa:		$m = 825\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe plošče prve etaže

Kategorija E1 (skladišče) (SIST EN 1991-1: 2004, tabela 6.3: Kategorija uporabe, str. 16)

$q_{k,\mathrm{koristna}} = 7.5\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo E1

Obtežbe strešne plošče

Kategorija H (strehe, dostopne le za normalno vzdrževanje in popravila)

$q_{k,\mathrm{koristna}} = 0.4\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo H

Obtežba snega

Kraj Vrhnika: Alpska regija (cona) A2, nadmorska višina A = 293 m. Karakteristična obtežba snega s_k *na tleh* se izračuna kot:

$$\text{A1} \quad s_k = 1.293 \cdot \left[1 + \left(\frac{293}{728}\right)^2\right] = 1.502\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$$

Obtežba snega na ravno streho:

- nagib strehe $0^{\circ} \leq \alpha \leq 30^{\circ}$
- oblikovni koeficient obtežbe snega $\mu_1 = 0.8$; SIST EN 1991-1-3: 2004, preglednica 5.2, str. 15,
- koeficient izpostavljenosti $C_e = 1$,
- toplotni koeficient $C_t = 1$.
- Obtežba snega na strehi (SIST EN 1991-1-3: 2004, 5.2 (3)P, enačba 5.1, str. 13):
- $s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 0.8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ 1.502 \frac{kN}{m^2} = 1.202 \frac{kN}{m^2}$

Kombiniranje obtežb/mas se izvede kot:

$$M \cdot g = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \text{"+"} \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \rightarrow M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{"+"} \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

kjer se koeficient $\psi_{E,i}$ za kombinacijo za spremenljivi vpliv *i* izračuna po izrazu (4.2.4(2)P, stran 44):

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i},$$

kar vodi do:

$$M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{"+"} \sum_{i \geq 1} \varphi \cdot \psi_{2i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

Za etaže, kategorije E velja φ=1.

Za vrhnje etaže (strehe) velja φ=1.

Po preglednici A.1.1, normativen dodatek A1, EN 1990, velja:

- za skladiščni objekt E kategorije $\psi_2 = 0.8$
- za strehe H kategorije $\psi_2 = 0$
- za kraje v RS z nadmorsko višino pod 1000 m $\psi_2 = 0$

Tako za prvo etažo sledi:

$$M_{1.\text{etaža}} = 825\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} + 0.8 \cdot 1 \cdot \frac{7500\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1436.621\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

in za streho:

$$M_{\text{streha}} = 825\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.4\,\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{1.202\,\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 825\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} + 0 + 0 = 825\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Izračun členov masne matrike konstrukcije

– masa plošče nad pritličjem (gabaritne dimenzije):

$$M_{\text{plo},1} = 11.5\ \text{m} \cdot 13.5\ \text{m} \cdot 1436.621\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 223035.378\ \text{kg}$$

– masa strešne plošče (gabaritne dimenzije):

$$M_{\text{plo},2} = 11.5\ \text{m} \cdot 13.5\ \text{m} \cdot 825\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 128081.25\ \text{kg}$$

– masa notranjih sten druge etaže v smeri Y in X osi posebej:

$$M_{\text{nsten},x} = 1 \cdot 2 \cdot 5\ \text{m} \cdot 0.15\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} \cdot 450\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1 \cdot 2 \cdot 1012.5\,\text{kg} = 2025.0\ \text{kg}$$

$$M_{\text{nsten},y} = 1 \cdot 2 \cdot 6\ \text{m} \cdot 0.15\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} \cdot 450\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1 \cdot 2 \cdot 1215\,\text{kg} = 2430\ \text{kg}$$

– masa zunanjih sten druge etaže v smeri Y in X osi posebej:

$$M_{\text{zsten},x} = 2 \cdot 2 \cdot 5\ \text{m} \cdot 0.25\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} \cdot 500\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2 \cdot 2 \cdot 1875\,\text{kg} = 7500\ \text{kg}$$

$$M_{\text{zsten},y} = 2 \cdot 2 \cdot 6\ \text{m} \cdot 0.25\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} \cdot 500\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2 \cdot 2 \cdot 2250\,\text{kg} = 9000\ \text{kg}$$

– masa polovice stebrov prve in druge etaže:

$$M_{steb,1} = 9 \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot (4.5\ \text{m} + 3.5\ \text{m}) \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10 \cdot 450\ \text{kg} = 22500\ \text{kg}$$

– masa polovice stebrov druge etaže:

$$M_{steb,2} = 9 \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot \frac{3.5\ \text{m}}{2} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10 \cdot 450\ \text{kg} = 9843.75\ \text{kg}$$

– masa gred v smeri Y in X osi (računane med stebri):

$$M_{gred,x} = 3 \cdot 2 \cdot 5\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3 \cdot 2 \cdot\ 2500\ \text{kg} =\ 15000\ \text{kg}$$

$$M_{gred,y} = 3 \cdot 2 \cdot 6\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3 \cdot 2 \cdot\ 3000\ \text{kg} =\ 18000\ \text{kg}$$

Masa 1. etaže je tako:

$$\begin{aligned}
M_1 &= M_{plo,1} + M_{nsten,x} + M_{nsten,y} + M_{zsten,x} + M_{zsten,y} + M_{steb,1} + M_{gred,y} + M_{gred,x} \\
&= 223035.378\ \text{kg} + 2025\ \text{kg} + 2430\ \text{kg} + 11250\ \text{kg} + 13500\ \text{kg} + 22500\ \text{kg} + 15000\ \text{kg} \\
&+ 18000\ \text{kg} = 307740.378\ \text{kg}
\end{aligned}$$

Masa 2. etaže (strehe) pa je:

$$\begin{aligned}
M_2 &= M_{plo,2} + M_{steb,2} + M_{gred,y} + M_{gred,x} \\
&=\ 128081.25\ \text{kg} + 9843.75\ \text{kg} + 15000\ \text{kg} + 18000\ \text{kg} = 170925\ \text{kg}
\end{aligned}$$

Za stene, ki stojijo na talni plošči (nad kletjo), smatramo, da se gibljejo s talno ploščo (odvisno od povezanosti sten in stebrov).

Masna »matrika« konstrukcije je tako:

$$[M] = \begin{bmatrix} 299490.378 & 0 \\ 0 & 170925 \end{bmatrix} \text{kg}$$

Določitev tipa tal

Za določitev tipa tal uporabimo izraz:

$$N_{SPT,30} = \frac{30}{\sum_{i=1}^{N} \frac{h_i}{N_{SPT,i}}} = \frac{30\,\mathrm{m}}{\frac{10\,\mathrm{m}}{25} + \frac{11.9\,\mathrm{m}}{56} + \frac{8.1\,\mathrm{m}}{61}} = 40.253 < 50$$

kar ustreza tipu tal C.

Izračun členov togostne matrike konstrukcije

Ker stavbo trije identični okvirji, lahko togostno matriko konstrukcije tvorimo tako, da analiziramo en okvir in dobljeno togostno matriko pomnožimo s 3. Druga možnost bi bila, da bi analizirali okvir, katerega širina stebrov bi bila 1.5 m.

Upogibni togosti stebrov in nosilcev (z upoštevano razpokanostjo), ter osna togost centričnega povezja so:

$$EI_s = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0.5\,\mathrm{m} \cdot (0.5\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot 33 \cdot 10^9\,\mathrm{Pa} \right) = 8.594 \cdot 10^7\ \mathrm{Nm^2}$$

$$EI_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.5\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot 33 \cdot 10^9\,\mathrm{Pa} \right) = 6.875 \cdot 10^7\ \mathrm{Nm^2}$$

$$EA_{cp} = 5.4 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2} \cdot 210 \cdot 10^9\,\mathrm{Pa} = 11.34 \cdot 10^7\ \mathrm{N}$$

Togost vsakega izmed stebrov pritličja je enaka in je:

$$k_{st,1} = \frac{12 \cdot EI_s}{H_1^3} = \frac{12 \cdot 8.594 \cdot 10^7\ \mathrm{Nm^2}}{(4.5\,\mathrm{m})^3} = 1.132 \cdot 10^7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 11.317\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}}$$

Togost centričnega povezja v horizontalni smeri je:

$$k_{cp} = \frac{EA_{cp}}{L_{cp}} = \frac{11.34 \cdot 10^7\ \mathrm{N}}{\sqrt{(5.5\mathrm{m})^2 + (4.5\mathrm{m})^2}} \cdot \cos^2\left(\arctan\left(\frac{4.5\mathrm{m}}{5.5\mathrm{m}} \right) \right) = 0.956 \cdot 10^7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

$$= 9.559\ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}}$$

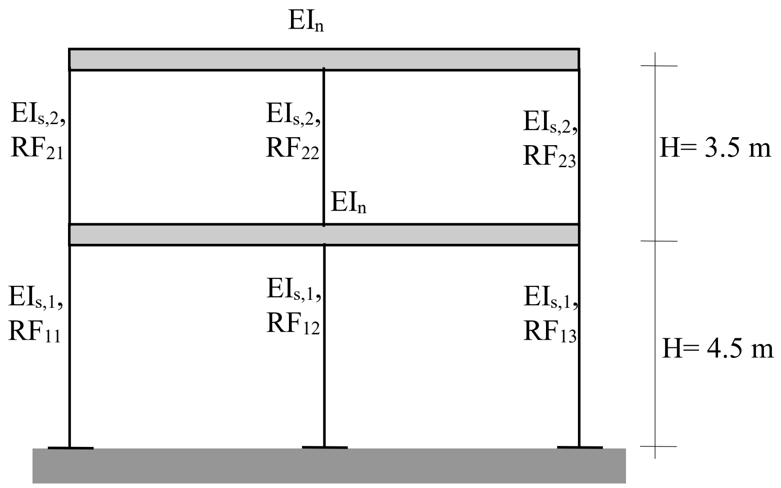
Togost vsakega izmed stebrov prvega nadstropja je enaka in je:

$$k_{st,2} = \frac{12 \cdot EI_s}{H_2^{\ 3}} = \frac{12 \cdot 8.594 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm}^2}{(3.5\,\mathrm{m})^3} = \quad 2.405 \cdot 10^7 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = \ 24.052 \ \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}}$$

Izračun členov togostne matrike konstrukcije

Strižni model z redukcijskim faktorjem stebra:

Če za analizo uporabimo *strižni model z redukcijskim faktorjem stebra*, sledijo naslednje vrednosti redukcijskih faktorjev (slika 34):



Slika 34: Označitev redukcijskih faktorjev stebrov

$$RF_{11} = RF_{13} = \frac{\frac{EI_n}{L}}{\frac{EI_n}{L} + \frac{1}{2} \cdot \frac{EI_s}{H_1}} = \frac{\frac{6.875 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm}^2}{5.5\,\mathrm{m}}}{\frac{6.875 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm}^2}{5.5\,\mathrm{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8.594 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm}^2}{4.5\,\mathrm{m}}}$$

$$= \frac{1.25 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm}}{1.25 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm} + \ 0.955 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm}} = 0.567$$

$$RF_{12} = \frac{2 \cdot \frac{EI_n}{L}}{2 \cdot \frac{EI_n}{L} + \frac{1}{2} \cdot \frac{EI_s}{H_1}} = \frac{2 \cdot \frac{6.875 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm}^2}{5.5\,\mathrm{m}}}{2 \cdot \frac{6.875 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm}^2}{5.5\,\mathrm{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8.594 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm}^2}{4.5\,\mathrm{m}}}$$

$$= \frac{2.5 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm}}{2.5 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm} + \ 0.955 \cdot 10^7 \ \mathrm{Nm}} = 0.724$$

$$RF_{21} = RF_{23} = \frac{\dfrac{EI_n}{L}}{\dfrac{EI_n}{L} + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{EI_s}{H_2}} = \frac{\dfrac{6.875\cdot 10^7\ \mathrm{Nm}^2}{5.5\,\mathrm{m}}}{\dfrac{6.875\cdot 10^7\ \mathrm{Nm}^2}{5.5\,\mathrm{m}} + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{8.594\cdot 10^7\ \mathrm{Nm}^2}{3.5\,\mathrm{m}}}$$

$$= \frac{1.25\cdot 10^7\ \mathrm{Nm}}{1.25\cdot 10^7\ \mathrm{Nm} + \ 1.228\cdot 10^7\ \mathrm{Nm}} = 0.505$$

$$RF_{22} = \frac{2\cdot\dfrac{EI_n}{L}}{2\cdot\dfrac{EI_n}{L} + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{EI_s}{H_2}} = \frac{2\cdot\dfrac{6.875\cdot 10^7\ \mathrm{Nm}^2}{5.5\,\mathrm{m}}}{2\cdot\dfrac{6.875\cdot 10^7\ \mathrm{Nm}^2}{5.5\,\mathrm{m}} + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{8.594\cdot 10^7\ \mathrm{Nm}^2}{3.5\,\mathrm{m}}}$$

$$= \frac{2.5\cdot 10^7\ \mathrm{Nm}}{2.5\cdot 10^7\ \mathrm{Nm} + \ 1.228\cdot 10^7\ \mathrm{Nm}} = 0.671$$

Togost enega okvira prve in druge etaže je z upoštevanjem redukcijskih faktorjev sedaj:

$$k_{1,okv,rs} = k_{st,1}\cdot\left(RF_{11} + RF_{12} + RF_{13}\right) + k_{cp} = 11.317\,\frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}}\cdot\left(2\cdot 0.567 + 0.724\right) + 9.559\,\frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}}$$

$$= 30.58\,\frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}}$$

$$k_{2,okv,rs} = k_{st,2}\cdot\left(RF_{21} + RF_{22} + RF_{23}\right) = 24.052\,\frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}}\cdot\left(2\cdot 0.505 + 0.671\right) = 40.4\,\frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}}$$

Togostna matrika okvirja je tako:

$$\left[K_{okv,rs}\right] = \begin{bmatrix} k_{1,okv,rs} + k_{2,okv,rs} & -k_{1,okv,rs} \\ -k_{1,okv,rs} & k_{2,okv,rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70.98 & -40.4 \\ -40.4 & 40.4 \end{bmatrix}\frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}}$$

Togostna matrika konstrukcije pa je:

$$\left[K_{kon,rs}\right] = 3\cdot\left[K_{okv,rs}\right] = 3\cdot\begin{bmatrix} 70.98 & -40.4 \\ -40.4 & 40.4 \end{bmatrix}\frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} 212.939 & -121.201 \\ -121.201 & 121.201 \end{bmatrix}\frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}}$$

Izbira ustrezne analize potresnega vpliva

Konstrukcija v vseh točkah EC8 ustreza pogojem za tlorisno pravilnost, hkrati pa ne ustreza merilom za pravilnost po višini (glej EC8 4.2.3.3 (3)), saj se togost druge etaže v primerjavi s prvo, poveča kar za 32%. To pomeni, da lahko po EC8 4.2.3.1 (Preglednica 4.1) za izračun uporabimo ravninski model z modalno analizo.

Po ASCE 7-10 to **ni** mehka etaža saj je iz razmerja togosti obeh etaž $k_{1,okv,rs} / k_{2,okv,rs} = 30.58/40.4 = 0.757$ razvidno, da prva etaža doseže več kot 70 % togosti druge etaže.

Določitev osnovnega nihajnega časa z uporabo enačbe (4.9) EC8

Za izračun približka prvega nihajnega časa T_1 uporabimo enačbo (4.9) iz predpisa in poiščemo pomik (v *m*) na vrhu stavbe zaradi sile teže, aplicirane vodoravno, kar sledi iz:

$$\{u_1\} = \left[K_{kon,rs}\right]^{-1} \cdot \{P_1\}$$

za strižni model z redukcijskim faktorjem stebra.

$$\begin{bmatrix} 2.129 & -1.212 \\ -1.212 & 1.212 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8} \frac{m}{N} \cdot \begin{Bmatrix} 299490.378 \\ 170925 \end{Bmatrix} kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} = \begin{Bmatrix} 5.030 \\ 6.414 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-2}\ m$$

Tako je:

$$T_{1,rs} = 2 \cdot \sqrt{d} = 2 \cdot \sqrt{6.414 \cdot 10^{-2}} = 0.507\ s$$

Določitev nihajnih časov, nihajnih oblik in modalnih mas z modalno analizo

Dinamična matrika je:

$$\left[DM_{kon,rs}\right] = \left[K_{kon,rs}\right]^{-1} \cdot [M]$$
$$= \begin{bmatrix} 2.129 & -1.212 \\ -1.212 & 1.212 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8} \frac{m}{N} \cdot \begin{bmatrix} 299490.378 & 0 \\ 0 & 170925 \end{bmatrix} kg = \begin{bmatrix} 3.265 & 1.863 \\ 3.265 & 3.273 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}\ s^2$$

Lastne vrednosti dinamične matrike [DM], ki so recipročne vrednosti kvadratov krožnih frekvenc, izračunamo iz karakterističnega polinoma:

$$\det\left(\left[DM_{kon,rs}\right] - [I] \cdot \lambda\right) = \det\left(\begin{bmatrix} 3.265 - \lambda & 1.863 \\ 3.265 & 3.273 - \lambda \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}\ s^2\right) = 0$$

Lastni vrednosti od večje proti manjši znašajo:

$$\lambda_{1,rs} = 5.735 \cdot 10^{-3}\ s^2$$
$$\lambda_{2,rs} = 0.803 \cdot 10^{-3}\ s^2$$

Lastni krožni frekvenci sta:

$$\omega_{1,rs} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{1,rs}}} = \sqrt{\frac{1}{5.735 \cdot 10^{-3} s^2}} = 13.205 \frac{1}{s}$$
$$\omega_{1,rs} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{2,rs}}} = \sqrt{\frac{1}{0.803 \cdot 10^{-3}\ s^2}} = 35.295 \frac{1}{s}$$

Lastni frekvenci sta:

$$\nu_{1,rs} = \frac{\omega_{1,rs}}{2 \cdot \pi} = 2.102\ \frac{1}{s}$$
$$\nu_{2,rs} = \frac{\omega_{2,rs}}{2 \cdot \pi} = 5.617\ \frac{1}{s}$$

Nihajna časa sta:

$$T_{1,rs} = \frac{1}{\nu_{1,rs}} = 0.476\,s$$
$$T_{2,rs} = \frac{1}{\nu_{2,rs}} = 0.178\,s$$

Opazimo lahko, da se prvi nihajni čas konstrukcije za strižni model z redukcijskim faktorjem stebra, ki smo ga dobili z modalno analizo, dobro ujema z približkom nihajnega časa, dobljenega z enačbo (4.9).

Nihajno obliko, ki pripada prvemu nihajnemu času, izračunamo iz karakteristične enačbe:

$$\left(\left[DM_{kon,rs}\right] - [I] \cdot \lambda_{1,rs}\right) \cdot \left\{\varphi_{1,rs}\right\} = \{0\}$$
$$\begin{bmatrix} -2.471 & 1.863 \\ 3.265 & -2.462 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Za ϕ_{12} lahko izberemo, da je 1 (izberemo lahko katero koli od nič različno število) in s pomočjo katerekoli od dveh enačb določimo φ_{11}.

Izberemo drugo od enačb:

$$3.265\cdot 10^{-3}\cdot\varphi_{11} - 2.462\cdot 10^{-3}\cdot 1 = 0$$

in dobimo:

$$\varphi_{11} = \frac{2.462\cdot 10^{-3}}{3.265\cdot 10^{-3}} = 0.754$$

Prva nihajna oblika je tako:

$$\{\varphi_{1,\mathrm{rs}}\} = \begin{Bmatrix} 0.754 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Na podoben način izračunamo še drugo nihajno obliko, ki je:

$$\{\varphi_{2,\mathrm{rs}}\} = \begin{Bmatrix} -0.757 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Za izračun modalnih mas, bomo določili še prvo in drugo nihajno obliko normirano na masno matriko, ki je:

$$\{\hat{\varphi}_{1,\mathrm{rs}}\} = \frac{\{\varphi_{1,\mathrm{rs}}\}}{\sqrt{\{\varphi_{1,\mathrm{rs}}\}^{\mathrm{T}}\cdot[\mathrm{M}]\cdot\{\varphi_{1,\mathrm{rs}}\}}}$$

$$= \frac{\begin{Bmatrix} 0.754 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\sqrt{\begin{Bmatrix} 0.754 \\ 1 \end{Bmatrix}^{\mathrm{T}}\cdot\begin{bmatrix} 299490.378 & 0 \\ 0 & 170925 \end{bmatrix}\mathrm{kg}\cdot\begin{Bmatrix} 0.754 \\ 1 \end{Bmatrix}}} = \frac{1}{584.156\sqrt{\mathrm{kg}}}\cdot\begin{Bmatrix} 0.754 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.291 \\ 1.712 \end{Bmatrix}\cdot 10^{-3}$$

$$\{\hat{\varphi}_{2,rs}\} = \frac{\{\varphi_{2,rs}\}}{\sqrt{\{\varphi_{2,rs}\}^T \cdot [M] \cdot \{\varphi_{2,rs}\}}}$$

$$= \frac{\begin{Bmatrix} -0.757 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\sqrt{\begin{Bmatrix} -0.757 \\ 1 \end{Bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 299490.378 & 0 \\ 0 & 170925 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \begin{Bmatrix} -0.757 \\ 1 \end{Bmatrix}}} = \frac{1}{585.204\sqrt{\text{kg}}} \cdot \begin{Bmatrix} -0.757 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1.293 \\ 1.709 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

Sodelujočo maso prve in druge nihajne oblike predstavlja kvadrat participacijskega faktorja, ki je:

$$\Gamma_1 = \{\hat{\varphi}_{1,rs}\}^T \cdot [M] \cdot \{s\}$$

$$= \begin{Bmatrix} 1.291 \\ 1.712 \end{Bmatrix}^T \cdot 10^{-3} \frac{1}{\sqrt{\text{kg}}} \cdot \begin{bmatrix} 299490.378 & 0 \\ 0 & 170925 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 679.224\sqrt{\text{kg}}$$

$$\Gamma_2 = \{\hat{\varphi}_{2,rs}\}^T \cdot [M] \cdot \{s\}$$

$$= \begin{Bmatrix} -1.293 \\ 1.709 \end{Bmatrix}^T \cdot 10^{-3} \frac{1}{\sqrt{\text{kg}}} \cdot \begin{bmatrix} 299490.378 & 0 \\ 0 & 170925 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -95.238\sqrt{\text{kg}}$$

Skupna sodelujoča masa je sedaj:

$$\Gamma_1^2 + \Gamma_1^2 = \left(679.224\sqrt{\text{kg}}\right)^2 + \left(-95.238\sqrt{\text{kg}}\right)^2 = 470415.378\,\text{kg}$$

kar je identično enako skupni masi konstrukcije! Od tega modalna masa Γ_1^2 predstavlja kar 98.072 % celotne mase, kar pomeni, da po EC8 v izračunu potresne sile ni potrebno upoštevati obeh nihajnih oblik, ampak je zadosti, če upoštevamo le prvo nihajno obliko.

Določitev faktorja obnašanja objekta

Zgornja vrednost faktorja obnašanja *q* je (5.2.2.2):

$$q = q_0 \cdot k_w \geq 1.5$$

kjer sta:

$q_0 = 3 \cdot \alpha_u / \alpha_1 = 3 \cdot 1.3 = 3.9$ (za razred duktilnosti DCM in večetažne okvirje)
$k_w = 1$ za okvirne in okvirom enakovredne mešane konstrukcijske sisteme.

Zaradi nepravilnosti po višini je potrebno zmanjšati q_0 za 20% (5.2.2.2. (3))

$$q = 3.9 \cdot 1 \cdot 0.8 = 3.12$$

Določitev referenčne vrednosti pospeška objekta

Za povprečno povratno dobo 475 let in obdobje uporabnosti 75 let sledi:

$$P_R = 1 - \left(1 - \frac{1}{475}\right)^{75} = 0.146 = 14.6\,\% > 10\,\%$$

Ker se želi zagotoviti 90 % verjetnost, da uporabljena projektna vrednost pospeška tal ne bo presežena v 90 letih, znaša pripadajoča povratna doba:

$$T_R = \frac{-T_L}{\ln(1-P_R)} = \frac{-75 \text{ let}}{\ln(1-0.1)} = 711.842 \text{ let}$$

za katero ne obstaja pripadajoča karta.

Tako se za pridobitev pripadajoče vrednosti projektnega pospeška tal uporabita karti za 475 let in 1000 let (v RS). Za Vrhniko tako sledi:

$T_{R1} = 475$ let, $a_{gR1} = 0.225$ g
$T_{R2} = 1000$ let, $a_{gR2} = 0.275$ g

ter

$$\log(a_{gR}) = \log(0.225) + \frac{\log\left(\frac{0.275}{0.225}\right) \cdot \log\left(\frac{711.842}{475}\right)}{\log\left(\frac{1000}{475}\right)} = -0.6$$

Iskana vrednost je tako:

$$a_{gR} = 10^{-0.6} = 0.251\,g$$

Za skladišče, ki spada v kategorijo pomembnosti II, velja $\gamma_I = 1$.

Po upoštevanju faktorja pomembnosti sledi:

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} = 1 \cdot 0.251\,g = 0.251\,g$$

Določitev potresnega vpliva

Za tip tal C velja:

Tip tal	*S*	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
C	1.15	0.2	0.6	2.0

kar pomeni, da velja

$$T_B < T_{1,rs} = 0.479\,s < T_C$$

in sledi:

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 0.251\,g \cdot 1.15 \cdot \frac{2.5}{3.12}$$
$$= 2.268\,\frac{m}{s^2}$$

Etažne potresne sile po etažah za prvo nihajno obliko po metodi modalne analize so:

$$\{F_1\} = [M] \cdot \{\hat{\varphi}_{1,rs}\} \cdot \Gamma_1 \cdot S_d(T_1)$$
$$= \begin{bmatrix} 299490.378 & 0 \\ 0 & 170925 \end{bmatrix} kg \cdot \begin{Bmatrix} 1.291 \\ 1.712 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-3} \frac{1}{\sqrt{kg}} \cdot 679.224\sqrt{kg} \cdot 2.268\,\frac{m}{s^2} = \begin{Bmatrix} 595653.337 \\ 450799.04 \end{Bmatrix} N$$

Ker konstrukcijo sestavljajo trije identični okviri, na vsakega odpade tretjina etažne sile:

$F_{11} = 198551.112$ N $\qquad F_{21} = 150266.347$ N
$F_{12} = 198551.112$ N $\qquad F_{22} = 150266.347$ N
$F_{13} = 198551.112$ N $\qquad F_{23} = 150266.347$ N

Faktorji δ za upoštevanje naključne torzije

Za okvirje v x smeri tako po enačbi (4.3.3.2.4(1)) sledi (kjer je bilo privzeto, da masno središče etaže leži v geometrijskem središču plošče) za premik masnega središča proti osi x za 1.3 m:

$$\delta_1 = 1 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{5.2\text{ m}}{13\text{ m}} = 1.48$$
$$\delta_2 = 1 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{1.3\text{ m}}{13\text{ m}} = 1.12$$
$$\delta_3 = 1 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{7.8\text{ m}}{13\text{ m}} = 1.72$$

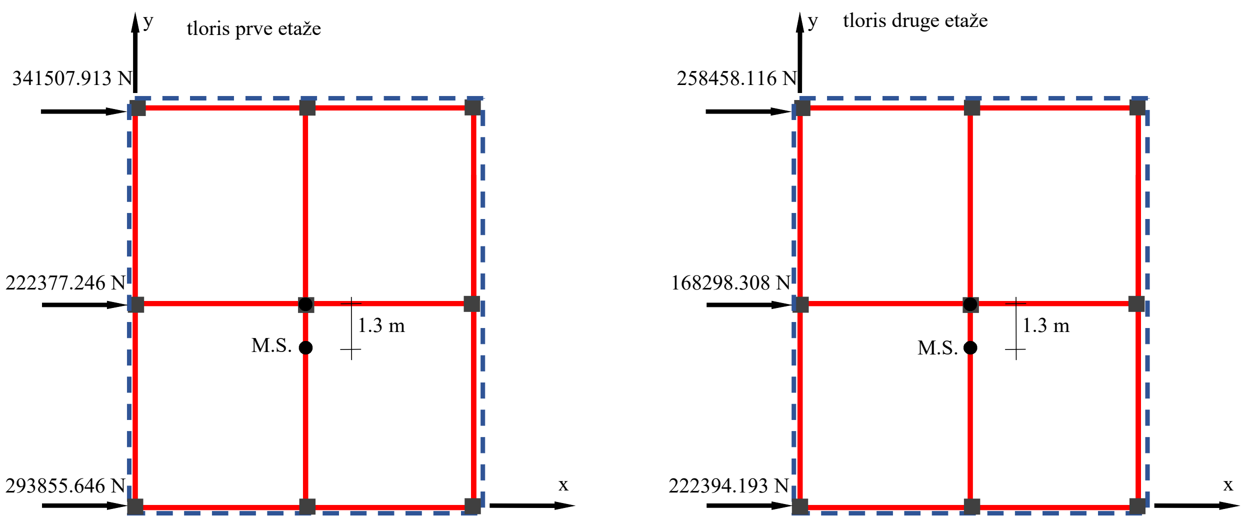
Razporeditev potresnih sil je tako (slika 35):

Za prvo etažo:

$F_{11} \cdot 1.48 = 293855.646$ N
$F_{12} \cdot 1.12 = 222377.246$ N
$F_{13} \cdot 1.72 = 341507.913$ N

Za drugo etažo:

$F_{21} \cdot 1.48 = 222394.193$ N
$F_{22} \cdot 1.12 = 168298.308$ N
$F_{23} \cdot 1.72 = 258458.116$ N



Slika 35: Razporeditev potresnih sil po prvi etaži (skica levo) in po drugi etaži (skica desno) za pomik mase proti x osi

Za premik masnega središča proti vrhu osi y za 1.3 m pa sledi (slika 36):

$$\delta_1 = 1 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{7.8\ \text{m}}{13\ \text{m}} = 1.72$$

$$\delta_2 = 1 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{1.3\ \text{m}}{13\ \text{m}} = 1.12$$

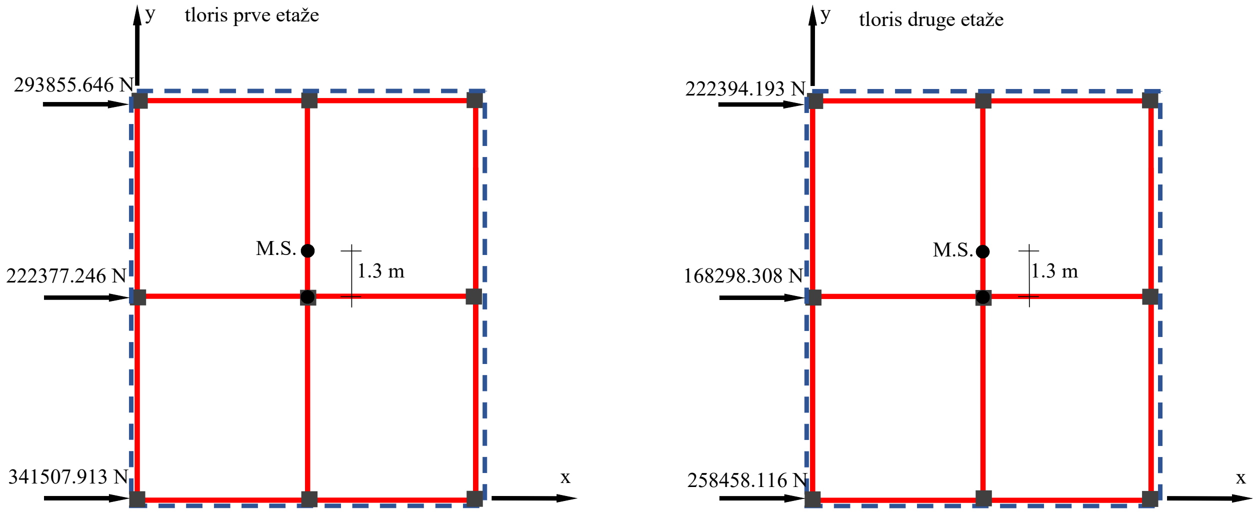
$$\delta_3 = 1 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{5.2\ \text{m}}{13\ \text{m}} = 1.48$$

Za prvo etažo:

$$F_{11} \cdot 1.72 = 341507.913\ \text{N}$$
$$F_{12} \cdot 1.12 = 222377.246\ \text{N}$$
$$F_{13} \cdot 1.48 = 293855.646\ \text{N}$$

Za drugo etažo:

$$F_{21} \cdot 1.72 = 258458.116\ \text{N}$$
$$F_{22} \cdot 1.12 = 168298.308\ \text{N}$$
$$F_{23} \cdot 1.48 = 222394.193\ \text{N}$$



Slika 36: Razporeditev potresnih sil po prvi etaži (skica levo) in po drugi etaži (skica desno) za pomik mase od x osi

Kontrola etažnih pomikov

Elastični pomiki okvira z upoštevanjem torzijskega učinka so tako:

$$\left[d_{okv,re}\right] = \left[k_{okv,re}\right]^{-1} = \begin{bmatrix} 7.098 & -4.04 \\ -4.04 & 4.04 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{m}}{\text{N}} = \begin{bmatrix} 3.27 & 3.27 \\ 3.27 & 5.745 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

$$\{d_e\} = \left[d_{okv,re}\right] \cdot \{F_e\} \cdot 1.72 = \begin{bmatrix} 3.27 & 3.27 \\ 3.27 & 5.745 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{m}}{\text{N}} \cdot \begin{Bmatrix} 198551.112 \\ 150266.347 \end{Bmatrix} \text{N} \cdot 1.72 = \begin{Bmatrix} 1.962 \\ 2.602 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\{d_s\} = q_d \cdot \{d_e\} = 3.12 \cdot \begin{Bmatrix} 1.962 \\ 2.602 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-2} \text{ m} = \begin{Bmatrix} 6.121 \\ 8.117 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Relativni pomik zunanjega okvira za prvo etažo je:

$$d_{r,1} = \; 6.121 \cdot 10^{-2} - 0 = 6.121 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Relativni pomik zunanjega okvira za drugo etažo je:

$$d_{r,2} = \; 8.117 \cdot 10^{-2} - 6.121 \cdot 10^{-2} = 1.996 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Tako sledi (redukcijski faktor za kategoriji pomembnosti I in II po predpisu znaša ν = 0.5):

$$6.121 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \nu = \; 6.121 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 0.5 = 3.061 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$
$$1.996 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \nu = 1.996 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 0.5 = 0.998 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Ker nimamo informacij o tem, kako so nekonstrukcijski elementi pritrjeni na konstrukcijo, preverimo (najstrožji) pogoj (4.31) v obliki:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.005 \cdot h$$

kar vodi do:

Za prvo etažo: $3.061 \cdot 10^{-2} \text{ m} \nleq 0.005 \cdot h = 0.005 \cdot 4.5 \text{ m} = 2.25 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
Za drugo etažo: $0.998 \cdot 10^{-2} \text{ m} \leq 0.005 \cdot h = 0.005 \cdot 3.0 \text{ m} = 1.75 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

ki pokaže, da omejitev pomikov za prvo etažo za najstrožji kriterij ni izpolnjena. Zato za prvo etažo še enkrat preverimo za blažji pogoj (4.32) v obliki:

Za prvo etažo: $3.061 \cdot 10^{-2} \text{ m} \leq 0.0075 \cdot h = 0.0075 \cdot 4.5 \text{ m} = 3.375 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

ki pa je sedaj izpolnjena!

Zgled 7

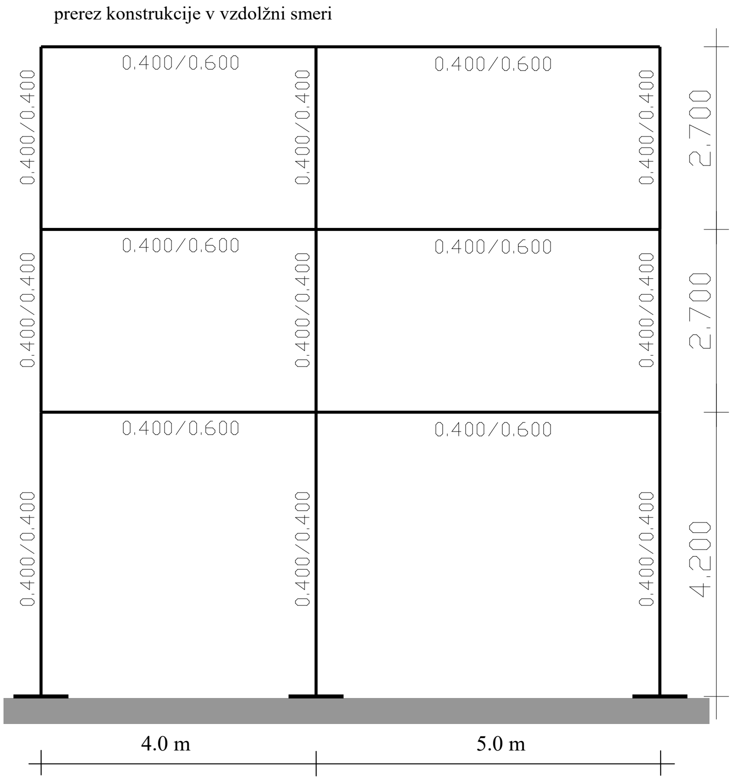
Razširjena izpitna naloga 15. septembra 2016

Konstrukcijo na sliki 37 sestavljajo trije identični okvirji, medsebojno oddaljeni 4.5 m (razdalja med osmi stebrov).

Stebri imajo dimenziji b/h = 0.4/0.4 m, nosilci pa b/h = 0.4 m/0.6 m, debelina AB plošč pa znaša 30 cm. Material konstrukcije je beton C30/37, ki ima modul elastičnosti E=33 GPa.

Polnilo zunanjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidni bloki ZB 25, debelina stene 25 cm, volumska masa z upoštevanjem fasade 450 kg/m^3.

Polnilo notranjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidne plošče ZB 15, debelina stene 15 cm, volumska masa 450 kg/m^3.



Slika 37: Prerez konstrukcije v vzdolžni smeri

Objekt je stanovanjska stavba, ki stoji v Kopru (nadmorska višina 3 m) na tipu tal B, življenjska doba objekta je 120 let, vrednost a_{gR} se izračuna z interpolacijo med kartama z ustreznima povratnima dobama.

Za konstrukcijo v prikazani smeri:

- izvedi analizo obtežb in izračunaj mase s pomočjo kombinacije lastnih tež (poleg mase same plošče upoštevaj še dodatnih 190 kg/m^2 za estrih in toplotno izolacijo) in po predpisu apliciranih obtež (pri izračunu mase plošče uporabi gabaritne dimenzije plošče),
- za izračun togostne/podajnostne matrike konstrukcije v prikazani smeri uporabi strižni model z redukcijskim faktorjem stebra in tudi deformacijsko metodo; v analizi potresnega vpliva nato upoštevaj vrednosti iz strižnega modela z redukcijskim faktorjem stebra,
- za analizo nihajnih časov cele konstrukcije uporabi ravninski model,
- analizo potresnega vpliva izvedi z modalno analizo s spektri odziva (upoštevaj razred duktilnosti DCM),

- poišči in skiciraj razporeditev etažnih potresnih vplivov na nosilne sisteme etaže ter izračunaj faktorje δ za upoštevanje naključne torzije,
- izračunaj koeficiente občutljivosti za etažne pomike ter ugotovi, ali je potrebno upoštevati vpliv teorije drugega reda,
- izvedi kontrolo omejitve poškodb merodajnega okvirja.

Rešitev

Analiza mas/obtežb

Masa plošče

AB plošča:	debelina 30 cm	$0.3\,\mathrm{m}\cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 750\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Estrih in toplotna izolacija (podana vrednost)		$190\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Masa:		$m_p = 940\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe etaž

Kategorija A (bivalni prostori)

$q_{k,koristna} = 2.0\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo A

za bivalne prostore velja $\psi_2 = 0.3$
ker gre za stanovanjsko stavbo, smatramo, da je zasedba nekaterih etaž povezana, in velja φ=0.8.

masa plošče z maso iz obteže: $m = 940\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2} + 0.8\cdot 0.3\cdot \frac{2\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}}{9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 988.930\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe strešne plošče

Kategorija H (strehe, dostopne le za normalno vzdrževanje in popravila)

$q_{k,koristna} = 0.4\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo H

Obtežba snega

Kraj Koper: sredozemska (Mediteranska) regija (cona) M1, nadmorska višina A = 3.0 m. Karakteristična obtežba snega s_k na tleh se izračuna kot:

$$\text{M1} \quad s_k = (0.498 \cdot 1 - 0.209) \cdot \left[1 + \left(\frac{A}{452}\right)^2\right] = 0.289 \cdot \left[1 + \left(\frac{3}{452}\right)^2\right] = 0.289 \, \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

(SIST EN 1991-1-3: 2004; nacionalni dodatek, str. 4)

Obtežba snega na ravno streho:

- - nagib strehe $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$
- oblikovni koeficient obtežbe snega $\mu_1 = 0.8$; SIST EN 1991-1-3: 2004, preglednica 5.2, str. 15,
- koeficient izpostavljenosti $C_e = 1.0$,
- toplotni koeficient $C_t = 1.0$.

Obtežba snega na strehi (SIST EN 1991-1-3: 2004, 5.2 (3)P, enačba 5.1, str. 13):

$$s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 0.8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0.289 \, \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 0.231 \, \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Kombiniranje obtežb/mas se izvede kot:

$$M \cdot g = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \, "+" \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \rightarrow M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \, "+" \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

kjer se koeficient $\psi_{E,i}$ za kombinacijo za spremenljivi vpliv *i* izračuna po izrazu (4.2.4(2)P, stran 44):

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i},$$

kar vodi do vrednosti za prvi dve etaži:

$$M = \sum_{j\geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{"+"} \sum_{i\geq 1} \varphi \cdot \psi_{2i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

Za vrhnje etaže (strehe) velja φ=1.0.

Po preglednici A.1.1, normativen dodatek A1, EN 1990, velja:
za koristno obtežbo na strehi kategorije H $\psi_2 = 0$

za sneg velja za kraje v RS z nadmorsko višino pod 1000 m $\psi_2 = 0$

Tako sledi še vrednost za vrhnjo etažo:

$$m = 940\,\frac{kg}{m^2} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.4\,\frac{kN}{m^2}}{9.81\,\frac{m}{s^2}} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.231\,\frac{kN}{m^2}}{9.81\,\frac{m}{s^2}} = 940\,\frac{kg}{m^2} + 0 + 0 = 940\,\frac{kg}{m^2}$$

Izračun členov masne matrike konstrukcije

Plošča med priličjem in 2. etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{plo} = 9.4\text{ m} \cdot 9.4\text{ m} \cdot 988.930\,\frac{kg}{m^2} = 87381.825\text{ kg}$

masa polovice stebrov spodaj: $M_{steb,s} = 9 \cdot 0.4\text{ m} \cdot 0.4\text{ m} \cdot \frac{4.2\text{ m}}{2} \cdot 2500\,\frac{kg}{m^3} = 9 \cdot 840\text{ kg} = 7560\text{ kg}$

masa polovice stebrov zgoraj: $M_{steb,z} = 9 \cdot 0.4\text{ m} \cdot 0.4\text{ m} \cdot \frac{2.7\text{ m}}{2} \cdot 2500\,\frac{kg}{m^3} = 9 \cdot 540\text{ kg} = 4860\text{ kg}$

masa gred v smeri Y osi (upoštevane so dejanske dolžine med stebri):

$$M_{gred,y} = 3 \cdot 8.2\text{ m} \cdot 0.4\text{ m} \cdot 0.6\text{ m} \cdot 2500\,\frac{kg}{m^3} = 14760\text{ kg}$$

masa gred v smeri X osi (upoštevane so dejanske dolžine med stebri):

$$M_{gred,x} = 3 \cdot 8.2\ \mathrm{m} \cdot 0.4\ \mathrm{m} \cdot 0.6\ \mathrm{m} \cdot 2500\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 14760\ \mathrm{kg}$$

masa zunanjih sten (upoštevane so dejanske dimenzije med stebri):

$$M_{sten,z} = 4 \cdot 8.2\ \mathrm{m} \cdot 0.25\ \mathrm{m} \cdot 2.7\ \mathrm{m} \cdot 450\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 9963\ \mathrm{kg}$$

masa notranjih sten (upoštevane so dejanske dimenzije med stebri):

$$M_{sten,n} = 2 \cdot 8.2\ \mathrm{m} \cdot 0.15\ \mathrm{m} \cdot 2.7\ \mathrm{m} \cdot 450\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 2988.9\ \mathrm{kg}$$

Masa plošče nad prvo etažo je tako:

$$\begin{aligned}
&M_1 = M_{plo} + M_{steb,s} + M_{steb,z} + M_{gred,y} + M_{gred,x} + M_{sten,z} + M_{sten,n} \\
&= 87381.825\ \mathrm{kg} + 7560\ \mathrm{kg} + 4860\ \mathrm{kg} + 14760\ \mathrm{kg} + 14760\ \mathrm{kg} + 9963\ \mathrm{kg} + 2988.9\ \mathrm{kg} \\
&= 142273.725\ \mathrm{kg}
\end{aligned}$$

Plošča med 2. in 3. etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{plo} = 9.4\ \mathrm{m} \cdot 9.4\ \mathrm{m} \cdot 988.930\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2} = 87381.825\ \mathrm{kg}$

masa polovice stebrov spodaj: $M_{steb,s} = 9 \cdot 0.4\ \mathrm{m} \cdot 0.4\ \mathrm{m} \cdot \frac{2.7\ \mathrm{m}}{2} \cdot 2500\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 9 \cdot 540\ \mathrm{kg} = 4860\ \mathrm{kg}$

masa polovice stebrov zgoraj: $M_{steb,z} = 9 \cdot 0.4\ \mathrm{m} \cdot 0.4\ \mathrm{m} \cdot \frac{2.7\ \mathrm{m}}{2} \cdot 2500\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 9 \cdot 540\ \mathrm{kg} = 4860\ \mathrm{kg}$

masa gred v smeri Y osi (upoštevane so dejanske dolžine med stebri):

$$M_{gred,y} = 3 \cdot 8.2\ \mathrm{m} \cdot 0.4\ \mathrm{m} \cdot 0.6\ \mathrm{m} \cdot 2500\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 14760\ \mathrm{kg}$$

masa gred v smeri X osi (upoštevane so dejanske dolžine med stebri):

$$M_{gred,x} = 3 \cdot 8.2\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.6\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 14760\ \text{kg}$$

masa zunanjih sten (upoštevane so dejanske dimenzije med stebri):

$$M_{sten,z} = 4 \cdot 8.2\ \text{m} \cdot 0.25\ \text{m} \cdot 2.7\ \text{m} \cdot 450\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 9963\ \text{kg}$$

masa notranjih sten (upoštevane so dejanske dimenzije med stebri):

$$M_{sten,n} = 2 \cdot 8.2\ \text{m} \cdot 0.15\ \text{m} \cdot 2.7\ \text{m} \cdot 450\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2988.9\ \text{kg}$$

Masa plošče nad drugo etažo je tako:

$$\begin{aligned} M_2 &= M_{plo} + M_{steb,s} + M_{steb,z} + M_{gred,y} + M_{gred,x} + M_{sten,z} + M_{sten,n} \\ &= 87381.825\ \text{kg} + 4860\ \text{kg} + 4860\ \text{kg} + 14760\ \text{kg} + 14760\ \text{kg} + 9963\ \text{kg} + 2988.9\ \text{kg} \\ &= 139573.725\ \text{kg} \end{aligned}$$

Plošča nad 3. etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{plo} = 9.4\ \text{m} \cdot 9.4\ \text{m} \cdot 940\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 83058.4\ \text{kg}$

masa polovice stebrov spodaj: $M_{steb,s} = 9 \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot \frac{2.7\ \text{m}}{2} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 9 \cdot 540\ \text{kg} = 4860\ \text{kg}$

masa gred v smeri Y osi (upoštevane so dejanske dolžine med stebri):

$$M_{gred,y} = 3 \cdot 8.2\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.6\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 14760\ \text{kg}$$

masa gred v smeri X osi (upoštevane so dejanske dolžine med stebri):

$$M_{gred,x} = 3 \cdot 8.2\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.6\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 14760\ \text{kg}$$

Masa plošče nad tretjo etažo je tako:

$$M_3 = M_{plo} + M_{steb,s} + M_{gred,y} + M_{gred,x} = 83058.4\ \mathrm{kg} + 4860\ \mathrm{kg} + 14760\ \mathrm{kg} + 14760\ \mathrm{kg}$$
$$= 117438.4\ \mathrm{kg}$$

Masna matrika konstrukcije je:

$$[M] = \begin{bmatrix} 142273.725 & 0 & 0 \\ 0 & 139573.725 & 0 \\ 0 & 0 & 117438.4 \end{bmatrix} \mathrm{kg}$$

Izračun togostne matrike konstrukcije s strižnim modelom in redukcijskim faktorjem stebrov

Ker stavbo tvorijo trije identični okvirji, lahko togostno matriko konstrukcije tvorimo tako, da analiziramo en okvir in dobljeno togostno matriko pomnožimo s 3.

Za spodnjo etažo okvirja sledi z uporabo navadnega strižnega modela togost za en steber:

$$k_{\text{strižni}} = \frac{12}{{h_s}^3} \cdot E_s \cdot I_s = \frac{12}{(4.2\ \mathrm{m})^3} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2} \cdot \frac{0.4\ \mathrm{m} \cdot (0.4\ \mathrm{m})^3}{12} = 5701328.150\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$
$$= 5.70132815030774 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Redukcijski faktor za levi steber znaša (uporabljena je formalna oblika z upogibnimi togostmi EI):

$$RF_1 = \frac{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}} = \frac{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}}$$

$$= \frac{\frac{\frac{0.4\ \mathrm{m} \cdot (0.6\ \mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{4\ \mathrm{m}}}{\frac{\frac{0.4\ \mathrm{m} \cdot (0.6\ \mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{4\ \mathrm{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{0.4\ \mathrm{m} \cdot (0.4\ \mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{4.2\ \mathrm{m}}} = \frac{29700000}{29700000 + 4190476.191}$$
$$= 0.876$$

Reducirana togost levega stebra spodnje etaže je tako:

$$k_{1,1} = RF_1 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.876 \cdot 5.701 \cdot 10^6 \,\frac{N}{m} = 4996372.583 \,\frac{N}{m}$$

Redukcijski faktor za srednji steber znaša:

$$RF_2 = \frac{\sum_{n=1}^{2} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\sum_{n=1}^{2} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}}$$

$$= \frac{\dfrac{\frac{0.4\,m \cdot (0.6\,m)^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \,\frac{N}{m^2}}{2}}{4\,m} + \dfrac{\frac{0.4\,m \cdot (0.6\,m)^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \,\frac{N}{m^2}}{2}}{5\,m}}{\dfrac{\frac{0.4\,m \cdot (0.6\,m)^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \,\frac{N}{m^2}}{2}}{4\,m} + \dfrac{\frac{0.4\,m \cdot (0.6\,m)^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \,\frac{N}{m^2}}{2}}{5\,m} + \frac{1}{2} \cdot \dfrac{\frac{0.4\,m \cdot (0.4\,m)^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \,\frac{N}{m^2}}{2}}{4.2\,m}}$$

$$= \frac{53460000}{53460000 + 4190476.191} = 0.927$$

Reducirana togost srednjega stebra spodnje etaže je tako:

$$k_{1,2} = RF_2 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.927 \cdot 5.701 \cdot 10^6 \,\frac{N}{m} = 5286912.148 \,\frac{N}{m}$$

Redukcijski faktor za desni steber znaša:

$$RF_3 = \frac{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}} = \frac{\dfrac{\frac{0.4\,m \cdot (0.6\,m)^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \,\frac{N}{m^2}}{2}}{5\,m}}{\dfrac{\frac{0.4\,m \cdot (0.6\,m)^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \,\frac{N}{m^2}}{2}}{5\,m} + \frac{1}{2} \cdot \dfrac{\frac{0.4\,m \cdot (0.4\,m)^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \,\frac{N}{m^2}}{2}}{4.2\,m}}$$

$$= \frac{23760000}{23760000 + 4190476.191} = 0.850$$

Reducirana togost desnega stebra spodnje etaže je tako:

$$k_{1,3} = RF_3 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.850 \cdot 5.701 \cdot 10^6 \ \frac{N}{m} = 4846556.314 \frac{N}{m}$$

Skupna togost spodnje etaže okvirja je:

$$k_1 = k_{1,1} + k_{1,2} + k_{1,3}$$
$$= 4996372.583 \frac{N}{m} + 5286912.148 \frac{N}{m} + 4846556.314 \frac{N}{m} = 15129841.045 \frac{N}{m}$$

Za drugo in tretjo etažo okvirja sledi z uporabo navadnega strižnega modela za en steber:

$$k_{\text{strižni}} = \frac{12}{h_s^{\ 3}} \cdot E_s \cdot I_s = \frac{12}{(2.7\ m)^3} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \ \frac{N}{m^2}}{2} \cdot \frac{0.4\ m \cdot (0.4\ m)^3}{12} = 21460143.271 \frac{N}{m^2} = 21.460 \cdot 10^6 \ \frac{N}{m}$$

Redukcijski faktor za levi steber znaša:

$$RF_1 = \frac{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}} = \frac{\frac{\frac{0.4\ m \cdot (0.6\ m)^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \ \frac{N}{m^2}}{2}}{4\ m}}{\frac{\frac{0.4\ m \cdot (0.6\ m)^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \ \frac{N}{m^2}}{2}}{4\ m} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{0.4\ m \cdot (0.4\ m)^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \ \frac{N}{m^2}}{2}}{2.7\ m}}$$
$$= \frac{29700000}{29700000 + 36218518.519} = 0.820$$

Reducirana togost levega stebra druge etaže je tako:

$$k_{2,1} = RF_1 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.820 \cdot 21.460 \cdot 10^6 \ \frac{N}{m} = 17597800.275 \ \frac{N}{m}$$

Redukcijski faktor za srednji steber znaša:

$$RF_2 = \frac{\sum_{n=1}^{2} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\sum_{n=1}^{2} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}}$$

$$= \frac{\frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.6\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{4\,\mathrm{m}} + \frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.6\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{5\,\mathrm{m}}}{\frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.6\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{4\,\mathrm{m}} + \frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.6\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{5\,\mathrm{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.4\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{2.7\,\mathrm{m}}}$$

$$= \frac{53460000}{53460000 + 6518518.519} = 0.891$$

Reducirana togost srednjega stebra druge etaže je tako:

$$k_{2,2} = RF_2 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.891 \cdot 21.460 \cdot 10^6 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 19127835.892 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Redukcijski faktor za desni steber znaša:

$$RF_3 = \frac{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}} = \frac{\frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.6\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{5\,\mathrm{m}}}{\frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.6\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{5\,\mathrm{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.4\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{2.7\,\mathrm{m}}}$$

$$= \frac{23760000}{23760000 + 6518518.519} = 0.785$$

Reducirana togost desnega stebra druge etaže je tako:

$$k_{2,3} = RF_3 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.785 \cdot 21.460 \cdot 10^6 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 16840090.898 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Skupna togost druge in tretje etaže okvirja je:

$$k_2 = k_3 = k_{2,1} + k_{2,2} + k_{2,2}$$
$$= 17597800.275\ \frac{N}{m} + 19127835.892\,\frac{N}{m} + 16840090.898\,\frac{N}{m} = 53565727.065\,\frac{N}{m}$$

Togostna matrika okvirja, izračunana s pomočjo s strižnega modela in uporabo redukcijskega faktorja stebra, je tako:

$$[K_{okv}] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & 2 \cdot k_2 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$
$$[K_{okv}] = \begin{bmatrix} 68695568.110 & -53565727.065 & 0 \\ -53565727.065 & 107131454.1302 & -53565727.065 \\ 0 & -53565727.065 & 53565727.065 \end{bmatrix} \frac{N}{m}$$

Togostna matrika konstrukcije pa je:

$$[K_{kon}] = 3 \cdot [K_{okv}] = \begin{bmatrix} 2.061 & -1.607 & 0 \\ -1.607 & 3.214 & -1.607 \\ 0 & -1.607 & 1.607 \end{bmatrix} \cdot 10^8\,\frac{N}{m}$$

Opazimo, da velja naslednje razmerje med togostima prve in druge etaže:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{15129841.045\,\frac{N}{m}}{53565727.065\,\frac{N}{m}} = 0.282 = 28.245\ \% < 70\ \%$$

in zato spodnjo etažo okarakteriziramo kot »mehko etažo« (čeprav standard EC8 tega eksplicitnega številskega kriterija ne podaja), konstrukcijo pa kot nepravilno po višini. Prav tako lahko takšno zmanjšanje togosti smatramo kot nenadno spremembo togosti v vodoravni smeri (po členu 4.2.3.3 (3)), kar pomeni, da je konstrukcija formalno nepravilna po višini tudi v skladu z EC8.

Izračun togostne matrike konstrukcije z deformacijsko metodo

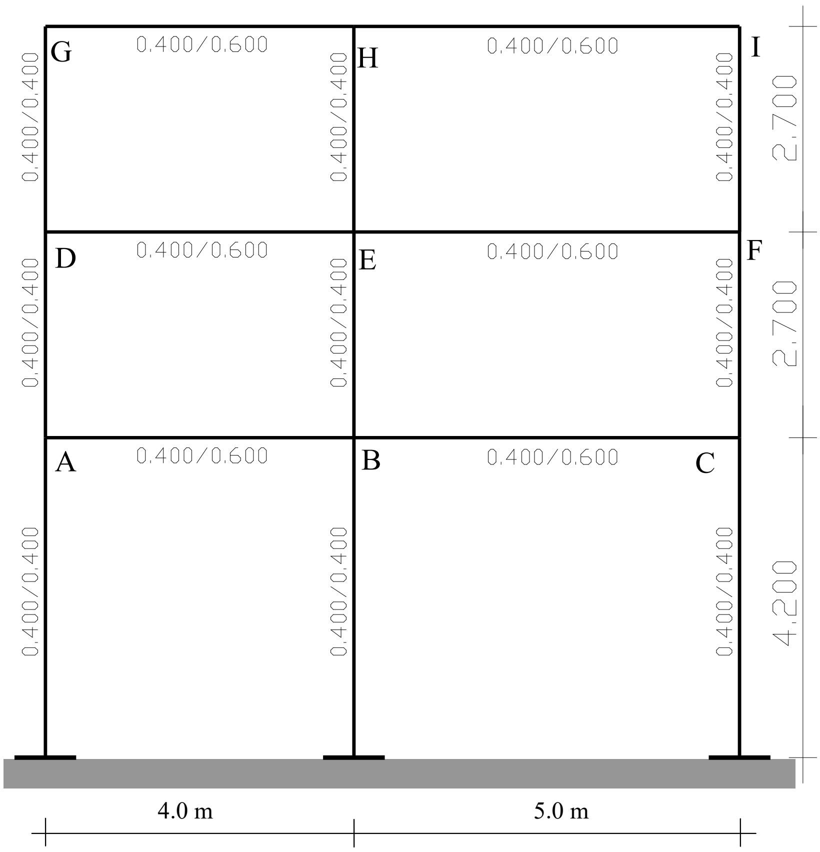
Najprej označimo vozlišča (slika 38) in nato izračunamo nadomestne dolžine stebrov. Ker so upogibne togosti EI nosilcev in stebrov različne, bomo dolžine stebrov, ki jih upoštevamo pri izračunu členov matrike ravnotežnih enačb, modificirali s pomočjo razmerja upogibnih togosti.

Za prvo etažo sledi:

$$H' = \frac{EI_n}{EI_s} \cdot H = \frac{118800000 \text{ Nm}^2}{35200000 \text{ Nm}^2} \cdot 4.2 \text{ m}$$
$$= 14.175 \text{ m}$$

Za preostali etaži pa sledi:

$$H' = \frac{118800000 \text{ Nm}^2}{35200000 \text{ Nm}^2} \cdot 2.7 \text{ m}$$
$$= 9.113 \text{ m}$$



Slika 38: Označitev vozlišč

Pri analizi z deformacijsko metodo sledijo naslednje vrednosti parametrov metode:

$k = 12$ število togih vozlišč
$g = 0$ število členkastih vozlišč
$s = 15$ število elementov
$t_1 = 3$ število znanih zasukov
$t_2 = 6$ število znanih pomikov

Število neznanih vozliščnih zasukov je tako:

$$b = k - t_1 = 12 - 3 = 9$$

število neznanih premikov (zasukov vertikalnih elementov) pa je:

$$c = 2 \cdot k + 2 \cdot g - t_2 - s = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 0 - 6 - 15 = 3 > 0$$

kar pomeni, da gre za pomičen sistem.

Stopnja deformacijske nedoločenosti je tako:

$$n = b + c = 9 + 3 = 12$$

in zato moramo rešiti sistem 12 enačb z dvanajstimi neznankami.

Kot neznanke vpeljemo zasuke φ_A, φ_B,... , φ_I vozlišč A, B, C, ... I ter zasuke ψ_1, ψ_2 in ψ_3 stebrov posameznih etaž, ki so, zaradi osne nedeformabilnosti gred pri *inženirski* deformacijski metodi (metodi pomikov), enaki v vseh stebrih posamezne etaže, ki imajo enake dolžine.

Nato sledijo predštevila:

$$a_{AA} = \frac{4}{14.175} + \frac{4}{4} + \frac{4}{9.113} = 1.721$$
$$a_{BB} = \frac{4}{14.175} + \frac{4}{4} + \frac{4}{5} + \frac{4}{9.113} = 2.521$$
$$a_{CC} = \frac{4}{14.175} + \frac{4}{5} + \frac{4}{9.113} = 1.521$$
$$a_{DD} = \frac{4}{9.113} + \frac{4}{4} + \frac{4}{9.113} = 1.878$$
$$a_{EE} = \frac{4}{9.113} + \frac{4}{4} + \frac{4}{5} + \frac{4}{9.113} = 2.678$$
$$a_{FF} = \frac{4}{9.113} + \frac{4}{5} + \frac{4}{9.1123} = 1.678$$
$$a_{GG} = \frac{4}{9.113} + \frac{4}{4} = 1.439$$
$$a_{HH} = \frac{4}{9.113} + \frac{4}{4} + \frac{4}{5} = 2.239$$
$$a_{II} = \frac{4}{9.113} + \frac{4}{5} = 1.239$$

ter

$$a_{AB} = a_{BA} = a_{DE} = a_{ED} = a_{GH} = a_{HG} = \frac{2}{4} = 0.5$$
$$a_{BC} = a_{CB} = a_{EF} = a_{FE} = a_{HI} = a_{IH} = \frac{2}{5} = 0.4$$
$$a_{AD} = a_{DA} = a_{BE} = a_{EB} = a_{CF} = a_{FC} = \frac{2}{9.113} = 0.219$$
$$a_{DG} = a_{GD} = a_{EH} = a_{HE} = a_{FI} = a_{IF} = \frac{2}{9.113} = 0.219$$

Nato izračunamo še predštevila:

$$a_{1A} = a_{1B} = a_{1C} = -\frac{6}{H'} = -\frac{6}{14.175\ \mathrm{m}} = -0.423$$
$$a_{2A} = a_{2B} = a_{2C} = a_{2D} = a_{2E} = a_{2F} = -\frac{6}{9.1125\ \mathrm{m}} = -0.658$$
$$a_{3D} = a_{3E} = a_{3F} = a_{3G} = a_{3H} = a_{3I} = -\frac{6}{9.1125\ \mathrm{m}} = -0.658$$

ter

$$a_{11} = 3 \cdot \frac{12}{14.175\ \mathrm{m}} = 2.540$$

$$a_{22} = a_{22} = 3 \cdot \frac{12}{9.1125\ \mathrm{m}} = 3.951$$

Izračun členov prve vrstice in stolpca podajnostne matrike

Sistem enačb zaradi delovanja enotske horizontalne sile na vrhu prve etaže dobi naslednjo obliko:

$$EI_n \cdot \left[\begin{array}{ccccccccc:ccc}
a_{AA} & a_{AB} & 0 & a_{AD} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1A} & a_{2A} & 0 \\
a_{AB} & a_{BB} & a_{BC} & 0 & a_{BE} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1B} & a_{2B} & 0 \\
0 & a_{BC} & a_{CC} & 0 & 0 & a_{CF} & 0 & 0 & 0 & a_{1C} & a_{2C} & 0 \\
a_{AD} & 0 & 0 & a_{DD} & a_{DE} & 0 & a_{DG} & 0 & 0 & 0 & a_{2D} & a_{3D} \\
0 & a_{BE} & 0 & a_{DE} & a_{EE} & a_{EF} & 0 & a_{EH} & 0 & 0 & a_{2E} & a_{3E} \\
0 & 0 & a_{CF} & 0 & a_{EF} & a_{FF} & 0 & 0 & a_{FI} & 0 & a_{2F} & a_{3F} \\
0 & 0 & 0 & a_{DG} & 0 & 0 & a_{GG} & a_{GH} & 0 & 0 & 0 & a_{3G} \\
0 & 0 & 0 & 0 & a_{EH} & 0 & a_{GH} & a_{HH} & a_{HI} & 0 & 0 & a_{3H} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{FI} & 0 & a_{HI} & a_{II} & 0 & 0 & a_{3I} \\
\hdashline
a_{1A} & a_{1B} & a_{1C} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{11} & 0 & 0 \\
a_{2A} & a_{2B} & a_{2C} & a_{2D} & a_{2E} & a_{2F} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{22} & 0 \\
0 & 0 & 0 & a_{3D} & a_{3E} & a_{3F} & a_{3G} & a_{3H} & a_{3I} & 0 & 0 & a_{33}
\end{array}\right] \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \\ \varphi_C \\ \varphi_D \\ \varphi_E \\ \varphi_F \\ \varphi_G \\ \varphi_H \\ \varphi_I \\ \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \cdot H_1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4.2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

ki ima rešitve (izpisani so samo zasuki etaž, potrebni za izračun podajnosti):

$$\begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.564 \cdot 10^{-8} \\ 1.794 \cdot 10^{-9} \\ 8.3679 \cdot 10^{-11} \end{Bmatrix}$$

Horizontalne pomike točk A, D in G zaradi enotske sile v točki A, ki predstavljajo člene prve vrstice in stolpca podajnostne matrike okvirja, izračunamo kot:

$$d_{11} = H_1 \cdot \psi_1 = 4.2\ \text{m} \cdot 1.564 \cdot 10^{-8} = 6.569 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

$$d_{12} = H_1 \cdot \psi_1 + H_2 \cdot \psi_2 = 6.569 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}} + 2.7\ \text{m} \cdot 1.794 \cdot 10^{-9} = 7.053 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

$$d_{13} = H_1 \cdot \psi_1 + H_2 \cdot \psi_2 + H_3 \cdot \psi_3 = 7.053 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}} + 2.7\ \text{m} \cdot 8.368 \cdot 10^{-11} = 7.076 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

Izračun členov druge vrstice in stolpca podajnostne matrike

Sistem enačb zaradi delovanja enotske horizontalne sile na vrhu druge etaže dobi naslednjo obliko (spremeni se samo vektor na desni strani sistema):

$$EI_n \cdot \left[\begin{array}{ccccccccc|ccc}
a_{AA} & a_{AB} & 0 & a_{AD} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1A} & a_{2A} & 0 \\
a_{AB} & a_{BB} & a_{BC} & 0 & a_{BE} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1B} & a_{2B} & 0 \\
0 & a_{BC} & a_{CC} & 0 & 0 & a_{CF} & 0 & 0 & 0 & a_{1C} & a_{2C} & 0 \\
a_{AD} & 0 & 0 & a_{DD} & a_{DE} & 0 & a_{DG} & 0 & 0 & 0 & a_{2D} & a_{3D} \\
0 & a_{BE} & 0 & a_{DE} & a_{EE} & a_{EF} & 0 & a_{EH} & 0 & 0 & a_{2E} & a_{3E} \\
0 & 0 & a_{CF} & 0 & a_{EF} & a_{FF} & 0 & 0 & a_{FI} & 0 & a_{2F} & a_{3F} \\
0 & 0 & 0 & a_{DG} & 0 & 0 & a_{GG} & a_{GH} & 0 & 0 & 0 & a_{3G} \\
0 & 0 & 0 & 0 & a_{EH} & 0 & a_{GH} & a_{HH} & a_{HI} & 0 & 0 & a_{3H} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{FI} & 0 & a_{HI} & a_{II} & 0 & 0 & a_{3I} \\
\hline
a_{1A} & a_{1B} & a_{1C} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{11} & 0 & 0 \\
a_{2A} & a_{2B} & a_{2C} & a_{2D} & a_{2E} & a_{2F} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{22} & 0 \\
0 & 0 & 0 & a_{3D} & a_{3E} & a_{3F} & a_{3G} & a_{3H} & a_{3I} & 0 & 0 & a_{33}
\end{array}\right] \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \\ \varphi_C \\ \varphi_D \\ \varphi_E \\ \varphi_F \\ \varphi_G \\ \varphi_H \\ \varphi_I \\ \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \cdot H_1 \\ 1 \cdot H_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4.2 \\ 2.7 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

ki ima rešitve (zanimajo nas samo zasuki etaž):

$$\begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.679 \cdot 10^{-8} \\ 9.819 \cdot 10^{-9} \\ 1.256 \cdot 10^{-9} \end{Bmatrix}$$

Horizontalni pomiki točk A, D in G zaradi enotske sile v točki D, ki predstavljajo člene druge vrstice in stolpca podajnostne matrike okvirja, so tako:

$$d_{21} = H_1 \cdot \psi_2 = 4.2\ \text{m} \cdot 1.679 \cdot 10^{-8} = 7.053 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

$$d_{22} = H_1 \cdot \psi_1 + H_2 \cdot \psi_2 = 7.053 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}} + 2.7\ \text{m} \cdot 9.819 \cdot 10^{-9} = 9.704 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

$$d_{23} = H_1 \cdot \psi_1 + H_2 \cdot \psi_2 + H_3 \cdot \psi_3 = 9.704 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}} + 2.7\ \text{m} \cdot 1.259 \cdot 10^{-9} = 1.004 \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

Izračun člena d_{21} je bil zaradi simetrije podajnostne matrike dejansko nepotreben in služi samo kot kontrola.

Izračun členov tretje vrstice in stolpca podajnostne matrike

Sistem enačb zaradi delovanja enotske horizontalne sile na vrhu tretje etaže dobi naslednjo obliko:

$$EI_n \cdot \left[\begin{array}{ccccccccc:ccc}
a_{AA} & a_{AB} & 0 & a_{AD} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1A} & a_{2A} & 0 \\
a_{AB} & a_{BB} & a_{BC} & 0 & a_{BE} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1B} & a_{2B} & 0 \\
0 & a_{BC} & a_{CC} & 0 & 0 & a_{CF} & 0 & 0 & 0 & a_{1C} & a_{2C} & 0 \\
a_{AD} & 0 & 0 & a_{DD} & a_{DE} & 0 & a_{DG} & 0 & 0 & 0 & a_{2D} & a_{3D} \\
0 & a_{BE} & 0 & a_{DE} & a_{EE} & a_{EF} & 0 & a_{EH} & 0 & 0 & a_{2E} & a_{3E} \\
0 & 0 & a_{CF} & 0 & a_{EF} & a_{FF} & 0 & 0 & a_{FI} & 0 & a_{2F} & a_{3F} \\
0 & 0 & 0 & a_{DG} & 0 & 0 & a_{GG} & a_{GH} & 0 & 0 & 0 & a_{3G} \\
0 & 0 & 0 & 0 & a_{EH} & 0 & a_{GH} & a_{HH} & a_{HI} & 0 & 0 & a_{3H} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{FI} & 0 & a_{HI} & a_{II} & 0 & 0 & a_{3I} \\
\hdashline
a_{1A} & a_{1B} & a_{1C} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{11} & 0 & 0 \\
a_{2A} & a_{2B} & a_{2C} & a_{2D} & a_{2E} & a_{2F} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{22} & 0 \\
0 & 0 & 0 & a_{3D} & a_{3E} & a_{3F} & a_{3G} & a_{3H} & a_{3I} & 0 & 0 & a_{33}
\end{array}\right] \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \\ \varphi_C \\ \varphi_D \\ \varphi_E \\ \varphi_F \\ \varphi_G \\ \varphi_H \\ \varphi_I \\ \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \cdot H_1 \\ 1 \cdot H_2 \\ 1 \cdot H_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4.2 \\ 2.7 \\ 2.7 \end{Bmatrix}$$

ki ima rešitve (zanimajo nas samo zasuki etaž):

$$\begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.685 \cdot 10^{-8} \\ 1.099 \cdot 10^{-8} \\ 9.368 \cdot 10^{-9} \end{Bmatrix}$$

Horizontalni pomiki točk A, D in G zaradi enotske sile v točki G, ki predstavljajo člene tretje vrstice in stolpca podajnostne matrike okvirja, so tako:

$$d_{31} = H_1 \cdot \psi_2 = 4.2\ \text{m} \cdot 1.685 \cdot 10^{-8} = 7.076 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

$$d_{32} = H_1 \cdot \psi_1 + H_2 \cdot \psi_2 = 7.076 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}} + 2.7\ \text{m} \cdot 1.099 \cdot 10^{-9} = 1.004 \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

$$d_{33} = H_1 \cdot \psi_1 + H_2 \cdot \psi_2 + H_3 \cdot \psi_3 = 1.004 \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{m}}{\text{N}} + 2.7\ \text{m} \cdot 9.368 \cdot 10^{-9} = 1.257 \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

Čeprav je izračun členov d_{31} in d_{32} zaradi simetrije podajnostne matrike dejansko nepotreben, služi kot posredna kontrola izračuna.

Celotna podajnostna matrika okvirja je tako:

$$[d] = \begin{bmatrix} 6.569 \cdot 10^{-8} & 7.053 \cdot 10^{-8} & 7.076 \cdot 10^{-8} \\ 7.053 \cdot 10^{-8} & 9.704 \cdot 10^{-8} & 1.004 \cdot 10^{-7} \\ 7.076 \cdot 10^{-8} & 1.004 \cdot 10^{-7} & 1.257 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{N}}$$

Togostna matrika okvirja je tako:

$$[K_{okv}] = [d]^{-1} = \begin{bmatrix} 70445266.828 & -58691830.468 & 7239339.262 \\ -58691830.468 & 108373889.673 & -53541300.983 \\ 7239339.262 & -53541300.983 & 46649702.046 \end{bmatrix} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Togostna matrika konstrukcije pa je:

$$[K_{kon}] = 3 \cdot [K_{okv}] = \begin{bmatrix} 2.113 & -1.761 & 0.217 \\ -1.761 & 3.251 & -1.606 \\ 0.217 & -1.606 & 1.399 \end{bmatrix} \cdot 10^{8}\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Primerjava togostnih matrik obeh modelov pokaže, da nastopi pri zadnjem diagonalnem členu vrednost, ki je za skoraj 15 % večja od vrednosti, dobljene z uporabo redukcijskega faktorja stebra (ostala diagonalna člena pa sta nekoliko manjša od prej dobljenih vrednosti).

Izračun lastnih frekvenc in nihajnih časov ter lastnih vektorjev

Uporaba enačbe (4.9)

Če želimo za izračun približka prvega nihajnega časa uporabiti enačbo (4.9) iz predpisa, moramo poiskati pomik (v *m*) na vrhu stavbe zaradi sil teže, apliciranih vodoravno, kar sledi iz (uporabljena je togostna matrika, dobljena z redukcijskim faktorjem stebra):

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = [K_{kon}]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2.061 & -1.607 & 0 \\ -1.607 & 3.214 & -1.607 \\ 0 & -1.607 & 1.607 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8} \frac{m}{N} \cdot \begin{Bmatrix} 142273.725 \\ 139573.725 \\ 117438.4 \end{Bmatrix} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} = \begin{Bmatrix} 0.086 \\ 0.102 \\ 0.109 \end{Bmatrix} m$$

Tako sledi:

$$T_1 = 2 \cdot \sqrt{d} = 2 \cdot \sqrt{0.109} = 0.661\,s$$

Uporaba Rayleighove metode

Izračunane vodoravne pomike zaradi sil teže, apliciranih vodoravno, je za izračun približka prve periode mogoče neposredno uporabiti tudi v Rayleighovi metodi, kjer prvo periodo izračunamo kot:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} M_i \cdot u_i^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n} M_i \cdot u_i}}$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{142273.7 \cdot 0.086^2 + 139573.7 \cdot 0.102^2 + 117438.4 \cdot 0.109^2}{9.81 \cdot (142273.7 \cdot 0.086 + 139573.7 \cdot 0.102 + 117438.4 \cdot 0.109)}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{3910.588}{9.81 \cdot 39331.679}}$$

$$= 0.633\,s$$

To vrednost je mogoče še dodatno izboljšati z izračunom novih vztrajnostnih sil.

Modalna analiza

Ker pa je konstrukcija okarakterizirana kot po višini nepravilna, moramo izvesti modalno analizo s spektri odziva, in dinamična matrika konstrukcije ima obliko:

$$[DM]=[d]\cdot[M]=[K_{kon}]^{-1}\cdot[M]=$$

$$\begin{bmatrix} 2.061 & -1.607 & 0 \\ -1.607 & 3.214 & -1.607 \\ 0 & -1.607 & 1.607 \end{bmatrix}^{-1}\cdot 10^{-8}\frac{m}{N}\cdot\begin{bmatrix} 142273.725 & 0 & 0 \\ 0 & 139573.725 & 0 \\ 0 & 0 & 117438.4 \end{bmatrix}kg=$$

$$\begin{bmatrix} 3.135 & 3.0755 & 2.587 \\ 3.135 & 3.944 & 3.318 \\ 3.135 & 3.944 & 4.049 \end{bmatrix}\cdot 10^{-4}$$

Lastne vrednosti dinamične matrike so:

$$\lambda_1 = 1.014\cdot 10^{-2} \rightarrow \omega_1^{\,2} = 98.599$$
$$\lambda_2 = 7.078\cdot 10^{-4} \rightarrow \omega_2^{\,2} = 1412.762$$
$$\lambda_3 = 2.771\cdot 10^{-4} \rightarrow \omega_3^{\,2} = 3608.199$$
$$\omega_1 = 9.930\,\frac{rad}{s} \rightarrow T_1 = 0.633\ s$$
$$\omega_2 = 37.587\,\frac{rad}{s} \rightarrow T_2 = 0.167\ s$$
$$\omega_3 = 60.068\,\frac{rad}{s} \rightarrow T_3 = 0.105\ s$$

Iz rezultatov je vidno, da je uporaba Rayleighove metode dala boljši približek kot enačba (4.9).

Kontrola pogoja neodvisnosti posameznih dveh nihajnih oblik:

$$T_2 = 0.167\ s \le 0.9\cdot T_1 = 0.9\cdot 0.633\ s = 0.569\ s$$
$$T_3 = 0.105\ s \le 0.9\cdot T_2 = 0.9\cdot 0.167\ s = 0.150\ s$$

pokaže, da pogoj je neodvisnosti dveh nihajnih oblik izpolnjen in se lahko pri morebitnem kombiniranju učinkov različnih nihajnih oblik največja vrednost za vsak učinek potresnega vpliva na konstrukcijo izračuna po pravilu SRSS.

Nihajnim časom pripadajoči lastni vektorji, normirani na masno matriko, so:

$$\left\{\hat{\Phi}_1\right\}=\begin{Bmatrix}1.365\cdot10^{-3}\\1.632\cdot10^{-3}\\1.758\cdot10^{-3}\end{Bmatrix}\quad\left\{\hat{\Phi}_2\right\}=\begin{Bmatrix}1.984\cdot10^{-3}\\6.2807\cdot10^{-5}\\-1.935\cdot10^{-3}\end{Bmatrix}\quad\left\{\hat{\Phi}_3\right\}=\begin{Bmatrix}1.109\cdot10^{-3}\\-2.121\cdot10^{-3}\\1.296\cdot10^{-3}\end{Bmatrix}$$

in tako sledijo koeficienti (faktorji) participacije ali modalni participacijski faktorji kot:

$$\Gamma_1=\left\{\hat{\Phi}_1\right\}^{\mathrm{T}}\cdot[\mathrm{M}]\cdot\{\mathrm{I}\}=\begin{Bmatrix}1.365\cdot10^{-3}\\1.632\cdot10^{-3}\\1.758\cdot10^{-3}\end{Bmatrix}^{\mathrm{T}}\cdot\begin{bmatrix}142273.725&0&0\\0&139573.725&0\\0&0&117438.4\end{bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix}1\\1\\1\end{Bmatrix}$$
$$=628.514$$

$$\Gamma_2=\left\{\hat{\Phi}_2\right\}^{\mathrm{T}}\cdot[\mathrm{M}]\cdot\{\mathrm{I}\}=\begin{Bmatrix}1.984\cdot10^{-3}\\6.2807\cdot10^{-5}\\-1.935\cdot10^{-3}\end{Bmatrix}^{\mathrm{T}}\cdot\begin{bmatrix}142273.725&0&0\\0&139573.725&0\\0&0&117438.4\end{bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix}1\\1\\1\end{Bmatrix}$$
$$=63.727$$

$$\Gamma_3=\left\{\hat{\Phi}_3\right\}^{\mathrm{T}}\cdot[\mathrm{M}]\cdot\{\mathrm{I}\}=\begin{Bmatrix}1.109\cdot10^{-3}\\-2.121\cdot10^{-3}\\1.296\cdot10^{-3}\end{Bmatrix}^{\mathrm{T}}\cdot\begin{bmatrix}142273.725&0&0\\0&139573.725&0\\0&0&117438.4\end{bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix}1\\1\\1\end{Bmatrix}$$
$$=13.953$$

Sodelujoče (participacijske) mase so tako:

$$\mathrm{M}_{1,\mathrm{sod}}=\Gamma_1^2=628.514^2=395030.085\ \mathrm{kg}$$
$$\mathrm{M}_{2,\mathrm{sod}}=\Gamma_2^2=63.727^2=4061.075\ \mathrm{kg}$$
$$\mathrm{M}_{3,\mathrm{sod}}=\Gamma_3^2=13.953^2=194.690\ \mathrm{kg}$$

Njihova vsota znaša:

$$\mathrm{M}_{1,\mathrm{sod}}+\mathrm{M}_{2,\mathrm{sod}}+\mathrm{M}_{3,\mathrm{sod}}=395030.085\ \mathrm{kg}+4061.075\ \mathrm{kg}+194.690\ \mathrm{kg}=399285.850\ \mathrm{kg}$$

in je enaka vsoti mas, ki nastopajo v masni matriki konstrukcije.

Delež posamezne sodelujoče mase tako znaša:

$$\frac{M_{1,sod}}{M_{tot}} = \frac{395030.085\ \text{kg}}{399285.850\ \text{kg}} = 0.989 = 98.934\ \% > 90\%$$

$$\frac{M_{2,sod}}{M_{tot}} = \frac{4061.075\ \text{kg}}{399285.850\ \text{kg}} = 0.010 = 1.017\ \% < 5\ \%$$

$$\frac{M_{3,sod}}{M_{tot}} = \frac{194.690\ \text{kg}}{399285.850\ \text{kg}} = 4.876 \cdot 10^{-4} = 0.049\ \% < 5\ \%$$

Konstrukcija ima sicer 3 nihajne oblike in 3 efektivne modalne mase, vendar EC 8 predpisuje, da je potrebno upoštevati (samo) vse nihajne oblike, ki pomembno prispevajo h globalnemu odzivu (ΈC8 podaja dva pogoja, zadošča pa že samo zadostitev enega). Za obravanavani primer sta hkrati že izpolnjena oba pogoja, če upoštevamo zgolj prvo nihajno obliko.

Določitev faktorja obnašanja objekta

Zgornja vrednost faktorja obnašanja *q* je :

$$q = q_0 \cdot k_w \geq 1.5$$

kjer sta:

$$q_0 = 3.0 \cdot \alpha_u / \alpha_1 = 3 \cdot 1.3 = 3.9$$

Ker kontrukcijo klasificiramo kot nepravilno po višini, v skladu s členom 5.2.2.(3) vrednost q_o zmanjšamo za 20 %:

$$q_0 = 0.8 \cdot 3.9 = 3.12$$

k_w = 1.0 za okvirne in okvirom enakovredne mešane konstrukcijske sisteme.

$$q = 3.12 \cdot 1 = 3.12$$

Določitev referenčne vrednosti pospeška objekta

Ker se želi zagotoviti 90 % verjetnost, da uporabljena projektna vrednost pospeška tal ne bo presežena v 120 letih, znaša pripadajoča povratna doba:

$$T_R = \frac{-T_L}{\ln(1-P_R)} = \frac{-120 \text{ let}}{\ln(1-0.1)} = 1138.947 \text{ let}$$

za katero pa seveda ne obstaja pripadajoča karta potresne nevarnosti.

Tako se za pridobitev pripadajoče vrednosti projektnega pospeška tal uporabi interpolacija med kartama potresne nevarnosti za 1000 let in 10000 let (v RS). Za Koper tako sledi:

T_{R1} = 1000 let, a_{gR1} = 0.125 g
T_{R2} = 10000 let, a_{gR2} = 0.3 g

ter

$$\log(a_{gR}) = \log(0.125) + \frac{\log\left(\frac{0.3}{0.125}\right) \cdot \log\left(\frac{1138.947}{1000}\right)}{\log\left(\frac{10000}{1000}\right)} = -0.882$$

Iskana vrednost je tako:

$$a_{gR} = 10^{-0.882} = 0.131 \text{ g} > a_{gR1}$$

Za kategorijo pomembnosti II velja γ_I = 1.0.

Po upoštevanju faktorja pomembnosti sledi:

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} = 1 \cdot 0.131 \text{ g} = 0.131 \text{ g}$$

Določitev velikosti in porazdelitve potresnega vpliva

Za tip tal B veljajo naslednje vrednosti parametrov:

Tip tal	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
B	1.2	0.15	0.5	2.0

kar pomeni, da velja

$$T_C < T_1 = 0.633\ \text{s} < T_D$$

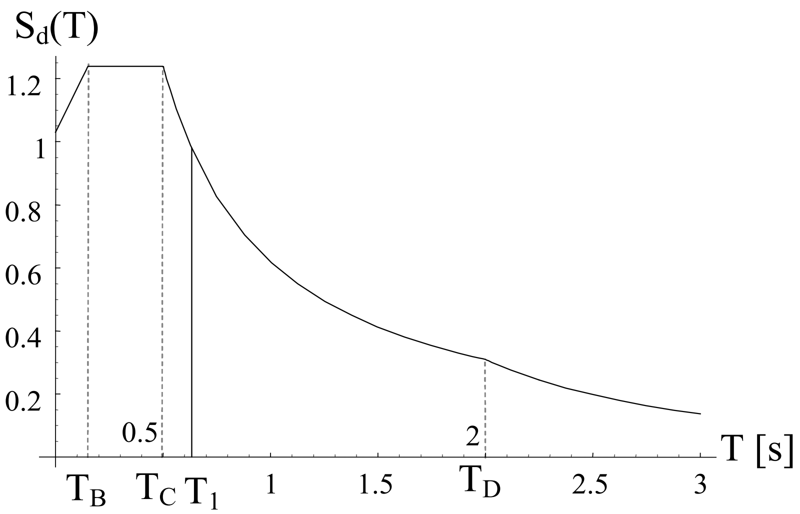
in po enačbi (3.15) sledi (slika 39):

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T_1}\right] \geq \beta \cdot a_g$$

$$S_d(T_1) = 0.131\ g \cdot 1.2 \cdot \frac{2.5}{3.12} \cdot \left[\frac{0.5}{0.633\ s}\right] \geq 0.2 \cdot 0.131\ g$$

$$S_d(T_1) = 0.979 \geq 0.258$$

kjer je bila upoštevana priporočena vrednost faktorja $\beta = 0.2$.



Slika 39: Vrednost S_d v spektru odziva

Bazna prečna sila je tako:

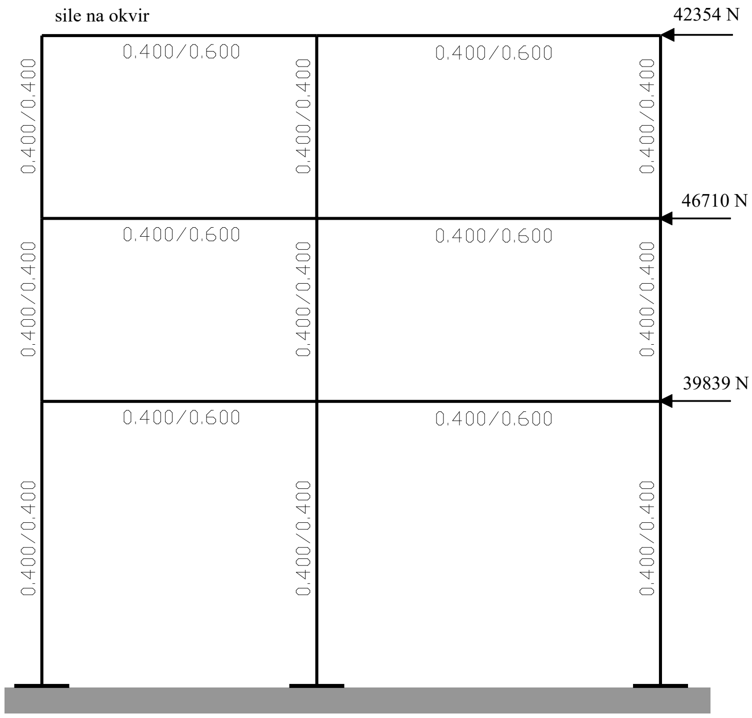
$$F_{b1} = S_d(T_1) \cdot M_{1,sod} = 0.9789399306589005 \cdot 395030.085\ \text{kg} = 386710.724\ \text{N}$$

Celotna vodoravna bazna potresna sila F_{bk} se razporedi po višini konstrukcije z uporabo lastnega vektorja, ki pripada prvi nihajni obliki, kot (slika 40):

$$F_{1i} = F_{b1} \cdot \frac{\phi_{ki} \cdot M_i}{\sum \phi_{kj} \cdot M_j}$$
$$F_{11} = 119516.902 \text{ N}$$
$$F_{12} = 140130.868 \text{ N}$$
$$F_{13} = 127062.954 \text{ N}$$

Ker konstrukcijo sestavljajo trije identični okvirji, na vsakega odpade tretjina etažne sile:

$$F_{11} = 39838.967 \text{ N}$$
$$F_{12} = 46710.289 \text{ N}$$
$$F_{13} = 42354.318 \text{ N}$$



Slika 40: Razporeditev potresnih sil po etažah

Izračun koeficientov občutljivosti za etažne pomike

Povprečni elastični vodoravni pomiki etaž so:

$$\{\bar{d}_e\} = [K_{kon}]^{-1} \cdot \{F_{kon}\} = [d_{kon}] \cdot \{F_{kon}\}$$

$$\begin{bmatrix} 2.061 & -1.607 & 0 \\ -1.607 & 3.214 & -1.607 \\ 0 & -1.607 & 1.607 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8} \frac{m}{N} \cdot \begin{Bmatrix} 119516.902\ N \\ 140130.868\ N \\ 127062.954\ N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 8.520 \cdot 10^{-3} \\ 10.183 \cdot 10^{-3} \\ 10.973 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} m$$

Te pomike lahko izračunamo tudi direktno brez eksplicitnega izračuna sil na konstrukcijo kot:

$$\{\bar{d}_e\} = \{\hat{\Phi}_1\} \cdot \Gamma_1 \cdot \frac{S_d(T_1)}{\omega_1^2}$$

Povprečni vodoravni pomiki $\bar{d}_s$ so nato

$$\{\bar{d}_s\} = q_d \cdot \{\bar{d}_e\} = 3.12 \cdot \begin{Bmatrix} 8.520 \cdot 10^{-3} \\ 10.183 \cdot 10^{-3} \\ 10.973 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} m = \begin{Bmatrix} 26.582 \cdot 10^{-3} \\ 31.770 \cdot 10^{-3} \\ 34.237 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} m$$

Povprečni relativni pomiki etaž so tako:

$$\{d_r\} = \begin{Bmatrix} 26.582 \cdot 10^{-3} \\ 5.188 \cdot 10^{-3} \\ 2.467 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} m$$

Brezdimenzijski koeficient občutljivosti za posamezno etažo izračunamo kot:

$$\theta = \frac{P_{tot} \cdot d_r}{V_{tot} \cdot h}$$

Tako sledijo:

etaža	P_{tot} [N]	d_r [m]	V_{tot} [N]	h [m]	θ
1	3916994.190	$26.582 \cdot 10^{-3}$	386710.724	4.2	0.064
2	2521288.947	$5.188 \cdot 10^{-3}$	267193.822	2.7	0.018
3	1152070.704	$2.467 \cdot 10^{-3}$	127062.954	2.7	0.008

Izračun pokaže, da vpliva teorije drugega reda ni potrebno upoštevati, saj za vse etaže velja $\theta < 0.1$.

Faktorji δ za upoštevanje naključne torzije

Za okvirje (od izhodišča koordinatnega sistema) v *x* smeri tako po enačbi (člen 4.3.3.2.4(1)) sledi za premik masnega središča proti vrhu osi *y* za 0.9 m:

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{5.4\ \mathrm{m}}{9\ \mathrm{m}} = 1.72$$
$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{0.9\ \mathrm{m}}{9\ \mathrm{m}} = 1.12$$
$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{3.6\ \mathrm{m}}{9\ \mathrm{m}} = 1.48$$

Za premik masnega središča proti koordinatnemu izhodišču za 0.9 m pa sledi:

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{3.6\ \mathrm{m}}{9\ \mathrm{m}} = 1.48$$
$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{0.9\ \mathrm{m}}{9\ \mathrm{m}} = 1.12$$
$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{5.4\ \mathrm{m}}{9\ \mathrm{m}} = 1.72$$

Za krajna okvirja je tako merodajna vrednost 1.72, za notranji okvir pa vrednost 1.12.

Kontrola etažnih pomikov

Elastični pomiki okvirja so tako:

$$\{d_e\} = [K_{okv}]^{-1} \cdot \{F_e\} = \begin{bmatrix} 68695568.101 & -53565727.065 & 0 \\ -53565727.065 & 107131454.130 & -53565727.065 \\ 0 & -53565727.065 & 53565727.065 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} 39838.967\ \mathrm{N} \\ 46710.289\ \mathrm{N} \\ 42354.318\ \mathrm{N} \end{Bmatrix}$$

$$\{d_e\} = \begin{Bmatrix} 8.520 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 10.183 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 10.973 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \end{Bmatrix}$$

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\{d_s\} = q_d \cdot \{d_e\} = 3.12 \cdot \begin{Bmatrix} 8.520 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 10.183 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 10.973 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 26.582 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 31.770 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 34.237 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

Zaradi upoštevanja naključne torzije za zunanja okvirja sledi faktor δ po enačbi (4.3.3.2.4(1)):

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1. + 1.2 \cdot \frac{4.7\ \text{m} + 0.1 \cdot 9.4\ \text{m}}{9.4\ \text{m}} = 1 + 1.2 \cdot \frac{5.64\ \text{m}}{9.4\ \text{m}} = 1.72$$

in tako sledijo pomiki za zunanja okvirja ob upoštevanju naključne torzije:

$$1.72 \cdot \{d_s\} = \begin{Bmatrix} 45.721 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 54.644 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 58.887 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

Relativni pomiki etaž zunanjega okvirja so tako:

$$d_{r3} = 58.887 \cdot 10^{-3}\ \text{m} - 54.644 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 4.243 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$d_{r2} = 54.644 \cdot 10^{-3}\ \text{m} - 45.721 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 8.928 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$d_{r1} = 45.721 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

Tako sledi (redukcijski faktor $\nu = 0.5$ po predpisu za kategorijo pomembnosti I in II):

$$4.243 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \nu = 2.122 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$8.928 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \nu = 4.461 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$45.721 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \nu = 22.860 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

Ker gre za stanovanjsko stavbo, lahko predpostavimo, da so nekonstrukcijski elementi pritrjeni na konstrukcijo tako, da deformacije konstrukcije nanje ne vplivajo, in zato uporabimo pogoj v obliki:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.010 \cdot h$$

kar vodi do:

$$2.122 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \leq 0.010 \cdot \mathrm{h} = 0.010 \cdot 2.7\ \mathrm{m} = 0.027\ \mathrm{m}$$
$$4.461 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \leq 0.010 \cdot \mathrm{h} = 0.010 \cdot 2.7\ \mathrm{m} = 0.027\ \mathrm{m}$$
$$22.860 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \leq 0.010 \cdot \mathrm{h} = 0.010 \cdot 4.2\ \mathrm{m} = 0.042\ \mathrm{m}$$

kar pokaže, da je omejitev pomikov izpolnjena.

Vrednosti celo pokažejo, da je omejitev pomikov skorajda izpolnjena tudi za stavbe, ki imajo na konstrukcijo pritrjene nekonstrukcijske elemente iz krhkih materialov, kjer pogoj dobi strožjo obliko:

$$\mathrm{d_r} \cdot \nu \leq 0.005 \cdot \mathrm{h}$$

kar vodi do:

$$2.122 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \leq 0.005 \cdot 2.7\ \mathrm{m} = 0.0135\ \mathrm{m}$$
$$4.461 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \leq 0.005 \cdot 2.7\ \mathrm{m} = 0.0135\ \mathrm{m}$$
$$22.860 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} > 0.005 \cdot 4.2\ \mathrm{m} = 0.021\ \mathrm{m}$$

kar pokaže, da omejitev pomikov ni izpolnjena samo v spodnji etaži (ki pa je bila okarakterizirana kot t.i. mehka etaža).

Opomba: če bi v analizi potresnega vpliva uporabili togostno matriko, izračunano s pomočjo deformacijske metode, bi dobili naslednje nihajne čase:

$$\mathrm{T_1} = 0.672\ \mathrm{s}$$
$$\mathrm{T_2} = 0.183\ \mathrm{s}$$
$$\mathrm{T_3} = 0.103\ \mathrm{s}$$

in s tem nekoliko manjšo bazno silo:

$$\mathrm{F_{b1}} = \mathrm{S_d}(\mathrm{T_1}) \cdot \mathrm{M_{1,sod}} = 359765.753\ \mathrm{N}\ .$$

Zgled 8

Razširjena izpitna naloga 21. junija 2016

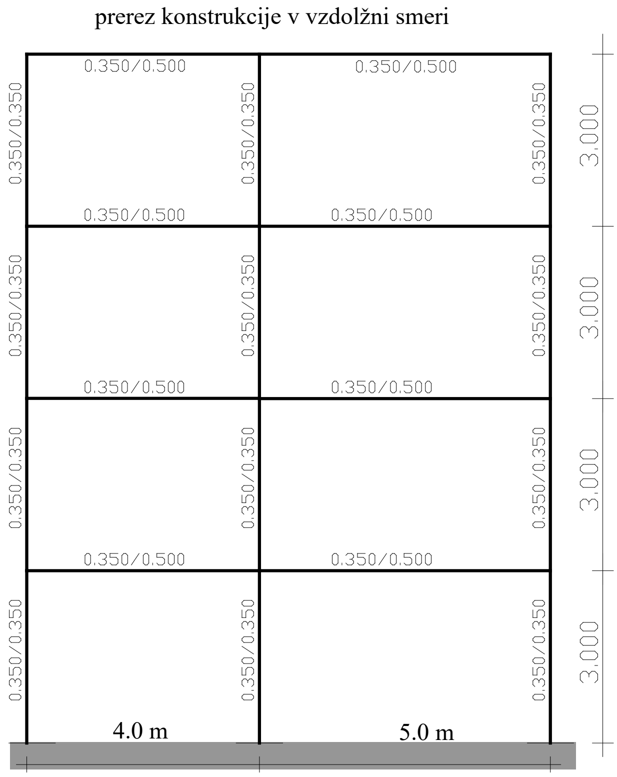
Konstrukcijo na sliki 41 sestavljajo trije identični okvirji, medsebojno oddaljeni 4 m (razdalja med osmi stebrov).

Stebri imajo dimenziji b/h = 0.35/0.35 m, nosilci b/h = 0.35 m/0.5 m, debelina plošče znaša 26 cm. Material konstrukcije je beton C30/37, ki ima modul elastičnosti E=33 GPa.

Polnilo zunanjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidni bloki ZB 25, debelina stene 25 cm, volumska masa z upoštevanjem fasade 450 kg/m^3.

Polnilo notranjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidne plošče ZB 15, debelina stene 15 cm, volumska masa 450 kg/m^3.

Objekt je stanovanjska stavba, ki stoji v Celju (nadmorska višina 240 m), življenjska doba objekta je 100 let, vrednost a_{gR} se izračuna z interpolacijo med kartama z ustreznima povratnima dobama.



Slika 41: Prerez konstrukcije v vzdolžni smeri

Za konstrukcijo:

- določi tip tal na osnovi naslednjih podatkov za sloje (globina temeljenja 1.60 m)

sloj	od [m]	do [m]	N_{SPT}
1	0	8.0	15
2	8.0	18.9	56
3	18.9	22.3	61
4	22.3	35.0	52
5	35.0	41.5	46

- izvedi analizo obtežb in izračunaj mase s pomočjo kombinacije lastnih tež (poleg mase same plošče upoštevaj še dodatnih 150 kg/m^2 za estrih in toplotno izolacijo) in po predpisu apliciranih obtež (pri izračunu mase plošče uporabi gabaritne dimenzije plošče),
- za izračun podajnostne/togostne matrike konstrukcije uporabi strižni model z redukcijskim faktorjem stebra,
- ugotovi (izračunov ni potrebno izvesti), ali gre za tlorisno pravilno konstrukcijo ter konstrukcijo, pravilno po višini, ter navedi, kateri model (2D ali 3D) ter metode apliciranja potesnega vpliva je dovoljeno uporabiti,

- približek prvega nihajnega časa določi z uporabo enačb (4.6) in (4.9) iz EC8, ter modalne analize (samo prva nihajna oblika),
- izračunaj velikost celotnega potresnega vpliva (upoštevaj razred duktilnosti DCM) ter poišči njegovo razporeditev po etažah z uporabo enačbe (4.10),
- poišči in skiciraj razporeditev etažnih potresnih vplivov na nosilne sisteme etaže ter izračunaj faktorje δ za upoštevanje naključne torzije,
- izračunaj koeficiente občutljivosti za etažne pomike ter ugotovi, ali je potrebno upoštevati vpliv teorije drugega reda,
- izvedi kontrolo omejitve poškodb merodajnega okvirja.

Rešitev

Analiza mas/obtežb

Masa plošče

AB plošča:	debelina 26 cm	$0.26\,\mathrm{m}\cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 650\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Estrih in toplotna izolacija		$150\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Masa:		$m_p = 800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe etaž 1 do 4

Kategorija A (bivalni prostori)

$q_{k,koristna} = 2\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo A

za bivalne prostore velja $\psi_2 = 0.3$

ker gre za stanovanjsko stavbo, smatramo, da je zasedba nekaterih etaž povezana, in upoštevamo φ=0.8.

masa plošče z maso iz obteže: $m = 800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2} + 0.8\cdot 0.3\cdot \frac{2\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}}{9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 848.930\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe strešne plošče

Kategorija H (strehe, dostopne le za normalno vzdrževanje in popravila)

$q_{k,koristna} = 0.4\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo H

Obtežba snega

Kraj Celje: alpska regija (cona) A2, nadmorska višina A = 240 m. Karakteristična obtežba snega s_k na tleh se izračuna kot:

$$\text{A2} \quad s_k = 1.293 \cdot \left[1 + \left(\frac{A}{728}\right)^2\right] = 1.293 \cdot \left[1 + \left(\frac{240}{728}\right)^2\right] = 1.434\,\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

(SIST EN 1991-1-3: 2004; nacionalni dodatek, str. 4)

Obtežba snega na ravno streho:

- nagib strehe $0^o \leq \alpha \leq 30^o$
- oblikovni koeficient obtežbe snega $\mu_1 = 0.8$; SIST EN 1991-1-3: 2004, preglednica 5.2, str. 15,
- koeficient izpostavljenosti $C_e = 1.0$,
- toplotni koeficient $C_t = 1.0$.

Obtežba snega na strehi (SIST EN 1991-1-3: 2004, 5.2 (3)P, enačba 5.1, str. 13):

$$s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 0.8 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.434\,\frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 1.147\,\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Kombiniranje obtežb/mas se izvede kot:

$$M \cdot g = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \,''+''\, \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \rightarrow M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \,''+''\, \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

kjer se koeficient $\psi_{E,i}$ za kombinacijo za spremenljivi vpliv *i* izračuna po izrazu (4.2.4(2)P, stran 44):

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i},$$

kar vodi do:

$$M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \,''+''\, \sum_{i \geq 1} \varphi \cdot \psi_{2i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

Za vrhnje etaže (strehe) velja φ=1.0.

Po preglednici A.1.1, normativen dodatek A1, EN 1990, velja:
za koristno obtežbo na strehi kategorije H $\psi_2 = 0$

za sneg velja za kraje v RS z nadmorsko višino pod 1000 m $\psi_2 = 0$

Tako sledi:

$$m = 800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2} + 1\cdot 0\cdot \frac{0.4\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}}{9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} + 1\cdot 0\cdot \frac{1.147\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}}{9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2} + 0 + 0 = 800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$$

Izračun členov masne matrike konstrukcije

Plošča med pritličjem in 2. etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{\mathrm{plo}} = 9.35\,\mathrm{m}\cdot 8.35\,\mathrm{m}\cdot 848.930\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2} = 66278.061\,\mathrm{kg}$

Opomba: za maso, ki izvira iz koristne obtežbe, bi lahko upoštevali »notranje« dimenzije (med stenami).

masa polovice stebrov spodaj:

$$M_{\mathrm{steb,s}} = 9\cdot 0.35\,\mathrm{m}\cdot 0.35\,\mathrm{m}\cdot \frac{3\,\mathrm{m}}{2}\cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 9\cdot 918.75\,\mathrm{kg} = 4134.375\,\mathrm{kg}$$

masa polovice stebrov zgoraj:

$$M_{\mathrm{steb,z}} = 9\cdot 0.35\,\mathrm{m}\cdot 0.35\,\mathrm{m}\cdot \frac{3\,\mathrm{m}}{2}\cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 9\cdot 918.75\,\mathrm{kg} = 4134.375\,\mathrm{kg}$$

masa gred v smeri Y osi (upoštevane so osne dolžine med stebri):

$$M_{\mathrm{gred,y}} = 3\cdot 8\,\mathrm{m}\cdot 0.35\,\mathrm{m}\cdot 0.5\,\mathrm{m}\cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 10500\,\mathrm{kg}$$

masa gred v smeri X osi (upoštevane so osne dolžine med stebri):

$$M_{gred,x} = 3 \cdot 9\ \text{m} \cdot 0.35\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 22312.5\ \text{kg}$$

masa zunanjih sten (upoštevane so dejanske dimenzije med stebri):

$$M_{sten,z} = 2 \cdot (8.3\ \text{m} + 7.3\ \text{m}) \cdot 0.25\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} \cdot 450\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10530\ \text{kg}$$

masa notranjih sten (upoštevane so dimenzije med stebri):

$$M_{sten,n} = (8.3\ \text{m} + 7.3\ \text{m}) \cdot 0.15\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} \cdot 450\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3159\ \text{kg}$$

Masa plošče nad prvo etažo je tako:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{plo} + M_{steb,s} + M_{steb,z} + M_{gred,y} + M_{gred,x} + M_{sten,z} + M_{sten,n} \\ &= 66278.061\ \text{kg} + 4134.375\ \text{kg} + 4134.375\ \text{kg} + 10500\ \text{kg} + 22312.5\ \text{kg} + 10530\ \text{kg} + 3159\ \text{kg} \\ &= 110475.73\ \text{kg} \end{aligned}$$

Plošča med 2. in 3. etažo

Plošča je identična plošči nad pritličjem, in zato velja:

$$M_2 = M_1 = 110475.73\ \text{kg}$$

Plošča med 3. in 4. etažo

Plošča je identična plošči nad 2. etažo, in zato velja:

$$M_3 = M_2 = 110475.73\ \text{kg}$$

Plošča nad 4. etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{plo} = 9.35\ \text{m} \cdot 8.35\ \text{m} \cdot 800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 62458\ \text{kg}$

masa polovice stebrov spodaj:

$$M_{steb,s} = 9 \cdot 0.35\ \text{m} \cdot 0.35\ \text{m} \cdot \frac{3\ \text{m}}{2} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 9 \cdot 918.75\ \text{kg} = 4134.375\ \text{kg}$$

masa gred v smeri Y osi: $M_{gred,y} = 3 \cdot 8\ \text{m} \cdot 0.35\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10500\ \text{kg}$

masa gred v smeri X osi: $M_{gred,x} = 3 \cdot 9\ \text{m} \cdot 0.35\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 22312.5\ \text{kg}$

Masa plošče nad četrto etažo je tako:

$$M_4 = M_{plo} + M_{steb,s} + M_{gred,y} + M_{gred,x} = 62458\ \text{kg} + 4134.375\ \text{kg} + 10500\ \text{kg} + 22312\ \text{kg}$$
$$= 88904.875\ \text{kg}$$

Masna matrika konstrukcije je tako:

$$[M] = \begin{bmatrix} 110475.73 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 110475.73 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 110475.73 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 88904.875 \end{bmatrix} \text{kg}$$

Celotna masa konstrukcije je:

$$m = 110475.73\ \text{kg} + 110475.73\ \text{kg} + 110475.73\ \text{kg} + 88904.875\ \text{kg} = 420549.80848623853\ \text{kg}$$

Izračun členov togostne matrike konstrukcije

Ker stavbo tvorijo trije identični okvirji, lahko togostno celotne matriko konstrukcije tvorimo tako, da analiziramo en okvir in dobljeno togostno matriko pomnožimo s 3.

Strižni model z redukcijskim faktorjem stebrov

Ker so vse etaže enake, za vsako etežo okvirja sledi z uporabo navadnega strižnega modela za en steber:

$$k_{\text{strižni}} = \frac{12}{h_s^{\;3}} \cdot E_s \cdot I_s = \frac{12}{(3\text{ m})^3} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \, \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2} \cdot \frac{0.35\text{ m} \cdot (0.35\text{ m})^3}{12} = 9.170 \cdot 10^6 \, \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Redukcijski faktor za levi steber znaša (uporabljena je formalna oblika z upogibnimi togostmi EI):

$$RF_1 = \frac{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}} = \frac{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}}$$

$$= \frac{\dfrac{\frac{0.35\text{ m} \cdot (0.5\text{ m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \, \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{4\text{ m}}}{\dfrac{\frac{0.35\text{ m} \cdot (0.5\text{ m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \, \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{4\text{ m}} + \frac{1}{2} \cdot \dfrac{\frac{0.35\text{ m} \cdot (0.35\text{ m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \, \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{3\text{ m}}}$$

$$= \frac{1.504 \cdot 10^7}{1.5034 \cdot 10^7 + 3.439 \cdot 10^6} = 0.814$$

Reducirana togost levega stebra vsake etaže je tako:

$$k_1 = RF_1 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.814 \cdot 9.170 \cdot 10^6 \, \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 7463770.573 \, \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Redukcijski faktor za srednji steber etaže znaša:

$$RF_2 = \frac{\sum_{n=1}^{2} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\sum_{n=1}^{2} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}}$$

$$= \frac{\dfrac{\dfrac{0.35\,\text{m}\cdot(0.5\,\text{m})^3}{12}\cdot\dfrac{33\cdot10^9\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{4\,\text{m}} + \dfrac{\dfrac{0.35\,\text{m}\cdot(0.5\,\text{m})^3}{12}\cdot\dfrac{33\cdot10^9\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{5\,\text{m}}}{\dfrac{\dfrac{0.35\,\text{m}\cdot(0.5\,\text{m})^3}{12}\cdot\dfrac{33\cdot10^9\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{4\,\text{m}} + \dfrac{\dfrac{0.35\,\text{m}\cdot(0.5\,\text{m})^3}{12}\cdot\dfrac{33\cdot10^9\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{5\,\text{m}} + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\dfrac{0.35\,\text{m}\cdot(0.35\,\text{m})^3}{12}\cdot\dfrac{33\cdot10^9\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{3\,\text{m}}}$$

$$= \frac{2.707\cdot10^7}{2.707\cdot10^7 + 3.439\cdot10^6} = 0.887$$

Reducirana togost srednjega stebra vsake etaže je tako:

$$k_2 = RF_2 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.887\cdot9.170\cdot10^6\,\frac{\text{N}}{\text{m}} = 8136809.892\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Redukcijski faktor za desni steber znaša:

$$RF_3 = \frac{\dfrac{I_n\cdot E_n}{L_n}}{\dfrac{I_n\cdot E_n}{L_n} + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{I_s\cdot E_s}{h_s}} = \frac{\dfrac{\dfrac{0.35\,\text{m}\cdot(0.5\,\text{m})^3}{12}\cdot\dfrac{33\cdot10^9\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{5\,\text{m}}}{\dfrac{\dfrac{0.35\,\text{m}\cdot(0.5\,\text{m})^3}{12}\cdot\dfrac{33\cdot10^9\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{5\,\text{m}} + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\dfrac{0.35\,\text{m}\cdot(0.35\,\text{m})^3}{12}\cdot\dfrac{33\cdot10^9\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{3\,\text{m}}}$$

$$= \frac{1.203\cdot10^7}{1.203\cdot10^7 + 3.439\cdot10^6} = 0.778$$

Reducirana togost desnega stebra vsake etaže je tako:

$$k_3 = RF_3 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.778\cdot9.170\cdot10^6\,\frac{\text{N}}{\text{m}} = 731939.944\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Skupna togost vsake etaže okvirja je:

$$k_e = k_1 + k_2 + k_3 = 7463770.573\,\frac{\text{N}}{\text{m}} + 8136809.892\,\frac{\text{N}}{\text{m}} + 731939.944\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$= 22732520.409\,\frac{\text{N}}{\text{m}} = 2.273\cdot10^7\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Togostna matrika okvirja ima tako tridiagonalno obliko:

$$[K_{okv}] = \begin{bmatrix} 2\cdot k_e & -k_e & 0 & 0 \\ -k_e & 2\cdot k_e & -k_e & 0 \\ 0 & -k_e & 2\cdot k_e & -k_e \\ 0 & 0 & -k_e & k_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.547 & -2.273 & 0 & 0 \\ -2.273 & 4.547 & -2.2732 & 0 \\ 0 & -2.273 & 4.547 & -2.273 \\ 0 & 0 & -2.273 & 2.273 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \frac{N}{m}$$

Togostna matrika konstrukcije pa je:

$$[K_{kon}] = 3\cdot[K_{okv}] = \begin{bmatrix} 1.364 & -0.682 & 9 & 0 \\ -0.682 & 1.364 & -0.682 & 0 \\ 0 & -0.682 & 1.364 & -0.682 \\ 0 & 0 & -0.682 & 0.682 \end{bmatrix} \cdot 10^8 \frac{N}{m}$$

Ker so vse togosti etaž medsebojno enake, nobene izmed etaž ne moremo okarakterizirati kot »mehke etaže«. Zato je konstrukcija obravnavana kot pravilna po višini, zaradi predpostavke (kontrole niso bile izvedene) tlorisne pravilnosti uporabimo pa lahko metodo z vodoravnimi silami.

Dodatek: togostna matrika, izračunana z osnovnim strižnim modelom

Togostna matrika okvirja, izračunana z najosnovnejšim modelom, ima naslednjo obliko (izračun členov ni prikazan):

$$[K_{ok}] = \begin{bmatrix} 5.502 & -2.751 & 0 & 0 \\ -2.751 & 5.502 & -2.7513 & 0 \\ 0 & -2.751 & 5.502 & -2.751 \\ 0 & 0 & -2.751 & 2.751 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \frac{N}{m}$$

Dodatek: togostna matrika, izračunana z uporabo redukcijskih faktorjev etaže

Togostna matrika okvirja, izračunana z nekoliko izboljšanim osnovnim strižnim modelom, ima naslednjo obliko (izračun členov ni prikazan):

$$[K_{ok}] = \begin{bmatrix} 3.984 & -1.992 & 0 & 0 \\ -1.992 & 3.984 & -1.992 & 0 \\ 0 & -1.992 & 3.984 & -1.992 \\ 0 & 0 & -1.992 & 1.992 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \frac{N}{m}$$

Dodatek: togostna matrika, izračunana z deformacijsko metodo

Togostna matrika okvirja, izračunana s kvalitetnejšo, a računsko bolj zahtevno deformacijsko metodo, je (izračun členov ni prikazan):

$$[K_{ok}] = \begin{bmatrix} 5.112 & -2.750 & 0.383 & -0.035 \\ -2.750 & 4.736 & -2.699 & 0.333 \\ 0.383 & -2.699 & 4.632 & -2.277 \\ -0.035 & 0.333 & -2.277 & 1.975 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \, \frac{N}{m}$$

Opazimo lahko, da se ne razlikujejo samo velikosti členov, temveč tudi oblika matrike. Pri uporabi strižnega modela je tridiagonalna, medtem ko je pri uporabi deformacijske metode dobljena polna oblika matrike.

Napake diagonalnih členov togostne matrike, dobljene z redukcijskim faktorjem stebra, so v rangu med -11.070 % (člen k_{11}) in 15.124 % (člen k_{44}). Absolutno največja napaka (-17.343 %) nastopi pri členu k_{12} oz. k_{21}.

Dodatek: togostna matrika, izračunana z modelom ekvivalentne konzole

Togostna matrika okvirja, izračunana z modelom ekvivalentne konzole, po kondenzaciji dobi obliko (izračun členov ni prikazan):

$$[K_{ok}] = \begin{bmatrix} 5.150 & -2.751 & 0.350 & -0.027 \\ -2.751 & 4.804 & -2.716 & 0.315 \\ 0.350 & -2.716 & 4.734 & -2.338 \\ -0.027 & 0.315 & -2.338 & 2.048 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \, \frac{N}{m}$$

Opazimo lahko, da so, predvsem diagonalni členi, po velikosti primerljivi s členi togostne matrike, dobljene z uporabo deformacijske metode, odstopanje pa narašča z višjeležečimi etažami (največja napaka znaša -3.711 %). Največje odstopanje nastopa pri izvendiagonalnih členih, ki pa so manjši od diagonalnih členov (in je zato tudi njihov vpliv na analizo nekoliko manjši).

Izračun lastnih frekvenc in nihajnih časov ter lastnih vektorjev

Uporaba enačbe (4.6)

Ker gre za stavbo z višino do 40 m, lahko uporabimo tudi (običajno neprimeren) empirični izraz (4.6):

$$T_1 = C_t \cdot H^{\frac{3}{4}} = 0.075 \cdot 12^{\frac{3}{4}} = 0.484 \text{ s}$$

Uporaba enačbe (4.9)

Če želimo za izračun približka prvega nihajnega časa uporabiti enačbo (4.9) iz predpisa, moramo poiskati pomik (v *m*) na vrhu stavbe zaradi sil teže, apliciranih vodoravno, kar sledi iz:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \left[K_{kon}\right]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.364 & -0.682 & 9 & 0 \\ -0.682 & 1.364 & -0.682 & 0 \\ 0 & -0.682 & 1.364 & -0.682 \\ 0 & 0 & -0.682 & 0.682 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8} \frac{m}{N} \cdot \begin{Bmatrix} 110475.73 \\ 110475.73 \\ 110475.73 \\ 88904.875 \end{Bmatrix} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}$$

$$\left(= \begin{Bmatrix} 1.084 \cdot 10^6 \\ 1.084 \cdot 10^6 \\ 1.084 \cdot 10^6 \\ 872156.824 \end{Bmatrix} \right) = \begin{Bmatrix} 0.060 \\ 0.105 \\ 0.134 \\ 0.147 \end{Bmatrix} \text{m}$$

Tako sledi:

$$T_1 = 2 \cdot \sqrt{d} = 2 \cdot \sqrt{0.147} = 0.766 \text{ s}$$

Z enačbo (4.9) pridobljeni približek prvega nihajnega časa se tako opazno razlikuje od vrednosti, dobljene z enačbo (4.6).

Uporaba Rayleighove metode

Že izračunane vodoravne pomike zaradi sil teže, apliciranih vodoravno, je za izračun približka prve periode mogoče neposredno uporabiti tudi v Rayleighovi metodi, kjer prvo periodo izračunamo kot:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} M_i \cdot u_i^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n} M_i \cdot u_i}}$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{110475 \cdot 0.060^2 + 110475 \cdot 0.105^2 + 110475 \cdot 0.134^2 + 88904 \cdot 0.1473^2}{9.81 \cdot (110475 \cdot 0.060 + 110475 \cdot 0.105 + 110475 \cdot 0.134 + 88904 \cdot 0.147)}}$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{5513.669}{9.81 \cdot 46124.288}} = 0.6943 \text{ s}$$

Če želimo izboljšati rezultat z iteracijskim pristopom, izračunamo nove sile kot:

$$P_1^{(1)} = M_1 \cdot u_1^{(0)} = 110475.73 \cdot 0.060 = 6687.591$$
$$P_2^{(1)} = M_2 \cdot u_2^{(0)} = 110475.73 \cdot 0.105 = 11617.241$$
$$P_3^{(1)} = M_3 \cdot u_3^{(0)} = 110475.73 \cdot 0.134 = 14788.949$$
$$P_4^{(1)} = M_4 \cdot u_4^{(0)} = 88904.875 \cdot 0.147 = 13030.506$$

Novi približki pomikov so sedaj:

$$\begin{Bmatrix} u_1^{(1)} \\ u_2^{(1)} \\ u_3^{(1)} \\ u_4^{(1)} \end{Bmatrix} = [K_{kon}]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} P_1^{(1)} \\ P_2^{(1)} \\ P_3^{(1)} \\ P_4^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.676 \cdot 10^{-3} \\ 1.255 \cdot 10^{-3} \\ 1.663 \cdot 10^{-3} \\ 1.854 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix}$$

Nov približek prve lastne krožne frekvence se nato izračuna iz razmerja:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{M_1 \cdot u_1^{(0)} \cdot u_1^{(1)} + M_2 \cdot u_2^{(0)} \cdot u_2^{(1)} + M_3 \cdot u_3^{(0)} \cdot u_3^{(1)} + M_4 \cdot u_4^{(0)} \cdot u_4^{(1)}}{M_1 \cdot \left(u_1^{(1)}\right)^2 + M_2 \cdot \left(u_2^{(1)}\right)^2 + M_3 \cdot \left(u_3^{(1)}\right)^2 + M_4 \cdot \left(u_4^{(1)}\right)^2}} = \sqrt{\frac{67.838}{0.836}} = 9.010 \, \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Nato sledi:

$$\nu_1 = \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi} = 1.434 \frac{1}{s} \rightarrow T_1 = \frac{1}{1.434 \frac{1}{s}} = 0.697 \text{ s}$$

Postopek lahko ponavljamo, vendar v tem primeru ni smiselno, saj se dobljena približka razlikujeta za manj kot 1 %.

Modalna analiza

Najkvalitetnejšo vrednost prve (in ostalih) lastnih frekvenc nam da modalna analiza, ki pa, ker konstrukcija ni nepravilna po višini, ni obvezna. Kadar pa je konstrukcija po višini nepravilna, moramo izvesti modalno analizo (s spektri odziva), in dinamična matrika konstrukcije ima obliko:

$$[DM] = [d] \cdot [M] = [K_{kon}]^{-1} \cdot [M] = \begin{bmatrix} 1.364 & -0.682 & 9 & 0 \\ -0.682 & 1.364 & -0.682 & 0 \\ 0 & -0.682 & 1.364 & -0.682 \\ 0 & 0 & -0.682 & 0.682 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8} \frac{m}{N}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 110475.73 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 110475.73 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 110475.73 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 88904.875 \end{bmatrix} kg = \begin{bmatrix} 1.621 & 1.621 & 1.621 & 1.304 \\ 1.621 & 3.242 & 3.242 & 2.607 \\ 1.621 & 3.242 & 4.863 & 3.911 \\ 1.621 & 3.242 & 4.863 & 5.215 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

Lastne vrednosti dinamične matrike so:

$$\lambda_1 = 1.232 \cdot 10^{-2} \rightarrow \omega_1^2 = 81.174$$
$$\lambda_2 = 1.508 \cdot 10^{-3} \rightarrow \omega_2^2 = 662.941$$
$$\lambda_3 = 6.605 \cdot 10^{-4} \rightarrow \omega_3^2 = 1514.092$$
$$\lambda_4 = 4.524 \cdot 10^{-4} \rightarrow \omega_4^2 = 2210.295$$

$$\omega_1 = 9.010 \frac{rad}{s} \rightarrow T_1 = 0.697 \text{ s}$$

$$\omega_2 = 25.748 \frac{rad}{s} \rightarrow T_2 = 0.244 \text{ s}$$

$$\omega_3 = 38.911 \frac{rad}{s} \rightarrow T_3 = 0.161 \text{ s}$$

$$\omega_4 = 47.014 \frac{rad}{s} \rightarrow T_4 = 0.134 \text{ s}$$

Iz rezultatov vidimo, da je ujemanje prve frekvence, dobljene z Rayleighovo metodo, precej boljše kot ujemanje vrednosti, dobljene z enačbo (4.9).

Lastni vektorji, normirani na masno matriko, so:

$$\{\hat{\Phi}_1\}=\begin{Bmatrix}0.731\\1.365\\1.820\\2.036\end{Bmatrix}\cdot 10^{-3} \quad \{\hat{\Phi}_2\}=\begin{Bmatrix}-1.805\\-1.670\\0.259\\1.910\end{Bmatrix}\cdot 10^{-3} \quad \{\hat{\Phi}_3\}=\begin{Bmatrix}-1.954\\0.888\\1.550\\-1.592\end{Bmatrix}\cdot 10^{-3} \quad \{\hat{\Phi}_4\}=\begin{Bmatrix}1.199\\-1.898\\1.806\\-0.960\end{Bmatrix}\cdot 10^{-3}$$

Koeficienti (faktorji) participacije ali modalni participacijski faktorji so:

$$\Gamma_1=\{\hat{\Phi}_1\}^{\mathrm{T}}\cdot[\mathrm{M}]\cdot\{\mathrm{I}\}=613.983$$
$$\Gamma_2=\{\hat{\Phi}_2\}^{\mathrm{T}}\cdot[\mathrm{M}]\cdot\{\mathrm{I}\}=-185.640$$
$$\Gamma_3=\{\hat{\Phi}_3\}^{\mathrm{T}}\cdot[\mathrm{M}]\cdot\{\mathrm{I}\}=-87.992$$
$$\Gamma_4=\{\hat{\Phi}_4\}^{\mathrm{T}}\cdot[\mathrm{M}]\cdot\{\mathrm{I}\}=37.010$$

sodelujoče oz. participacijske mase pa znašajo:

$$\mathrm{M}_{1,\mathrm{sod}}=\Gamma_1^2=(613.983)^2=376975.143\ \mathrm{kg}$$
$$\mathrm{M}_{2,\mathrm{sod}}=\Gamma_2^2=(-185.640)^2=34462.295\ \mathrm{kg}$$
$$\mathrm{M}_{3,\mathrm{sod}}=\Gamma_3^2=(-87.992)^2=7742.655\ \mathrm{kg}$$
$$\mathrm{M}_{4,\mathrm{sod}}=\Gamma_4^2=(37.010)^2=1369.716\ \mathrm{kg}$$

Njihova vsota znaša:

$$\mathrm{M}_{1,\mathrm{sod}}+\mathrm{M}_{2,\mathrm{sod}}+\mathrm{M}_{3,\mathrm{sod}}+\mathrm{M}_{4,\mathrm{sod}}=420549.808\ \mathrm{kg}$$

in je enaka vsoti mas, ki nastopata v masni matriki konstrukcije.

Delež posamezne sodelujoče mase tako znaša:

$$\frac{M_{1,sod}}{M_{tot}} = \frac{376975.143\ \text{kg}}{420549.808\ \text{kg}} = 0.896 = 89.639\ \% > 5\ \%$$

$$\frac{M_{2,sod}}{M_{tot}} = \frac{34462.295\ \text{kg}}{420549.808\ \text{kg}} = 0.082 = 8.196\ \% > 5\ \%$$

$$\frac{M_{3,sod}}{M_{tot}} = \frac{7742.655\ \text{kg}}{420549.808\ \text{kg}} = 0.018 = 1.841\ \% < 5\ \%$$

$$\frac{M_{4,sod}}{M_{tot}} = \frac{1369.716\ \text{kg}}{420549.808\ \text{kg}} = 0.003 = 0.326\ \% < 5\ \%$$

V konstrukciji nastopajo 4 efektivne modalne mase, vendar EC 8 predpisuje, da je potrebno upoštevati vse nihajne oblike, ki pomembno prispevajo h globalnemu odzivu (EC8 podaja dva pogoja za zadostitev tega kriterija, zadošča pa že samo zadostitev enega). Za obravnavani primer bi tako za zadostitev kateregakoli izmed obeh pogojev morali uporabiti prvi dve nihajni obliki.

Tabela prvih lastnih frekvenc, izračunanih z različnimi pristopi in uporabo različnih modelov.

Model / pristop	Enačba (4.9) [s]	Rayleighova metoda [s]	Modalna analiza [s]
Osnovni strižni model	0.696	0.630 0.634	0.634
Redukcijski faktorji etaže	0.818	0.741 0.745	0.745
Redukcijski faktorji stebra	0.766	0.694 0.697	0.697
Model ekvivalentne konzole	0.872	0.784 0.789	0.7895
Deformacijska metoda	0.891	0.800 0.805	0.805

Določitev faktorja obnašanja objekta

Zgornja vrednost faktorja obnašanja q je :

$$q = q_0 \cdot k_w \geq 1.5$$

kjer sta:

$q_0 = 3.0 \cdot \alpha_u / \alpha_1 = 3 \cdot 1.3 = 3.9$ za razred duktilnosti DCM in večetažne okvire z več polji
$k_w = 1.0$ za okvirne in okvirom enakovredne mešane konstrukcijske sisteme.

Tako sledi:

$$q = 3.9 \cdot 1 = 3.9$$

Določitev referenčne vrednosti pospeška tal

Ker se želi zagotoviti 90 % verjetnost, da uporabljena projektna vrednost pospeška tal ne bo presežena v 100 letih, znaša pripadajoča povratna doba:

$$T_R = \frac{-T_L}{\ln(1-P_R)} = \frac{-100\ \text{let}}{\ln(1-0.1)} = 949.122\ \text{let}$$

za katero ne obstaja pripadajoča karta.

Tako se za pridobitev pripadajoče vrednosti projektnega pospeška tal uporabita karti za 475 let in 1000 let (v RS). Za Celje tako sledi:

$T_{R1} = 475$ let, $a_{gR1} = 0.15$ g
$T_{R2} = 1000$ let, $a_{gR2} = 0.175$ g

ter

$$\log(a_{gR}) = \log(0.15) + \frac{\log\left(\frac{0.175}{0.15}\right) \cdot \log\left(\frac{949.122}{475}\right)}{\log\left(\frac{1000}{475}\right)} = -0.762$$

Iskana vrednost je tako:

$$a_{gR} = 10^{-0.762} = 0.173\ \text{g} > a_{gR1} = 0.15\ \text{g}$$

Za kategorijo pomembnosti II velja $\gamma_I = 1.0$.

Po upoštevanju faktorja pomembnosti sledi:

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} = 1 \cdot 0.173\ g = 0.173\ g = 1.698\ \frac{m}{s^2}$$

Določitev tipa tal

Za določitev tipa tal uporabimo izraz, ki zajame zgornjih 30 m tal:

$$N_{SPT,30} = \frac{30}{\sum_{i=1}^{N} \frac{h_i}{N_{SPT,i}}} = \frac{30\ m}{\frac{8\ m}{15} + \frac{10.9\ m}{56} + \frac{3.4\ m}{61} + \frac{7.7\ m}{52}} = 32.196$$

kar ustreza tipu tal C.

Določitev velikosti in porazdelitve potresnega vpliva

Za tip tal C veljajo naslednje vrednosti parametrov:

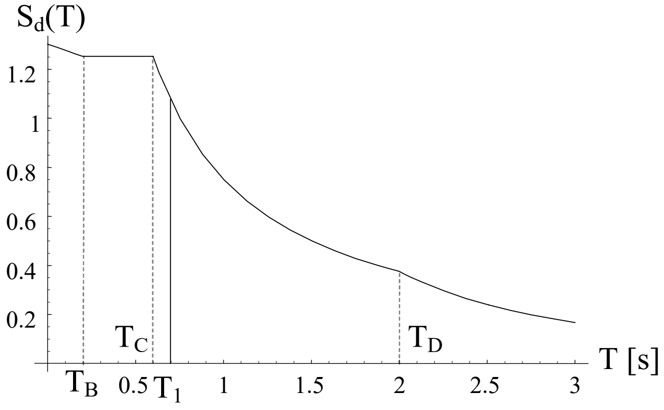
Tip tal	*S*	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
C	1.15	0.20	0.6	2.0

kar pomeni, da velja

$$T_C < T_1 = 0.697\ s < T_D$$

in po enačbi (3.15) sledi (β = 0.2), slika 42:

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T_1}\right] \ \geq\ \beta \cdot a_g = 0.173\ g \cdot 1.15 \cdot \frac{2.5}{3.9} \cdot \left[\frac{0.5}{0.697\ s}\right] \geq\ 0.2 \cdot 0.173\ g$$
$$S_d(T_1) = 1.077 \geq 0.340$$



Slika 42: Vrednost S_d v spektru odziva

Prečna bazna sila je tako:

$$F_b = \lambda \cdot S_d(T_1) \cdot m = 0.85 \cdot 1.0771196349030128 \cdot 420549.80848623853 \text{ kg}$$
$$= 385035.088 \text{ N}$$

kjer korekcijski faktor λ znaša 0.85, saj velja $T_1 \leq 2 \cdot T_C$ in ima stavba več kot dve etaži.

Tabela prečnih baznih sil, izračunanih z uporabo različnih računskih modelov ter prvim nihajnim časom iz modalne analize.

Model / pristop	F_b [N]
Osnovni strižni model	423577.926
Redukcijski faktorji etaže	360428.405
Redukcijski faktorji stebra	385035.088
Model ekvivalentne konzole	340365.010
Deformacijska metoda	333387.221

Iz tabele vidimo, da v obravnavanem primeru na najbolj togo konstrukcijo delujejo največja prečna bazna sila. Ker taka situacija pogosto nastopi, to posredno opravičuje uporabo strižnega modela.

Kadar osnovna nihajna oblika ni znana, se celotna vodoravna oz. prečna bazna potresna sila F_{bk} razporedi po višini konstrukcije s pomočjo enačbe (4.11) z upoštevanjem višin etaž kot:

$$F_i = F_b \cdot \frac{z_i \cdot m_i}{\sum z_j \cdot m_j}$$

kar vodi do:

$$F_1 = F_b \cdot \frac{110475.73\ \text{kg} \cdot 3\ \text{m}}{110475.73\ \text{kg} \cdot 3\ \text{m} + 110475.73\ \text{kg} \cdot 6\ \text{m} + 110475.73\ \text{kg} \cdot 9\ \text{m} + 88904.875\ \text{kg} \cdot 12\ \text{m}}$$
$$= 41775.039\ \text{N}$$

$$F_2 = F_b \cdot \frac{110475.73\ \text{kg} \cdot 6\ \text{m}}{110475.73\ \text{kg} \cdot 3\ \text{m} + 110475.73\ \text{kg} \cdot 6\ \text{m} + 110475.73\ \text{kg} \cdot 9\ \text{m} + 88904.875\ \text{kg} \cdot 12\ \text{m}}$$
$$= 83550.078\ \text{N}$$

$$F_3 = F_b \cdot \frac{110475.73\ \text{kg} \cdot 9\ \text{m}}{110475.73\ \text{kg} \cdot 3\ \text{m} + 110475.73\ \text{kg} \cdot 6\ \text{m} + 110475.73\ \text{kg} \cdot 9\ \text{m} + 88904.875\ \text{kg} \cdot 12\ \text{m}}$$
$$= 125325.117\ \text{N}$$

$$F_4 = F_b \cdot \frac{88904.875 \cdot 12\ \text{m}}{110475.73\ \text{kg} \cdot 3\ \text{m} + 110475.73\ \text{kg} \cdot 6\ \text{m} + 110475.73\ \text{kg} \cdot 9\ \text{m} + 88904.875\ \text{kg} \cdot 12\ \text{m}}$$
$$= 134384.853\ \text{N}$$

Ker pa je prvi lastni vektor znan, lahko dobimo kvalitetnejšo porazdelitev potresnega vpliva z uporabo enačbe (4.10):

$$F_{1i} = F_{b1} \cdot \frac{\phi_{ki} \cdot M_i}{\sum \phi_{kj} \cdot M_j}$$

kar vodi do (slika 43):

$$F_1 = F_b \cdot \frac{110475.73\ \text{kg} \cdot 0.731}{110475.73\ \text{kg} \cdot 0.731 + 110475.73\ \text{kg} \cdot 1.366 + 110475.73\ \text{kg} \cdot 1.820 + 88904.875\ \text{kg} \cdot 2.036}$$
$$= 50664.048\ \text{N}$$

$$F_2 = F_b \cdot \frac{110475.73\ \text{kg} \cdot 1.366}{110475.73\ \text{kg} \cdot 0.731 + 110475.73\ \text{kg} \cdot 1.366 + 110475.73\ \text{kg} \cdot 1.820 + 88904.875\ \text{kg} \cdot 2.038}$$
$$= 94661.571\ \text{N}$$

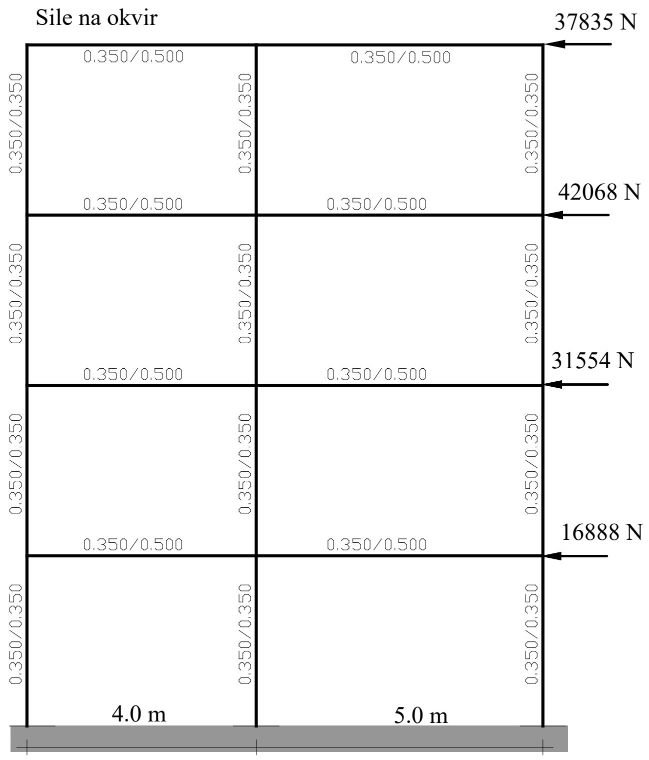
$$F_3 = F_b \cdot \frac{110475.73\ \text{kg} \cdot 1.820}{110475.73\ \text{kg} \cdot 0.731 + 110475.73\ \text{kg} \cdot 1.366 + 110475.73\ \text{kg} \cdot 1.820 + 88904.875\ \text{kg} \cdot 2.036}$$
$$= 126203.247\ \text{N}$$

$$F_4 = F_b \cdot \frac{88904.875\ \text{kg} \cdot 2.036}{110475.73\ \text{kg} \cdot 0.731 + 110475.73\ \text{kg} \cdot 1.366 + 110475.73\ \text{kg} \cdot 1.820 + 88904.875\ \text{kg} \cdot 2.036}\ \text{ki}$$
$$= 113506.221\ \text{N}$$

vodi do večjih (+21.13 %) etažnih sil v nižjih etažah in nižjih (-15.54 %) sil v višjih etažah.

Ker konstrukcijo sestavljajo trije identični okvirji, na vsakega odpade tretjina etažne sile:

$F_{11} = 16888.016\ \text{N}$
$F_{12} = 31553.857\ \text{N}$
$F_{13} = 42067.749\ \text{N}$
$F_{14} = 37835.407\ \text{N}$



Slika 43: Razporeditev potresnih sil po etažah

Izračun koeficientov občutljivosti za etažne pomike

Povprečni elastični vodoravni pomiki etaž so (uporabljeni so »etažne« sile, dobljene z enačbo (4.10):

$$\{\bar{d}_e\} = [K_{kon}]^{-1} \cdot \{F_{kon}\} = [d_{kon}] \cdot \{F_{kon}\}$$

$$\begin{bmatrix} 1.364 & -0.682 & 0 & 0 \\ -0.682 & 1.364 & -0.682 & 0 \\ 0 & -0.682 & 1.364 & -0.682 \\ 0 & 0 & -0.682 & 0.682 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8}\,\frac{\text{m}}{\text{N}} \cdot \begin{Bmatrix} 50664.048\ \text{N} \\ 94661.571\ \text{N} \\ 126203.247\ \text{N} \\ 113506.221\ \text{N} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5.646 \cdot 10^{-3} \\ 10.549 \cdot 10^{-3} \\ 14.064 \cdot 10^{-3} \\ 15.728 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} \text{m}$$

Povprečni vodoravni pomiki $\bar{d}_s$ so nato

$$\{\bar{d}_s\} = q_d \cdot \{\bar{d}_e\} = 3.9 \cdot \begin{Bmatrix} 5.646 \cdot 10^{-3} \\ 10.549 \cdot 10^{-3} \\ 14.064 \cdot 10^{-3} \\ 15.728 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} \text{m} = \begin{Bmatrix} 22.019 \cdot 10^{-3} \\ 41.141 \cdot 10^{-3} \\ 54.849 \cdot 10^{-3} \\ 61.340 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} \text{m}$$

Povprečni relativni pomiki etaž so tako:

$$\{d_r\} = \begin{Bmatrix} 22.019 \cdot 10^{-3} \\ 19.121 \cdot 10^{-3} \\ 13.708 \cdot 10^{-3} \\ 6.491 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} \text{m} = \begin{Bmatrix} 22.019 \\ 19.121 \\ 13.708 \\ 6.491 \end{Bmatrix} \text{mm}$$

Brezdimenzijski koeficient občutljivosti za posamezno etažo izračunamo kot:

$$\theta = \frac{P_{tot} \cdot d_r}{V_{tot} \cdot h}$$

Vrednosti parametrov po etažah so:

etaža	M_i [kg]	P_{tot} [N]	F_i [N]	V_{tot} [N]
4	88904.875	872156.824	113506.221	113506.221
3	110548.311	1956635.756	126203.247	239709.469
2	110548.311	3041114.689	94661.571	334371.040
1	110548.311	4125593.621	50664.048	385035.088

in tako sledijo:

etaža	P_{tot} [N]	d_r [m]	V_{tot} [N]	h [m]
1	4125593.621	$22.019 \cdot 10^{-3}$	385035.088	3
2	3041114.689	$19.122 \cdot 10^{-3}$	334371.040	3
3	1956635.756	$13.708 \cdot 10^{-3}$	239709.469	3
4	872156.824	$6.491 \cdot 10^{-3}$	113506.221	3

Izračun pokaže, da vpliva teorije drugega reda ni potrebno upoštevati, saj za vse etaže velja $\theta < 0.1$.

Faktorji δ za upoštevanje naključne torzije

Za okvirje (od izhodišča koordinatnega sistema) v x smeri tako po enačbi (člen 4.3.3.2.4(1)) sledi za premik masnega središča proti vrhu osi y za 0.8 m:

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{4.8\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{m}} = 1.72$$

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{0.8\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{m}} = 1.12$$

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{3.2\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{m}} = 1.48$$

Za premik masnega središča proti koordinatnemu izhodišču za 0.8 m pa sledi:

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{3.2\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{m}} = 1.48$$

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{0.8\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{m}} = 1.12$$

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{4.8\ \mathrm{m}}{8\ \mathrm{m}} = 1.72$$

Za krajna okvirja je tako merodajna vrednost 1.72, za notranji okvir pa vrednost 1.12.

Kontrola etažnih pomikov

Elastični pomiki okvirja so tako:

$$\{d_e\} = [K_{ok}]^{-1} \cdot \{F_e\} = \begin{bmatrix} 4.547 & -2.273 & 0 & 0 \\ -2.273 & 4.547 & -2.2732 & 0 \\ 0 & -2.273 & 4.547 & -2.273 \\ 0 & 0 & -2.273 & 2.273 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-7} \cdot \begin{Bmatrix} 16888.016\ \mathrm{N} \\ 31553.857\ \mathrm{N} \\ 42067.749\ \mathrm{N} \\ 37835.407\ \mathrm{N} \end{Bmatrix}$$

$$\{d_e\} = \begin{Bmatrix} 5.646 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 10.549 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 14.064 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 15.728 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \end{Bmatrix}$$

Opomba: če za izračun pomikov uporabimo direktni pristop brez eksplicitnega izračuna sil na konstrukcijo, sledijo nekoliko večje vrednosti:

$$\left\{\bar{d}_{e,1}\right\} = \left\{\hat{\Phi}_1\right\} \cdot \Gamma_1 \cdot \frac{S_d(T_1)}{\omega_1^2} = \begin{Bmatrix} 5.954 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 11.125 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 14.831 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 16.587 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

Vsi členi obeh vektorjev pomikov se razlikujejo (zaradi razlik pri izračunu sile F_b) za faktor $\frac{m_1}{m \cdot \lambda} = \frac{376975.143\ \text{kg}}{420549.808\ \text{kg} \cdot 0.85} = 1.055$

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\left\{d_s\right\} = q_d \cdot \left\{d_e\right\} = 3.9 \cdot \begin{Bmatrix} 5.646 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 10.549 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 14.064 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 15.728 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 22.019 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 41.141 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 54.849 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 61.340 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

Zaradi upoštevanja naključne torzije za zunanja okvirja sledi faktor δ po enačbi (4.3.3.2.4(1)):

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{5.22\ \text{m}}{8.7\ \text{m}} = 1.72$$

in tako sledijo pomiki:

$$1.72 \cdot \left\{d_s\right\} = \begin{Bmatrix} 37.873 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 70.762 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 94.340 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 105.505 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

Opomba: ker uporabljamo linearni računski model, sledijo enaki pomiki tudi, če sile, ki jih apliciramo na okvir, pomnožimo s faktorjem δ.

Relativni pomiki etaž zunanjega okvirja so tako:

$$d_{r4} = 105.505 \cdot 10^{-3}\ \text{m} - 94.340 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 11.165 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$d_{r3} = 94.340 \cdot 10^{-3}\ \text{m} - 70.762 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 23.578 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$d_{r2} = 70.762 \cdot 10^{-3}\ \text{m} - 37.873 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 32.889 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$d_{r1} = 37.873 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

Tako sledi (redukcijski faktor ν znaša 0.5 za kategoriji pomembnosti I in II.):

$$11.165 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \nu = 5.582 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$23.578 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \nu = 11.789 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$32.889 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \nu = 16.445 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$37.873 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \nu = 18.936 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

Ker gre za stanovanjsko stavbo, lahko smatramo, da so nekonstrukcijski elementi pritrjeni na konstrukcijo tako, da deformacije konstrukcije nanje ne vplivajo, in zato uporabimo pogoj v obliki:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.010 \cdot h$$

kar vodi do:

$$5.582 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \leq 0.010 \cdot h = 0.010 \cdot 3\ \text{m} = 0.03\ \text{m}$$
$$11.789 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \leq 0.010 \cdot h = 0.010 \cdot 3\ \text{m} = 0.03\ \text{m}$$
$$16.445 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \leq 0.010 \cdot h = 0.010 \cdot 3\ \text{m} = 0.03\ \text{m}$$
$$18.936 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \leq 0.010 \cdot h = 0.010 \cdot 3\ \text{m} = 0.03\ \text{m}$$

kar pokaže, da je omejitev pomikov izpolnjena.

Zgled 9

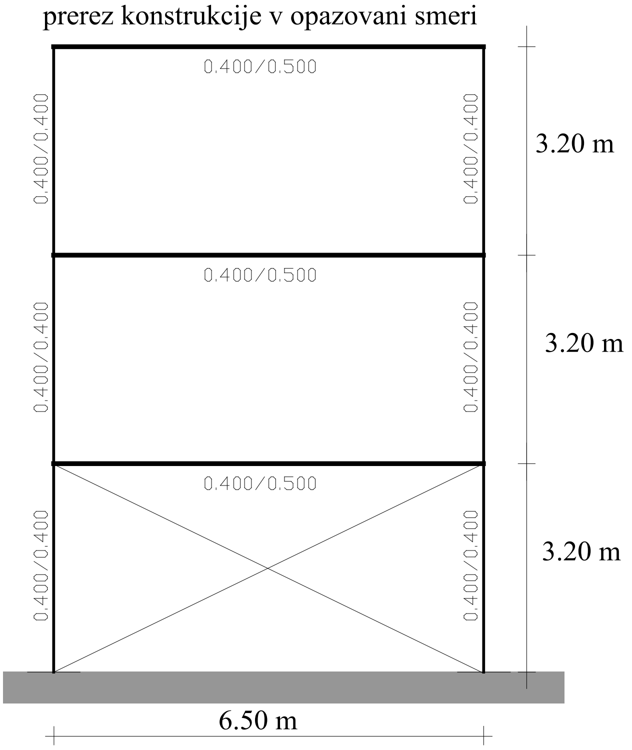
Razširjena izpitna naloga 11. februarja 2019

Konstrukcijo na sliki 43 sestavljata dva identična okvirja, medsebojno oddaljena 5.5 m.

Stebri imajo dimenziji b/h = 0.4/0.4 m, nosilci pa b/h = 0.4 m/0.5 m, debelina plošče znaša 28 cm. Material okvirne konstrukcije je beton C30/37, ki ima modul elastičnosti E=33 GPa. V pritličja je vgrajeno centrično povezje, ki ga tvorita jekleni diagonali UPN 40 (A = 6.2 cm^2, E = 210 GPa (http://www.b2bmetal.eu/u-sections-unp-specification)).

Polnilo zunanjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidni bloki ZB 25, debelina stene 25 cm, volumska masa z upoštevanjem fasade 500 kg/m^3.

Objekt je skladišče, ki stoji v Laškem (nadmorska višina 260 m), življenjska doba objekta je 100 let, vrednost $S_d(T_1)$ se izračuna z interpolacijo med kartama z ustreznima povratnima dobama.



Slika 44: Prerez konstrukcije

Za konstrukcijo:

– določi tip tal na osnovi naslednjih podatkov za sloje (globina temeljenja 1.60 m)

sloj	od [m]	do [m]	N_{SPT}
1	0	10	25
2	10	16.9	56
3	16.9	25.6	61
4	25.6	33.4	48

– izvedi analizo obtežb in izračunaj mase s pomočjo kombinacije lastnih tež (poleg mase same plošče upoštevaj še dodatnih 220 kg/m^2 za estrih in toplotno izolacijo) in po predpisu apliciranih obtež (pri izračunu mase plošče uporabi gabaritne dimenzije plošče),
– s pomočjo togosti etaž iz strižnega modela oceni, ali nastopi mehka etaža po *ameriškem* standardu ASCE 7-10, in nato glede na ugotovljeno pravilnost oz. nepravilnost konstrukcije po višini izberi ustrezno vrsto analize potresnega vpliva,
– za izračun podajnostne/togostne matrike konstrukcije uporabi strižni model z redukcijskim faktorjem stebra,
– določi približek prvega nihajnega časa tudi z uporabo enačbe (4.9) iz EC8,

- izračunaj velikosti celotnih potresnih vplivov (upoštevaj razred duktilnosti DCH) ter poišči njihove razporeditve po etažah z uporabo ustrezne enačbe,
- poišči in skiciraj razporeditev etažnih potresnih vplivov na nosilne sisteme etaže ter izračunaj faktorje δ za upoštevanje naključne torzije,
- izračunaj koeficiente občutljivosti za etažne pomike ter ugotovi, ali je potrebno upoštevati vpliv teorije drugega reda,
- izvedi kontrolo omejitve poškodb merodajnega okvirja.

Rešitev

Analiza mas/obtežb

Masa plošče

AB plošča:	debelina 28 cm	$0.28\,\mathrm{m}\cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 700\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Estrih in toplotna izolacija (podana vrednost)		$220\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Masa:		$m_p = 920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe etaž

Kategorija E1 (skladiščni prostori)

$q_{k,\text{koristna}} = 7.5\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo E1

za skladišča velja $\psi_2 = 0.8$

ker gre za skladiščne prostore, velja φ=1.0.

masa plošče z maso iz obteže: $m = 920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2} + 1.0\cdot 0.8\cdot \frac{7.5\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}}{9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 1531.621\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe strešne plošče

Kategorija H (strehe, dostopne le za normalno vzdrževanje in popravila)

$q_{k,\text{koristna}} = 0.4\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo H

Obtežba snega

Kraj Laško: alpska regija (cona) A2, nadmorska višina A = 260.0 m. Karakteristična obtežba snega s_k *na tleh* se izračuna kot:

$$\text{A2} \quad s_k = 1.293 \cdot \left[1 + \left(\frac{A}{728}\right)^2\right] s_k = 1.293 \cdot \left[1 + \left(\frac{260}{728}\right)^2\right] = 1.458 \, \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

(SIST EN 1991-1-3: 2004; nacionalni dodatek, str. 4)

Obtežba snega na ravno streho:

- - nagib strehe $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$
- oblikovni koeficient obtežbe snega $\mu_1 = 0.8$; SIST EN 1991-1-3: 2004, preglednica 5.2, str. 15,
- koeficient izpostavljenosti $C_e = 1.0$,
- toplotni koeficient $C_t = 1.0$.

Obtežba snega na strehi (SIST EN 1991-1-3: 2004, 5.2 (3)P, enačba 5.1, str. 13):

$$s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 0.8 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.458 \, \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 1.166 \, \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Kombiniranje obtežb/mas se izvede kot:

$$M \cdot g = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \, "+" \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \rightarrow M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \, "+" \sum_{i \geq 1} \psi_{E,i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

kjer se koeficient $\psi_{E,i}$ za kombinacijo za spremenljivi vpliv *i* izračuna po izrazu (4.2.4(2)P, stran 44):

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i},$$

kar vodi do vrednosti za vrhnje dele etaž:

$$M = \sum_{j \geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \text{"+"} \sum_{i \geq 1} \varphi \cdot \psi_{2i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

Za vrhnje etaže (strehe) velja φ=1.0.

Po preglednici A.1.1, normativen dodatek A1, EN 1990, velja: za koristno obtežbo in za strehe (kategorija H) $\psi_2 = 0$

za sneg in za kraje v RS z nadmorsko višino pod 1000 m $\psi_2 = 0$

Tako sledi še vrednost za vrhnjo etažo:

$$M = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{1.166 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} + 0 + 0 = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Izračun členov masne matrike konstrukcije

Plošča med priličjem in 2. etažo ter med 2. in 3. etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{plo} = 6.9\ \text{m} \cdot 5.9\ \text{m} \cdot 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 37453.2\ \text{kg}$

masa iz obteže: $m_q = 6.1\ \text{m} \cdot 5.1\ \text{m} \cdot 1.0 \cdot 0.8 \cdot \frac{7.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 489.297\ \text{kg}$

masa polovice stebrov spodaj: $M_{steb,s} = 4 \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot \frac{3.2\ \text{m}}{2} \cdot 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 8 \cdot 640\ \text{kg} = 2560\ \text{kg}$

masa polovice stebrov zgoraj: $M_{steb,z} = 4 \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot \frac{3.2\ \text{m}}{2} \cdot 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 8 \cdot 640\ \text{kg} = 2560\ \text{kg}$

masa gred v smeri X osi: $M_{gred,x} = 2 \cdot 6.1\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 6100\ \text{kg}$

masa gred v smeri Y osi: $M_{gred,y} = 2 \cdot 5.1\,\mathrm{m} \cdot 0.4\,\mathrm{m} \cdot 0.5\,\mathrm{m} \cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 5100\,\mathrm{kg}$

masa sten (višina stene = 3.2 m – 0.28 m – 0.50 m = 2.72 m):

$$M_{sten,z} = 2 \cdot 6.1 \cdot 0.25\,\mathrm{m} \cdot 2.52\,\mathrm{m} \cdot 500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} + 2 \cdot 5.1 \cdot 0.25\,\mathrm{m} \cdot 2.52\,\mathrm{m} \cdot 500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 7056\,\mathrm{kg}$$

Masa plošče nad prvo in drugo etažo je tako:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_2 = M_{plo} + M_q + M_{steb,s} + M_{steb,z} + M_{gred,x} + M_{gred,y} + M_{sten} \\ &= 37453.2\,\mathrm{kg} + 489.297\,\mathrm{kg} + 2560\,\mathrm{kg} + 2560\,\mathrm{kg} + 6100\,\mathrm{kg} + 5100\,\mathrm{kg} + 7056\,\mathrm{kg} = 79856.723\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

Plošča nad 3. etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{plo} = 6.9\,\mathrm{m} \cdot 5.9\,\mathrm{m} \cdot 920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2} = 37453.2\,\mathrm{kg}$

masa polovice stebrov spodaj: $M_{steb,s} = 4 \cdot 0.4\,\mathrm{m} \cdot 0.4\,\mathrm{m} \cdot \frac{3.2\,\mathrm{m}}{2} \cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 8 \cdot 640\,\mathrm{kg} = 2560\,\mathrm{kg}$

masa gred v smeri X osi: $M_{gred,x} = 2 \cdot 6.1\,\mathrm{m} \cdot 0.4\,\mathrm{m} \cdot 0.5\,\mathrm{m} \cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 6100\,\mathrm{kg}$

masa gred v smeri Y osi: $M_{gred,y} = 2 \cdot 5.1\,\mathrm{m} \cdot 0.4\,\mathrm{m} \cdot 0.5\,\mathrm{m} \cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 5100\,\mathrm{kg}$

Masa plošče nad tretjo etažo je tako:

$$M_3 = M_{plo} + M_{steb,s} + M_{gred,x} + M_{gred,y} = 37453.2\,\mathrm{kg} + 2560\,\mathrm{kg} + 6100\,\mathrm{kg} + 5100\,\mathrm{kg} = 51213.2\,\mathrm{kg}$$

Masna matrika konstrukcije je tako:

$$[M] = \begin{bmatrix} 79856.723 & 0 & 0 \\ 0 & 79856.723 & 0 \\ 0 & 0 & 51213.2 \end{bmatrix} \mathrm{kg}$$

Izračun togostne matrike konstrukcije s strižnim modelom z redukcijskim faktorjem stebrov

Kontrola mehke etaže po ameriškem standardu z uporabo strižnega modela konstrukcije

Ker stavbo tvorita dva identična okvirja, lahko togostno matriko konstrukcije tvorimo tako, da analiziramo posamezni okvir in dobljeno togostno matriko pomnožimo z 2 (velja za vse modele).

Z uporabo navadnega strižnega modela je togost za en steber enaka:

$$k_{\text{strižni}} = \frac{12}{h_s^{\;3}} \cdot E_s \cdot I_s = \frac{12}{(3.2\ \mathrm{m})^3} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2} \cdot \frac{0.4\ \mathrm{m} \cdot (0.4\ \mathrm{m})^3}{12} = 12890625\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 12.891 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Kot, ki ga jeklena diagonala oklepa s s horizontalo znaša $\alpha \cong \arctan\left(\frac{3.2}{6.4}\right) = 26.211^{\circ}$

Dolžina diagonale znaša $l_{diag} \cong \sqrt{6.5^2 + 3.2^2} = 7.245\ \mathrm{m}$

Horizontalna togost diagonale znaša:

$$k_{diag} = \frac{A_{diag} \cdot E_{diag}}{L_{diag}} \cdot \cos^2 \alpha = \frac{6.2 \cdot 10^{-4} \cdot 210\ \mathrm{GPa}}{7.245\ \mathrm{m}} \cdot \cos^2 26.211^{\circ} = 14465146.564\ \mathrm{N}$$
$$= 14.465 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Togost pritličja okvirja je tako (ker gre za jekleno vrv, ki ne prenaša tlakov, upoštevamo samo eno diagonalo):

$$k_1 = 2 \cdot k_{\text{strižni}} + k_{diag} = 2 \cdot 12.891 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} + 14.465 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 40.246 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Togost druge in tretje etaže okvirja pa je:

$$k_2 = k_3 = 2 \cdot k_{\text{strižni}} = 2 \cdot 12.891 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 25.781 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Med togostima prve in druge etaže velja naslednje razmerje:

$$\frac{k_2}{k_1}=\frac{25.781\cdot 10^6\ \frac{N}{m}}{40.246\cdot 10^6\ \frac{N}{m}}=0.641=64.059\ \%<70\ \%$$

Čeprav je togost druge etaže manjša od 70% togosti spodaj ležeče etaže, se druga etaža po *ameriškem* standardu ASCE 7-10 ne bi klasificirala kot mehka etaža (bi pa to bila po standardu Nove Zelandije). Kljub temu (zaradi nenadne občutne spremembe togosti v vodoravni smeri po členu po členu 4.2.3.3 (3)) konstrukcijo v skladu z EC8 okarakteriziramo kot nepravilno po višini.

Izračun togostne matrike konstrukcije s strižnim modelom in redukcijskim faktorjem stebrov

Redukcijski faktor za posamezni steber vseh etaž znaša (uporabljena je formalna oblika z upogibnimi togostmi):

$$RF_1=\frac{\sum_{n=1}^{N_n}\frac{I_n\cdot E_n}{L_n}}{\sum_{n=1}^{N_n}\frac{I_n\cdot E_n}{L_n}+\frac{1}{2}\cdot\frac{I_s\cdot E_s}{h_s}}=\frac{\frac{I_n\cdot E_n}{L_n}}{\frac{I_n\cdot E_n}{L_n}+\frac{1}{2}\cdot\frac{I_s\cdot E_s}{h_s}}$$

$$=\frac{\frac{\frac{0.4\ m\cdot(0.5\ m)^3}{12}\cdot\frac{33\cdot 10^9\ \frac{N}{m^2}}{2}}{6.5\ m}}{\frac{\frac{0.4\ m\cdot(0.5\ m)^3}{12}\cdot\frac{33\cdot 10^9\ \frac{N}{m^2}}{2}}{6.5\ m}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{0.4\ m\cdot(0.4\ m)^3}{12}\cdot\frac{33\cdot 10^9\ \frac{N}{m^2}}{2}}{3.2\ m}}=\frac{5500000}{5500000+10576923.077}$$

$$=\frac{5500000}{16076923.077}=0.658$$

Reducirana togost posameznega stebra vseh etaž je tako:

$$k_{1,1}=RF_1\cdot k_{\text{strižni}}=\ 0.658\cdot 12890625\ \frac{N}{m}=8480674.342\ \frac{N}{m}$$

Skupna togost prve etaže okvirja je sestavljena iz prispevkov stebrov in diagonale:

$$k_1 = 2 \cdot k_{1,1} + k_{diag} = 2 \cdot 8480674.342 \frac{N}{m} + 14.466 \cdot 10^6 \frac{N}{m} = 31426495.248 \frac{N}{m}$$

Skupna togost druge in tretje etaže okvirja je:

$$k_2 = k_3 = 2 \cdot k_{1,1} = 2 \cdot 8480674.342 \ \frac{N}{m} = 16961348.684 \frac{N}{m}$$

Togostna matrika okvirja, izračunana s pomočjo s strižnega modela in uporabo redukcijskega faktorja stebra, je tako:

$$[K_{okv}] = \begin{bmatrix} 48387843.932 & -16961348.684 & 0 \\ -16961348.684 & 33922697.368 & -16961348.684 \\ 0 & -16961348.684 & 16961348.684 \end{bmatrix} \frac{N}{m}$$

Togostna matrika konstrukcije, sestavljene iz dveh okvirjev, pa je:

$$[K_{kon}] = 2 \cdot [K_{okv}] = \begin{bmatrix} 9.678 & -3.392 & 0 \\ -3.392 & 6.785 & -3.392 \\ 0 & -3.392 & 3.392 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \frac{N}{m}$$

Izračun lastnih frekvenc in nihajnih časov ter lastnih vektorjev

Če želimo za izračun približka prvega nihajnega časa uporabiti enačbo (4.9) iz predpisa (kar sicer ni zahtevano), moramo poiskati pomik (v *m*) na vrhu stavbe zaradi sil teže, apliciranih vodoravno, kar sledi iz:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = [K_{kon}]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.678 & -3.392 & 0 \\ -3.392 & 6.785 & -3.392 \\ 0 & -3.392 & 3.392 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8} \frac{m}{N} \cdot \begin{Bmatrix} 79856.723 \\ 79856.723 \\ 51213.2 \end{Bmatrix} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}$$

$$= \begin{Bmatrix} 3.292 \cdot 10^{-2} \\ 7.082 \cdot 10^{-2} \\ 8.564 \cdot 10^{-2} \end{Bmatrix} m$$

Tako sledi:

$$T_1 = 2 \cdot \sqrt{d} = 2 \cdot \sqrt{8.564 \cdot 10^{-2}} = 0.585 \text{ s}$$

Če pa že izračunane vodoravne pomike zaradi sil teže, apliciranih vodoravno, uporabimo v Rayleighovi metodi (izračun ni prikazan), sledi:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} M_i \cdot u_i^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n} M_i \cdot u_i}} = 0.523\ \mathrm{s}$$

Ker pa je konstrukcija okarakterizirana kot po višini nepravilna, moramo izvesti modalno analizo s spektri odziva, in dinamična matrika konstrukcije ima obliko:

$$[DM] = [d] \cdot [M] = [K_{kon}]^{-1} \cdot [M]$$

$$= \begin{bmatrix} 9.678 & -3.392 & 0 \\ -3.392 & 6.785 & -3.392 \\ 0 & -3.392 & 3.392 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}} \cdot \begin{bmatrix} 79856.723 & 0 & 0 \\ 0 & 79856.723 & 0 \\ 0 & 0 & 51213.2 \end{bmatrix} \mathrm{kg}$$

$$= \begin{bmatrix} 12.705 & 12.705 & 8.148 \\ 12.705 & 36.246 & 23.245 \\ 12.705 & 36.246 & 38.342 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}$$

Lastne vrednosti dinamične matrike so:

$$\lambda_1 = 7.083 \cdot 10^{-3} \rightarrow \omega_1 = 11.882\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$\lambda_2 = 10.237 \cdot 10^{-4} \rightarrow \omega_2 = 31.254\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$\lambda_3 = 6.227 \cdot 10^{-4} \rightarrow \omega_3 = 40.073\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Pripadajoči nihajni časi so:

$$T_1 = 0.529\ \mathrm{s}$$

$$T_2 = 0.201\ \mathrm{s}$$

$$T_3 = 0.157\ \mathrm{s}$$

kjer opazimo, da nihajni čas, izračunan z Rayleighovo metodo, izkazuje dobro ujemanje s sedaj dobljeno vrednostjo.

Kontrola pogoja neodvisnosti posameznih dveh nihajnih oblik:

$$\mathrm{T_2 = 0.201\,s \le 0.9 \cdot T_1 = 0.9 \cdot 0.5291\,s = 0.476\,s}$$
$$\mathrm{T_3 = 0.157\,s \le 0.9 \cdot T_2 = 0.9 \cdot 0.201\,s = 0.181\,s}$$

pokaže, da je pogoj neodvisnosti dveh nihajnih oblik izpolnjen in se lahko pri morebitnem kombiniranju učinkov različnih nihajnih oblik največja vrednost za vsak učinek potresnega vpliva na konstrukcijo izračuna po pravilu SRSS.

Nihajnim časom pripadajoči lastni vektorji, normirani na masno matriko, so:

$$\{\hat{\Phi}_1\} = \begin{Bmatrix} -9.480 \cdot 10^{-4} \\ -23.895 \cdot 10^{-4} \\ -30.367 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix} \qquad \{\hat{\Phi}_2\} = \begin{Bmatrix} 23.980 \cdot 10^{-4} \\ 13.269 \cdot 10^{-4} \\ -27.954 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix} \qquad \{\hat{\Phi}_3\} = \begin{Bmatrix} 24.235 \cdot 10^{-4} \\ -22.477 \cdot 10^{-4} \\ 15.780 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix}$$

in tako sledijo koeficienti (faktorji) participacije ali modalni participacijski faktorji kot:

$$\Gamma_1 = \{\hat{\Phi}_1\}^{\mathrm{T}} \cdot [\mathrm{M}] \cdot \{\mathrm{I}\} = \begin{Bmatrix} -9.480 \cdot 10^{-4} \\ -23.895 \cdot 10^{-4} \\ -30.367 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 79856.723 & 0 & 0 \\ 0 & 79856.723 & 0 \\ 0 & 0 & 51213.2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -422.043$$

$$\Gamma_2 = \{\hat{\Phi}_2\}^{\mathrm{T}} \cdot [\mathrm{M}] \cdot \{\mathrm{I}\} = \begin{Bmatrix} 23.980 \cdot 10^{-4} \\ 13.269 \cdot 10^{-4} \\ -27.954 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 79856.723 & 0 & 0 \\ 0 & 79856.723 & 0 \\ 0 & 0 & 51213.2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 154.300$$

$$\Gamma_3 = \{\hat{\Phi}_3\}^{\mathrm{T}} \cdot [\mathrm{M}] \cdot \{\mathrm{I}\} = \{\hat{\Phi}_3\} = \begin{Bmatrix} 24.235 \cdot 10^{-4} \\ -22.477 \cdot 10^{-4} \\ 15.780 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 79856.723 & 0 & 0 \\ 0 & 79856.723 & 0 \\ 0 & 0 & 51213.2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 94.856$$

Sodelujoče (participacijske) mase so tako:

$$\mathrm{M_{1,sod}} = \Gamma_1^2 = (-422.043)^2 = 178120.627\ \mathrm{kg}$$
$$\mathrm{M_{2,sod}} = \Gamma_2^2 = 154.300^2 = 23808.414\ \mathrm{kg}$$
$$\mathrm{M_{3,sod}} = \Gamma_3^2 = 94.856^2 = 8997.605\ \mathrm{kg}$$

Njihova vsota znaša:

$$\mathrm{M_{1,sod} + M_{2,sod} + M_{3,sod}} = 178120.627\ \mathrm{kg} + 23808.414\ \mathrm{kg} + 8997.605\ \mathrm{kg} = 210926.646\ \mathrm{kg}$$

in je enaka vsoti mas, ki nastopajo v masni matriki konstrukcije.

Delež posamezne sodelujoče mase tako znaša:

$$\frac{M_{1,sod}}{M_{tot}} = \frac{178120.627\ \text{kg}}{210926.646\ \text{kg}} = 0.844 = 84.447\ \% > 90\%$$
$$\frac{M_{2,sod}}{M_{tot}} = \frac{23808.414\ \text{kg}}{210926.646\ \text{kg}} = 0.113 = 11.288\ \% > 5\ \%$$
$$\frac{M_{3,sod}}{M_{tot}} = \frac{8997.605\ \text{kg}}{210926.646\ \text{kg}} = 0.043 = 4.266\ \% < 5\ \%$$

V konstrukciji sicer nastopajo 3 efektivne modalne mase, vendar EC 8 predpisuje, da je potrebno upoštevati vse nihajne oblike, ki pomembno prispevajo h globalnemu odzivu. V skladu z EC8 lahko oba pogoja (čeprav zadošča že samo zadostitev enega) izpolnimo samo, če upoštevamo prvi dve nihajni obliki.

Določitev faktorja obnašanja objekta

Konstrukcija je večetažna stavba z enim poljem in zato sledi predlagano razmerje $\alpha_u/\alpha_1 = 1.2$.

Zgornja vrednost faktorja obnašanja *q* je :

$$q = q_0 \cdot k_w \geq 1.5$$

kjer sta:

$$q_0 = 4.5 \cdot \alpha_u/\alpha_1 = 4.5 \cdot 1.2 = 5.4$$

Ker kontrukcijo klasificiramo kot nepravilno po višini, v skladu s členom 5.2.2.(3), vrednost q_o zmanjšamo za 20 %:

$$q_0 = 0.8 \cdot 5.4 = 4.32$$

$k_w = 1.0$ za okvirne in okvirom enakovredne mešane konstrukcijske sisteme.

Faktor obnašanja *q* je tako:

$q = 4.32 \cdot 1 = 4.32$

Določitev referenčne vrednosti pospeška objekta

Ker se želi zagotoviti 90 % verjetnost, da uporabljena projektna vrednost pospeška tal ne bo presežena v 100 letih, znaša pripadajoča povratna doba:

$$T_R = \frac{-T_L}{\ln(1-P_R)} = \frac{-100 \text{ let}}{\ln(1-0.1)} = 949.122 \text{ let}$$

za katero ne obstaja pripadajoča karta potresne nevarnosti.

Tako se za pridobitev pripadajoče vrednosti projektnega pospeška tal uporabi interpolacija med kartama potresne nevarnosti za 100 let in 1000 let (v RS). Za Laško tako sledi:

$T_{R1} = 475$ let, $a_{gR1} = 0.15$ g
$T_{R2} = 1000$ let, $a_{gR2} = 0.175$ g

ter

$$\log(a_{gR}) = \log(0.15) + \frac{\log\left(\frac{0.175}{0.15}\right) \cdot \log\left(\frac{949.122}{475}\right)}{\log\left(\frac{1000}{475}\right)} = -0.762$$

Iskana vrednost je tako:

$$a_{gR} = 10^{-0.762} = 0.173 \text{ g} > a_{gR1} = 0.15 \text{ g}$$

Za skladišče velja kategorija pomembnosti II, in zanjo velja $\gamma_I = 1.0$. Po upoštevanju faktorja pomembnosti sledi:

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} = 1 \cdot 0.173 \text{ g} = 0.173 \text{ g}$$

Določitev tipa tal

Za določitev tipa tal uporabimo izraz:

$$N_{SPT,30} = \frac{30}{\sum_{i=1}^{N} \frac{h_i}{N_{SPT,i}}} = \frac{30\ \text{m}}{\frac{10\ \text{m}}{25} + \frac{6.9\ \text{m}}{56} + \frac{8.7\ \text{m}}{61} + \frac{4.4\ \text{m}}{48}} = 39.604$$

Ker velja

$$50 > N_{SPT,30} = 39.604 > 15$$

tla klasificiramo kot tip tal C.

Določitev velikosti in porazdelitve potresnega vpliva

Za tip tal C veljajo naslednje vrednosti parametrov:

Tip tal	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
C	1.15	0.2	0.6	2.0

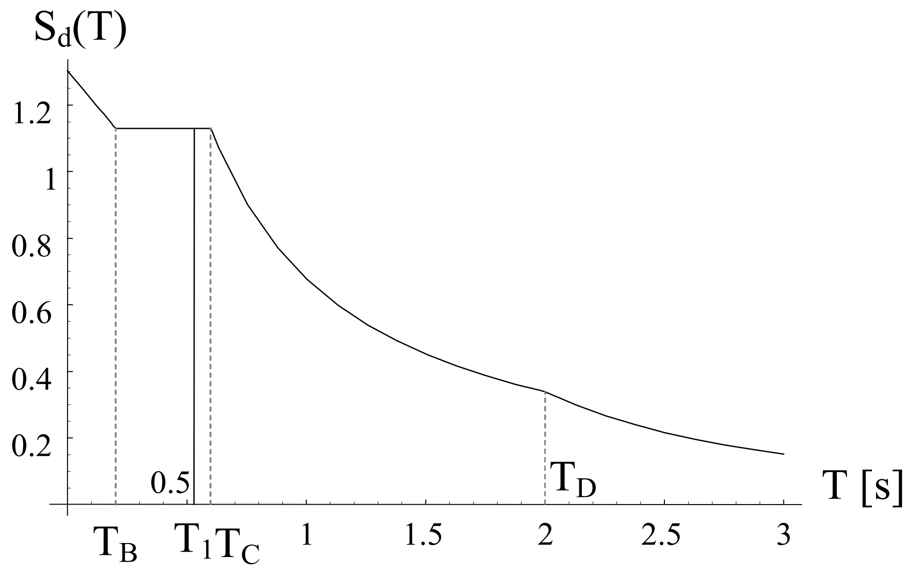
1. nihajna oblika

Zanjo velja

$$T_B < T_1 = 0.529\ \text{s} < T_C$$

in po enačbi (3.14) sledi (slika 45):

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 0.529\ \text{g} \cdot 1.15 \cdot \frac{2.5}{4.32}$$
$$= 1.130$$



Slika 45: Vrednost S_d v spektru odziva

Prva prečna bazna sila je tako:

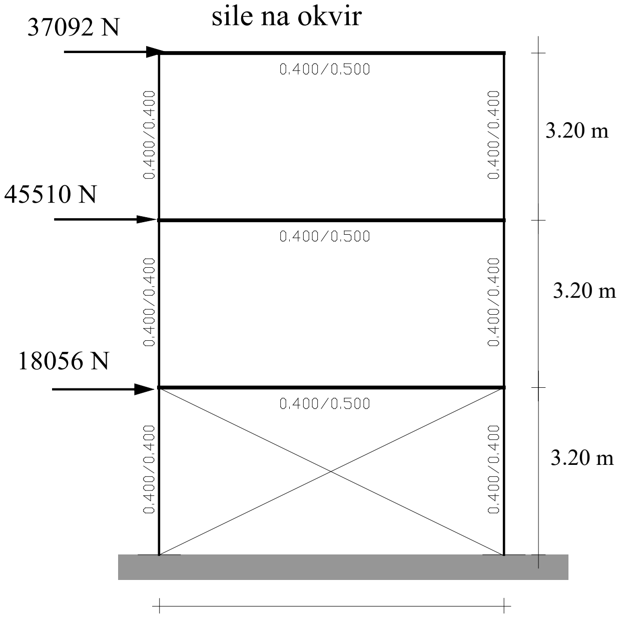
$$F_{b1} = S_d(T_1) \cdot M_{1,sod} = 1.130 \cdot 255358.824 \text{ kg} = 201316.551 \text{ N}$$

Celotna vodoravna bazna potresna sila F_{b1} se razporedi po višini konstrukcije s pomočjo lastnega vektorja, ki pripada prvi nihajni obliki, kot (slika 46):

$$F_{1i} = F_{b1} \cdot \frac{\phi_{1i} \cdot M_i}{\sum \phi_{1j} \cdot M_j}$$
$$F_{11} = 36112.253 \text{ N}$$
$$F_{12} = 91019.796 \text{ N}$$
$$F_{13} = 74184.502 \text{ N}$$

Ker konstrukcijo sestavljata dva identična okvirja, na vsakega tako odpade polovica etažne sile:

$$F_{11} = 18056.126 \text{ N}$$
$$F_{12} = 45509.898 \text{ N}$$
$$F_{13} = 37092.251 \text{ N}$$



Slika 46: Razporeditev potresnih sil 1. nihajne oblike po etažah

Elastični pomiki okvirja so tako:

$$\{d_{e,1}\} = [K_{okv}]^{-1} \cdot \{F_{e,1}\} = \begin{bmatrix} 48387843.932 & -16961348.684 & 0 \\ -16961348.684 & 33922697.368 & -16961348.684 \\ 0 & -16961348.684 & 16961348.684 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} 18056.1262\ \text{N} \\ 45509.898\ \text{N} \\ 37092.251\ \text{N} \end{Bmatrix}$$

$$\{d_{e,1}\} = \begin{Bmatrix} 3.203 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 8.073 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 10.260 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\{d_{s,1}\} = q_d \cdot \{d_{e,1}\} = 4.32 \cdot \begin{Bmatrix} 3.203 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 8.073 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 10.260 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 13.837 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 34.875 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 44.323 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

Zaradi upoštevanju naključne torzije za zunanja okvirja sledi faktor δ po enačbi (4.3.3.2.4(1)):

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{2.95\ \text{m} + 0.1 \cdot 5.9\ \text{m}}{5.9\ \text{m}} = 1.72$$

in tako sledijo pomiki za zunanja okvirja ob upoštevanju naključne torzije:

$$1.72 \cdot \{d_{s,1}\} = \begin{Bmatrix} 23.799 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 59.986 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 76.235 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \end{Bmatrix}$$

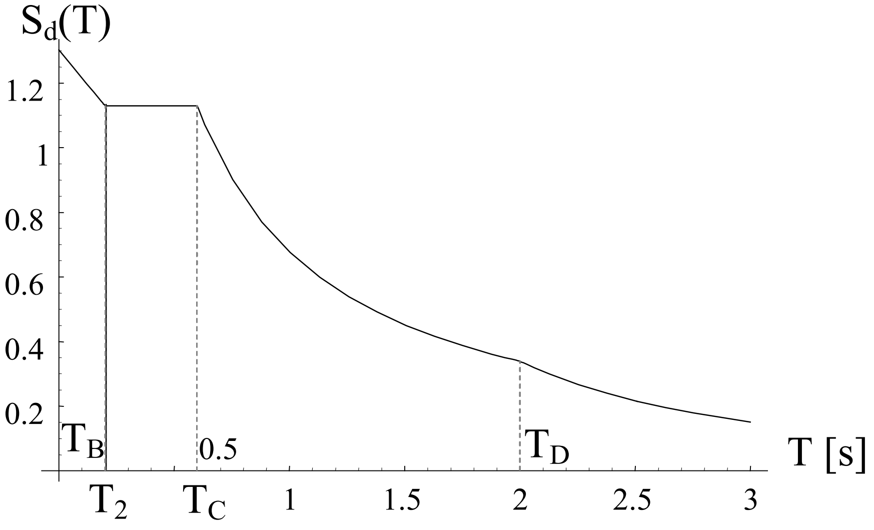
2. nihajna oblika

Tudi zanjo velja

$$T_B < T_1 = 0.201\,\mathrm{s} < T_C$$

in po enačbi (3.14) sledi (slika 47):

$$S_d(T_2) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 0.529\,g \cdot 1.15 \cdot \frac{2.5}{4.32}$$
$$= 1.130$$



Slika 47: Vrednost S_d v spektru odziva

Druga bazna prečna sila je tako:

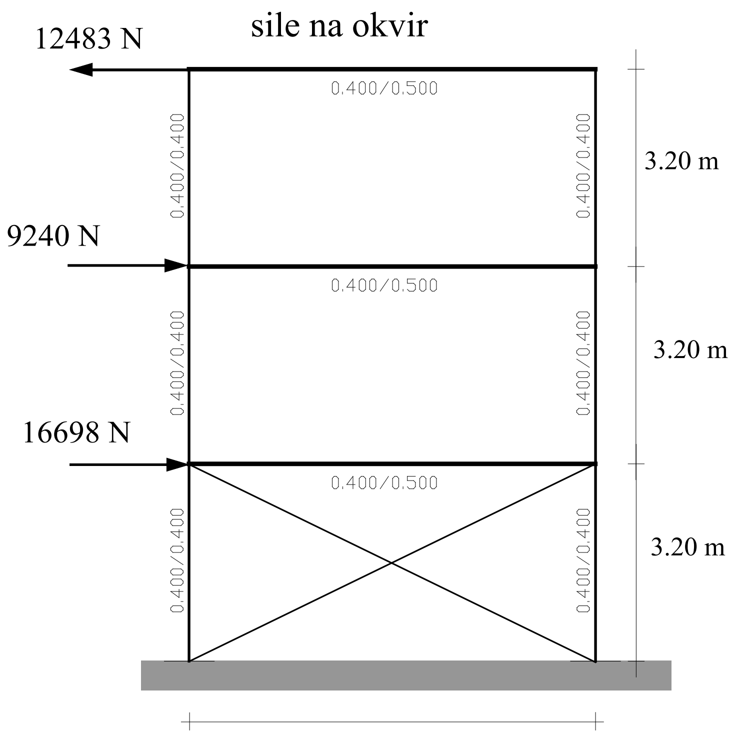
$$F_{b2} = S_d(T_2) \cdot M_{2,sod} = 1.130 \cdot 23808.414\ \mathrm{kg} = 26908.887\ \mathrm{N}$$

Celotna vodoravna bazna potresna sila F_{b2} se razporedi po višini konstrukcije s pomočjo lastnega vektorja, ki pripada drugi nihajni obliki, kot (slika 48):

$$F_{2i} = F_{b2} \cdot \frac{\phi_{2i} \cdot M_i}{\sum \phi_{2j} \cdot M_j}$$
$$F_{21} = 33395.630 \text{ N}$$
$$F_{22} = 18479.501 \text{ N}$$
$$F_{23} = -24966.243 \text{ N}$$

Ker konstrukcijo sestavljata dva identična okvirja, na vsakega tako odpade polovica etažne sile:

$$F_{21} = 16697.815 \text{ N}$$
$$F_{22} = 9239.751 \text{ N}$$
$$F_{23} = -12483.122 \text{ N}$$



Slika 48: Razporeditev potresnih sil 2. nihajne oblike po etažah

Elastični pomiki okvirja so tako:

$$\{d_{e,2}\} = [K_{okv}]^{-1} \cdot \{F_{e,2}\} = \begin{bmatrix} 48387843.932 & -16961348.684 & 0 \\ -16961348.684 & 33922697.368 & -16961348.684 \\ 0 & -16961348.684 & 16961348.684 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} 16697.8157\ \mathrm{N} \\ 9239.751\ \mathrm{N} \\ -12483.1224\ \mathrm{N} \end{Bmatrix}$$

$$\{d_{e,2}\} = \begin{Bmatrix} 4.281 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \\ 2.369 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \\ -4.991 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \end{Bmatrix}$$

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\{d_{s,2}\} = q_d \cdot \{d_{e,2}\} = 4.32 \cdot \begin{Bmatrix} 4.281 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \\ 2.369 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \\ -4.991 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 18.495 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \\ 10.234 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \\ -21.560 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \end{Bmatrix}$$

Pomiki za zunanja okvirja ob upoštevanju naključne torzije pa so:

$$1.72 \cdot \{d_{s,2}\} = \begin{Bmatrix} 3.181 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 1.760 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ -3.708 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \end{Bmatrix}$$

Faktorji δ za upoštevanje naključne torzije

Za okvirja (od izhodišča koordinatnega sistema) v x smeri tako po enačbi (člen 4.3.3.2.4(1)) sledi za premik masnega središča proti vrhu osi y za 0.55 m:

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{3.3\ \mathrm{m}}{5.5\ \mathrm{m}} = 1.72$$

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{2.2\ \mathrm{m}}{5.5\ \mathrm{m}} = 1.48$$

Za premik masnega središča proti koordinatnemu izhodišču za 0.55 m pa sledi:

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{2.2\ \text{m}}{5.5\ \text{m}} = 1.48$$

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{3.3\ \text{m}}{5.5\ \text{m}} = 1.72$$

Za oba okvirja je tako merodajna vrednost faktorja δ enaka 1.72.

Izračun koeficientov občutljivosti za etažne pomike

Povprečni elastični vodoravni pomiki etaž zaradi prve prečne bazne sile so:

$$\left\{\bar{d}_{e,1}\right\} = \left[K_{kon}\right]^{-1} \cdot \left\{F_1\right\} = \left[d_{kon}\right] \cdot \left\{F_1\right\} = \begin{bmatrix} 9.678 & -3.392 & 0 \\ -3.392 & 6.785 & -3.392 \\ 0 & -3.392 & 3.392 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}} \cdot \begin{Bmatrix} 36112.253\ \text{N} \\ 91019.796\ \text{N} \\ 74184.502\ \text{N} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} 3.203 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 8.073 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 10.260 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

Te pomike lahko izračunamo tudi direktno brez eksplicitnega izračuna sil na konstrukcijo kot:

$$\left\{\bar{d}_{e,1}\right\} = \left\{\hat{\Phi}_1\right\} \cdot \Gamma_1 \cdot \frac{S_d(T_1)}{\omega_1^2}$$

Povprečni vodoravni pomiki $\bar{d}_{s,1}$ so nato:

$$\left\{\bar{d}_{s,1}\right\} = q_d \cdot \left\{\bar{d}_{e,1}\right\} = 4.32 \cdot \begin{Bmatrix} 3.203 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 8.073 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 10.260 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 13.837 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 34.875 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 44.3234 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

Povprečni elastični vodoravni pomiki etaž zaradi druge prečne bazne sile so:

$$\left\{\bar{d}_{e,2}\right\} = \left[K_{kon}\right]^{-1} \cdot \left\{F_2\right\} = \left[d_{kon}\right] \cdot \left\{F_2\right\}$$

$$\begin{bmatrix} 9.678 & -3.392 & 0 \\ -3.392 & 6.785 & -3.392 \\ 0 & -3.392 & 3.392 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{N}} \cdot \begin{Bmatrix} 33395.630\ \text{N} \\ 18479.501\ \text{N} \\ -24966.244\ \text{N} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4.281 \cdot 10^{-4} \\ 2.369 \cdot 10^{-4} \\ -4.991 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix} \text{m}$$

Te pomike lahko izračunamo tudi direktno brez eksplicitnega izračuna sil na konstrukcijo kot:

$$\{\bar{d}_{e,2}\} = \{\hat{\Phi}_2\} \cdot \Gamma_2 \cdot \frac{S_d(T_2)}{\omega_2^2}$$

Povprečni vodoravni pomiki $\bar{d}_{s,2}$ so nato

$$\{\bar{d}_{s,2}\} = q_d \cdot \{\bar{d}_{e,2}\} = 4.32 \cdot \begin{Bmatrix} 4.281 \cdot 10^{-4} \\ 2.369 \cdot 10^{-4} \\ -4.991 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix} m = \begin{Bmatrix} 1.849 \cdot 10^{-3} \\ 1.023 \cdot 10^{-3} \\ -2.156 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} m$$

Kombiniranje povprečnih vodoravnih pomikov obeh nihajnih oblik po pravilu SRSS vodi do vrednosti, ki so zgolj nekoliko večje kot vrednosti, ki pripadajo prvi nihajni obliko (saj je druga modalna masa relativno majhna):

$$\{\bar{d}_s\} = \begin{Bmatrix} 1.396 \cdot 10^{-2} \\ 3.489 \cdot 10^{-2} \\ 4.438 \cdot 10^{-2} \end{Bmatrix} m$$

Povprečni relativni pomiki etaž so tako:

$$\{d_r\} = \begin{Bmatrix} 1.396 \cdot 10^{-2} \\ 2.093 \cdot 10^{-2} \\ 0.948 \cdot 10^{-2} \end{Bmatrix} m$$

Za izračun brezdimenzijskih koeficientov občutljivosti za posamezno etažo potrebujemo še vrednosti osnih sil oz. sil teže. Tako sledijo vrednosti:

etaža	M_i [kg]	P_{tot} [N]
3	51213.200	502401.492
2	79856.723	1285795.944
1	79856.723	2069190.396

Za posamezno etažo potrebujemo še vrednosti celotnih prečnih sil v etaži. Tako sledijo:

etaža	F_{1i} [N]	$V_{tot,1}$ [N]	F_{2i} [N]	$V_{tot,2}$ [N]	V_{tot} [N]
3	74184.502	74184.502	-24966.244	-24966.244	78272.944
2	91019.796	165204.298	18479.501	-6486.742	165331.600
1	36112.252	201316.551	33395.630	26908.887	203106.972

Tudi iz celotnih prečnih sil V_{tot}, kombiniranih po pravilu SRSS, vidimo, da je vpliv druge nihajne oblike relativno majhen (ker je druga modalna masa relativno majhna).

Brezdimenzijski koeficient občutljivosti za posamezno etažo izračunamo kot:

$$\theta = \frac{P_{tot} \cdot d_r}{V_{tot} \cdot h}$$

Tako sledijo:

etaža	P_{tot} [N]	d_r [m]	V_{tot} [N]	h [m]	θ
1	502401.492	$1.396 \cdot 10^{-2}$	78272.944	3.2	$4.444 \cdot 10^{-2}$
2	1285795.944	$3.489 \cdot 10^{-2}$	165331.600	3.2	$5.087 \cdot 10^{-2}$
3	2069190.396	$4.438 \cdot 10^{-2}$	203106.972	3.2	$1.902 \cdot 10^{-2}$

Izračun pokaže, da vpliva teorije drugega reda ni potrebno upoštevati, saj za vse etaže velja $\theta < 0.1$.

Kontrola etažnih pomikov

Pomike zunanjega okvirja obeh nihajnih oblik kombiniramo po pravilu SRSS:

$$\{d_z\} = \begin{Bmatrix} \sqrt{\left(23.799 \cdot 10^{-3}\right)^2 + \left(3.181 \cdot 10^{-3}\right)^2} \\ \sqrt{\left(59.986 \cdot 10^{-3}\right)^2 + \left(1.760 \cdot 10^{-3}\right)^2} \\ \sqrt{\left(76.235 \cdot 10^{-3}\right)^2 + \left(-3.708 \cdot 10^{-3}\right)^2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 24.0115 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ 60.011 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ 76.325 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{Bmatrix}$$

ki je praktično enak kot vektor prve nihajne oblike, kar posredno potrdi, da bi lahko v analizi upoštevali samo prvo nihajno obliko.

Relativni pomiki etaž zunanjega okvirja so tako:

$$d_{r1} = 24.011 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$
$$d_{r2} = 60.011 \cdot 10^{-2} \text{ m} - 24.011 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 36.000 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$
$$d_{r2} = 76.325 \cdot 10^{-2} \text{ m} - 60.011 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 16.314 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Tako sledi (redukcijski faktor $\nu = 0.5$ po predpisu za kategorijo pomembnosti I in II):

$$24.011 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \nu = 12.006 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$36.0006 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \nu = 18.000 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$16.314 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \nu = 8.157 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

Ker gre za skladišče, lahko predpostavimo, da gre za stavbo, ki ima na konstrukcijo pritrjene nekonstrukcijske elemente iz krhkih materialov, je pogoj:

$$d_r \cdot \nu \leq 0.005 \cdot h$$

kar vodi do:

$$12.006 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \leq 0.005 \cdot 3.2\ \text{m} = 0.016\ \text{m}$$
$$18.000 \cdot 10^{-3}\ \text{m} > 0.005 \cdot 3.2\ \text{m} = 0.016\ \text{m}$$
$$8.157 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \leq 0.005 \cdot 3.2\ \text{m} = 0.016\ \text{m}$$

kar pokaže, da je omejitev etažnih pomikov ni izpolnjena v drugi etaži.

Opomba:

Togostna matrika okvirja, z metodo končnih elementov, je:

$$[K_{okv}] = \begin{bmatrix} 12.011 & -5.088 & 0.942 \\ -5.088 & 7.588 & -3.611 \\ 0.942 & -3.611 & 2.7918184448943997 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Prečni bazni sili sta:

$$F_{b1} = S_d(T_1) \cdot M_{1,sod} = 174325.003\ \text{N} \quad (< 201316.551\ \text{N})$$
$$F_{b2} = S_d(T_2) \cdot M_{2,sod} = 34894.339\ \text{N} \quad (> 26908.887\ \text{N})$$

Analiza pokaže, da v tem modelu omejitev etažnih pomikov ni izpolnjena v drugi in tudi v tretji etaži.

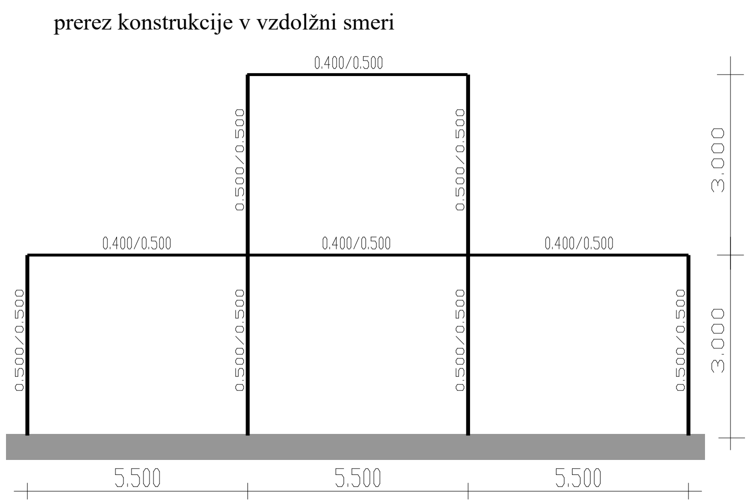
Zgled 10

Razširjena izpitna naloga 30. avgusta 2017

Konstrukcijo na sliki 49 sestavljata dva identična okvirja, medsebojno oddaljena 8 m.

Stebri imajo dimenziji b/h = 0.5/0.5 m, nosilci pa b/h = 0.4 m/0.5 m, debelina plošče znaša 28 cm. Material konstrukcije je beton C30/37, ki ima modul elastičnosti E=33 GPa.

Polnilo zunanjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidni bloki ZB 25, debelina stene 25 cm, volumska masa z upoštevanjem fasade 450 kg/m^3.



Slika 49: Prerez konstrukcije

Polnilo notranjih zidov v AB konstrukciji so YTONG zidne plošče ZB 15, debelina stene 15 cm, volumska masa 450 kg/m^3.

Objekt je skladiščna stavba, ki stoji v Ptuju (nadmorska višina 232 m) na tipu tal A, življenjska doba objekta je 100 let, vrednost $S_d(T_1)$ se izračuna z interpolacijo med kartama z ustreznima povratnima dobama.

Za konstrukcijo:

- izvedi analizo obtežb in izračunaj mase s pomočjo kombinacije lastnih tež (poleg mase same plošče upoštevaj še dodatnih 220 kg/m^2 za estrih in toplotno izolacijo) in po predpisu apliciranih obtež (pri izračunu mase plošče uporabi gabaritne dimenzije plošče),
- za izračun togostne/podajnostne matrike konstrukcije v prikazani smeri uporabi strižni model z redukcijskim faktorjem stebra (dodatno izračunaj še togostno matriko za model ekvivalentne konzole ter togostno matriko z deformacijsko metodo),
- za analizo nihajnih časov cele konstrukcije in potresnega vpliva uporabi ustrezni model (glede na tlorisno pravilnost/nepravilnost konstrukcije) in metodo apliciranja potesnega vpliva (glede na pravilnost/nepravilnost po višini) ter upoštevaj razred duktilnosti DCM,
- poišči in skiciraj razporeditev etažnih potresnih vplivov na nosilne sisteme etaže ter izračunaj faktorje δ za upoštevanje naključne torzije,
- izvedi kontrolo omejitve poškodb merodajnega okvirja.

Rešitev

Analiza mas/obtežb

Masa plošče

AB plošča:	debelina 28 cm	$0.28\,\mathrm{m}\cdot 2500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}=700\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Estrih in toplotna izolacija (podana vrednost)		$220\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$
Masa:		$m_p=920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe etaž

Kategorija E1 (skladiščni prostori)

$q_{k,\mathrm{koristna}}=7.5\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo E1

za skladišča velja $\psi_2=0.8$

ker gre za skladiščne prostore, velja φ=1.0.

masa plošče z maso iz obteže: $m=920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}+1.0\cdot 0.8\cdot\frac{7.5\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}}{9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}=1531.621\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$

Obtežbe strešne plošče

Kategorija H (strehe, dostopne le za normalno vzdrževanje in popravila)

$q_{k,\mathrm{koristna}}=0.4\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$ … karakteristična vrednost koristne obtežbe za kategorijo H

Obtežba snega

Kraj Ptuj: alpska regija (cona) A2, nadmorska višina A = 232.0 m. Karakteristična obtežba snega s_k *na tleh* se izračuna kot:

$$\text{A2} \quad s_k = 1.293 \cdot \left[1 + \left(\frac{A}{728}\right)^2\right] s_k = 1.293 \cdot \left[1 + \left(\frac{232}{728}\right)^2\right] = 1.424\,\frac{kN}{m^2}$$

(SIST EN 1991-1-3: 2004; nacionalni dodatek, str. 4)

Obtežba snega na ravno streho:

- \- nagib strehe $0^\circ \le \alpha \le 30^\circ$
- oblikovni koeficient obtežbe snega $\mu_1 = 0.8$; SIST EN 1991-1-3: 2004, preglednica 5.2, str. 15,
- koeficient izpostavljenosti $C_e = 1.0$,
- toplotni koeficient $C_t = 1.0$.

Obtežba snega na strehi (SIST EN 1991-1-3: 2004, 5.2 (3)P, enačba 5.1, str. 13):

$$s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 0.8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1.424\,\frac{kN}{m^2} = 1.139\,\frac{kN}{m^2}$$

Kombiniranje obtežb/mas se izvede kot:

$$M \cdot g = \sum_{j\ge1} G_{k,j} \,{''\!+''} \sum_{i\ge1} \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \rightarrow M = \sum_{j\ge1} \frac{G_{k,j}}{g} \,{''\!+''} \sum_{i\ge1} \psi_{E,i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

kjer se koeficient $\psi_{E,i}$ za kombinacijo za spremenljivi vpliv *i* izračuna po izrazu (4.2.4(2)P, stran 44):

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i},$$

kar vodi do vrednosti za vrhnje dele etaž:

$$M = \sum_{j\geq 1} \frac{G_{k,j}}{g} \, {''}{+}{''} \sum_{i\geq 1} \varphi \cdot \psi_{2i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g}$$

Za vrhnje etaže (strehe) velja φ=1.0.

Po preglednici A.1.1, normativen dodatek A1, EN 1990, velja:
za koristno obtežbo in za strehe (kategorija H) $\psi_2 = 0$

za sneg in za kraje v RS z nadmorsko višino pod 1000 m $\psi_2 = 0$

Tako sledi še vrednost za vrhnjo etažo:

$$M = 920\,\frac{kg}{m^2} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{0.4\,\frac{kN}{m^2}}{9.81\,\frac{m}{s^2}} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{1.139\,\frac{kN}{m^2}}{9.81\,\frac{m}{s^2}} = 920\,\frac{kg}{m^2} + 0 + 0 = 920\,\frac{kg}{m^2}$$

Izračun členov masne matrike konstrukcije

Plošča med priličjem in 2. etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije):

$$M_{plo} = 2 \cdot 5.75\,m \cdot 8.5\,m \cdot 920\,\frac{kg}{m^2} + 5.50\,m \cdot 8.5\,m \cdot 1531.621\,\frac{kg}{m^2} = 161533.272\,kg$$

masa polovice stebrov spodaj: $M_{steb,s} = 8 \cdot 0.5\,m \cdot 0.5\,m \cdot \frac{3\,m}{2} \cdot 2500\,\frac{kg}{m^3} = 8 \cdot 935.5\,kg = 7500\,kg$

masa polovice stebrov zgoraj:

$$M_{steb,z} = 4 \cdot 0.5\,m \cdot 0.5\,m \cdot \frac{3\,m}{2} \cdot 2500\,\frac{kg}{m^3} = 4 \cdot 937.5\,kg = 3750\,kg$$

masa gred v smeri X osi: $M_{gred,x} = 2 \cdot 16.5\,m \cdot 0.4\,m \cdot 0.5\,m \cdot 2500\,\frac{kg}{m^3} = 16500\,kg$

masa gred v smeri Y osi: $M_{gred,y} = 4 \cdot 8\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 16000\ \text{kg}$

masa zunanjih sten: $M_{sten,z} = 2 \cdot (5\ \text{m} + 7.5\ \text{m}) \cdot 0.25\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} \cdot 450\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 8437.5\ \text{kg}$

Masa plošče nad prvo etažo je tako:

$$M_1 = M_{plo} + M_{steb,s} + M_{steb,z} + M_{gred,x} + M_{gred,y} + M_{sten,z}$$
$$= 161533.272\ \text{kg} + 7500\ \text{kg} + 3750\ \text{kg} + 16500\ \text{kg} + 16000\ \text{kg} + 8437.5\ \text{kg} = 213720.772\ \text{kg}$$

Plošča nad 2. etažo

masa plošče (gabaritne dimenzije): $M_{plo} = 6\ \text{m} \cdot 8.5\ \text{m} \cdot 920\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 46920\ \text{kg}$

masa polovice stebrov spodaj: $M_{steb,s} = 4 \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot \frac{3\ \text{m}}{2} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 4 \cdot 937.5\ \text{kg} = 3750\ \text{kg}$

masa gred v smeri X osi: $M_{gred,x} = 2 \cdot 5.5\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 5500\ \text{kg}$

masa gred v smeri Y osi: $M_{gred,y} = 2 \cdot 8\ \text{m} \cdot 0.4\ \text{m} \cdot 0.5\ \text{m} \cdot 2500\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 8000\ \text{kg}$

Masa plošče nad drugo etažo je tako:

$$M_2 = M_{plo} + M_{steb,s} + M_{gred,x} + M_{gred,y} = 46920\ \text{kg} + 3750\ \text{kg} + 5500\ \text{kg} + 8000\ \text{kg} = 64170\ \text{kg}$$

Masna matrika konstrukcije je tako:

$$[M] = \begin{bmatrix} 213720.772 & 0 \\ 0 & 64170 \end{bmatrix} \text{kg}$$

Izračun togostne matrike konstrukcije s strižnim modelom in redukcijskim faktorjem stebrov

Ker stavbo tvorita dva identična okvirja, lahko togostno matriko konstrukcije tvorimo tako, da analiziramo en okvir in dobljeno togostno matriko pomnožimo z 2 (velja za vse modele).

Za spodnjo etažo okvirja sledi z uporabo navadnega strižnega modela togost za en steber:

$$k_{\text{strižni}} = \frac{12}{h_s^3} \cdot E_s \cdot I_s = \frac{12}{(3\ \text{m})^3} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2} \cdot \frac{0.5\ \text{m} \cdot (0.5\ \text{m})^3}{12} = 38194444.444\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 38.194 \cdot 10^6\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Redukcijski faktor za zunanje stebre obeh etaž znaša (uporabljena je formalna oblika z upogibnimi togostmi):

$$RF_1 = \frac{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}} = \frac{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}}$$

$$= \frac{\frac{\frac{0.4\ \text{m} \cdot (0.5\ \text{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{5.5\ \text{m}}}{\frac{\frac{0.4\ \text{m} \cdot (0.5\ \text{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{5.5\ \text{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{0.5\ \text{m} \cdot (0.5\ \text{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}}{3.0\ \text{m}}} = \frac{12500000}{212500000 + 14322916.667}$$

$$= 0.466$$

Reducirana togost zunanjih stebrov spodnje in zgornje etaže je tako:

$$k_{1,1} = RF_1 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.466 \cdot 38.194 \cdot 10^6\ \frac{\text{N}}{\text{m}} = 17799352.751\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Redukcijski faktor za notranja stebra spodnje etaže znaša:

$$RF_2 = \frac{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n}}{\sum_{n=1}^{N_n} \frac{I_n \cdot E_n}{L_n} + \frac{1}{2} \cdot \frac{I_s \cdot E_s}{h_s}}$$

$$= \frac{\frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.5\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{5.5\,\mathrm{m}} + \frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.5\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{5.5\,\mathrm{m}}}{\frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.5\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{5.5\,\mathrm{m}} + \frac{\frac{0.4\,\mathrm{m} \cdot (0.5\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{5.5\,\mathrm{m}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{0.5\,\mathrm{m} \cdot (0.5\,\mathrm{m})^3}{12} \cdot \frac{33 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2}}{3\,\mathrm{m}}}$$

$$= \frac{25000000}{25000000 + 14322916.667} = 0.636$$

Reducirana togost notranjih stebrov spodnje etaže je tako:

$$k_{1,2} = RF_2 \cdot k_{\text{strižni}} = 0.636 \cdot 38.194 \cdot 10^6 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 24282560.706 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Skupna togost spodnje etaže okvirja je:

$$k_1 = 2 \cdot k_{1,1} + 2 \cdot k_{1,2} = 2 \cdot 17799352.751 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} + 2 \cdot 24282560.706 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 84163826.914 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Za drugo etaže okvirja sledi:

$$k_2 = 2 \cdot k_{1,1} = 2 \cdot 17799352.751 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 35598705.502 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Opazimo, da velja naslednje razmerje med togostima prve in druge etaže:

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{35598705.502 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}{84163826.914 \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} = 0.423 = 42.297\,\% < 70\,\%$$

kar standard »Structural design actions« Nove Zelandije drugo etažo okarakterizira kot »mehko etažo« (standard EC8 ne podaja takega eksplicitnega številskega kriterija).

Togostna matrika okvirja, izračunana s pomočjo s strižnega modela in uporabo redukcijskega faktorja stebra, je tako:

$$[K_{okv}] = \begin{bmatrix} 119762532.416 & -35598705.502 \\ -35598705.502 & 35598705.502 \end{bmatrix} \frac{N}{m}$$

Togostna matrika konstrukcije pa je:

$$[K_{kon}] = 2 \cdot [K_{okv}] = \begin{bmatrix} 23.953 & -7.120 \\ -7.120 & 7.120 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \frac{N}{m}$$

Zaradi nenadne spremembe togosti v vodoravni smeri (po členu 4.2.3.3 (3)) konstrukcijo tudi v skladu z EC8 okarakteriziramo kot nepravilno po višini.

Izračun togostne matrike konstrukcije z modelom ekvivalentne konzole

Prva etaža

Upogibna togost nadomestnega elementa prve etaže je:

$$EI_{ek,1} = \sum_{s=1}^{4} E_s \cdot I_s = 4 \cdot 85937500 \text{ Nm}^2 = 343750000 \text{ Nm}^2$$

Togostna matrika nadomestnega elementa je tako:

$$[K_1] = \begin{bmatrix} 152777777.778 & 229166666.667 & -152777777.778 & 229166666.667 \\ 229166666.667 & 458333333.333 & -229166666.667 & 229166666.667 \\ -152777777.778 & -229166666.667 & 152777777.778 & -229166666.667 \\ 229166666.667 & 229166666.667 & -229166666.667 & 458333333.333 \end{bmatrix}$$

Togost rotacijske vzmeti k_φ pa znaša:

$$k_{\varphi,1} = 12 \cdot \sum_{n=1}^{3} \frac{E_n \cdot I_n}{L_n} = 3 \cdot \left(12 \cdot \frac{68750000 \text{ Nm}^2}{5.5 \text{ m}} \right) = 3 \cdot 150000000 \text{ Nm} = 450000000 \text{ Nm}$$

Druga etaža

Upogibna togost nadomestnega elementa druge etaže je:

$$EI_{ek,2} = \sum_{s=1}^{2} E_s \cdot I_s = 2 \cdot 85937500 \text{ Nm}^2 = 171875000 \text{ Nm}^2$$

Togostna matrika nadomestnega elementa je tako:

$$[K_2] = \begin{bmatrix} 76388888.889 & 114583333.333 & -76388888.889 & 114583333.333 \\ 114583333.333 & 229166666.667 & -114583333.333 & 114583333.333 \\ -76388888.889 & -114583333.333 & 76388888.889 & -114583333.3333 \\ 114583333.333 & 114583333.333 & -114583333.3333 & 229166666.667 \end{bmatrix}$$

Togost rotacijske vzmeti k_φ pa znaša:

$$k_{\varphi,2} = 12 \cdot \sum_{n=1}^{1} \frac{E_n \cdot I_n}{L_n} = 312 \cdot \frac{68750000 \text{ Nm}^2}{5.5 \text{ m}} = 150000000 \text{ Nm}$$

Okvir

Togostna matrika okvirja z dvema translacijskima in dvema rotacijskima prostostnima stopnjama je tako:

$$[K_{okv}] = \begin{bmatrix} 229166666.667 & -114583333.333 & -76388888.889 & 114583333.333 \\ -114583333.333 & 1137500000 & -114583333.333 & 114583333.333 \\ -76388888.889 & -114583333.333 & 76388888.889 & -114583333.333 \\ 114583333.333 & 114583333.333 & -114583333.333 & 379166666.667 \end{bmatrix}$$

Če jo želimo uporabiti za dinamično analizo, moramo ustrezno preurediti masno matriko. Druga možnost je, da kondenziramo togostno matriko. Preuredimo jo tako, da »združimo« člene, ki pripadajo bistvenim (pomikom) in nebistvenim (zasukom) prostostnim stopnjam v obliko:

$$[K_{bb}]=\begin{bmatrix}229166666.667 & -76388888.889\\ -76388888.889 & 76388888.889\end{bmatrix}$$

$$[K_{bn}]=\begin{bmatrix}-114583333.333 & 114583333.333\\ -114583333.333 & -114583333.333\end{bmatrix}$$

$$[K_{nb}]=\begin{bmatrix}-114583333.333 & -114583333.333\\ 114583333.333 & -114583333.333\end{bmatrix}$$

$$[K_{nn}]=\begin{bmatrix}1137500000 & 114583333.333\\ 114583333.333 & 379166666.667\end{bmatrix}$$

Kondenzirana togostna matrika okvirja je tako:

$$[K_{c,okv}]=[K_{bb}]-[K_{bn}]\cdot[K_{nn}]^{-1}\cdot[K_{nb}]=\begin{bmatrix}174352859.975 & -52579550.421\\ -52579550.421 & 35965341.71\end{bmatrix}\frac{N}{m}$$

Druga možnost je, da poiščemo podajnostno matriko modela s štirimi prostostnimi stopnjami:

$$[d_{okv}]=[K_{okv}]^{-1}=\begin{bmatrix}1.026 & 0.248 & 1.500 & 0.068\\ 0.248 & 0.165 & 0.563 & 0.046\\ 1.500 & 0.563 & 4.973 & 0.880\\ 0.068 & 0.046 & 0.880 & 0.495\end{bmatrix}\cdot 10^{8}$$

kjer nato prečrtamo vrstice in stolpce, ki pripadajo zasukom:

$$[d_{okv}]=\begin{bmatrix}1.026 & 1.500\\ 1.500 & 4.973\end{bmatrix}\cdot 10^{8}$$

Obratna matrika ponovno vodi do kondenzirane togostne matrike okvirja:

$$[K_{c,okv}]=[d_{okv}]^{-1}=\begin{bmatrix}174352859.975 & -52579550.421\\ -52579550.421 & 35965341.710\end{bmatrix}\frac{N}{m}$$

Togostna matrika konstrukcije modela ekvivalentne konzole je tako:

$$[K_{kon}]=2\cdot[K_{c,okv}]=\begin{bmatrix}34.871 & -10.516\\ -10.516 & 7.193\end{bmatrix}\cdot 10^{7}\frac{N}{m}$$

Primerjava členov togostne matrike s členi togostne matrike iz strižnega modela z redukcijskim faktorjem stebra pokaže, da so sedaj dobljene vrednosti večje. Najmanjše odstopanje nastopi pri zadnjem diagonalnem členu (1.03 %), medtem ko je odstopanje pri izvendiagonalnem členu precej večje (skoraj 45.58 %). Še nekoliko večje (47.7 %) odstopanje nastopi pri izvendiagonalnem členu.

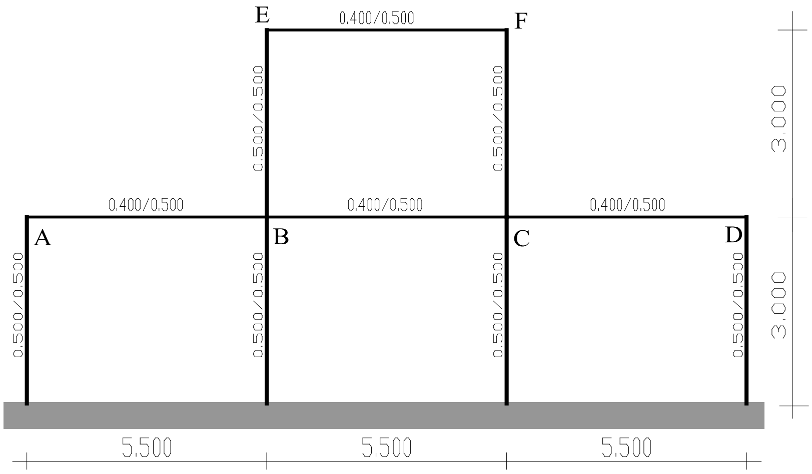
Izračun togostne matrike konstrukcije z deformacijsko metodo

Najprej označimo vozlišča (slika 50), kjer bomo računali zasuke in nato izračunamo nadomestne dolžine stebrov. Ker so upogibne togosti EI nosilcev in stebrov različne, bomo dolžine stebrov, ki jih upoštevamo pri izračunu členov matrike ravnotežnih enačb, modificirali s pomočjo razmerja upogibnih togosti.

Za obe etaži tako sledi:

$$H' = \frac{EI_n}{EI_s} \cdot H = \frac{68750000\ \text{Nm}^2}{85937500\ \text{Nm}^2} \cdot 3\ \text{m}$$

$$= 2.4\ \text{m}$$



Slika 50: Označitev vozlišč

Pri analizi z deformacijsko metodo sledijo naslednje vrednosti parametrov metode:

k= 10 število togih vozlišč
g= 0 število členkastih vozlišč
s= 10 število elementov
t_1= 4število znanih zasukov
t_2= 8 število znanih pomikov

Število neznanih vozliščnih zasukov je tako:

$$b = k - t_1 = 10 - 4 = 6$$

število neznanih premikov (zasukov vertikalnih elementov) pa je:

$$c = 2 \cdot k + 2 \cdot g - t_2 - s = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 0 - 8 - 10 = 2 > 0$$

kar pomeni, da gre za pomičen sistem.

Stopnja deformacijske nedoločenosti je tako:

$$n = b + c = 6 + 2 = 8$$

kar pomeni, da moramo formalno rešiti sistem 8 enačb z osmimi neznankami.

Kot neznanke vpeljemo zasuke φ_A, φ_B,... , φ_F vozlišč A, B, C, ... F ter zasuka ψ_1 in ψ_2 stebrov posameznih etaž, ki sta, zaradi osne nedeformabilnosti gred pri *inženirski* metodi pomikov, enaka v vseh stebrih posamezne etaže, ki imajo enake dolžine.

Nato sledijo predštevila:

$$a_{AA} = a_{DD} = a_{EE} = a_{FF} = \frac{4}{2.4} + \frac{4}{5.5} = 2.394$$
$$a_{BB} = a_{CC} = \frac{4}{2.4} + \frac{4}{5.5} + \frac{4}{5.5} + \frac{4}{2.4} = 4.788$$

ter

$$a_{AB} = a_{BA} = a_{BC} = a_{CB} = a_{DC} = a_{CD} = a_{EF} = a_{FE} = \frac{2}{5.5} = 0.364$$
$$a_{BE} = a_{EB} = a_{CF} = a_{FC} = \frac{2}{2.4} = 0.833$$

Nato izračunamo še:

$$a_{1A} = a_{1B} = a_{1C} = a_{1D} = -\frac{6}{H'} = -\frac{6}{2.4\ \mathrm{m}} = -2.5$$

$$a_{2B} = a_{2C} = a_{2E} = a_{2F} = -\frac{6}{2.4\ \mathrm{m}} = -2.5$$

ter

$$a_{11} = 4 \cdot \frac{12}{2.4\ \mathrm{m}} = 20$$

$$a_{22} = a_{22} = 2 \cdot \frac{12}{2.4\ \mathrm{m}} = 10$$

Izračun členov prve vrstice in stolpca podajnostne matrike

Sistem enačb zaradi delovanja enotske horizontalne sile na vrhu prve etaže (v točki A) dobi naslednjo obliko:

$$EI_n \cdot \left[\begin{array}{cccccc:cc} a_{AA} & a_{AB} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1A} & 0 \\ a_{AB} & a_{BB} & a_{BC} & 0 & a_{BE} & 0 & a_{1B} & 0 \\ 0 & a_{BC} & a_{CC} & a_{CD} & 0 & a_{CF} & a_{1C} & a_{2C} \\ 0 & 0 & a_{CD} & a_{DD} & 0 & 0 & a_{1D} & a_{2D} \\ 0 & a_{BE} & 0 & 0 & a_{EE} & a_{EF} & 0 & a_{2E} \\ 0 & 0 & a_{CF} & 0 & a_{EF} & a_{FF} & 0 & a_{2F} \\ \hdashline a_{1A} & a_{1B} & a_{1C} & a_{1D} & 0 & 0 & a_{11} & \\ 0 & 0 & a_{2C} & a_{2D} & a_{2E} & a_{2F} & & a_{22} \end{array}\right] \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \\ \varphi_C \\ \varphi_D \\ \varphi_E \\ \varphi_F \\ \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \cdot H_1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

ki ima rešitvi (zanimata nas samo zasuka etaž):

$$\begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3.528 \cdot 10^{-9} \\ 1.279 \cdot 10^{-9} \end{Bmatrix}$$

Horizontalna pomika točk A in E zaradi enotske sile v točki A, ki predstavljata člene prve vrstice in stolpca podajnostne matrike okvirja, so tako:

$$d_{11} = H_1 \cdot \psi_1 = 3.0\,\mathrm{m} \cdot 3.528 \cdot 10^{-9} = 1.058 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}}$$

$$d_{12} = H_1 \cdot \psi_1 + H_2 \cdot \psi_2 = 1.0584 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}} + 3.0\,\mathrm{m} \cdot 1.279 \cdot 10^{-9} = 1.442 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}}$$

Izračun členov druge vrstice in stolpca podajnostne matrike

Sistem enačb zaradi delovanja enotske horizontalne sile na vrhu druge etaže (v točki E) dobi naslednjo obliko:

$$EI_n \cdot \left[\begin{array}{cccccc:cc} a_{AA} & a_{AB} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1A} & 0 \\ a_{AB} & a_{BB} & a_{BC} & 0 & a_{BE} & 0 & a_{1B} & 0 \\ 0 & a_{BC} & a_{CC} & a_{CD} & 0 & a_{CF} & a_{1C} & a_{2C} \\ 0 & 0 & a_{CD} & a_{DD} & 0 & 0 & a_{1D} & a_{2D} \\ 0 & a_{BE} & 0 & 0 & a_{EE} & a_{EF} & 0 & a_{2E} \\ 0 & 0 & a_{CF} & 0 & a_{EF} & a_{FF} & 0 & a_{2F} \\ \hdashline a_{1A} & a_{1B} & a_{1C} & a_{1D} & 0 & 0 & a_{11} & \\ 0 & 0 & a_{2C} & a_{2D} & a_{2E} & a_{2F} & & a_{22} \end{array}\right] \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \\ \varphi_C \\ \varphi_D \\ \varphi_E \\ \varphi_F \\ \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \cdot H_1 \\ 1 \cdot H_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \end{Bmatrix}$$

ki ima rešitvi (zanimajo nas samo zasuki etaž):

$$\begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4.807 \cdot 10^{-9} \\ 1.211 \cdot 10^{-8} \end{Bmatrix}$$

Horizontalna pomika točk A in E zaradi enotske sile v točki E, ki predstavljata člena druge vrstice in stolpca podajnostne matrike okvirja, sta tako:

$$d_{21} = H_1 \cdot \psi_2 = 3.0\,\mathrm{m} \cdot 4.807 \cdot 10^{-9} = 1.442 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}}$$

$$d_{22} = H_1 \cdot \psi_1 + H_2 \cdot \psi_2 = 1.442 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}} + 3.0\,\mathrm{m} \cdot 1.211 \cdot 10^{-8} = 5.074 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}}$$

Celotna podajnostna matrika okvirja je tako:

$$[d_{okv}] = \begin{bmatrix} 1.058 \cdot 10^{-8} & 1.442 \cdot 10^{-8} \\ 1.442 \cdot 10^{-8} & 5.074 \cdot 10^{-8} \end{bmatrix} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{N}}$$

Togostna matrika okvirja je tako:

$$[K_{okv}] = [d_{okv}]^{-1} = \begin{bmatrix} 15.421 & -4.383 \\ -4.383 & 3.216 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \ \frac{N}{m}$$

Togostna matrika konstrukcije pa je:

$$[K_{kon}] = 2 \cdot [K_{okv}] = \begin{bmatrix} 30.842 & -8.766 \\ -8.766 & 6.433 \end{bmatrix} \cdot 10^7 \ \frac{N}{m}$$

Primerjava členov dobljene togostne matrike s členi togostne matrike iz modela z redukcijskim faktorjem stebra pokaže, da sedaj pri zadnjem diagonalnem členu nastopi zmanjšanje togosti za skoraj 9.65 %, medtem ko sta vrednosti togosti ostalih členov togostne matrike večji (28.76 % oz. 23.12 %).

Primerjava členov dobljene togostne matrike s členi togostne matrike iz modela ekvivalentne konzole pa pokaže, da so vse vrednosti togosti sedaj večje: 13.06 % in 11.82 % pri diagonalnih členih ter 19.96 % pri izven diagonalnem členu.

Izračun lastnih frekvenc in nihajnih časov ter lastnih vektorjev

Če želimo za izračun približka prvega nihajnega časa uporabiti enačbo (4.9) iz predpisa (kar sicer ni zahtevano), moramo poiskati pomik (v *m*) na vrhu stavbe zaradi sil teže, apliciranih vodoravno, kar sledi iz:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = [K_{kon}]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 23.953 & -7.1120 \\ -7.1120 & 7.1120 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-7} \ \frac{m}{N} \cdot \begin{Bmatrix} 213720.772 \\ 64170 \end{Bmatrix} \cdot 9.81 \ \frac{m}{s^2} = \begin{Bmatrix} 1.620 \cdot 10^{-2} \\ 2.504 \cdot 10^{-2} \end{Bmatrix} m$$

Tako sledi približek kot:

$$T_1 = 2 \cdot \sqrt{d} = 2 \cdot \sqrt{2.504 \cdot 10^{-2}} = 0.316 \ s$$

Če pa že izračunane vodoravne pomike zaradi sil teže, apliciranih vodoravno, uporabimo v Rayleighovi metodi (izračun ni prikazan), sledi:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} M_i \cdot u_i^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n} M_i \cdot u_i}} = 0.277\ \mathrm{s}$$

Ker pa je konstrukcija okarakterizirana kot po višini nepravilna, moramo izvesti modalno analizo s spektri odziva, in dinamična matrika konstrukcije ima obliko:

$$[DM] = [d] \cdot [M] = [K_{kon}]^{-1} \cdot [M] = \begin{bmatrix} 23.953 & -7.1120 \\ -7.1120 & 7.1120 \end{bmatrix}^{-1} \cdot 10^{-7} \frac{m}{N} \cdot \begin{bmatrix} 213720.772 & 0 \\ 0 & 64170 \end{bmatrix} kg$$
$$= \begin{bmatrix} 1.270 & 0.381 \\ 1.270 & 1.283 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}$$

Lastni vrednosti dinamične matrike sta:

$$\lambda_1 = 1.972 \cdot 10^{-3} \rightarrow \omega_1^{\ 2} = 507.140$$
$$\lambda_2 = 5.803 \cdot 10^{-4} \rightarrow \omega_2^{\ 2} = 1723.111$$
$$\omega_1 = 22.520 \frac{rad}{s} \rightarrow T_1 = 0.279\ s$$
$$\omega_2 = 41.510 \frac{rad}{s} \rightarrow T_2 = 0.151\ s$$

Kontrola pogoja neodvisnosti posameznih dveh nihajnih oblik:

$$T_2 = 0.151\ s \leq 0.9 \cdot T_1 = 0.9 \cdot 0.279\ s = 0.251\ s$$

pokaže, da pogoj je neodvisnosti dveh nihajnih oblik izpolnjen in se lahko pri morebitnem kombiniranju učinkov različnih nihajnih oblik največja vrednost za vsak učinek potresnega vpliva na konstrukcijo izračuna po pravilu SRSS.

Nihajnima časoma pripadajoča lastna vektorja, normirana na masno matriko, sta:

$$\left\{\hat{\Phi}_1\right\} = \begin{Bmatrix} -1.522 \cdot 10^{-3} \\ -2.804 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} \qquad \left\{\hat{\Phi}_2\right\} = \begin{Bmatrix} -1.537 \cdot 10^{-3} \\ 2.778 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix}$$

in tako sledita koeficienta (faktorja) participacije ali modalna participacijska faktorja kot:

$$\Gamma_1 = \left\{\hat{\Phi}_1\right\}^T \cdot [M] \cdot \{I\} = \begin{Bmatrix} -1.522 \cdot 10^{-3} \\ -2.804 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 213720.772 & 0 \\ 0 & 64170 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -505.330$$

$$\Gamma_2 = \left\{\hat{\Phi}_2\right\}^T \cdot [M] \cdot \{I\} = \begin{Bmatrix} -1.537 \cdot 10^{-3} \\ 2.778 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 213720.772 & 0 \\ 0 & 64170 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -150.106$$

Sodelujoči (participacijski) masi sta tako:

$$M_{1,sod} = \Gamma_1^2 = (-505.330)^2 = 255358.824 \text{ kg}$$

$$M_{2,sod} = \Gamma_2^2 = (-150.106)^2 = 22531.948 \text{ kg}$$

Njihova vsota znaša:

$$M_{1,sod} + M_{2,sod} = 255358.824 \text{ kg} + 22531.948 \text{ kg} = 277890.772 \text{ kg}$$

in je enaka vsoti mas, ki nastopata v masni matriki konstrukcije.

Delež posamezne sodelujoče mase tako znaša:

$$\frac{M_{1,sod}}{M_{tot}} = \frac{255358.824 \text{ kg}}{277890.772 \text{ kg}} = 0.919 = 91.892\ \% > 90\%$$

$$\frac{M_{2,sod}}{M_{tot}} = \frac{22531.948 \text{ kg}}{277890.772 \text{ kg}} = 0.081 = 8.108\ \% > 5\ \%$$

Konstrukcija ima dve nihajni obliki ter 2 efektivni modalni masi, vendar EC 8 predpisuje, da je potrebno upoštevati vse nihajne oblike, ki pomembno prispevajo h globalnemu odzivu. EC8 tako podaja dva pogoja (zadošča že samo zadostitev enega). V skladu s prvim pogojem zadošča, če upoštevamo zgolj prvo nihajno obliko, medtem ko moramo v skladu z drugim upoštevati obe nihajni obliki. Čeprav smemo v skladu s predpisom upoštevati zgolj prvo nihajno obliko, bomo analizo izvedli z upoštevanjem obeh.

Določitev faktorja obnašanja objekta

Zgornja vrednost faktorja obnašanja q je :

$$q = q_0 \cdot k_w \geq 1.5$$

kjer sta:

$q_0 = 3.0 \cdot \alpha_u / \alpha_1 = 3 \cdot 1.3 = 3.9$

Ker kontrukcijo klasificiramo kot nepravilno po višini, v skladu s členom 5.2.2.(3), vrednost q_o zmanjšamo za 20 %:

$q_0 = 0.8 \cdot 3.9 = 3.12$
$k_w = 1.0$ za okvirne in okvirom enakovredne mešane konstrukcijske sisteme.
$q = 3.12 \cdot 1 = 3.12$

Določitev referenčne vrednosti pospeška objekta

Ker se želi zagotoviti 90 % verjetnost, da uporabljena projektna vrednost pospeška tal ne bo presežena v 100 letih, znaša pripadajoča povratna doba:

$$\mathrm{T_R} = \frac{-\mathrm{T_L}}{\ln(1-\mathrm{P_R})} = \frac{-100\ \text{let}}{\ln(1-0.1)} = 949.122\ \text{let}$$

za katero pa seveda ne obstaja pripadajoča karta potresne nevarnosti.

Tako se za pridobitev pripadajoče vrednosti projektnega pospeška tal uporabi interpolacija med kartama potresne nevarnosti za 100 let in 1000 let (v RS). Za Ptuj tako sledi:

$T_{R1} = 475$ let, $a_{gR1} = 0.125$ g
$T_{R2} = 1000$ let, $a_{gR2} = 0.15$ g

ter

$$\log(a_{gR}) = \log(0.125) + \frac{\log\left(\frac{0.15}{0.125}\right) \cdot \log\left(\frac{949.122}{475}\right)}{\log\left(\frac{1000}{475}\right)} = -0.829$$

Iskana vrednost je tako:

$$a_{gR} = 10^{-0.829} = 0.148\ \mathrm{g} > a_{gR1}$$

Za kategorijo pomembnosti II velja γ_I = 1.0. Po upoštevanju faktorja pomembnosti sledi:

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR} = 1 \cdot 0.148\ g = 0.148\ g$$

Določitev velikosti in porazdelitve potresnega vpliva

Za tip tal A veljajo naslednje vrednosti parametrov:

Tip tal	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1.0	0.10 (0.15)	0.4	2.0

(vrednost v oklepaju predstavlja splošno priporočeno vrednost in ne velja v RS)

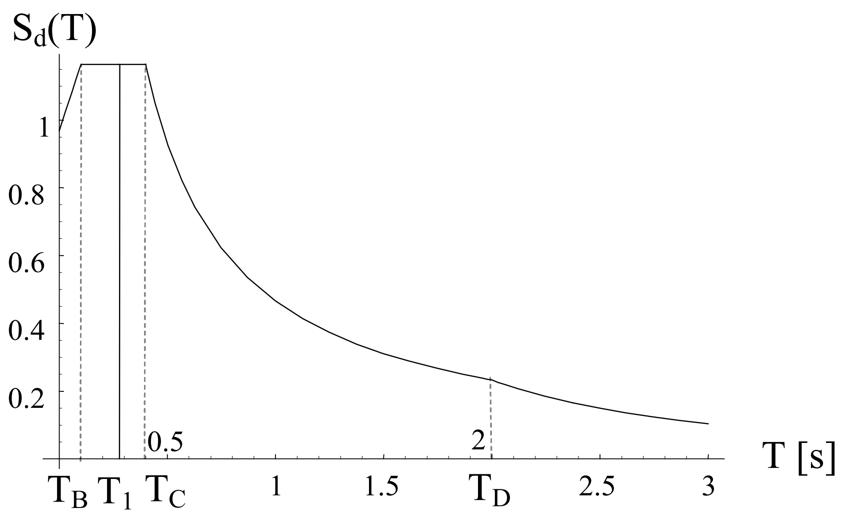
1. nihajna oblika

Zanjo velja

$$T_B < T_1 = 0.279\ s < T_C$$

in po enačbi (3.14) sledi (slika 51):

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 0.148\ g \cdot 1.0 \cdot \frac{2.5}{3.12} = 1.164$$



Slika 51: Vrednost S_d v spektru odziva

Prva prečna bazna sila je tako:

$$F_{b1} = S_d(T_1) \cdot M_{1,sod} = 1.164 \cdot 255358.824 \text{ kg} = 297264.118 \text{ N}$$

Celotna vodoravna bazna potresna sila F_{b1} se razporedi po višini konstrukcije s pomočjo lastnega vektorja, ki pripada prvi nihajni obliki, kot (slika 52):

$$F_{1i} = F_{b1} \cdot \frac{\phi_{1i} \cdot M_i}{\sum \phi_{1j} \cdot M_j}$$

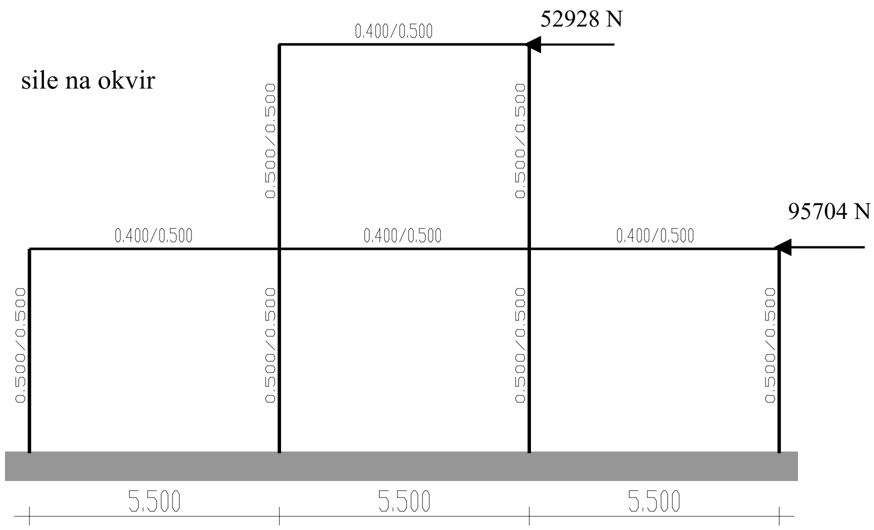
$$F_{11} = 191408.576 \text{ N}$$

$$F_{12} = 105855.542 \text{ N}$$

Ker konstrukcijo sestvaljata dva identična okvirja, na vsakega tako odpade polovica etažne sile:

$$F_{11} = 95704.288 \text{ N}$$

$$F_{12} = 52927.771 \text{ N}$$



Slika 52: Razporeditev potresnih sil 1. nihajne oblike po etažah

Elastični pomiki okvirja so tako:

$$\{d_{e,1}\} = [K_{okv}]^{-1} \cdot \{F_{e,1}\} = \begin{bmatrix} 119762532.416 & -35598705.502 \\ -35598705.502 & 35598705.502 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} 95704.288 \text{ N} \\ 52927.771 \text{ N} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.766 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ 3.253 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{Bmatrix}$$

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\{d_{s,1}\} = q_d \cdot \{d_{e,1}\} = 3.12 \cdot \begin{Bmatrix} 1.766 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 3.253 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5.510 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 10.149 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \end{Bmatrix}$$

Zaradi upoštevanju naključne torzije za zunanja okvirja sledi faktor δ po enačbi (4.3.3.2.4(1)):

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{4.25\ \mathrm{m} + 0.1 \cdot 8.5\ \mathrm{m}}{8.5\ \mathrm{m}} = 1 + 1.2 \cdot \frac{5.1\ \mathrm{m}}{8.5\ \mathrm{m}} = 1.72$$

in tako sledijo pomiki za zunanja okvirja ob upoštevanju naključne torzije:

$$1.72 \cdot \{d_{s,1}\} = \begin{Bmatrix} 9.477 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \\ 1.746 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} \end{Bmatrix}$$

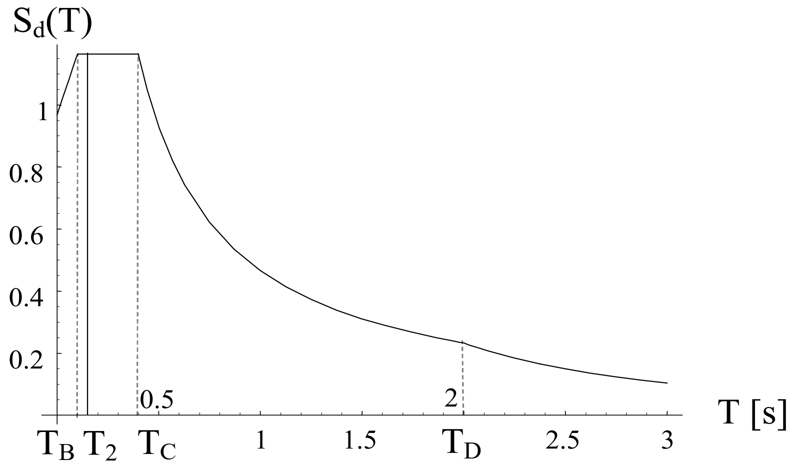
2. nihajna oblika

Tudi zanjo velja

$$T_B < T_1 = 0.151\ \mathrm{s} < T_C$$

in po enačbi (3.14) sledi (slika 53):

$$S_d(T_2) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 0.148\ g \cdot 1.0 \cdot \frac{2.5}{3.12} = 1.164$$



Slika 53: Vrednost S_d v spektru odziva

Druga prečna bazna sila je tako:

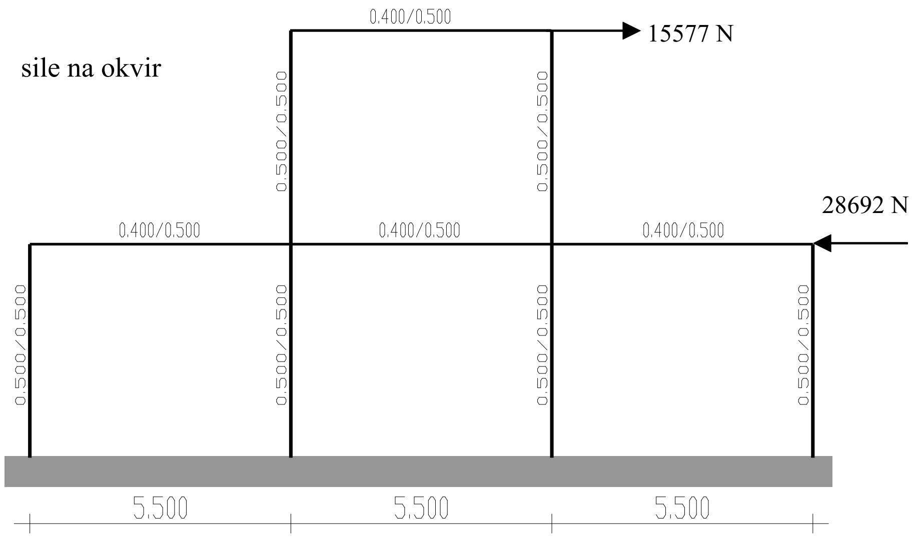
$$F_{b2} = S_d(T_2) \cdot M_{2,sod} = 1.164 \cdot 22531.948 \text{ kg} = 26229.521 \text{ N}$$

Celotna vodoravna bazna potresna sila F_{b2} se razporedi po višini konstrukcije s pomočjo lastnega vektorja, ki pripada prvi nihajni obliki, kot (slika 54):

$$F_{2i} = F_{b2} \cdot \frac{\phi_{2i} \cdot M_i}{\sum \phi_{2j} \cdot M_j}$$
$$F_{21} = 57384.537 \text{ N}$$
$$F_{22} = -31155.016 \text{ N}$$

Ker konstrukcijo sestavljata dva identična okvirja, na vsakega tako odpade polovica etažne sile:

$$F_{21} = 28692.268 \text{ N}$$
$$F_{22} = -15577.508 \text{ N}$$



Slika 54: Razporeditev potresnih sil 2. nihajne oblike po etažah

Elastični pomiki okvirja so tako:

$$\{d_{e,2}\} = [K_{okv}]^{-1} \cdot \{F_{e,2}\} = \begin{bmatrix} 119762532.416 & -35598705.502 \\ -35598705.502 & 35598705.502 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} 28692.268 \text{ N} \\ -15577.508 \text{ N} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.558 \cdot 10^{-4} \text{ m} \\ -2.818 \cdot 10^{-4} \text{ m} \end{Bmatrix}$$

Pomiki zaradi projektnega potresnega vpliva so tako:

$$\{d_{s,2}\} = q_d \cdot \{d_{e,2}\} = 3.12 \cdot \begin{Bmatrix} 1.558 \cdot 10^{-4}\ \text{m} \\ -2.818 \cdot 10^{-4}\ \text{m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4.862 \cdot 10^{-4}\ \text{m} \\ -8.791 \cdot 10^{-4}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

Pomiki za zunanja okvirja ob upoštevanju naključne torzije pa so:

$$1.72 \cdot \{d_{s,2}\} = \begin{Bmatrix} 8.362 \cdot 10^{-4}\ \text{m} \\ -15.120 \cdot 10^{-4}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

Faktorji δ za upoštevanje naključne torzije

Za okvirja (od izhodišča koordinatnega sistema) v x smeri tako po enačbi (člen 4.3.3.2.4(1)) sledi za premik masnega središča proti vrhu osi y za 0.8 m:

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{4.8\ \text{m}}{8\ \text{m}} = 1.72$$

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{3.2\ \text{m}}{8\ \text{m}} = 1.48$$

Za premik masnega središča proti koordinatnemu izhodišču za 0.8 m pa sledi:

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{3.2\ \text{m}}{8\ \text{m}} = 1.48$$

$$\delta = 1.0 + 1.2 \cdot \frac{x}{L_e} = 1 + 1.2 \cdot \frac{4.8\ \text{m}}{8\ \text{m}} = 1.72$$

Za oba okvirja je tako merodajna vrednost 1.72.

Kontrola etažnih pomikov

Pomike zunanjega okvirja obeh nihajnih oblik kombiniramo po pravilu SRSS:

$$\{d_z\} = \begin{Bmatrix} \sqrt{\left(9.477 \cdot 10^{-3}\right)^2 + \left(8.362 \cdot 10^{-4}\right)^2} \\ \sqrt{\left(1.746 \cdot 10^{-2}\right)^2 + \left(-15.12 \cdot 10^{-4}\right)^2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9.514 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \\ 1.752 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \end{Bmatrix}$$

ki je praktično enak kot vektor prve nihajne oblike, kar posredno potrdi, da bi lahko v analizi upoštevali samo prvo nihajno obliko.

Relativni pomiki etaž zunanjega okvirja so tako:

$$d_{r2} = 1.752 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} - 9.5146 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} = 8.007 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$
$$d_{r1} = 9.514 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Tako sledi (redukcijski faktor $\nu = 0.5$ po predpisu za kategorijo pomembnosti I in II):

$$8.007 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot \nu = 4.004 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$
$$9.513 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot \nu = 4.757 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Ker gre za skladišče, lahko smatramo, da gre za stavbo, ki ima na konstrukcijo pritrjene nekonstrukcijske elemente iz krhkih materialov, je pogoj:

$$d_r \cdot \nu \le 0.005 \cdot h$$

kar vodi do:

$$4.004 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \le 0.005 \cdot 3\ \mathrm{m} = 0.015\ \mathrm{m}$$
$$4.757 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \le 0.005 \cdot 3\ \mathrm{m} = 0.015\ \mathrm{m}$$

kar pokaže, da je omejitev etažnih pomikov izpolnjena v obeh etažah.

Opomba: če bi v analizi potresnega vpliva uporabili togostno matriko, izračunano s pomočjo deformacijske metode, bi dobili večje togosti ter naslednja nihajna časa:

$$T_1 = 0.297\ \mathrm{s}$$
$$T_2 = 0.140\ \mathrm{s}$$

in naslednji prečni bazni sili:

$$F_{b1} = S_d(T_1) \cdot M_{1,sod} = 267950.413\ \mathrm{N}$$
$$F_{b2} = S_d(T_2) \cdot M_{2,sod} = 55543.226\ \mathrm{N}$$

vendar bi bila omejitev etažnih pomikov tudi sedaj izpolnjena:

$$6.307 \cdot 10^{-3} \text{ m} \leq 0.005 \cdot 3 \text{ m} = 0.015 \text{ m}$$
$$4.428 \cdot 10^{-3} \text{ m} \leq 0.005 \cdot 3 \text{ m} = 0.015 \text{ m}$$

Univerza v Mariboru

Fakulteta za gradbeništvo,
prometno inženirstvo in arhitekturo